HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	計算機ホログラムとその応用
Author(s)	鈴木, 洋一; 青木, 由直
Citation	北海道大學工學部研究報告, 73, 95-104
Issue Date	1974-12-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41243
Type	departmental bulletin paper
File Information	73_95-104.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第73号 (昭和49年)

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 73 (1974)

計算機ホログラムとその応用

鈴木洋一* 青木由直*

(昭和49年6月29日受理)

Computer-Generated Holograms and their Some Applications

Youichi SUZUKI Yoshinao AOKI

(Received June, 29, 1974)

Abstract

There has been considerable interest recently in the field of digital holography[1], i.e. computer generation and reconstruction of holograms. We discussed the computer reconstruction of acoustical and microwave holograms previously[2),3)]. In this paper we discuss computer-generated holograms of the Lohmann-type and some applications. The basic principle in generating a Lohmann-type hologram displayed by a plotter was described first, then this ingenious method was applied to the technique that generates holograms by a line printer. In this technique the phase information of a calculated hologram controls the position of the output symbols of the line printer, while a multiple printing technique is adopted to display the amplitude of the hologram. Examples of a three-dimensional sectioned hologram displayed by a plotter and by a line printer are also discussed. A hologram conversion technique by computer-generated holograms was proposed and an experiment for converting Fresnel-transform holograms into Fourier-transform holograms was conducted.

1. 緒　　言

Gabor により提案され Leith, Upatnicks により飛躍的に発展してきたホログラフィにおいて，ホログラムは物体波と参照波との干渉場を記録したものである。したがって，実際の波動を用いずにも計算機で波動の干渉場を計算することによりホログラムを作成できる。このような数値計算によるホログラムはホログラフィ勃興当時，Rogers[4] の実験にその先端を見い出すことができる。しかしその後の計算機の発達，および Cooley と Tukey による FFT[5] (高速フーリェ変換) の出現と相まってあらわれた Lohmann 等の方法[6] は従来の干渉縞記録型計算機ホログラムとその本質を異にすることもあり，その応用性は高く評価されている。本論文では Lohmann 型計算機ホログラフィの若干の説明と，その方法をプリンタによるホログラムの表示に適用した例，および計算機ホログラムを用いた三次元断層ホログラムとその再生像を示す。さらに音波により作成したフレネル・ホログラムからフーリェ・ホログラムへの変換を計算機により用ない，フ

* 電子工学科
Department of Electronic Engineering

ーリェ・ホログラムを計算機ホログラムで表示し再生するといった一方法についても論じる。

2. 計算機ホログラム概説

計算機ホログラム作成の手順をブロック図に示すと図1のようになる。

まず第1段階として表示したい物体のデータを計算機へ入力する。ここで物体は一般には二次元の平面物体，時には三次元物体が使用される。データは各座標軸方向にサンプルされそのサンプル値（普通は物体の透過度に対応する）からなる配列が入力データとなる。

次に第2段階ではこの物体によってできる回折場を計算する。この回折場は一般にはフラウンフォーファ領域が選ばれるため，フーリェ変換が必要とされる。この変換に用いられる算法としては1965年 Cooly と Tukey により発表された FFT のアルゴリズム[5]が用いられている。この FFT による変換は，フーリェ変換を直接計算する方法に比べて計算時間が大幅に短縮されるという利点がある。なお本論文で使用している FFT は従来のものに対してサンプル数の選び方にかなりの自由度がある改良されたものである[7]。また回折場としてフレネル領域を考えた場合には場の計算には5，6節に示すように，やはり FFT を含む方法を用いる。

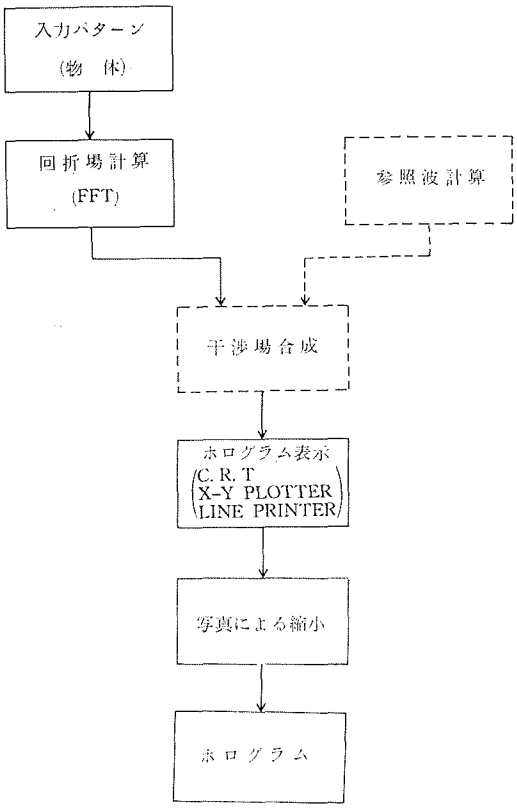


図1 計算機ホログラム作成のためのブロック図

次の第3段階では一般のホログラフィにおける物体波と参照波との干渉場に相当するものを求める。ここで次のことに注意する。すなわちホログラフィとは実際の波動を用いて物体の回折場を記録する際に，強度分布は得られるが位相情報が失われてしまうため別の波動（参照波）を用いて両者を干渉させることにより位相情報を強度分布中へ組込む（変調する）というものであった。しかしこのように計算機を使用して物体の回折場を計算した場合には，振幅と位相とを持つ複素場としての波動場が得られることとなり位相情報はそこなわれない。したがってここで述べる計算機ホログラフィでは一般のホログラフィにおける参照波なるものは特に加える必要はない。すなわち回折場の実部，あるいは虚部の片方をとり計算機ホログラムを作成するという従来の方法は，波動を用いるホログラム作成において式 (2·1) のごとく参照波として平面波（複素定数）の存在を仮定しているということと等価である。

$$h = |b|^2+|O|^2+b^*O+bO^* = |b|^2+|O|^2+2(\mathrm{Reb})(\mathrm{ReO})+2(\mathrm{Imb})(\mathrm{ImO}) \qquad (2\cdot1)$$

しかし，一般のホログラムに最も近い関係にある上に述べてきた干渉縞記録型計算機ホログラムに対して，1966年 Lohmann 等[6]は複素回折場そのものをホログラムに表現する方法を提案した。この複素ホログラムでは後述する Detour phase effect を用いて等価的な複素量を表わしている。

かくして得られたホログラム情報を第4段階では計算機の出力装置上に表示する。出力装置

としてはX-Yプロッタ，CRT，ラインプリンタ等が使用されている。一方このようにして得られたホログラムは光学的に再生するには大きすぎるため写真技術によって適当な大きさに縮小して使用する。

さて以上のようにして作成された計算機ホログラムは一般の波動を用いて作成したホログラムに対して次のような特長をもっている。第一にホログラム作成のための入力データとして物体のサンプル値を使用するため物体として理想的なもの，さらに実空間では物理的に存在し得ないものをも考えられ，したがって任意の波面が合成できるということがある。

第二点としては何らかの波動を用いてホログラムを作成する際には各種の非線形特性（レンズの収差，フイルムのE-D特性等）及び雑音（レンズ上のごみ，傷等）が必ず存在するが，計算機ホログラムではこのような系の不完全性は伴わず，逆に任意の非線形効果を加えることすら可能である。

しかしまた一方ではサンプリングを行なうため物体に，要求される解像度に見合ったサンプリングを行なわなければならず，物体の複雑さが増加（フーリェ高周波成分の増加）するに伴いサンプル数も増加させなければならない。これはとりもなおさずフーリェ変換に要する計算時間の増加につながり，ことに三次元物体のホログラム作成において計算時間は爆発的に増加する。さらにフーリェ変換の高速化のために導入されたFFTのアルゴリズムではサンプリングを適正に行なわなければAliasing効果が生じるという問題点もある。

次の章では今日の計算機ホログラフィ誕生の発端でもあり最も広く用いられているLohmann型について述る。

3. Lohmann type 計算機ホログラム

Lohmann等は従来の干渉縞記録型計算機ホログラムに対してセル内の窓（光の透過する所）の大きさと窓の位置ずれによってホログラムを表示するという新しい方法を提案した。このホログラムは0か1かの値をもつバイナリであり表示にきわめて便利であるばかりでなく，参照波も特に必要としないというすぐれた特長をもっている。このためこれ以後発表された他の計算機ホログラムの多くもこの型の原理を基本にしているといっても過言ではないほどであり，現在のところ最も重要な型かと思われる。以下ではこの型の基本原理にふれてみる。

3.1 Detour phase effect

Lohmann型および他の計算機（複素）ホログラムの特徴の一つは複素場の位相部の表示法であろう。この表示法にはDetour phase effectが用いられているが，これはGhost現象と同類のものであり，図2にこの概念図を示す[8),9)]。

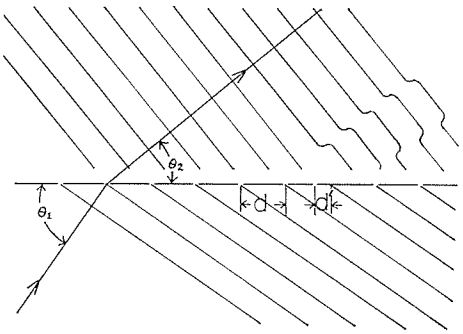


図 2 Detour phase effect

まず図2左側に示すようなスリット間隔がd（一定）をもつスリット列による光線の回折を考える。スリット面とθ_1の角度をもつ波長λの平面波が入射したとき光線がスリットによってθ_2方向に回折される場合M次回折波は隣接しておかれているスリットを通る光線間の光路差が$L=M\lambda$であることより次式を得る。

$$L = M\lambda = d(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \qquad (3\cdot1)$$

一方図2の右側に示すように$d'(|d'|\leqq d/2)$だけ定位置からずれているスリットによる上記の回

折場への光路差 L' は次式となる。

$$L' = (d-d')(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \tag{3·2}$$

式 (3·1), (3·2) よりこのずれたスリットによる M 次回折波の位相変化 φ は

$$\varphi = 2\pi/\lambda\ (L-L') = 2\pi Md'/d \tag{3·3}$$

となる。$|d'| \leqq d/2$ であるから $|\varphi| \leqq |\pi M|$ となり一次回折波を考えるとこれはスリットを定位置から移動することにより，回折された平面波の位相 φ を定位置におかれたスリットからの回折波に対して $-\pi/2$ から $\pi/2$ まで変化させることができることを示している。これが計算機ホログラムの位相部分の表現の基本となっている。

3.2 基本原理

図3のような光学系を考える。波源面 $x-y$ 平面上 $x=x_0$ にある点波源はホログラム面直前では傾きをもつ平面波 $\exp(2\pi i x_0\nu_x)$ となるが，この形を縮約してこの節では以下 $E(x_0\nu_y)$ と表わす。又 ν_x, ν_y と光学的フーリエ変換面上の座標 x_H, y_H とは $x_H=\lambda f\nu_x$, $y_H=\lambda f\nu_y$ の関係があり，一方物体を $u(x, y)$ そのフーリエ・スペクトルを $U(\nu_x, \nu_y)$ とすると $u(x, y)$ と $U(\nu_x, \nu_y)$ には以下のフーリエ変換の関係がある。

$$U(\nu_x, \nu_y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} u(x, y)\, E(-x\nu_x - y\nu_y)\, dxdy \tag{3·4}$$

ここで Lohmann 等はホログラム $H(\nu_x, \nu_y)$ のフーリエ変換 ($x_0=0$ に波源をおく光学的フーリエ変換に相当) が物体 $u(x, y)$ に比例するのではなく，Detour phase effect を考慮して傾いた平面波によるホログラムのフーリエ変換が次式のように物体 $u(x, y)$ に比例すると考えた。

$$\text{const. } U(\nu_x, \nu_y) = H(\nu_x, \nu_y)\, E(x_0\nu_x) \tag{3·5}$$

ここでホログラム $H(\nu_x, \nu_y)$ はバイナリなものを考えているので実数値をとり，しかもホログラム開口は有限であるから，一般には式 (3·5) を成立させるためにはいくつかの仮定が必要である。

まず物体の大きさは有限 (Δx, Δx) であると考えられ (式 (3·6))，逆にこのような物体のフーリエ・スペクトルはサンプリング定理によりスペクトル面上での有限間隔 $\delta\nu=1/\Delta x$ のサンプル値によって完全に記述できる。次に有限の解像度で物体を再生しようとすれば有限幅のスペクトル ($\Delta\nu$, $\Delta\nu$) でほぼ十分である (式 (3·7))。

$$u(x, y) = 0 \quad \text{outside of } |x| \leqq \Delta x/2\,;\ |y| \leqq \Delta x/2 \tag{3·6}$$

$$U(\nu_x, \nu_y) \approx 0 \quad \text{outside of } |\nu_x| \leqq \Delta\nu/2\,;\ |\nu_y| \leqq \Delta\nu/2 \tag{3·7}$$

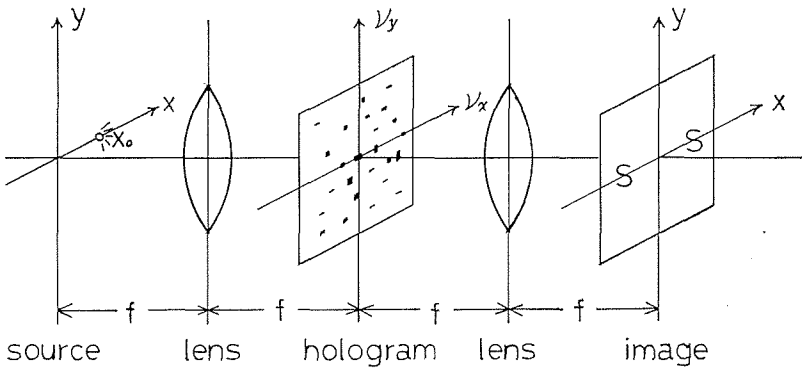


図 3　計算機ホログラムからの像再生のための光学系

式 (3·6), (3·7) から求めようとする物体のスペクトル (ホログラム) はスペクトル面上で有限領域内 ($\Delta\nu$, $\Delta\nu$) の有限間隔 ($\delta\nu$, $\delta\nu$) の標本点での値でほぼ記述されることになる。

以上のことに留意してホログラムとして図4のものを考える。図4はホログラムの n, m 番目のサンプル点のセルの構成を示したものであり，透明な部分 (大きさ $W_{nm}\delta\nu \times c\delta\nu$, セルの中央からのずれ $P_{nm}\delta\nu$ の窓) と不透明な部分とをもつバイナリ・ホログラムである。このホログラム $H(\nu_x, \nu_y)$ と物体 $u(x, y)$ の関係は式 (3·5) の両辺をフーリェ変換することにより求まり次式のようになる。

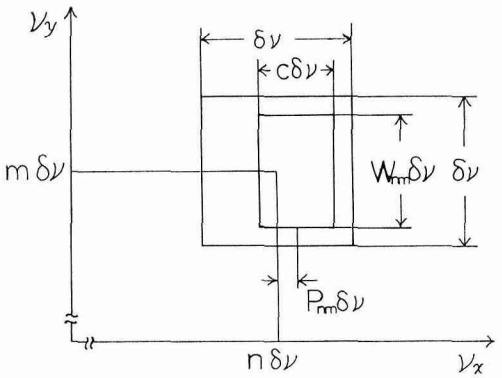


図 4 X-Y プロッタ表示による計算機ホログラムのセル (n, m) の構成図

$$\text{const. } U(n\delta\nu, m\delta\nu) = c(\delta\nu)^2 A_{nm} E(\varphi_{nm}/2\pi) \tag{3·8a}$$

$$W_{nm} \approx A_{nm} \tag{3·8b}$$

$$(P_{nm}+n)\,\delta\nu x_0 \approx \varphi_{nm}/2\pi \tag{3·8c}$$

つまり窓の高さ W_{nm}, セルの中心からの窓のずれ P_{nm} が直接，物体スペクトル U の n, m サンプル点での絶対値 A_{nm} と位相 φ_{nm} にそれぞれ対応している。さらに $\delta\nu x_0$ が整数値 M をとるとすると式 (3·8c) はより簡単に次式となる。

$$MP_{nm} \approx \varphi_{nm}/2\pi \tag{3·9}$$

式 (3·9) でたとえば $M=1$ とすれば φ の $-\pi$ から π までの変化は P の $-/2$ から $1/2$ までの変化と対応し，これはまた，式 (3·3) における d'/d が P に相当していることを再び示したにすぎない。

このように各サンプル点で式 (3·8b), (3·9) より2個の実係数 A_{nm}, P_{nm} を決定しこれによりバイナリ・ホログラムが作成できるが，ただしこのホログラムは式 (3·8) の導出にあたって次式に示す仮定を伴なっていることに注意しなければならない。

$$\text{sinc}\,[c\delta\nu(x+x_0)] \approx \text{const.} \quad \text{in} |x| \leqq \Delta x/2 \tag{3·10a}$$

$$\text{sinc}\,(yW_{nm}\delta\nu) \approx 1 \quad \text{in} |y| \leqq \Delta x/2 \tag{3·10b}$$

$$E(xP_{nm}\delta\nu) \approx 1 \quad \text{in} |x| \leqq \Delta x/2 \tag{3·10c}$$

ここで式 (3·10c) は再生像の複素振幅の位相誤差を表わす項であり，位相部を表現するため窓を

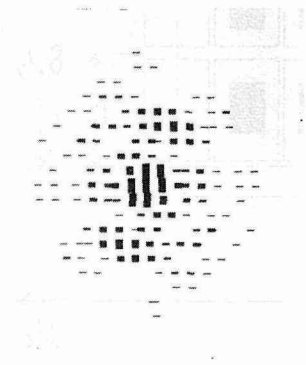


図 5 計算機ホログラム

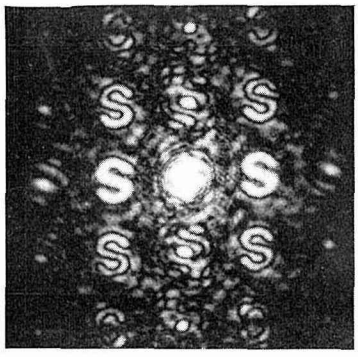


図 6 図5のホログラムからの再生像

移動したために本来のサンプル点の値が，移動した場所における値と異なってしまうためと思われる[10]。また，式 (3·10a), (3·10b) はいずれもホログラムが矩形状の窓によって構成されているための誤差であり，計算時に補償可能なものである[6]。

最後に例としてこのようにして作成された計算機ホログラムとその再生像をそれぞれ図5, 6に示す。物体には文字Sを選び，サンプル数は32×32，窓幅 $c=1/2$, $M=1$，位相量子化数，振幅量子化数はそれぞれ10, 11である。またこの例においては式 (3·10) に関する補償は一切していない。

4. ラインプリンタによるホログラム表示

いままで述べてきた計算機（複素）ホログラムに対して，波動を用いたホログラム作成を計算機でシミュレートしその干渉縞を計算機の出力装置であるラインプリンタで表示するといった方法，いわばラインプリンタ表示干渉縞記録型計算機ホログラムはすでに報告されている[11]。これに対しここでは3節で示したLohmann型計算機ホログラムをラインプリンタで表示する方法を考え実験結果を示す。

図4のX-Yプロッタを用いて表示する従来のセル構造に対し，プリンタ表示のセル構造として図7を考える。図7に示すように1個のセルは破線内（セルの大きさ $\delta\nu_x\times\delta\nu_y$）に $k\times l$ 個の矩形で示すプリンタの印字場所からなり実際にはこのうちのいくつかの矩形の一部が窓（図7中に黒く示した部分）となる。このセル内での振幅，位相の表示法は以下のようにする。

まず位相量の表示のために ν_x 方向の l 個の矩形のうちで位相に応じた印字場所を決定する。たとえば3節での M を1とすれば位相が $-\pi$ であれば左端，0であれば中央の矩形というように決定する。次に振幅の表示は位相量で決定された印字場所にラインプリンタを重複して打たすことにより振幅に応じた黒部を作ることより成される。重ね打ちの方法を例を上げて示せば次のようになる。9個の文字，空白，·，－，|，*，X, O, H, Wに対してたとえばサンプル値 A_{nm} が5であれば，前記の9文字の先頭から5文字，すなわち，空白，·，－，|，* を重ねて打たせる。この9文字は前記の順に字面の中央から周辺へと印字が行なわれるように選んでいる。このため順に文字を重ねることにより黒部は字面の中央から周辺へと広がってゆくことになる。

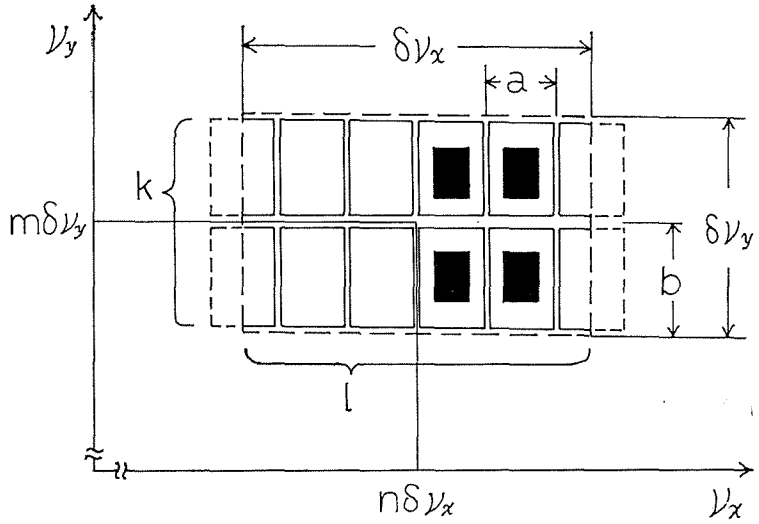


図7　ラインプリンタ表示による計算機ホログラムのセル (n, m) の構成図

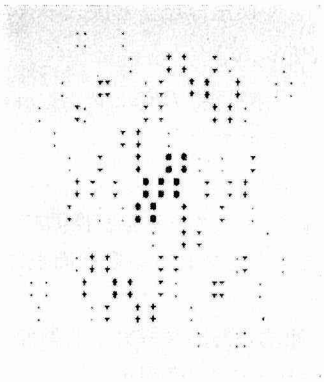


図 8 ラインプリンタによって表示した計算機ホログラム

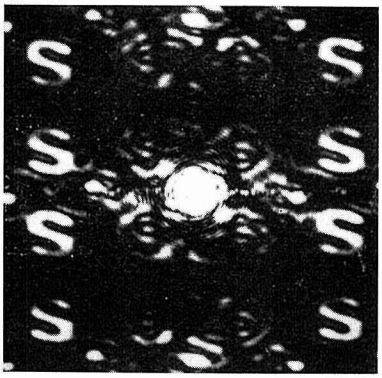


図 9 図8のホログラムからの再生像

ここでスペクトルの ν_x, ν_y 両座標方向の伸び縮みを補正するため，ν_x, ν_y 方向の印字幅をそれぞれ a, b としたとき $al=bk$ となるように ν_y 方向に k 行の印字場所を設け，ここに同様のものを印字するか，あるいは空白をとるなどして補正する。さらに像の明るさ，および隣接するセルの窓とのかさなりぐあいを考慮して ν_x 方向にいくつかの印字場所を先に位相量で決定した印字場所の左右 ($\pm\nu_x$ 方向) に考える。このような補正を加えたものを図7に示している。とくに図7では位相量子化数 l を5にとり，ν_y 方向には $k=2$ として同様のものを印字し，ν_x 方向の窓幅は最大で $c=2/5$ とした例を示している。図8, 9にこのようにしてラインプリンタにより表示したホログラム，およびその再生像をそれぞれ示す。物体，サンプル数とも3節の例と同一であるが，この例では2節の図1の第3段階で傾いた平面波の参照波に相当するものを加えたホログラムを作成し再生像の位置を移動させている。なおこの例で使用したホログラムのパラメータは $M=1$, $l=4$, $k=2$, $c=1/4$ である。

図6と図9の再生像はいずれも同一物体文字Sのホログラムからの再生像であるが，図6(すなわちX-Yプロッタ表示によるホログラム図5からの再生像) の再生像の方が明らかに良好である。これはこの節で考えたラインプリンタによるホログラム表示は前節と同様に，式 (3·10) が満足されることを仮定しているのみならず，さらにプリンタを重ねて打つ回数に比例して黒部が線形に増加することを仮定し，しかも正確に定められた場所に印字されることも仮定しているからである。しかし一般にはこれらの仮定は十分に満足されているとはいい難く，再生像が劣化するのはやむを得ないことである。しかしまた，図9にみるようにある程度の再生像が期待できることは，ラインプリンタがX-Yプロッタに比べて使用上はるかに手軽で，しかもきわめて高速であることを考え合わせるならばそれなりの応用があるものと考えられる。

5. 計算機三次元断層ホログラム

いままでは物体として二次元のものを考えてきたが，ここでは簡単な三次元の仮想的な物体，およびそのホログラムを考えることにする。

物体 $u(x, y)$ がある，物体平面から距離 z 隔てたフレネル回折場 $\bar{u}(\xi, \eta)$ は近軸光近似を仮定すると次式のフレネル・キルヒホッフ積分で与えられる。

$$\bar{u}(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{\infty} u(x, y) \exp\left[-i\frac{\pi}{\lambda z}\left\{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2\right\}\right] dxdy \qquad (5\cdot1)$$

式 (5·1) をコンヴォリューション積分に注目してフーリエ変換を行なうと次式のようになる。

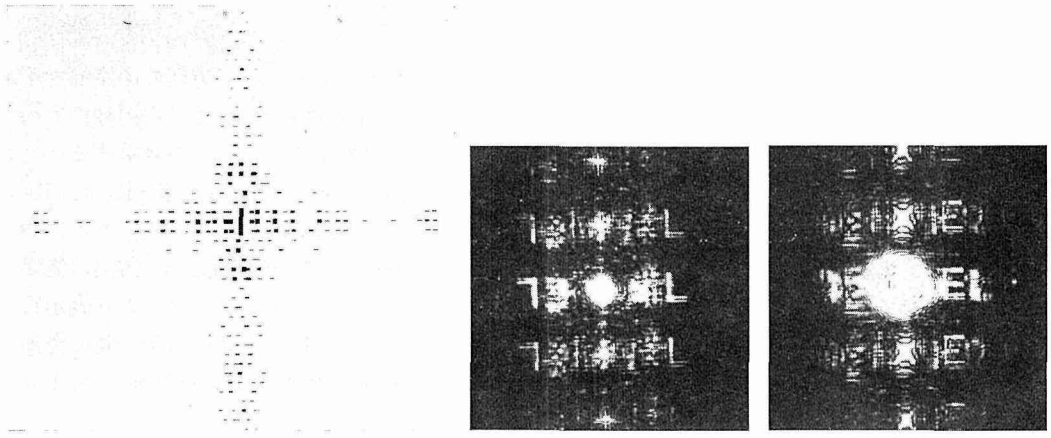
$$\mathcal{F}[\bar{u}(\xi, \eta)] = U(\nu_x, \nu_y)\, PF(\nu_x, \nu_y) \tag{5·2}$$

ただし，ここで記号 $\mathcal{F}$ はフーリエ変換の演算を表わし，伝搬関数 $PF(\nu_x, \nu_y)$ は $\exp[-i\pi/\lambda z\{(\xi-x)^2+(\eta-y)^2\}]$ をフーリエ変換したものであり，式 (5·3) に示す。

$$PF(\nu_x, \nu_y) = \exp[i\pi\lambda z(\nu_x^2+\nu_y^2)] \tag{5·3}$$

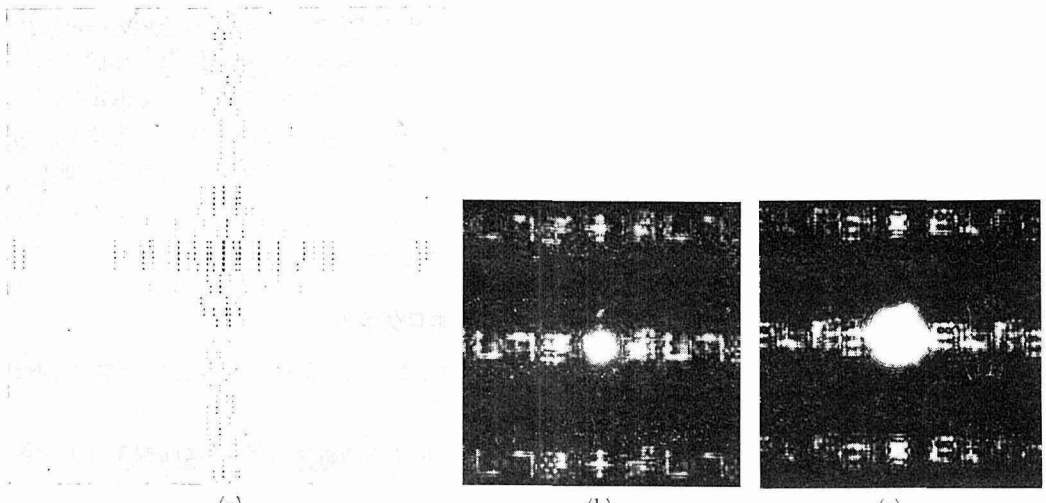
3節で述べたとうり $U(\nu_x, \nu_y)$ をホログラムとすれば物体 u はフーリエ変換面に再生されるが，ここで U のかわりに $U(\nu_x, \nu_y)\, PF(\nu_x, \nu_y)$ をホログラムとするとフレネル変換面上に物体 $u(x, y)$ は再生されることになる。

例として構成を簡単にするため，および計算時間の節約のためフーリエ変換面，およびフレネル変換面上にそれぞれ異なる物体 (文字) を再生するホログラム (段層ホログラム) を作成した。



(a) (b) (c)

図 10 X–Y プロッタで表示した三次元断層ホログラム (a) とそれからの再生像，フーリエ変換面上 (b)，フレネル変換面上 (c)



(a) (b) (c)

図 11 ラインプリンタで表示した三次元断層ホログラム (a) とそれからの再生像，フーリエ変換面上 (b)，フレネル変換面上 (c)

図 10–a は X–Y プロッタによるホログラムを示したものであり b, c はそれぞれフーリェ変換面フレネル変換面上でのホログラムからの再生像を示している。図 10–b には文字 L が再生され，この面では図 10–c で示すフレネル変換面上で結像する文字 E が deforcus となって再生されていない。なおこの物体のサンプル数は 45×45 でありその他のパラメータは 3 節の例と同じである。4 節で考えたラインプリンタ表示によるホログラムも作成し，図 10–a, b, c とそれぞれ対応させて図 11–a, b, c に示す。物体のデータは図 10 のものと同じものを用いている。

6. ホログラム変換

この節では計算機ホログラムを用いたフレネル・ホログラムのフーリェ・ホログラムへの変換を検討する。

一般に光以外の波動，特にマイクロ波帯の電磁波，音波，超音波などの弾性波のような長波長の波動を用いたホログラフィにおいては普通フレネル領域のホログラム，すなわちフレネル・ホログラムが記録される。このフレネル・ホログラムからはフレネル変換を行なうことにより物体が再生されるが，フレネル変換はフーリェ変換とは異なり，変換面が無数にあることより，結像面（再生面）は前もってホログラム作成条件を知らない時は，結像系（再生系）を移動することにより決定しなければならない。また，再生像に周波数領域での操作を加えるにしてもフーリェ・ホログラムの方が都合がよく，特に大量のフレネル・ホログラムを機械的に処理する時などはフーリェ・ホログラムの形での処理が望まれる場合もある。

たとえばフレネル・ホログラムの一成分として式 (5·1) の形を考えたとき次式に示されるような関数 $PF^{-1}(\nu_x, \nu_y)$ を考えてみる。

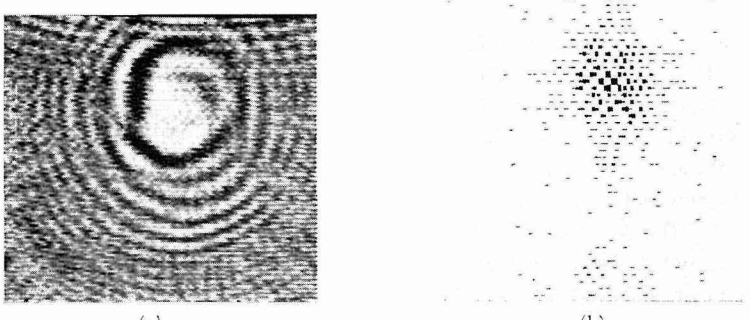
$$PF^{-1}(\nu_x, \nu_y) = \exp\left[-i\pi\lambda z(\nu_x^2+\nu_y^2)\right] \tag{6·1}$$

式 (6·1) を式 (5·2) の両辺に乗じると

$$\mathcal{F}\left[\bar{u}(\xi, \eta)\right] PF^{-1}(\nu_x, \nu_y) = U(\nu_x, \nu_y)\, PF(\nu_x, \nu_y)\, PF^{-1}(\nu_x, \nu_y) = U(\nu_x, \nu_y) \tag{6·2}$$

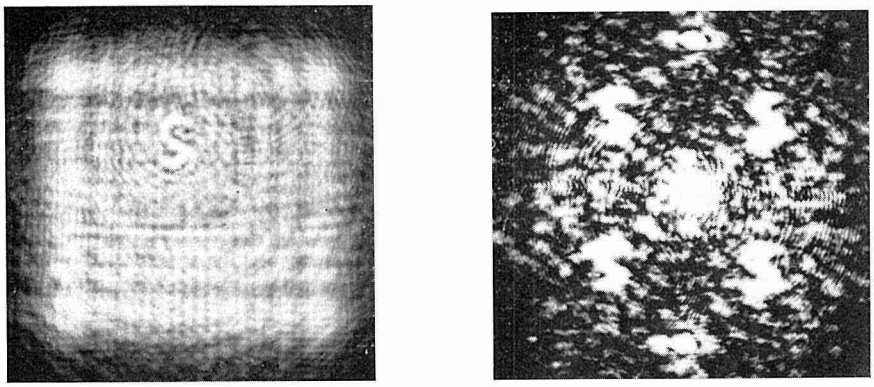
となりフレネル・ホログラム $\bar{u}(\xi, \eta)$ はフーリェ・ホログラム $U(\nu_x, \nu_y)$ へ変換される。

例として 15 kHz の音波を用いて作成されたフレネル・ホログラム[2),12)] 図 12–a を式 (6·2) に



(a) (b)

図 12 音波により作製されたフレネル・ホログラム (a) と (a) よりホログラム変換されたフーリェ・ホログラム (b)



(a) (b)

図 13 図 12 の (a), (b) からそれぞれ光学的に再生された像 (a), (b)

したがってフーリェ・ホログラムに変換したものを図 12-b に示す。また図 12-a, b からの再生像文字 S をそれぞれ図 13-a, b に示す。ただしこのようにして変換されたフーリェ・ホログラムにはフレネル・ホログラムでの twin image の片方の成分は変換されずに残り，雑音となって再生像を劣化させることに注意しなければならない。また，この例ではフーリェ・ホログラムへの変換時に，中央の明るい輝点（直流成分の再生像）から再生像を離し像を見やすくしている。

7. 結　　言

すでに 2 節で述べたように計算機ホログラフィはいくつかのきわめてすぐれた特長をもっているために各方面への応用が期待され，すでにそのいくつかはすばらしい成果を上げつつある。その内で空間周波数フィルタへの応用はここでは全くふれなかったが多くの例が報告され着実に発展しつつある。

一方，原器ホログラムとしての応用も実験され，6 節で示したようなホログラム変換におけるディジタル・ホログラムの役割が光学系と計算機システムとを結びつける接点として考えられることは，光学系における高速並列二次元アナログ演算と計算機のもつ理想的（雑音等がない）かつ複雑なディジタル演算の可能性とをお互その特長を生かしつつ，両者を相補的に結合するという点で，かなりの意義があるのではないかと思われ，この方面の発展が期待される。

文　　献

1) T. S. Huang: Proc. IEEE, 59 (1971), p. 1335.
2) 青木由直，鈴木洋一：工学部研究報告，65 (昭 48), p. 117.
3) 青木由直：工学部研究報告，64 (昭 47), p. 37.
4) G. L. Rogers: Proc. Roy. Soc. Endinburgh, 63 A, (1949-52), p. 313.
5) Cooley, J. W. and J. W. Tukey: Math. Comput., 19 (1965), p. 297.
6) A. W. Lohmann and D. P. Paris: Appl. Opt., 6 (1967), p. 1939.
7) 青木由直：電子通信学会論文誌 (B), 56-B (昭 48), p. 431.
8) B. R. Brown and A. W. Lohmann: Appl. Opt., 5 (1966), p. 967.
9) A. W. Lohmann and D. P. Paris: Appl. Opt., 7 (1968), p. 615.
10) B. R. Brown and A. W. Lohmann: IBM J. res and develop., 13 (1969), p. 160.
11) 青木由直，吉田　茂：電子通信学会論文誌 (C), 57-C (昭 49), p. 209.
12) 青木由直：工学部研究報告，65 (昭 47), p. 69.