HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	折板によるマルチセル円筒殻の応力解析について
Author(s)	能町, 純雄; 堺, 孝司
Citation	北海道大學工學部研究報告, 72, 1-11
Issue Date	1974-09-14
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41235
Type	departmental bulletin paper
File Information	72_1-12.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第72号 (昭和49年)

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 72 (1974)

折板によるマルチセル円筒殻の応力解析について

能町純雄* 堺 孝司*

(昭和49年3月30日受理)

On Stress Analysis of the Multi-Cell Walled Cylinder by Means of Folded Plate Theory

Sumio. NOMACHI Kouji SAKAI

(Received March 30, 1974)

Abstract

The stress analysis of a cylinder having a wall of multi-trapezoidal cells, which may consist of many long strip elements, is dealt with in this paper. The mode of finding a solution to the problem is based on the displacement shear equation for plane stress and a modified slope deflection equation for the bending of the plate.

Thus the equilibirium of forces at the nodal point are expressed by eight simultanious finite difference equations with respect to the displacements and the slopes, which are dealt with by finite Fourier transforms in the longthwise direction and Fourier finite integration transforms in the circumfrential directions.

The above was carried out and the program for the electric computer was found to be simple. The obtained results are illustrated in the last part.

1. まえがき

図1に示すような同心に配置された外円筒殻と内円筒殻を等間隔の縦隔壁で連結して作った円筒構造物を Multi-Cell Walled Cylinder と名付ける。この構造体は，細長矩形板を要素として組立てたものと考えることができる。実際的構造としては，将来における巨大海中構造物の脚や海洋巨大杭などを想定するときこのような構造形式の実現も不可能であるまい。この構造体の構造特性を明らかにする第一段階として，全体曲げ抵抗と全体捩り抵抗を Long Strip Element 理論で解明しようとするのが本論文の目的である。

壁体セルの隔壁数は一般に n 個とし，荷重状態は任意節点に半径方向集中荷重と接線方向に単一トルク荷重が作用した場合をとり上げる。境界条件は円筒の端面で単純支持，すなわち端面の各ノーダル点で軸応力が零，半径方向，接線方向の両変位は存在しないものとする。矩形要素の長辺における変位と断面力との関係式は，平面応力状態に対しては変位せん断公式で，面の厚さ方向へのたわみによる曲げに対しては修正たわみ角公式で与えられる。これらの各式を用いた力のつり合いは外円筒殻の任意の節点と内円筒殻の任意

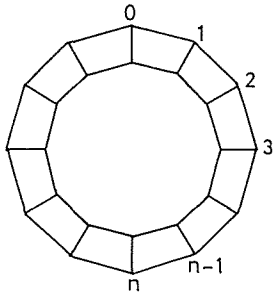

図 1

* 土木工学科 交通構造講座

の節点での自由度8個に対応して8元連立差分方程式となる。この方程式に軸方向には有限フーリェ変換，円周方向にはフーリェ定和分変換を施して解析を進める。

2. 矩形板要素に対する基本式

(1) 平面応力に対して

図2に示す細長い矩形板要素において各変位が短辺方向に線形であるとすれば平面応力の方程式から，端面のせん断力 T，法線方向力 S は次の変位せん断公式で表わされる。

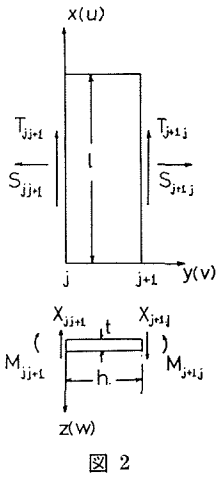

図 2

$$T_{jj+1}=\frac{Nh}{6}(2\ddot{u}_j+\ddot{u}_{j+1})+\frac{\nu N}{2}(\dot{v}_{j+1j}-\dot{v}_{jj+1})+\frac{Gt}{2}(\dot{v}_{jj+1}+\dot{v}_{j+1j})+\frac{Gt}{h}(u_{j+1}-u_j) \quad (1)$$

$$T_{jj-1}=\frac{Nh}{6}(2\ddot{u}_j+\ddot{u}_{j-1})+\frac{\nu N}{2}(\dot{v}_{jj-1}-\dot{v}_{j-1j})-\frac{Gt}{2}(\dot{v}_{j-1j}+\dot{v}_{jj-1})-\frac{Gt}{h}(u_j-u_{j-1}) \quad (2)$$

$$S_{jj+1}=\frac{N}{h}(v_{j+1j}-v_{jj+1})+\frac{\nu N}{2}(\dot{u}_j+\dot{u}_{j+1})+\frac{Gt}{2}(\dot{u}_{j+1}-\dot{u}_j)+\frac{Gth}{6}(2\ddot{v}_{jj+1}+\ddot{v}_{j+1j}) \quad (3)$$

$$S_{jj-1}=\frac{N}{h}(v_{jj-1}-v_{j-1j})+\frac{\nu N}{2}(\dot{u}_{j-1}+\dot{u}_j)-\frac{Gt}{2}(\dot{u}_j-\dot{u}_{j-1})-\frac{Gth}{6}(2\ddot{v}_{jj-1}+\ddot{v}_{j-j1}) \quad (4)$$

上式中，$\dot{u}=\partial u/\partial x$，$u$，$v$，$w$ は x，y，z 方向の変位で添字 j，$j+1$ は端面 j にあって $j+1$ の方向に向く物理量である。また，G：せん断弾性係数，$N=Et/(1-\nu^2)$，E；弾性係数，ν；ポアソン比，h；板要素の巾，t；板厚。

(2) 厚さ方向の曲げに対して

矩形板の端面の曲げモーメント M，厚さ方向せん断力 X はたわみを w，たわみ角を θ とすれば，次式で表わされる。このとき時計方向回転をすべて正とする。

$$M_{jj+1}=\frac{2K}{h}\left\{2\theta_j+\theta_{j+1}-\frac{3}{h}(w_{j+1j}-w_{jj+1})\right\}-\nu K\ddot{w}_{jj+1} \quad (5)$$

$$M_{jj-1}=\frac{2K}{h}\left\{2\theta_j+\theta_{j-1}-\frac{3}{h}(w_{jj-1}-w_{j-1j})\right\}+\nu K\ddot{w}_{jj-1} \quad (6)$$

$$X_{jj+1}=-\frac{6K}{h^2}(\theta_j+\theta_{j+1})+K\ddot{\theta}_j-\frac{12K}{h^3}(w_{jj+1}-w_{j+1j})+\frac{2K}{h}(\ddot{w}_{jj+1}-\ddot{w}_{j+1j})-\frac{Kh}{6}(2\ddot{w}_{jj+1}+\ddot{w}_{j+1j}) \quad (7)$$

$$X_{jj-1}=-\frac{6K}{h^2}(\theta_j+\theta_{j-1})+K\ddot{\theta}_j-\frac{12K}{h^3}(w_{j-1j}-w_{jj-1})+\frac{2K}{h}(\ddot{w}_{j-1j}-\ddot{w}_{jj-1})+\frac{Kh}{6}(2\ddot{w}_{jj-1}+\ddot{w}_{j-1j}) \quad (8)$$

上式中，$K=Eh^3/12(1-\nu^2)$；板の曲げ剛さ。前記公式(1)～(8)の各断面力に対して Fourier

Sine Transforms を施すので次の記号を用いる。

$$\tilde{F}=\int_0^l F\cdot\sin\frac{m\pi}{l}\,x\,dx \qquad m=1,\ 2,\ 3,\ \cdots$$

3. 節点における力のつり合い

節点において，モーメント，接線方向の力，半径方向の力，軸方向（x 方向）のせん断力のつり合いは図3を参照して次のようになる。

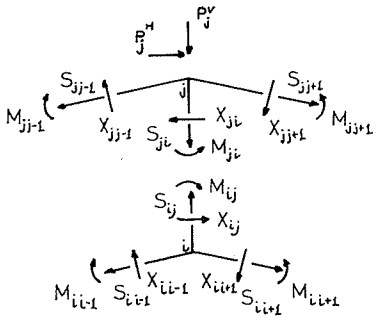

図 3

$$M_{jj-1}+M_{jj+1}+M_{ji}=0 \qquad (9)$$

$$\dot{T}_{jj-1}+\dot{T}_{jj+1}+\dot{T}_{ji}=0 \qquad (10)$$

$$P_j^H+S_{jj+1}\cdot\cos\alpha-S_{jj-1}\cdot\cos\alpha-X_{jj+1}\cdot\sin\alpha-X_{jj-1}\cdot\sin\alpha-X_{ji}=0 \qquad (11)$$

$$P_j^V+S_{jj+1}\cdot\sin\alpha+S_{jj-1}\cdot\sin\alpha+X_{jj+1}\cdot\cos\alpha-X_{jj-1}\cdot\cos\alpha-S_{ji}=0 \qquad (12)$$

$$M_{ii-1}+M_{ii+1}+M_{ij}=0 \qquad (13)$$

$$\dot{T}_{ii-1}+\dot{T}_{ii+1}+\dot{T}_{ij}=0 \qquad (14)$$

$$S_{ii-1}\cdot\cos\alpha-S_{ii-1}\cdot\cos\alpha-X_{ii+1}\cdot\sin\alpha-X_{ii-1}\cdot\sin\alpha+X_{ij}=0 \qquad (15)$$

$$S_{ii+1}\cdot\sin\alpha+S_{ii-1}\cdot\sin\alpha+X_{ii+1}\cdot\cos\alpha-X_{ii-1}\cdot\cos\alpha-S_{ij}=0 \qquad (16)$$

以上の(9)～(16)式に，変位せん断公式(1)～(4)，たわみ角式(5)～(8)を代入し更に式中の各変位を次に示すような半径方向と接線方向の変位に変換した形で用いる（図4参照）。すなわち

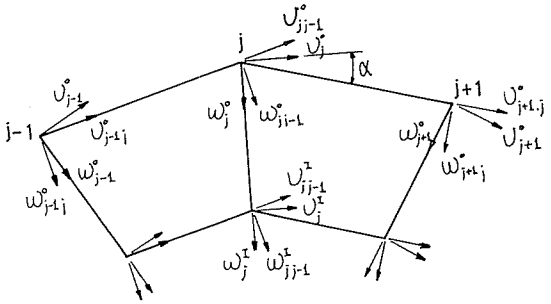

図 4

$$\left.\begin{aligned}
v_{jj+1}&=v_j^0\cos\alpha+w_j^0\sin\alpha \quad , & w_{jj+1}&=-v_j^0\sin\alpha+w_j^0\cos\alpha\\
v_{j+1j}&=v_{j+1}^0\cos\alpha-w_{j+1}^0\sin\alpha \quad , & w_{j+1j}&=v_{j+1}^0\sin\alpha+w_{j+1}^0\cos\alpha\\
v_{jj-1}&=v_j^0\cos\alpha-w_j^0\sin\alpha \quad , & w_{jj-1}&=v_j^0\sin\alpha+w_j^0\cos\alpha\\
v_{j-1j}&=v_{j-1}^0\cos\alpha+w_{j-1}^0\sin\alpha \quad , & w_{j-1j}&=-v_{j-1}^0\sin\alpha+w_{j-1}^0\cos\alpha\\
v_{ji}&=w_j^0 \quad , & w_{ji}&=-v_j^0
\end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

上式中，v^0 は外円筒の節点における変位であることを示す。右肩の添字Ⅰをもって内円筒節点とすれば，上式の右肩添字0をⅠとおくことにより内円筒節点についても同様な式が求まる。

このようにして，(9)～(16)式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
&4(2a_1+a_2)\,\bar{\theta}_j^0+2a_1(\bar{\theta}_{j+1}^0+\bar{\theta}_{j-1}^0)+2a_2\,\bar{\theta}_j^I\\
&\quad-2(\alpha_1\sin\alpha+\alpha_2)\,\tilde{v}_j^0-6b_1\sin\alpha\,(\tilde{v}_{j+1}^0+\tilde{v}_{j-1}^0)\\
&\quad-6b_1\cos\alpha\,(\tilde{w}_{j+1}^0-\tilde{w}_{j-1}^0)=0
\end{aligned} \qquad (18)$$

$$(2\beta_1+\beta_2)\,\tilde{\tilde{u}}_j^0-\gamma_2\tilde{\tilde{u}}_j^I-\gamma_1(\tilde{\tilde{u}}_{j+1}^0+\tilde{\tilde{u}}_{j-1}^0)+\mu_2\tilde{\tilde{w}}_j^I$$
$$-\varepsilon_2\tilde{\tilde{w}}_j^0-2\varepsilon_1\sin\alpha\cdot\tilde{\tilde{w}}_j^0-\mu_1\sin\alpha\,(\tilde{\tilde{w}}_{j+1}^0+\tilde{\tilde{w}}_{j-1}^0)$$
$$+\mu_1\cdot\cos\alpha\,(\tilde{\tilde{v}}_{j+1}^0-\tilde{\tilde{v}}_{j-1}^0)=0 \tag{19}$$

$$-(2\mathscr{H}_1\sin\alpha+\mathscr{H}_2)\,\bar{\theta}_j^0-6b_1\sin\alpha\,(\bar{\theta}_{j+1}^0+\bar{\theta}_{j-1}^0)$$
$$-6b_2\bar{\theta}_j^I+(l/m\pi)^2\cdot\mu_1\cdot\cos\alpha\cdot(\tilde{\tilde{u}}_{j-1}^0-\tilde{\tilde{u}}_{j+1}^0)$$
$$+(2\zeta_1\cos^2\alpha+2\eta_1\sin^2\alpha+\eta_2)\,\tilde{\tilde{v}}_j^0-\chi_2\cdot\tilde{\tilde{v}}_j^I$$
$$+(\chi_1\sin^2\alpha-\xi_1\cdot\cos^2\alpha)\,(\tilde{\tilde{v}}_{j+1}^0+\tilde{\tilde{v}}_{j-1}^0)$$
$$+(\chi_1+\xi_1)\sin\alpha\cdot\cos\alpha\,(\tilde{\tilde{w}}_{j+1}^0-\tilde{\tilde{w}}_{j-1}^0)=\tilde{P}_j^H \tag{20}$$

$$6b_1\cos\alpha\,(\bar{\theta}_{j+1}^0-\bar{\theta}_{j-1}^0)-(l/m\pi)^2(2\varepsilon_1\sin\alpha+\varepsilon_2)\,\tilde{\tilde{u}}_j^0$$
$$-(l/m\pi)^2\mu_2\cdot\tilde{\tilde{u}}_j^I-\xi_2\tilde{\tilde{w}}_j^I-(l/m\pi)^2\mu_1\sin\alpha\,(\tilde{\tilde{u}}_{j+1}^0+\tilde{\tilde{u}}_{j-1}^0)$$
$$+(2\zeta_1\sin^2\alpha+2\eta_1\cos^2\alpha+\zeta_2)\,\tilde{\tilde{w}}_j^0$$
$$+(\xi_1+\chi_1)\sin\alpha\cdot\cos\alpha\,(\tilde{\tilde{v}}_{j+1}^0-\tilde{\tilde{v}}_{j-1}^0)+(\xi_1\sin^2\alpha-\chi_1\cdot\cos^2\alpha)$$
$$\times(\tilde{\tilde{w}}_{j+1}^0+\tilde{\tilde{w}}_{j-1}^0)=\tilde{P}_j^V \tag{21}$$

$$-4(2a_3+a_2)\,\bar{\theta}_j^I-2a_3(\bar{\theta}_{j-1}^I+\bar{\theta}_{j+1}^I)-2a_2\bar{\theta}_j^0$$
$$+(2\alpha_3\sin\alpha+\alpha_2)\,\tilde{\tilde{v}}_j^I+6b_3\sin\alpha\,(\tilde{\tilde{v}}_{j+1}^I+\tilde{\tilde{v}}_{j-1}^I)$$
$$+6b_2\cos\alpha\,(\tilde{\tilde{w}}_{j+1}^I-\tilde{\tilde{w}}_{j-}^I)-6b_2\cdot\tilde{\tilde{v}}_j^0=0 \tag{22}$$

$$-(2\beta_3+\beta_2)\,\tilde{\tilde{u}}_j^I+\gamma_3(\tilde{\tilde{u}}_{j+1}^I+\tilde{\tilde{u}}_{j-1}^I)+\gamma_2\tilde{\tilde{u}}_j^0$$
$$-\mu_3\cdot\cos\alpha\,(\tilde{\tilde{v}}_{j+1}^I-\tilde{\tilde{v}}_{j-1}^I)+\mu_3\cdot\sin\alpha\,(\tilde{\tilde{w}}_{j+1}^I+\tilde{\tilde{w}}_{j-1}^I)$$
$$+(2\varepsilon_3\sin\alpha-\varepsilon_2)\,\tilde{\tilde{w}}_j^I+\mu_2\cdot\tilde{\tilde{w}}_j^0=0 \tag{23}$$

$$(l/m\pi)^2\cdot\mu_3\cdot\cos\alpha\cdot(\tilde{\tilde{u}}_{j+1}^I-\tilde{\tilde{u}}_{j-1}^I)+\xi_3\cdot\cos^2\alpha\,(\tilde{\tilde{v}}_{j+1}^I+\tilde{\tilde{v}}_{j-1}^I)$$
$$-\xi_3\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha\,(\tilde{\tilde{w}}_{j+1}^I-\tilde{\tilde{w}}_{j-1}^I)-(2\zeta_3\cos^2\alpha+2\eta_3\sin^2\alpha$$
$$+\eta_2)\,\tilde{\tilde{v}}_j^I+(2\mathscr{H}_3\cdot\sin\alpha-\mathscr{H}_2)\,\bar{\theta}_j^I-6b_2\bar{\theta}_j^0$$
$$+6b_3\sin\alpha\,(\bar{\theta}_{j+1}^I+\bar{\theta}_{j-1}^I)-\chi_3\sin^2\alpha\,(\tilde{\tilde{v}}_{j+1}^I+\tilde{\tilde{v}}_{j-1}^I)$$
$$-\chi_3\cdot\sin\alpha\cdot\cos\alpha\cdot(\tilde{\tilde{w}}_{j+1}^I-\tilde{\tilde{w}}_{j-1}^I)+\chi_2\cdot\tilde{\tilde{v}}_j^0=0 \tag{24}$$

$$-(2\zeta_3\sin^2\alpha+2\eta_3\cos^2\alpha+\zeta_2)\,\tilde{\tilde{w}}_j^I+\xi_2\cdot\tilde{\tilde{w}}_j^0$$
$$+\xi_3\sin\alpha\cdot\cos\alpha\,(\tilde{\tilde{v}}_{j+1}^I-\tilde{\tilde{v}}_{j-1}^I)-\xi_3\cdot\sin^2\alpha\,(\tilde{\tilde{w}}_{j+1}^I+\tilde{\tilde{w}}_{j-1}^I)$$
$$+(l/m\pi)^2(2\varepsilon_3\sin\alpha-\varepsilon_2)\,\tilde{\tilde{u}}_j^I-(l/m\pi)^2\mu_2\cdot\tilde{\tilde{u}}_j^0$$
$$+(l/m\pi)^2\cdot\mu_3\cdot\sin\alpha\,(\tilde{\tilde{u}}_{j+1}^I+\tilde{\tilde{u}}_{j-1}^I)-6b_3\cos\alpha\,(\bar{\theta}_{j+1}^I-\bar{\theta}_{j-1}^I)$$
$$+\chi_3\sin\alpha\cdot\cos\alpha\,(\tilde{\tilde{v}}_{j+1}^I-\tilde{\tilde{v}}_{j-1}^I)-\chi_3\cdot\cos^2\alpha\cdot(\tilde{\tilde{w}}_{j+1}^I+\tilde{\tilde{w}}_{j-1}^I)=0 \tag{25}$$

上式中

$$a_i=\frac{K_i}{h_i},\quad b_i=\frac{K_i}{h_i^2},\quad \alpha_i=K_i\left(\frac{6}{h_i^2}+\nu\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2\right),$$

$$\beta_i=\frac{Gt_i}{h_i}+\frac{N_ih_i}{3}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2,\quad \gamma_i=\frac{Gt_i}{h_i}-\frac{N_ih_i}{6}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2,$$

$$\varepsilon_i=\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2\left(\frac{\nu N_i}{2}-\frac{Gt_i}{2}\right),\quad \mu_i=\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2\left(\frac{\nu N_i}{2}+\frac{Gt_i}{2}\right),$$

$$\zeta_i=\frac{N_i}{h_i}+\frac{Gt_ih_i}{3}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2,\quad \xi_i=\frac{N_i}{h_i}-\frac{Gt_ih_i}{6}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2,$$

$$\eta_i=K_i\left(\frac{12}{h_i^3}+\frac{2}{h_i}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2+\frac{h_i}{3}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^4\right),$$

$$\mathscr{H}_i=K_i\left(\frac{6}{h_i^2}+\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2\right),$$

$$\chi_i = K_i\left(\frac{12}{h_i^3}+\frac{2}{h_i}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^2-\frac{h_i}{6}\left(\frac{m\pi}{l}\right)^4\right),\qquad (i=1,\ 2,\ 3)$$

4. フーリェ和分変換

各変位について次なるフーリェ和分変換を行う。

(1) 集中鉛直荷重の場合

$$\bar{\theta}_j^0=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\Theta}_k^0\sin\frac{k\pi}{n}j\ ,\qquad \bar{\theta}_j^I=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\Theta}_k^I\sin\frac{k\pi}{n}j$$

$$\tilde{v}_j^0=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{V}}_k^0\sin\frac{k\pi}{n}j\ ,\qquad \tilde{v}_j^I=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{V}}_k^I\sin\frac{k\pi}{n}j$$

$$\tilde{w}_j^0=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_k^0\cos\frac{k\pi}{n}j,\qquad \tilde{w}_j^I=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_k^I\cos\frac{k\pi}{n}j$$

$$\tilde{u}_j^0=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{U}}_k^0\cos\frac{k\pi}{n}j\ ,\qquad \tilde{u}_j^I=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{U}}_k^I\sin\frac{k\pi}{n}j$$

(2) 単一トルク荷重の場合

$$\bar{\theta}_j^0=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\Theta}_k^0\cos\frac{k\pi}{n}j\ ,\qquad \bar{\theta}_j^I=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\Theta}_k^I\cos\frac{k\pi}{n}j$$

$$\tilde{v}_k^0=\sum_{j=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{V}}_k^0\cos\frac{k\pi}{n}j\ ,\qquad \tilde{v}_j^I=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{V}}_k^I\cos\frac{k\pi}{n}j$$

$$\tilde{w}_j^0=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_k^0\sin\frac{k\pi}{n}j\ ,\qquad \tilde{w}_j^I=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_k^I\sin\frac{k\pi}{n}j$$

$$\tilde{u}_j^0=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{U}}_k^0\sin\frac{k\pi}{n}j\ ,\qquad \tilde{u}_j^I=\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{U}}_k^I\sin\frac{k\pi}{n}j$$

上式中，j, k ともに正の整数で $1\sim n$ をとる。上の (1), (2) の場合を式 (18)～(25) に代入すると次のようにかくことができる。すなわち

$$\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{v}=\boldsymbol{P}$$

$$\boldsymbol{v}^T=[\tilde{\Theta}_k^0\ \tilde{\boldsymbol{V}}_k^0\ \tilde{\boldsymbol{W}}_k^0\ \tilde{\boldsymbol{U}}_k^0\ \tilde{\Theta}_k^I\ \tilde{\boldsymbol{V}}_k^I\ \tilde{\boldsymbol{W}}_k^I\ \tilde{\boldsymbol{U}}_k^I]$$

$$\boldsymbol{P}^T=[0\quad 0\quad \tilde{\boldsymbol{P}}_j^H\ \tilde{\boldsymbol{P}}_j^V\quad 0\quad 0\quad 0\quad 0\ ]$$

$\boldsymbol{A}$ は (8×8) のマトリックスで各要素を K_{ij} で表わすと次のようになる。

$$K_{11}=4\,(2a_1+a_2+a_1\cos(k\pi/n))\,,$$

$$K_{12}=-(2\alpha_1\sin\alpha+\alpha_2+12\,b_1\sin\alpha\cos(k\pi/n))\,,$$

$$K_{13}=\pm 12\,b_1\cos\alpha\sin(k\pi/n)\,,$$

$$K_{14}=K_{17}=K_{18}=0\,,\qquad K_{15}=2a_2\,,\qquad K_{16}=6b_2\,,\qquad K_{21}=0\,,$$

$$K_{22}=\pm 2\mu_1\cos\alpha\sin(k\pi/n)\,,$$

$$K_{23}=-(2\varepsilon_1\sin\alpha+\varepsilon_2+2\mu_1\sin\alpha\cos(k\pi/n))\,,$$

$$K_{24}=(2\beta_1+\beta_2-2\gamma_1\cos(k\pi/n))\,,$$

$$K_{25}=K_{26}=0\,,\qquad K_{27}=\mu_2\,,\qquad K_{28}=-\gamma_2\,,$$

$$K_{31}=-(2\mathscr{H}_1\sin\alpha+\mathscr{H}_2+12\,b_1\sin\alpha\cos(k\pi/n))$$

$$K_{32}=(2\zeta_1\cos^2\alpha+2\eta_1\sin^2\alpha+\eta_2)+2\,(\chi_1\sin^2\alpha-\xi_1\cos^2\alpha)\cos(k\pi/n)\,,$$

$$K_{33}=\mp 2\,(\chi_1+\xi_1)\sin\alpha\cos\alpha\sin(k\pi/n)\,,$$

$$K_{34}=\pm 2\,(l/m\pi)^2\,\mu_1\cos\alpha\sin(k\pi/n)\,,$$

$$K_{35}=-6b_2\,,\qquad K_{36}=-\chi_2\,,\qquad K_{37}=K_{38}=0\,,$$

$$K_{41}=\pm 12\,b_1\cos\alpha\sin(k\pi/n),$$
$$K_{42}=\mp 2(\xi_1+\chi_2)\sin\alpha\cos\alpha\sin(k\pi/n),$$
$$K_{43}=(2\zeta_1\sin^2\alpha+2\eta_1\cos^2\alpha+\zeta_2)+2(\xi_1\sin^2\alpha-\chi_1\cos^2\alpha)\cos(k\pi/n),$$
$$K_{44}=-(l/m\pi)^2(2\varepsilon_1\sin\alpha+\varepsilon_2+2\mu_1\sin\alpha\cos(k\pi/n)),$$
$$K_{45}=K_{46}=0,\qquad K_{47}=-\xi_2,\qquad K_{48}=-(l/m\pi)^2\mu_2,$$
$$K_{51}=-2a_2,\qquad K_{52}=6b_2,\qquad K_{53}=K_{54}=K_{58}=0,$$
$$K_{55}=-4(2a_3+a_2+a_3\cos(k\pi/n))$$
$$K_{56}=(2\alpha_3\sin\alpha-\alpha_2+12b_3\sin\alpha\cos(k\pi/n)),$$
$$K_{57}=\mp 12\,b_3\cos\alpha\sin(k\pi/n),\qquad K_{61}=K_{62}=K_{65}=0,$$
$$K_{63}=\mu_2,\qquad K_{64}=\gamma_2,\qquad K_{66}=\mp 2\mu_3\cos\alpha\sin(k\pi/n),$$
$$K_{67}=(2\varepsilon_3\sin\alpha-\varepsilon_2+2\mu_3\sin\alpha\cos(k\pi/n)),$$
$$K_{68}=-(2\beta_3+\beta_2-2\gamma_3\cos(k\pi/n)),$$
$$K_{71}=-6b_2,\qquad K_{72}=\chi_2,\qquad K_{73}=K_{74}=0,$$
$$K_{75}=(2\mathscr{H}_3\sin\alpha-\mathscr{H}_2+12b_3\sin\alpha\cos(k\pi/n)),$$
$$K_{76}=-(2\zeta_3\cos^2\alpha+2\eta_3\sin^2\alpha+\eta_2)-2(\chi_3\sin^2\alpha-\xi_3\cos^2\alpha)\cos(k\pi/n),$$
$$K_{77}=\pm 2(\chi_3+\xi_3)\sin\alpha\cos\alpha\sin(k\pi/n),$$
$$K_{78}=\mp 2(l/m\pi)^2\mu_3\cos\alpha\sin(k\pi/n),$$
$$K_{81}=K_{82}=0,\qquad K_{83}=\xi_2,$$
$$K_{84}=-(l/m\pi)^2\mu_2,\qquad K_{85}=\mp 12\,b_3\cos\alpha\sin(k\pi/n),$$
$$K_{86}=\pm 2(\xi_3+\chi_3)\sin\alpha\cos\alpha\sin(k\pi/n),$$
$$K_{87}=-(2\zeta_3\sin^2\alpha+2\eta_3\cos^2\alpha+\zeta_2)-2(\xi_3\sin^2\alpha-\chi_3\cos^2\alpha)\cos(k\pi/n),$$
$$K_{88}=(l/m\pi)^2(2\varepsilon_3\sin\alpha-\varepsilon_2+2\mu_3\sin\alpha\cos(k\pi/n))$$

ここで，符号は荷重状態 (1), (2) に同順である。

また荷重項は

$$\widetilde{P}_j=\sum_{k=1}^{n}\widetilde{R}_k\cos\frac{k\pi}{n}j$$
$$C_k[\widetilde{P}_j]=\sum_{j=1}^{n-1}\widetilde{P}_j\cos\frac{k\pi}{n}j$$

ただし

$$\widetilde{R}_0=\frac{1}{n}\left\{C_0[\widetilde{P}_j]+\frac{1}{2}\widetilde{P}_{(n)}+\frac{1}{2}\widetilde{P}_{(0)}\right\}$$
$$\widetilde{R}_k=\frac{1}{n}\left\{2C_k[\widetilde{P}_j]+\widetilde{P}_{(n)}(-1)^k+\widetilde{P}_{(0)}\right\}$$
$$\widetilde{R}_n=\frac{1}{n}\left\{C_n[\widetilde{P}_j]+\frac{1}{2}\widetilde{P}_{(n)}(-1)^n+\frac{1}{2}\widetilde{P}_{(0)}\right\}$$

(1) の場合

$$\widetilde{P}_{(0)}=1,\qquad \widetilde{P}_{(n)}=C_0[\widetilde{P}_j]=C_k[\widetilde{P}_j]=C_n[\widetilde{P}_j]=0$$

従って

$$\widetilde{P}_j^{V}=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n-1}\cos\frac{k\pi}{n}j$$

(2) の場合

$$\widetilde{P}_{(n)}=\widetilde{P}_{(0)}=1,\qquad C_0[\widetilde{P}_j]=C_k[\widetilde{P}_j]=C_n[\widetilde{P}_j]=0$$

従って

$$\tilde{P}_j^{II}=\frac{1}{n}+\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n-1}[1+(-1)^k]\cos\frac{k\pi}{n}j$$

第一項は全節点に一定接線荷重が作用する場合に相当する。従って，第二項の荷重状態との重ね合せによって一節点とそれの対称節点に同一方向の接線力による単一トルクの作用する場合の変形を求めることができる。

5. 逆 変 換

有限フーリェ変換，フーリェ定和分変換ともに逆変換によって原関数に回帰できるので $\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{v}=\boldsymbol{P}$ によって得られた変形を逆変換する。

(1) の場合

$$\theta_j^0=\frac{2}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}\tilde{\Theta}_k^0\sin\frac{m\pi x}{l}\sin\frac{k\pi}{n}j$$

$$v_j^0=\frac{2}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{V}}_k^0\sin\frac{m\pi x}{l}\sin\frac{k\pi}{n}j$$

$$w_j^0=\frac{2}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_k^0\sin\frac{m\pi x}{l}\cos\frac{k\pi}{n}j$$

$$u_j^0=\frac{2}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{U}}_k^0\sin\frac{m\pi x}{l}\cos\frac{k\pi}{n}j$$

(2) の場合

$$\theta_j^0=\frac{2}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}\tilde{\Theta}_k^0\sin\frac{m\pi x}{l}\cos\frac{k\pi}{n}j$$

$$v_j^0=\frac{2}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{V}}_k^0\sin\frac{m\pi x}{l}\cos\frac{k\pi}{n}j$$

$$w_j^0=\frac{2}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{W}}_k^0\sin\frac{m\pi x}{l}\sin\frac{k\pi}{n}j$$

$$u_j^0=\frac{2}{l}\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{n}\tilde{\boldsymbol{U}}_k^0\sin\frac{m\pi x}{l}\sin\frac{k\pi}{n}j$$

θ_j^I, v_j^I, w_j^I, u_j^I についても同様である。

6. 数値計算例

(1) 鉛直集中荷重の場合

中央に単一荷重が作用する場合について各種の数値計算を行った。図5にその変形と応力，図8にモーメント図，図10に断面変形状態の一例を示す。又，表1に特別な場合として $t_2=t_3=0$，すなわち単一シェルの n の増加による変形の収束状況を示す。尚，$t_2=t_3=0$ としたときのつり合い式において $n\to\infty$ とすると Timoshenko のシェルの偏微分方程式 (303) 式[4] に一致することを確認した。

(2) 単一トルク荷重の場合

ここでも中央に単一トルクが作用する場合についてのみ計算した。図9にモーメントを，図11に断面変形の一例をそれぞれ示す。図12～15に種々の場合についての応力と変形を，図16に単一シェルのそれを示した。また，$L=5000$ cm，$R=500$ cm，$r=300$ cm，$t=2$ cm で $n=6$ の場合の中央での最大水平変位は 1.737×10^{-6} cm，最大応力は 0.813×10^{-3} kg/cm^2 となった。

尚，計算には北大大型計算機センター FACOM 230-60 を使用した。

表 1

$L=1.0$ m　$t=0.2$ cm　$R=10$ cm　$r=6$ cm

	n	0.1 L	0.2 L	0.3 L	0.4 L	0.5 L
W_1	3	0.676×10^{-4}	0.132×10^{-3}	0.190×10^{-3}	0.234×10^{-3}	0.257×10^{-3}
	6	0.615 〃	0.125 〃	0.193 〃	0.275 〃	0.358 〃
	9	0.616 〃	0.125 〃	0.191 〃	0.270 〃	0.394 〃
	12	0.617 〃	0.125 〃	0.192 〃	0.269 〃	0.408 〃
W_n	3	0.294×10^{-4}	0.556×10^{-4}	0.759×10^{-4}	0.883×10^{-4}	0.922×10^{-4}
	6	0.323 〃	0.600 〃	0.308 〃	0.937 〃	0.981 〃
	9	0.320 〃	0.592 〃	0.800 〃	0.928 〃	0.972 〃
	12	0.319 〃	0.592 〃	0.797 〃	0.924 〃	0.969 〃

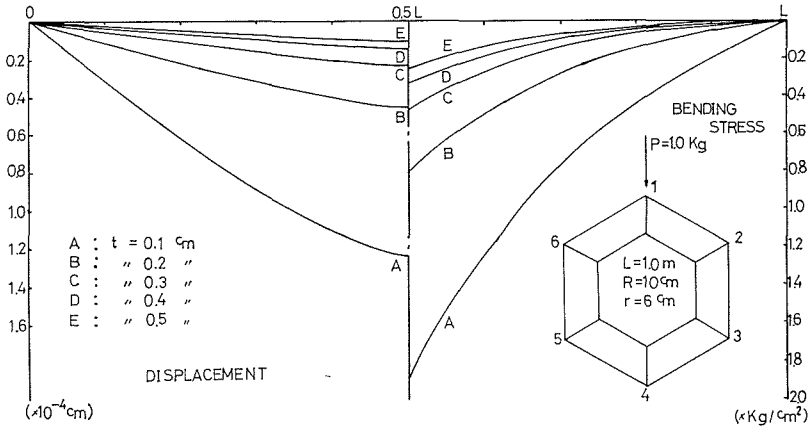

図 5

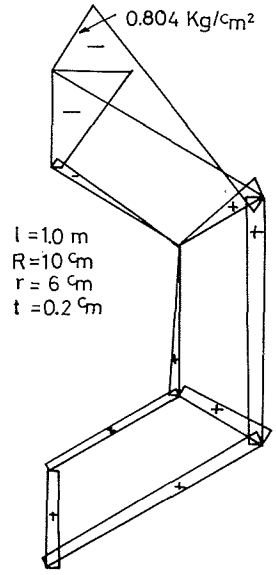

図 6

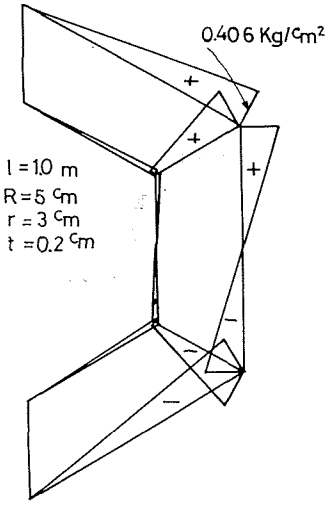

図 7

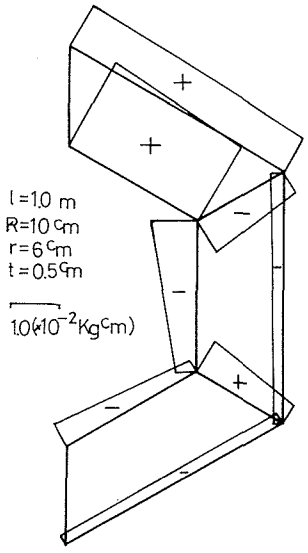

図 8

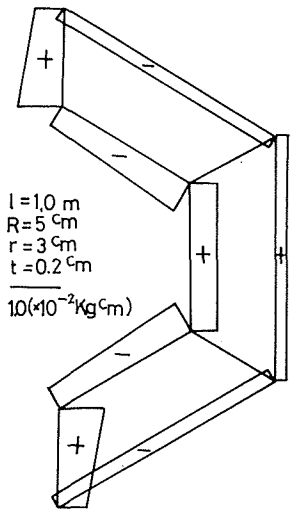

図 9

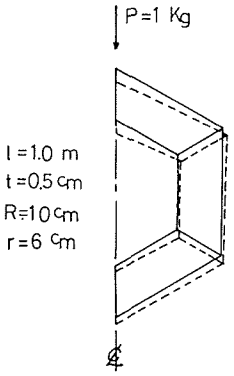

図 10

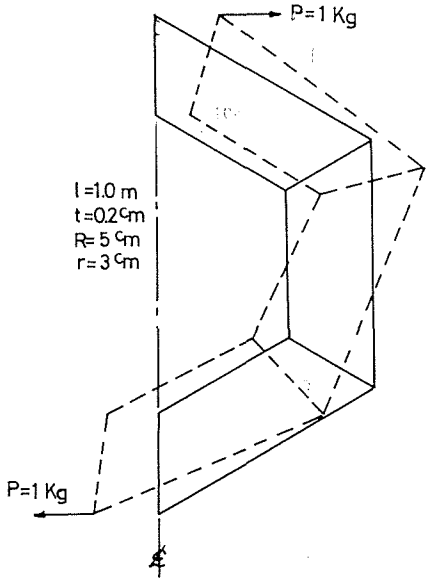

図 11

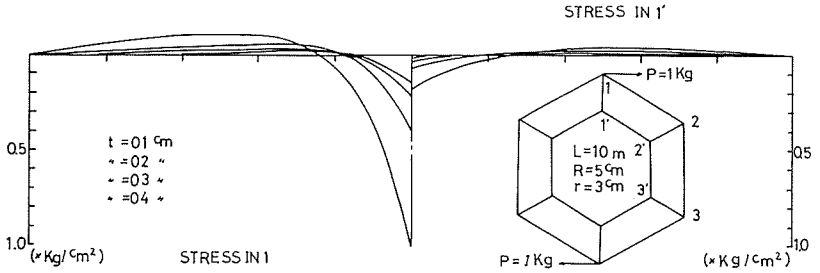

図 12

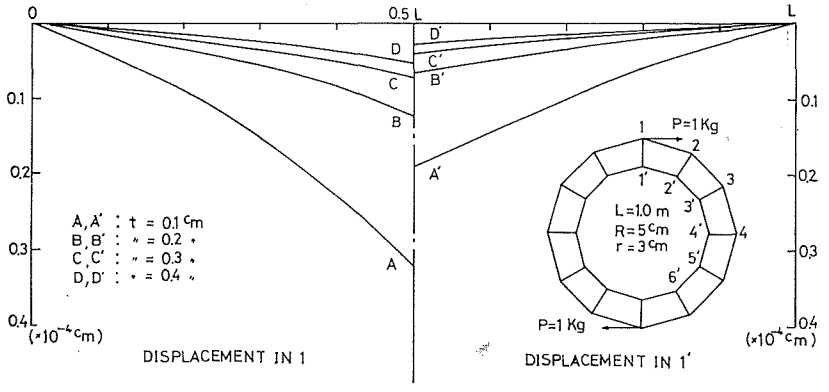

図 13

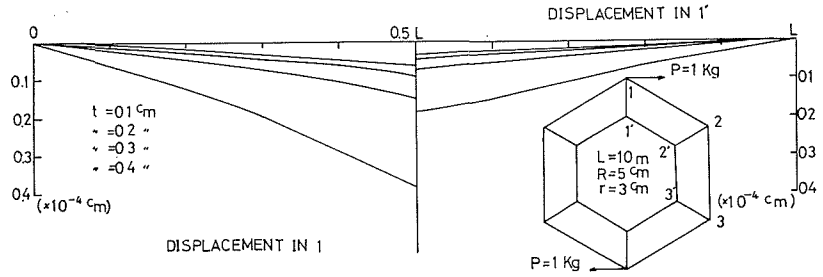

図 14

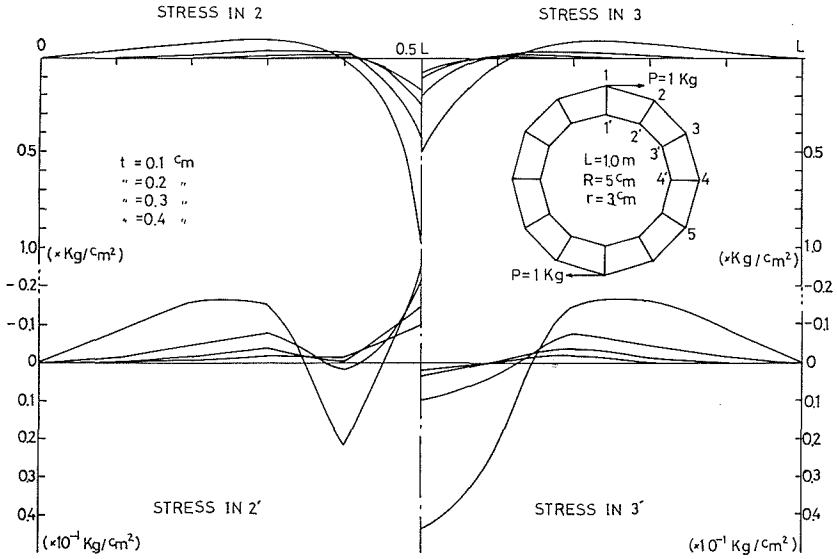

図 15

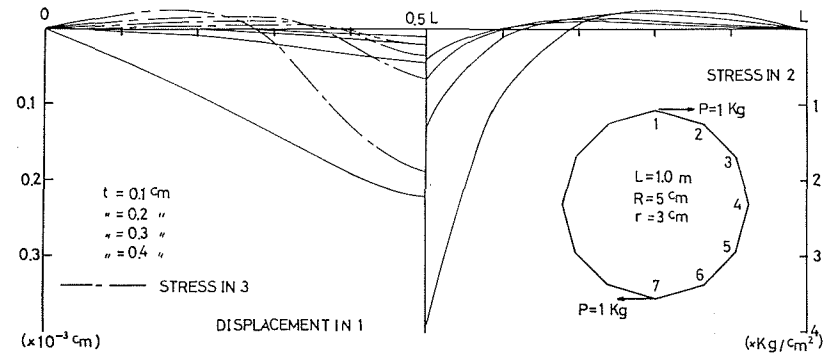

図 16

7. 考　　察

マルチセル円筒殻を long strip に対する変位せん断方程式と修正たわみ角公式によって解析したが，その応力分布は中央の頂点に集中荷重をうける両端単純支持の場合，軸応力は断面変形の影響をうけ，桁の曲げ理論に現われるような中立軸は存在しない（図6参照)。また，断面内の

ラーメン作用による節点モーメントは載荷 ridge を離れると小さくなることが明らかとなった。

次に，中央における上下頂点に偶力が作用する場合，この種の断面に対して曲げ捩り理論は反り応力を生じないことになっているが本理論により断面変形に起因する反り応力の分布状態を明らかにでき（図 7, 図 12, 図 15 参照），また，断面内のラーメン作用の節点曲げモーメントの分布も明らかにすることができた。

参 考 文 献

1) 能町純雄，堺　孝司；土木学会第 28 回年次学術講演会講演集，第 1 部，1973, 10, p. 362:
2) Sumio. G. Nomachi: Proceedings of the Sixteenth Japan National Congress for Applied Mechanics, "On a Stress Analysis of Grid Plate by Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration", 1966.
3) Sumio. G. Nomachi: Memoirs of Muroran Inst, "A Note on Finite Fourier Transforms Concerning Finite Integration", Tech. 5, No. 2 (1966).
4) S. Timoshenko and S. Woinowsky-Krieger: Theory of Plates and Shells, 2nd Ed. McGRAW-Hill, New York, 1959.