HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	移動通信における2，3の受信方式の統計的モデルによる検討
Author(s)	伊藤，精彦
Citation	北海道大學工學部研究報告，72，35-45
Issue Date	1974-09-14
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41233
Type	departmental bulletin paper
File Information	72_35-46.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第72号 (昭和49年)

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 72 (1974)

移動通信における2, 3の受信方式の統計的モデルによる検討

伊藤精彦*

(昭和49年3月30日受理)

Statistical Consideration of Some Signal Reception Systems in Mobile Radio Communication

Kiyohiko ITOH

(Rceived March 30, 1974)

Abstract

In mobile radio communication a three-element energy density antenna responding to the total electromagnetic energy density offers a means of coping with fading in a standing-wave environment caused by multiple reflections from surrounding objects. Statistical analyses provides evidence indicating that the energy density antenna works well as an anti-fading antenna.

This report statistically considers some signal reception systems analogous to the energy density antenna, all of which have only two square law detectors hence making it economical.

1. はじめに

自動車等の移動体に搭載した無線受信機により受信される信号は，移動体が，ビルや山のような周囲の物体からの電波の多重反射によって生ずる定在波の立っている中を走行する時，空間的なフェージングを呈する。単一の界成分（例えば，垂直電界）のみを受信するように設計されたアンテナの出力は受信機の位置を変えると極端な変動をする。J. R. Pierce は電磁界の電界および磁界成分を受信するために3つのアンテナ，即ち一つの *dipole* と，2つの直交する *loop* の対の使用を示唆した。上記のアンテナの出力は適当に増幅され，自乗検波されたのち結合される。結合された出力信号は全電磁界のエネルギー密度

$$W_t = \frac{1}{2}(\varepsilon_0|\boldsymbol{E}|^2+\mu_0|\boldsymbol{H}|^2)$$

$$= \frac{1}{2}(\varepsilon_0|e_z|^2+\mu_0|h_x|^2+\mu_0|h_y|^2) \qquad (1)$$

に比例するように作られる。ここで，$\boldsymbol{E}$ と $\boldsymbol{H}$ とは電界と磁界の界強度を意味し，μ_0 と ε_0 はそれぞれ透磁率と誘電率である。自動車の走行方向はあらかじめ定められていないし，物理的環境も予期し得ないので，多重反射による各種信号の結合は本来統計的である。

Ossanna[1] は解析および実験により全方向性アンテナにより受信されるフェージング信号の

* 工学部電子工学科電波伝送工学講座

電力スペクトルを調べた。*Gilbert*[2] は垂直偏波の平面波を統計的に捕えるモデルを発表し，*Lee*[3] は *Gilbert* のモデルを用いてこの統計的問題の詳細な数学的解析を行ない，E_z のみを受信する垂直アンテナの動作と (1) 式の W_t に比例したエネルギー密度アンテナの動作をいくつかの観点で比較した。その結果，エネルギー密度が2つまたはそれ以上の因子で電界よりフェージングが少ないこと，およびエネルギー密度のフェージングの平均瞬断時間は低い信号レベルでのみ電界のそれより少ないこと等が明らかとなった。*Cheng* と *Itoh*[4] は受信機の出力が磁気的エネルギー密度

$$W_h = \frac{\mu_0}{2}(|h_x|^2+|h_y|^2) \tag{2}$$

に対応する時の受信機の統計的出力を，*Lee* の仕事を拡張して，調べた。磁気的エネルギー密度アンテナ系は物理的構造と付属の回路が簡単であり，その出力が W_t に対応するものよりある種の利点を有することも明らかとしている。この論文では，上記の磁気的エネルギー密度アンテナ系すなわち(2)式に対応する場合を含めて，電界と磁界の一成分を受信した場合すなわち

$$W_{zx} = \frac{1}{2}(\varepsilon_0|e_z|^2+\mu_0|h_x|^2) \tag{3}$$

$$W_{zy} = \frac{1}{2}(\varepsilon_0|e_z|^2+\mu_0|h_y|^2) \tag{4}$$

について，*Gillert* の統計的モデルを用い，*Lee* の統計的手法により計算を行ない，エネルギー密度および電界の受信と比較を行なう。

2. 統計的モデル

Gilbert に従って，垂直偏波の平面波 (E_z, H_x, H_y) が (x, y) 平面を $\boldsymbol{U}$ 方向に進んでいると仮定すると，速度 $\boldsymbol{V}$ で進行している受信者が観測する電磁界は次式となる。

$$\begin{cases} E_z = e_z = A_u \exp(-j\beta \boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}t)\exp(j\omega t) \quad [\text{volt/m}] \\ H_x = \eta(h_x\,[\text{amp/m}]) = A_u \sin\theta_u \cdot \exp(-j\beta \boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}t)\cdot\exp(j\omega t) \quad [\text{volt/m}] \\ H_y = \eta(h_y\,[\text{amp/m}]) = A_u \cos\theta_u \cdot \exp(-j\beta \boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}t)\cdot\exp(j\omega t) \quad [\text{volt/m}] \end{cases} \tag{5}$$

ここで，β は波数，A_u は $\boldsymbol{U}$ 方向に伝搬する電界成分の複素振幅である。$\boldsymbol{U}$ は図1に示すように θ_u 方向の単位ベクトルである。η は自由空間の固有インピーダンスを表わす。

N 個の垂直偏波が N 個の方向から到来した時，移動体の全方向性アンテナが受信する三成分は

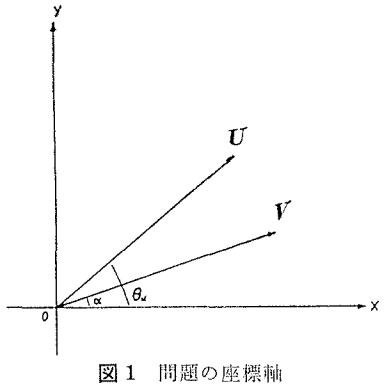

図1 問題の座標軸

$$\begin{cases} E_z = \sum_{u=1}^{N} A_u \exp(-j\beta \boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}t) \\ \quad = \sum_{u=1}^{N} A_u \exp[-j\beta V t\cos(\theta_u-\alpha)] \\ H_x = \sum_{u=1}^{N} A_u \sin\theta_u \cdot \exp(-j\beta \boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}t) \\ \quad = \sum_{u=1}^{N} A_u \sin\theta_u \cdot \exp[-j\beta V t\cos(\theta_u-\alpha)] \\ H_y = \sum_{u=1}^{N} -A_u \cos\theta_u \cdot \exp(-j\beta \boldsymbol{U}\cdot\boldsymbol{V}t) \\ \quad = -\sum_{u=1}^{N} A_u \cos\theta_u \cdot \exp[-j\beta V t\cos(\theta_u-\alpha)] \end{cases} \tag{6}$$

となる。ここで，θ_u は u 番目の波が進む方向 $\boldsymbol{U}$ と x 軸とのなす角であり，α は x 軸と移動体の速度 $\boldsymbol{V}$ がなす角であり，$\exp(j\omega t)$ の項は簡単のために省略してある。

Lee は上記の *Gilbert* のモデルに対して，次のような統計的性質を与えた。

1° 複素振幅 A_u は実部と虚部に分解することが出来，$A_u=R_u+jS_u$ と表わす。N 個の到来波に対しては，それぞれ N 個の実確率 R_u, S_u を仮定し，それぞれ平均値 0，分散 1 の正規分布とする。

2° N 個の波は等方的に到来するものとする。すなわち，k 番目の波の方向 θ_k に対して

$$\theta_k = \frac{2\pi k}{N}$$

であるとする。

3° 変動のこまかさ $n(\Psi)$，平均瞬断時間 $t(\Psi)$ を得るために無限の波 $(N\to\infty)$ を仮定する。

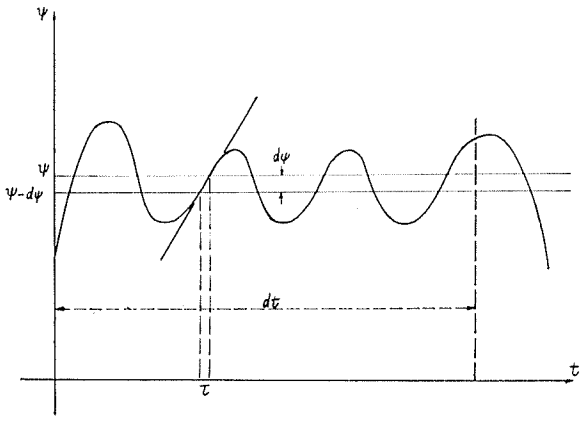

図 2　$n(\Psi)$ および $t(\Psi)$ を説明するための図

3. 変動のこまかさと平均瞬断時間

与えられた信号レベル Ψ を信号が区切る回数すなわち変動のこまかさの期待値および与えられた信号レベル Ψ 以下のレベルを信号が維持する時間すなわち平均瞬断時間は以下のようにして与えられる。

統計的意味で定常的な確率関数 ψ を仮定すれば，ψ と $\dot{\psi}$ との結合確率密度関数は $p(\psi,\dot{\psi})$ で表わされる。ここで，傾き $\dot{\psi}$ は，τ を図 2 に示すように，ψ の変化 $d\psi$ に要する時間とすると，

$$\dot{\psi} = \frac{d\psi}{\tau} \tag{7}$$

で与えられる。

確率関数 Ψ が時間 dt 内に，ある傾き $\dot{\psi}$ で $(\Psi,\ \Psi-d\psi)$ 間を区切る回数の期待値は

$$\begin{aligned}&\frac{(\psi\text{ が }dt\text{ 間に }\dot{\psi}\text{ なる傾きで }d\psi\text{ 間隔内にある総時間})}{(\text{傾き }\dot{\psi}\text{ で }d\psi\text{ を 1 回切るに要する時間})}\Bigg|_{\psi=\Psi}\\ &=\frac{E(t)}{\tau}=\frac{p(\psi,\dot{\psi})\,d\psi d\dot{\psi}dt}{d\psi/\dot{\psi}}\Bigg|_{\psi=\Psi}\\ &=\dot{\psi}\,p(\Psi,\dot{\psi})\,d\dot{\psi}dt\end{aligned} \tag{8}$$

となり，上式より傾き $\dot{\psi}$ で T 時間に区切る期待値は

$$\int_0^T \dot{\psi}p(\Psi,\dot{\psi})\,d\dot{\psi}dt = \dot{\psi}p(\Psi,\dot{\psi})\,d\dot{\psi}\cdot T \tag{9}$$

であり，T 時間に正の傾きで区切る回数の期待値は，

$$N(\Psi) = T\int_0^\infty \dot{\psi}p(\Psi,\dot{\psi})\,d\dot{\psi} \tag{10}$$

従って，単位時間当たり正の傾きで区切る期待値は

$$n(\Psi) = \frac{N(\Psi)}{T} = \int_0^\infty \dot{\psi}p(\Psi,\dot{\psi})\,d\dot{\psi} \tag{11}$$

となる。

また，あるレベル Ψ を単位時間に区切る回数の期待値すなわち変動のこまかさは

$$n(\Psi)=\frac{(\text{単位時間内で}\psi\text{が}\Psi\text{より小なる時間の合計})}{(\psi\text{が}\Psi\text{以下にある平均時間})}=\frac{P(\psi<\Psi)}{t(\Psi)} \tag{12}$$

と書くことも出来，従って，ψ が Ψ 以下にある平均瞬断時間 $t(\Psi)$ は

$$t(\Psi)=\frac{P(\psi<\Psi)}{n(\Psi)} \tag{13}$$

で定義出来る。

以上より，$n(\Psi)$, $t(\Psi)$ 等は結合確率密度関数 $p(\psi,\dot{\psi})$ から導けることが明らかとなったので，以後この確率密度関数を各受信方式の信号に対して求める。

4. W_{zx}, W_{zy}, W_h の変動のこまかさ，平均瞬断時間，レベル以下におちる確率

4.1 W_{zx} について

いま，

$$W_{zx}=\frac{1}{2}\varepsilon_0\left(|e_z|^2+\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}|h_x|^2\right)=\frac{1}{2}\varepsilon_0\psi_{zx} \tag{14}$$

と置いて，ψ_{zx} に対する変動のこまかさ，平均瞬断時間，レベル以下におちる確率等を求める。付録の X_1, X_2, Y_1, Y_2 を使用して

$$\begin{aligned}\psi_{zx}&=\psi_e+\psi_{hx}\\&=X_1^2+Y_1^2+X_2^2+Y_2^2\end{aligned} \tag{15}$$

確率変数のグループ $(\dot{\psi}_e,\ \dot{\psi}_{hx},\ \dot{\psi}_{hy})$ すなわち $\left(\frac{d\psi_e}{dt},\ \frac{d\psi_{hx}}{dt},\ \frac{d\psi_{hy}}{dt}\right)$ と $(X_1,\ Y_1,\ X_2,\ X_2,\ X_3,\ Y_3)$ との共分散をとると，どの2つの変数についても零となることが *Lee* により証明されているから，$(\dot{\psi}_e,\ \dot{\psi}_{hx})$ と $(X_1,\ Y_1,\ X_2,\ Y_2)$ は2つの独立な変数のグループとなる。ψ_{zx} は $(X_1,\ Y_1,\ X_2,\ Y_2)$ の関数であり，$\dot{\psi}_{zx}$ は $(\dot{\psi}_e,\ \dot{\psi}_{hx})$ の関数であるから，

$$\begin{aligned}&p(\psi_{zx}(X_1,\ Y_1,\ X_2,\ Y_2,),\ \dot{\psi}_{zx}(\dot{\psi}_e,\ \dot{\psi}_{hx}))\\&=p(\psi_{zx}(X_1,\ Y_1,\ X_2,\ Y_2)\times p(\dot{\psi}_{zx}(\dot{\psi}_e,\ \dot{\psi}_{hx}))\\&=p(\psi_{zx})\cdot p(\dot{\psi}_{zx})\end{aligned} \tag{16}$$

したがって，結合確率密度関数 $p(\psi_{zx},\ \dot{\psi}_{zx})$ は2つの独立な確率密度関数 $p(\psi_{zx})$, $p(\dot{\psi}_{zx})$ の線形結合で与えられる。

(a) $p(\psi_{zx})$ の計算；

Lee により，X_1^2 と Y_1^2 とは同一の特性関数

$$(1-2j\mu_{11}v)^{-\frac{1}{2}} \tag{17}$$

を持っていることが証明されている。同様に X_2^2 と Y_2^2 とは

$$(1-2j\mu_{22})^{-\frac{1}{2}} \tag{18}$$

なる特性関数を持っている。したがって，加法定理により (15) 式の ψ_{zx} は

$$M_{\psi_{zx}}(jv)=\left[(1-2j\mu_{11}v)^{-\frac{1}{2}}\right]^2\times\left[(1-2j\mu_{22}v)^{-\frac{1}{2}}\right]^2 \tag{19}$$

なる特性関数を持つ。確率密度関数 $p(\psi_{zx})$ は特性関数のフーリエ変換から与えられる，すなわち，

$$p(\psi_{zx}) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-jv\psi_{zx})\cdot M(jv)\,dv \tag{20}$$

(19)式を代入して,

$$\begin{aligned} p(\psi_{zx}) &= \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{2j\mu_{11}}\cdot\frac{1}{2j\mu_{22}}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\exp(-jv\psi_{zx})}{\left(v-\frac{1}{2j\mu_{11}}\right)\left(v-\frac{1}{2j\mu_{22}}\right)}\,dv \\ &= \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{(2j\mu_{11})}\cdot\frac{1}{(2j\mu_{22})}\cdot(-2\pi j)\left[\frac{\exp\left(-j\frac{\mu_{zx}}{2\mu_{11}}\right)}{\frac{1}{2j\mu_{11}}-\frac{1}{2j\mu_{22}}}+\frac{\exp\left(-\frac{\psi_{zx}}{2\mu_{22}}\right)}{\frac{1}{2j\mu_{22}}-\frac{1}{2j\mu_{11}}}\right] \end{aligned} \tag{21}$$

$$\therefore\quad p(\psi_{zx}) = \frac{1}{2(\mu_{11}-\mu_{22})}\cdot\left[\exp\left(-\frac{\psi_{zx}}{2\mu_{11}}\right)-\exp\left(-\frac{\psi_{zx}}{2\mu_{22}}\right)\right] \tag{22}$$

$\mu_{11}=\langle X_1^2\rangle$, $\mu_{22}=\langle X_2^2\rangle$ で与えられるから（付録(A-5)式参照のこと),

$$p(\psi_{zx}) = \frac{1}{N}\left[1-\exp\left(-\frac{\psi_{zx}}{2N}\right)\right]\cdot\exp\left(-\frac{\psi_{zx}}{2N}\right) \tag{23}$$

(b)　$p(\dot{\psi}_{zx})$ の計算;

2つの変数 $\dot{\psi}_e$ と $\dot{\psi}_{hx}$ の結合確率密度関数は

$$p(\dot{\psi}_e, \dot{\psi}_{hx}) = \frac{1}{(2\pi)|A|^{1/2}}\exp\left\{-\frac{1}{2|A|}(|A_{11}|\dot{\psi}_e^2+|A_{22}|\dot{\psi}_{hx}^2+2|A_{12}|\dot{\psi}_e\dot{\psi}_{hx})\right\} \tag{24}$$

で与えられる。ここで

$$[A] = \begin{bmatrix}\rho'_{11}, & \rho'_{12}\\ \rho'_{12}, & \rho'_{22}\end{bmatrix} \tag{25}$$

また, $|A_{ij}|$ は $[A]$ の ρ'_{ij} の余因数であり, $|A|$ は $[A]$ の行列式である。したがって,

$$|A_{11}|=\rho'_{22},\ |A_{22}|=\rho'_{11},\ |A_{12}|=-\rho'_{12},\ |A|=\rho'_{11}\rho'_{22}-\rho'^2_{12} \tag{25}'$$

である。

$\dot{\psi}_{zx}$ は2つの正規分布の確率変数 $\dot{\psi}_e$ と $\dot{\psi}_{hx}$ の和であり, その特性関数は

$$\begin{aligned} M_{\dot{\psi}_{zx}}(jv) &= E[\exp\{jv(\dot{\psi}_e+\dot{\psi}_{hx})\}] \\ &= \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\exp\{jv(\dot{\psi}_e+\dot{\psi}_{hx})\}\cdot p(\dot{\psi}_e, \dot{\psi}_{hx})\,d\dot{\psi}_e d\dot{\psi}_{hx} \end{aligned} \tag{26}$$

(24)式を代入して,

$$M_{\dot{\psi}_{zx}}(jv) = \frac{1}{2\pi}\cdot\frac{1}{|A|^{1/2}}\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\exp(jv\dot{\psi}_e)\cdot\exp\left(-\frac{|A_{11}|}{2|A|}\dot{\psi}_e^2\right)\cdot I(\dot{\psi}_e)\,d\dot{\psi}_e \tag{27}$$

ここで,

$$I(\dot{\psi}_e) = \int_{-\infty}^{\infty}\exp(jv\dot{\psi}_{hx})\cdot\exp\left[-\frac{|A_{22}|}{2|A|}\left(\dot{\psi}_{hx}^2+2\frac{|A_{12}|}{|A_{22}|}\dot{\psi}_{hx}\dot{\psi}_e\right)\right]d\dot{\psi}_{hx} \tag{28}$$

(28)式は

$$\dot{\psi}_{hx}^2+2\frac{|A_{12}|}{|A_{22}|}\dot{\psi}_{hx}\dot{\psi}_e = \left(\dot{\psi}_{hx}+\frac{|A_{12}|}{|A_{22}|}\dot{\psi}_e\right)^2-\frac{|A_{12}|^2}{|A_{22}|^2}\dot{\psi}_e^2 \tag{29}$$

を利用して,

$$\begin{aligned} I(\dot{\psi}_e) &= \exp\left(\frac{|A_{12}|^2}{2|A||A_{22}|}\dot{\psi}_e^2\right)\int_{-\infty}^{\infty}\exp(jv\dot{\psi}_{hx})\cdot\exp\left\{-\frac{|A_{22}|}{2|A|}\left(\dot{\psi}_{hx}+\frac{|A_{12}|}{|A_{22}|}\dot{\psi}_e\right)^2\right\}d\dot{\psi}_{hx} \\ &= \exp\left(\frac{|A_{12}|^2}{2|A||A_{22}|}\dot{\psi}_e^2-j\frac{|A_{12}|}{|A_{22}|}\dot{\psi}_e v\right)\cdot\int_{-\infty}^{\infty}\exp\left(jvh-\frac{1}{2}h\xi^2\right)d\xi \end{aligned} \tag{30}$$

ここで,

$$h = \frac{|A_{22}|}{|A|} \tag{31}$$

(30) 式は,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(jvh - \frac{1}{2} h\xi^2\right) d\xi = \sqrt{\frac{2\pi}{h}} \cdot \exp\left(-\frac{v^2}{2h}\right) \tag{32}$$

を利用して,

$$I(\phi_e) = \sqrt{\frac{2\pi}{h}} \exp\left(-\frac{v^2}{2h}\right) \cdot \exp\left(\frac{|A_{12}|^2}{2|A|A_{22}|} \phi_e^2 - j \frac{|A_{21}|}{|A_{22}|} \phi_e v\right) \tag{33}$$

いま,

$$\xi = \phi_{hx} + \frac{|A_{12}|}{|A_{22}|} \phi_e \tag{34}$$

と置き, (33) 式を (27) 式に代入して,

$$M_{\phi_{zx}}(jv) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{|A|^{1/2}} \sqrt{\frac{2\pi}{h}} \exp\left(-\frac{v^2}{2h}\right) \cdot \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(jv_2\phi_e - \frac{1}{2} h_2\phi_e^2\right) d\phi_e \tag{35}$$

$$\therefore \quad M_{\phi_{zx}}(jv) = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{|A|^{1/2}} \sqrt{\frac{2\pi}{h}} \cdot \sqrt{\frac{2\pi}{h_2}} \cdot \exp\left(-\frac{v^2}{2h} - \frac{v_2^2}{2h_2}\right) \tag{36}$$

ここで,

$$v_2 = v\left(1 - \frac{|A_{12}|}{|A_{22}|}\right) \tag{37}$$

$$h_2 = \frac{1}{|A||A_{22}|} (|A_{11}||A_{22}| - |A_{12}|^2) = \frac{1}{|A_{22}|} \tag{38}$$

また,

$$hh_2 = \frac{|A_{11}||A_{22}| - |A_{12}|^2}{|A||A_{22}|} \cdot \frac{|A_{22}|}{|A|} = \frac{1}{|A|} \tag{39}$$

$$\begin{aligned} \frac{v^2}{h} + \frac{v_2^2}{h_2^2} &= v^2 \frac{|A|}{|A_{22}|} + v^2 \left(1 - \frac{|A_{12}|}{|A|}\right)^2 |A_{22}| \\ &= v^2 (|A_{11}| + |A_{22}| - 2|A_{12}|) \end{aligned}$$

((25′) 式を利用して)

$$= v^2 \rho' \tag{40}$$

ここで,

$$\rho' = \rho'_{11} + \rho'_{22} + 2\rho'_{12} \tag{41}$$

等を利用して,

$$M_{\phi_{zx}}(jv) = \exp\left(-\frac{1}{2} \rho' v^2\right) \tag{42}$$

したがって, ϕ_{zx} の確率密度関数は

$$p(\phi_{zx}) = \int_{-\infty}^{\infty} M_{\phi_{zx}}(jv) \cdot \exp(-jv\phi_{zx}) \cdot dv \tag{43}$$

$$\therefore \quad p(\phi_{zx}) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\rho'}} \exp\left(-\frac{1}{2\rho'} \phi_{zx}^2\right) \tag{42}$$

以上の計算により求められた, (16) 式を (11) 式に代入して, 与えられた信号レベル $\phi_{zx} = \Psi_{zx}$ を 1 秒間に区切る回数の期待値は,

$$n_{zx}(\Psi_{zx}) = \int_0^\infty \dot{\phi}_{zx} p(\Psi_{zx}, \dot{\phi}_{zx})\, d\dot{\phi}_{zx} = p(\Psi_{zx}) \int_0^\infty \dot{\phi}_{zx} p(\dot{\phi}_{zx})\, d\dot{\phi}_{zx} \tag{45}$$

(45) 式は，(44) 式および

$$\int_0^\infty \dot{\phi}_{zx} p(\dot{\phi}_{zx})\, d\dot{\phi}_{zx} = \int_0^\infty \dot{\phi}_{zx} \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho'}} \exp\left(-\frac{1}{2\rho'}\dot{\phi}_{zx}^2\right) d\dot{\phi}_{zx} = \sqrt{\frac{\rho'}{2\pi}} \tag{46}$$

を利用し，さらに (23) 式を代入して，

$$n_{zx}(\Psi_{zx}) = \frac{1}{N}\left[1-\exp\left(-\frac{2N}{\Psi_{zx}}\right)\right]\cdot\exp\left(-\frac{\Psi_{zx}}{2N}\right)\cdot\sqrt{\frac{\rho'}{2\pi}}$$

を得る。ρ' は (41) 式および付録 (A-7) 式を利用して，

$$\rho' = \rho'_{11}+\rho'_{22}+2\rho'_{12} = \frac{3}{2}(\beta V)^2 N(N-1)(3\cos^2\alpha+\sin^2\alpha) \tag{48}$$

$$\therefore \quad \rho' \simeq \frac{3}{2}(\beta V)^2 N^2 (2+\cos 2\alpha) \qquad (N\to\infty) \tag{49}$$

したがって，(47) 式は

$$n_{zx}(\Psi_{zx}) = \beta V \sqrt{\frac{3}{4\pi}(2+\cos 2\alpha)}\left[1-\exp\left(-\frac{\Psi_{zx}}{2N}\right)\right]\cdot\exp\left(-\frac{\Psi_{zx}}{2N}\right) \tag{50}$$

を得る。

次に，与えられたレベル Ψ_{zx} 以下に落ちこむ平均時間，すなわち平均瞬断時間は (13) 式より与えられる。ただし，(13) 式における $P(\phi_{zx}<\Psi_{zx})$ は (23) 式の $p(\phi_{zx})$ から与えられる確率分布関数であり，

$$P(\phi_{zx}<\Psi_{zx}) = \int_0^{\Psi_{zx}} p(\phi_{zx})\, d\phi_{zx} = \int_0^{\Psi_{zx}} \frac{1}{N}\left[\exp\left(-\frac{\phi_{zx}}{2N}\right)-\exp\left(-\frac{\phi_{zx}}{2N}\right)\right] d\phi_{zx} \tag{51}$$

$$\therefore \quad P(\phi_{zx}<\Psi_{zx}) = \left[1-\left\{2\cdot\exp\left(-\frac{\Psi_{zx}}{2N}\right)-\exp\left(-\frac{\Psi_{zx}}{N}\right)\right\}\right] \tag{52}$$

したがって，(13) 式は (50)，(52) 式より，

$$t_{zx}(\Psi_{zx}) = \frac{1-\left[2\cdot\exp\left(-\frac{\Psi_{zx}}{2N}\right)-\exp\left(-\frac{\Psi_{zx}}{N}\right)\right]}{\beta V\sqrt{\frac{3}{4\pi}(2+\cos 2\alpha)}\cdot\left[1-\exp\left(-\frac{\Psi_{zx}}{2N}\right)\right]\cdot\exp\left(-\frac{\Psi_{zx}}{2N}\right)} \tag{53}$$

次に受信信号の実効値を

$$\phi_{zx(rms)} = \sqrt{\langle\phi_{zx}^2\rangle}$$

と定義する。(15) 式から，

$$\langle\phi_{zx}^2\rangle = \langle\{(X_1^2+Y_1^2)+(X_2^2+Y_2^2)\}^2\rangle$$

(55) 式は，

$$\begin{cases} \langle X_i \rangle = 0 \\ \langle X_i^2 \rangle = \sigma_i^2 \\ \langle X_i^4 \rangle = 3\sigma_i^4 \end{cases} \tag{56}$$

および付録 (A-5) 式を利用して,

$$\langle \psi_{zx}^2 \rangle = 14\,N^2 \tag{57}$$

となる。(57) 式を (54) 式に代入して,

$$\psi_{zx(rms)} = \sqrt{14}\ N \tag{58}$$

いま, 与えられた信号レベル Ψ_{zx} を $\psi_{zx(rms)}$ で規格して,

$$\tilde{\Psi} = \frac{\Psi_{zx}}{\psi_{zx(rms)}} \tag{59}$$

と置くと, (50), (52), (53) 式等は次式のように簡略に出来る。

$$n_{zx}(\tilde{\Psi}) = \beta V \sqrt{\frac{3}{4\pi}(2+\cos 2\alpha)} \cdot \left[1-\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)\right] \cdot \exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right) \tag{60}$$

$$P_{zx}(\tilde{\psi}_{zx} < \tilde{\Psi}_{zx}) = \left[1-\left\{2\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)-\exp\left(-\sqrt{14}\ \tilde{\Psi}\right)\right\}\right] \tag{61}$$

$$t_{zx}(\tilde{\Psi}) = \frac{1-\left[2\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)-\exp\left(-\sqrt{14}\ \tilde{\Psi}\right)\right]}{\beta V\sqrt{\frac{3}{4\pi}\left(2+\cos 2\alpha\right)} \cdot \left[1-\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)\right] \cdot \exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)} \tag{62}$$

4.2 W_{zy} について

W_{zy} についても, (14) 式と同様に,

$$W_{zy} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \psi_{zy} \tag{63}$$

と置くことが出来る。したがって, ψ_{zy} は

$$\begin{aligned} \psi_{zy} &= \psi_e + \psi_{hy} \\ &= X_1^2 + Y_1^2 + X_3^2 + Y_3^2 \end{aligned} \tag{64}$$

となる。4.1 節と同様な計算過程を経て, ψ_{zy} の確率密度関数 $p(\psi_{zy})$ は,

$$p\left(\psi_{zy}\right) = \frac{1}{N}\left[1-\exp\left(-\frac{\psi_{zy}}{N}\right)\right] \cdot \exp\left(-\frac{\psi_{zy}}{2N}\right) \tag{65}$$

$\dot{\psi}_{zy}$ については

$$p(\dot{\psi}_{zy}) = \sqrt{\frac{1}{2\pi\rho''}}\ \exp\left[-\frac{1}{2\rho''}\dot{\psi}_{zy}^2\right] \tag{66}$$

ここで,

$$\rho'' \cong \frac{3}{2}(2-\cos 2\alpha)(\beta V)^2 N^2 \tag{67}$$

また,

$$\tilde{\Psi} = \frac{\psi_{zy}}{\psi_{zy(rms)}} = \frac{\psi_{zy}}{\sqrt{14}\ N} \tag{68}$$

等を利用して, 4.1 節と同様にして次式を得る。

$$n_{zy}(\tilde{\Psi}) = \beta V \sqrt{\frac{3}{4\pi}(2-\cos 2\alpha)} \cdot \left[1-\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)\right] \cdot \exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right) \tag{69}$$

$$P_{zy}(\tilde{\Psi}) = \left[1-\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)\cdot\left\{2-\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)\right\}\right] \tag{70}$$

$$t_{zy}(\tilde{\Psi}) = \frac{1-\left[2-\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)\right]\cdot\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)}{\beta V\sqrt{\frac{3}{4\pi}(2-\cos 2\alpha)}\left[1-\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)\right]\exp\left(-\frac{\sqrt{14}}{2}\tilde{\Psi}\right)} \tag{71}$$

4.3　W_h について

W_h についても,

$$\begin{aligned} W_h &= \frac{1}{2}\varepsilon_0\psi_{zy} \\ &= \frac{1}{2}\varepsilon_0(X_2^2+Y_2^2+X_3^2+Y_3^2) \end{aligned} \tag{72}$$

となる。また

$$p(\psi_h) = \frac{1}{N^2}\psi_h\cdot\exp\left(-\frac{\psi_h}{N}\right) \tag{73}$$

$$p(\dot{\psi}_h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\rho'''}}\cdot\exp\left(-\frac{\dot{\psi}_h^2}{2\rho'''}\right) \tag{72}$$

ここで,

$$\rho''' = \rho'_{22}+\rho'_{32} \cong (2/\beta V)^2 N^2$$

また,

$$\tilde{\Psi} = \frac{\psi_h}{\psi_{h(rms)}} = \frac{\psi_h}{\sqrt{6}\ N}$$

等を利用して次式を得る。

$$n_h(\tilde{\Psi}) = \beta V\sqrt{\frac{6}{\pi}}\ \tilde{\Psi}\cdot\exp\left(-\sqrt{6}\ \tilde{\Psi}_h\right)$$

$$P_h(\tilde{\Psi}) = \left[1-\exp\left(-\sqrt{6}\ \tilde{\Psi}\right)\cdot\left(\sqrt{6}\ \tilde{\Psi}+1\right)\right]$$

$$t_h(\tilde{\Psi}) = \frac{1}{\beta V}\cdot\sqrt{\frac{1}{6\pi}}\cdot\frac{1-\exp(-\sqrt{6}\ \tilde{\Psi})\cdot(\sqrt{6}\ \tilde{\Psi}+1)}{\tilde{\Psi}\exp(-\sqrt{6}\ \tilde{\Psi})}$$

5.　計算および結果の検討

(60), (62) 式における α は移動体の進行方向と x 軸のなす角度である。したがって，変動のこまかさ $n_{zx}(\tilde{\Psi})$，平均瞬断時間 $t_{zx}(\tilde{\Psi})$ は α の関数，すなわち磁界を受信するアンテナの設置方法に関係があることが明らかとなった。また，(69), (71) 式の $n_{zy}(\tilde{\Psi})$ および $t_{zy}(\tilde{\Psi})$ は (60), (62) 式の α を $\alpha-90°$ に置き換えることにより与えられることも明らかである。したがって，計算は (60)～(62) 式および (77)～(79) 式についてのみ行ない，電界受信および全エネルギー密度受信に対して *Lee* により与えられた結果と共に図 3～図 5 に与えられている。

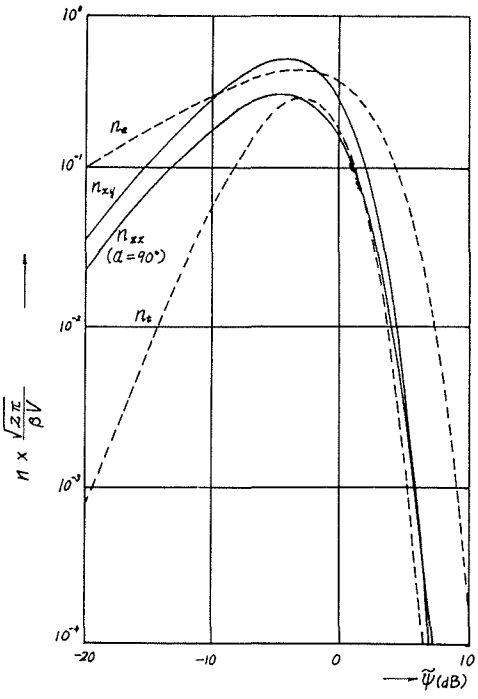

図 3　変動のこまかさ

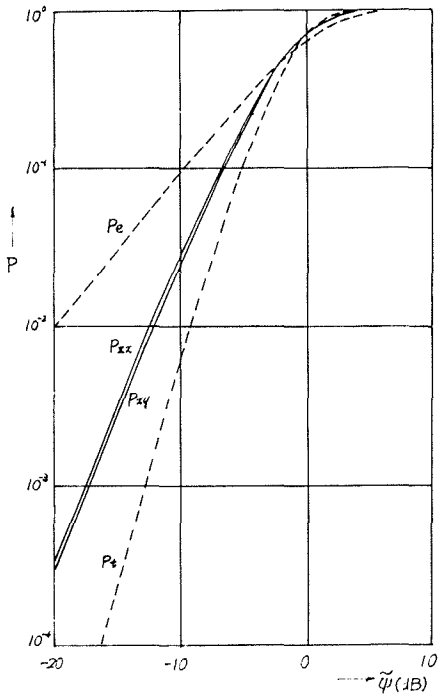

図4 レベル以下におちる確率

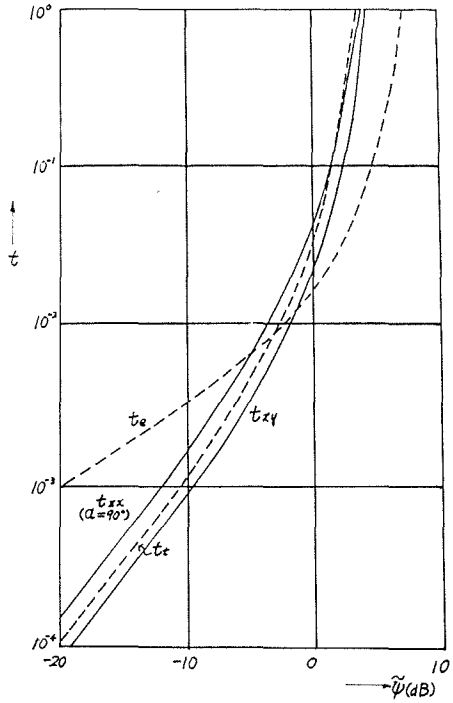

図5 平均瞬断時間

図1は受信信号が，種々の受信方式に対して1秒間に与えられたレベル以下にある時間の総量の期待値に依存していることを示している。また，P_{xx} と P_h は信号領域全体にわたり非常に近いことを示している。また，実効値以下の信号レベルで，P_{xx} および P_h に比較して P_e は大きく，P_t は低いが，この差は実効値以上の時は現われない。

変動のこまかさは図4に示されている。図3と同様に，n_h と n_{xx} は大部分 n_e と n_t の間にある。しかし，電界受信に対する変動のこまかさ n_e は，信号レベルが低い場合でも高い場合でも大きな値を示している。n_{xx} は α に似存していて，$\alpha=90°$ に対する値が最も低いことは(69)式から明らかである。

図5は種々の系に対する平均瞬断時間対信号レベルの変動が示されている。図3より，t_h が t_t よりいたる所で低いことが分る。

図3～図5は各受信方式の検討の際の参考となる。例えば，通信文の構造の知識から非常に短かい中断を黙認することが出来る場合には，経済性をねらって，全エネルギー密度受信（二乗検波器3個必要）W_t でなく，磁気的エネルギー受信（二乗検波器2個）W_{xy} の方が，図5から明らかのように，優れていることが分る。しかし，受信信号レベルの実効値附近への集中度の良さは，図3～図5より，W_t が最良で W_e が最悪で，他の受信方式がその中間にあることが分る。

6. むすび

以上のように，統計的モデルを用いて[2),3)]，移動通信における2, 3の受信方式の検討を行なった。上記の結果の概略，数値計算は文献4)に述べてあるが，この論文では式の導出の詳細を明らかとした。ここで用いられた統計的モデルは，今後発表されるであろう種々の移動通信における受信方式の検討の際有用のものとなることと思う。

謝辞： この論文を書くに当たり種々御討論頂いた本学松本正教授，米国シラキュース大学 D. K. Cheng 教授，および数値計算に御協力頂いた柏木道朗君に感謝致します。また，この研究の一部は文部省科学研究一般 D 課題番号 865098 により行なわれた。

文　　献

1) J. F. Ossanna, Jr.: "A model for mobile radio fading due to building reflections: theoretical and experimental fading waveform power spectra", Bell Syst. Tech. J., vol. **43**, pp. 2935–2971, Nov. 1964.
2) E. N. Gilbert: "Energy reception for mobile radio", Bell Syst. Tech. J., vol. **44**, pp. 1779–1803, Oct. 1965.
3) W. C. Y. Lee: "Statistical analysis of the level crossings and duration of fades of the signal from an energy density mobile radio antenna", Bell Syst. Tech. J., vol. **46**, pp. 417–448, Feb. 1967.
4) D. K. Cheng and K. Itoh: "Statistical Performance of a magnetic energy-density antenna", IEEE Trans. on A-P, vol. AP-**20**, pp. 221–223, march, 1972.

付　　録

X_1, X_2,… 等は次式で与えられる。

$$\begin{cases} X_1 = \sum_{n=1}^{N} (R_n \cos\varphi_n + S_n \sin\varphi_n) \\ Y_1 = \sum_{n=1}^{N} (S_n \cos\varphi_n - R_n \sin\varphi_n) \end{cases} \tag{A-1}$$

$$\begin{cases} X_2 = \sum_{n=1}^{N} (R_n \cos\varphi_n + S_n \sin\varphi_n) \sin\theta_n \\ Y_2 = \sum_{n=1}^{N} (S_n \cos\varphi_n - R_n \sin\varphi_n) \sin\theta_n \end{cases} \tag{A-2}$$

$$\begin{cases} X_3 = \sum_{n=1}^{N} (R_n \cos\varphi_n + S_n \sin\varphi_n) \cos\theta_n \\ Y_3 = -\sum_{n=1}^{N} (S_n \cos\varphi_n - R_n \sin\varphi_n) \cos\theta_n \end{cases} \tag{A-3}$$

ここで，

$$\varphi_n = \beta V \cdot t \cdot \cos(\theta_n - \alpha) \tag{A-4}$$

また，

$$\langle X_1^2 \rangle = \langle Y_1^2 \rangle = N, \qquad \langle X_2^2 \rangle = \langle Y_2^2 \rangle = \frac{N}{2} \tag{A-5}$$

$$\langle \dot{X}_1^2 \rangle = (\beta V)^2 \frac{N}{2}, \qquad \langle \dot{X}_2^2 \rangle = (\beta V)^2 \frac{N}{8} (\cos^2\alpha + 3\sin^2\alpha) \tag{A-6}$$

$$\begin{cases} \rho'_{11} = \langle \dot{\phi}_c^2 \rangle = (\beta V)^2 4N(N-1) \\ \rho'_{22} = \langle \dot{\phi}_{hx}^2 \rangle = \frac{1}{2} N(N-1)(\beta V)^2 (\cos^2\alpha + 3\sin^2\alpha) \\ \rho'_{12} = \langle \dot{\phi}_c \dot{\phi}_{hx} \rangle = -(\beta V)^2 2N(N-1)\sin^2\alpha \end{cases} \tag{A-7}$$