



# HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	電力系統静的状態推定 : "2ノード系状態推定"の試み
Author(s)	小松, 恭介; Komatsu, Kyosuke; 西谷, 健一 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 73, 47-58
Issue Date	1974-12-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41252">https://hdl.handle.net/2115/41252</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	73_47-58.pdf



## 電力系統静的状態推定

——“2ノード系状態推定”の試み——

小松恭介\* 西谷健一\*\*  
長谷川 淳\*\* 小池東一郎\*\*

(昭和49年6月29日受理)

### Electric Power System Static State Estimation

— An Attempt of “Two-Node State Estimation” —

Kyosuke KOMATSU Ken-ichi NISHIYA  
Jun HASEGAWA Toichiro KOIKE

(Received June 29, 1974)

#### Abstract

Recently many studies have been carried out regarding the state estimation problem in an electrical power system. As a result, it has been pointed out that a hierarchical structure is necessary for a large scale system.

In this paper, from this point of view, an idea tentatively called “two-node state estimation” was introduced and cooperation between local estimators and a central estimator was considered. Measurement variables are divided into the those concerned with nodes and the others with lines. The former is processed by local estimators, the latter by a central estimator. The system is assumed to be a steady state and static state estimation technique was used.

#### 1. 緒 言

電子計算機による系統運用の自動化に伴ない、オンライン系統制御のための論理の開発が急がれているが、これらの計算論理を実運用に適用するに際しては、入力データ（母線の電圧・送電線の潮流・発電機出力・遮断器の開閉状況等）が正しく実系統の状態を表わしていなければならない。すなわち入力データの精度・信頼性が高いばかりでなく、制御上必要な情報は常時得られることが要求され、そのために電力系統の状態推定手法に関して多くの研究が発表されている<sup>1)~13)</sup>。

その結果、観測機器や伝送系を通しての観測雑音による誤差を減少させ、更にバッドデータが含まれる場合やデータ欠損のある場合にも系統状態を正しく把握することが可能になったと思われる。しかしながら、電力系統の状態推定を遂行する際のあらゆる問題が解決されたわけではなく、特に大規模系統の場合には、必要記憶量・計算速度及び推定精度の観点から、電力系統制御問題の場合と同様階層的構造 (Hierarchical Structure) が必須となる。この問題に関してはす

\* 北海道電力株式会社

\*\* 電気工学科 電力工学講座

で、ブランチごとに推定を行なう手法<sup>14)</sup>や幾つかの部分系統に分解して協調を計る手法<sup>15)~18)</sup>が提案されているが、ここで述べる手法も又階層的構造を持つものである。

一般に階層的構造に伴う情報系設計の問題は複雑であるが、状態推定に対しても、中央 (Central) 推定器と地方 (Local) 推定器の間の情報交換の有機的な構成を決定し、検討を加えることは重要な課題である。本論文では“2ノード系状態推定”なる考えに基づくローカル推定器を設置し、セントラル推定器の負担を軽減している。“2ノード系状態推定”とは、着目したノード以外の系を“電力潮流が等しい”という等価性のもとでひとつのノードに集約し、ノードごとに推定を実行しようとするものであり、従っていわゆる“部分系統”とは性質を異にしている。尚系統状態は定常状態とし、静的状態推定手法 (Static State Estimation Technique) を採用している。

## 2. 電力系統静的状態推定

電力系統においては、状態変数は通常すべてのノードにおける電圧の大きさと位相角であり、 $N$  母線系統に対して

$$\mathbf{x} = [V_1, V_2, \dots, V_N, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_N]^t \quad (1)$$

なる  $n=(2N-1)$  次元ベクトルとなる。尚ノード 1 は基準母線でありその位相角は零である。又観測変数は、各送電線両端での有効無効電力潮流・各ノードにおける有効無効注入電力及び各ノードにおける電圧の大きさ等であり、例えば電力潮流・注入電力は状態変数を用いて次式によって表わされる。

$$T_{ij} = V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) - V_i^2 Y_{ij} \cos \phi_{ij} \quad (2)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$$

$$U_{ij} = V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) + V_i^2 Y_{ij} \sin \phi_{ij} \quad (3)$$

$$i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j$$

$$I_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N T_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

$$K_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^N U_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

ここで  $T_{ij}$ ,  $U_{ij}$  はノード  $i$  からノード  $j$  への有効無効電力潮流であり、 $I_i$ ,  $K_i$  はノード  $i$  における有効無効注入電力である。又  $Y_{ij}$ ,  $\phi_{ij}$  はノード  $i$  からノード  $j$  への伝達アドミッタンスの大きさと位相角で、実際のアドミッタンスを  $\hat{y}_{ij}$  とすると

$$\hat{Y}_{ij} = Y_{ij} e^{j\phi_{ij}} = \hat{Y}_{ji} = -\hat{y}_{ij} \quad i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j \quad (6)$$

となっている。更に観測変数は次のように  $m$  次元ベクトルで表わす。 $(m > n)$

$$\mathbf{z} = [T_{ij}, U_{ij}, I_i, K_i, V_i \text{ etc.}]^t \quad i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j \quad (7)$$

ここで  $I_i$ ,  $K_i$ ,  $V_i$  の個数は最大  $N$  であり、又送電線の数を  $M$  とすると  $T_{ij}$ ,  $U_{ij}$  の個数は最大  $2M$  である。状態変数  $\mathbf{x}$  と観測変数  $\mathbf{z}$  の関係は、観測に伴う雑音を  $m$  次元ベクトル  $\mathbf{v}$  で表わすと (2)~(5) 式等を用いて次式のように書くことができる。

$$\mathbf{z} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{v} \quad (8)$$

(8) 式は観測方程式と呼ばれ  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  は  $m$  次元非線形関数ベクトルである。又雑音  $\mathbf{v}$  は次式のような統計的性質を持つ白色雑音のベクトルと仮定する。

$$E\{v\} = 0 \quad (9)$$

$$\text{cov}\{v\} = E\{vv^t\} = R \quad (10)$$

$$R = \text{diag}\{\sigma_\alpha^2\} \quad \alpha = 1, 2, \dots, m \quad (11)$$

ここで  $\sigma_\alpha$  は  $\alpha$  番目の観測雑音の標準偏差値である。

さて、推定を重みつき最小二乗法で行なうと、状態変数の最適推定値は評価関数

$$J(x) = [z - f(x)]^t R^{-1} [z - f(x)] \quad (12)$$

を最小化する  $x$  として与えられる。 $f(x)$  は、 $x_0$  のまわりで展開し 2 次以上の項を無視すると次式になる。

$$f(x) = f(x_0) + F(x_0)[x - x_0] \quad (13)$$

ここで  $F(x)$  は非線形関係  $f(x)$  のヤコビアン行列 ( $m$  行  $n$  列) で、その要素は

$$F_{\alpha\beta}(x) = \frac{\partial f_\alpha(x)}{\partial x_\beta} \quad \begin{array}{l} \alpha = 1, 2, \dots, m \\ \beta = 1, 2, \dots, n \end{array} \quad (14)$$

で与えられる。 $F(x)$  の具体的な表式については付録を参照されたい。更に

$$\Delta z = z - f(x_0) \quad (15)$$

$$\Delta x = x - x_0 \quad (16)$$

と置いて、(12) 式を書き変える。

$$J(x) = [\Delta z - F(x_0) \cdot \Delta x]^t R^{-1} [\Delta z - F(x_0) \cdot \Delta x] \quad (17)$$

この  $J(x)$  を最小化する  $\Delta x$  の値を  $\Delta \hat{x}$  とすると  $\Delta \hat{x}$  は次式で与えられる。

$$\Delta \hat{x} = P(x_0) F^t(x_0) R^{-1} \Delta z \quad (18)$$

$$P(x_0) = [F^t(x_0) R^{-1} F(x_0)]^{-1} \quad (19)$$

従って最適推定値  $\hat{x}$  は

$$\hat{x} = x_0 + P(x_0) F^t(x_0) R^{-1} [z - f(x_0)] \quad (20)$$

である。上式中の  $P$  は推定値共分散行列と呼ばれ、(8) 式が完全に線形の場合には

$$P = E\{[x - \hat{x}][x - \hat{x}]^t\} \quad (21)$$

となる。さて  $x_0$  が先験的な推定値として状態変数の真値に十分近いならば、推定は(20)式で満足されるが、そうでない場合は収束するまで繰り返し行なわなければならない。そこで(20)式は次のように書き換えられる。

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + P(\hat{x}_k) F^t(\hat{x}_k) R^{-1} [z - f(\hat{x}_k)] \quad (22)$$

以上の手順を図 1 のフローチャートに示した。

### 3. 2 ノード系状態推定

“2 ノード系状態推定” は次の 2 段階の手続きを持つ。

1. 2 ノード系統モデルの構成
2. 2 ノード系統における推定

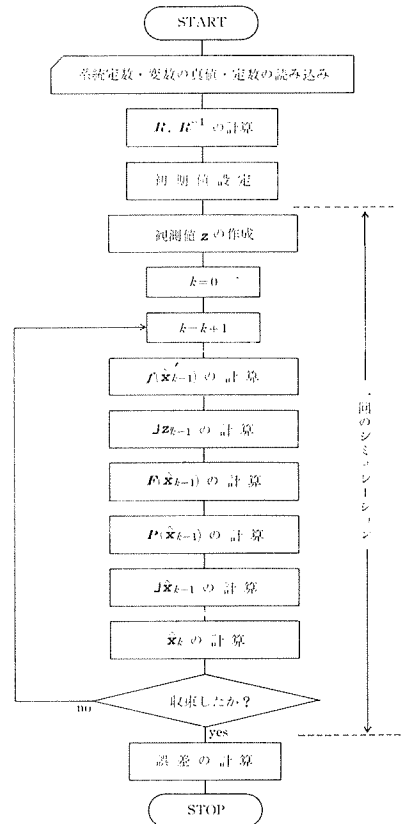


図 1 静的状態推定のフローチャート

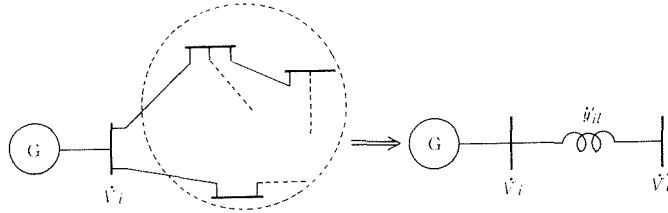


図2 2ノード系モデルの構成

尚ローカル推定器はノード数に等しい数だけ必要となる。

まず、系統のあるノードに着目し残りの系統をひとつのノードに集約し、この二つのノードを仮想送電線で結ぶ(図2)。2ノード系と元の系とは、着目ノードにおける有効無効電力潮流が相等しいことで等価性を保つ。2ノード系の未知数、仮想送電線のアドミッタンスと集約ノードの電圧をそれぞれ  $y_{il}$ 、 $\hat{V}_l$  とする(便宜上添字に  $l$  を用いたが実際には  $l=i$  として良い) と、上記等価性は次式になる。

$$\begin{aligned} & \text{(2ノード系)} \quad \text{(元の系)} \\ & y_{il}(\hat{V}_l - \hat{V}_i) = \sum_{j=1}^N \hat{Y}_{ij} \hat{V}_j \quad i = l = 1, 2, \dots, N \end{aligned} \quad (23)$$

ここで  $\hat{Y}_{ij}$  は  $i=j$  のとき駆動点アドミッタンスを表わす。(23) 式中には4個の決定すべき変数が含まれ、満足されるべき式は2本であるので、仮想送電線は純リアクタンスとし、又  $l$  ノードの電圧の位相角は強制的に零とする。すると  $y_{il}$ 、 $\hat{V}_l$  は次式により求まる。

$$y_{il} = \left[ \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_j \cos(\theta_j + \phi_{ij}) \right] / V_i \sin \theta_i \quad i = l = 1, 2, \dots, N \quad (24)$$

$$\hat{V}_l = \left[ \sum_{j=1}^N Y_{ij} V_j \sin(\theta_j + \phi_{ij}) \right] / y_{il} + V_i \cos \theta_i \quad i = l = 1, 2, \dots, N \quad (25)$$

$$\hat{y}_{il} = y_{il} e^{-j\frac{\pi}{2}} \quad i = l = 1, 2, \dots, N \quad (26)$$

尚、着目ノードが基準母線の場合(24)式中の  $\sin \theta_i$  が零になってしまうので、系統全体の位相角を適当量ずらす注意が必要となる。

さてこうして得られた2ノード系統の推定計算は、 $i$  ノードに関する観測値を用いて  $i$  ノードの状態値すなわち  $V_i$ 、 $\theta_i$  を推定することであり、前節で述べた手法で実行可能である。この推定計算は各ローカル推定器によって行なわれるが、1の手続きの際には全系統の情報が必要であり、図3に示すようにその役割は中央の計算機が果さなければならない。2ノード系における推定計算は、扱う状態変数及び観測変数が非常に少ないため簡潔であり、又各ノードにおける並列計算となっている。使用する計算機は小型で十分であり、観測誤差のうち伝送系に寄るものの一部は取り除かれるというメリットもある。

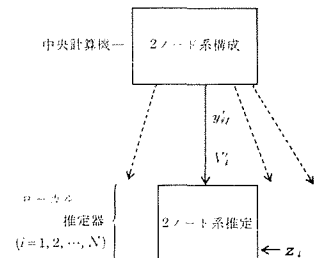


図3 2ノード系状態推定

#### 4. 階層的構造を持つ静的状態推定

“2ノード系状態推定”に基づく階層的構造を考える際には、ローカル推定器が自ノードに関する観測値のみを処理することに注意しなければならない。そこで(7)式の観測値ベクトルを、

ノードに関する観測変数と送電線に関する観測変数に分解し、前者はローカル推定器で後者はセントラル推定器で取り扱うことにする。 $i$  ノードに関する観測値ベクトルを  $\mathbf{z}_i$  その次元数を  $m_i$  とし、その他の観測変数を  $m_c$  次元ベクトル  $\mathbf{z}_c$  で表わす。

$$\mathbf{z}_i = [I_i, K_i, V_i \text{ etc.}]^t \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (27)$$

$$\mathbf{z}_c = [T_{ij}, U_{ij} \text{ etc.}]^t \quad i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j \quad (28)$$

又  $i$  ノードの状態変数を  $\mathbf{x}_i$  とする。

$$\mathbf{x}_i = [V_i, \theta_i]^t \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (29)$$

ローカル推定器の“2ノード系状態推定”における  $\mathbf{z}_i$  のみによる評価関数を考えると、(12)式と同様

$$J_{\text{local}}(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^N J_i(\mathbf{x}_i) = \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^{m_i} \frac{1}{\sigma_{i,\alpha}^2} (z_{i,\alpha} - g_{i,\alpha}(\mathbf{x}_i, \mathbf{p}_i))^2 \quad (30)$$

$$\mathbf{p}_i = [V_i', y_{ii}']^t \quad i = l = 1, 2, \dots, N \quad (31)$$

となる。ここで  $\mathbf{g}_i(\mathbf{x}_i)$  は  $i$  ノードにおける2ノード系モデルに基づく(8)式中の  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  に対応する非線形関数ベクトルである。各  $J_i(\mathbf{x}_i)$  は表向き  $\mathbf{x}_i$  のみの関数として書かれたが、 $\mathbf{g}_i$  中のパラメータ  $\mathbf{p}_i$  は(24), (25)式によって  $\mathbf{x}_i$  ばかりでなく、他ノードの状態変数  $\mathbf{x}_j$  の関数となっている。すなわち  $i$  ノードローカル推定器では本来  $\partial J_i / \partial \mathbf{x}_j$  ( $i \neq j$ ) を考慮すべきであり、従ってアルゴリズムは(24), (25)式の2ノード系構成と各ローカル推定器における  $J_i(\mathbf{x}_i)$  最小化の繰り返し計算となる。繰り返しによってもし  $\mathbf{x}$  及びすべての  $\mathbf{p}_i$  が収束したとすると

$$\frac{\partial J_i}{\partial \mathbf{x}_j} = \frac{\partial J_i}{\partial \mathbf{p}_i} \cdot \frac{\partial \mathbf{p}_i}{\partial \mathbf{x}_j} \Rightarrow 0 \quad i, j = 1, 2, \dots, N, i \neq j \quad (32)$$

となることが期待され ( $i=j$  の場合も同様)、(30)式の最小化は可能となる。尚最初に  $\mathbf{p}_i$  を決定するための状態変数  $\mathbf{x}$  の初期値は、ある程度真値に近い値を用いなければならない。

さて、中央の計算機では2ノードシステムモデルの構成の前段にセントラル推定器を設置し、送電線に関する観測値  $\mathbf{z}_c$  の処理を行なうことにする。その評価関数は次式である。

$$J_0(\mathbf{x}) = \sum_{\alpha=1}^{m_c} \frac{1}{\sigma_{c,\alpha}^2} (z_{c,\alpha} - f_{c,\alpha}(\mathbf{x}))^2 \quad (33)$$

ここで  $\mathbf{f}_c(\mathbf{x})$  は(8)式中の  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  のうち  $\mathbf{z}_c$  に対応する要素から成る非線形関数ベクトルである。更に2回目以降の繰り返しでは、各ローカル推定器からの出力  $\hat{\mathbf{x}}_i$  も観測値として取り扱う。すなわち、2回目以降の繰り返しで最小化すべき評価関数を  $J_{\text{central}}$  とすると

$$J_{\text{central}}(\mathbf{x}) = J_0(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^N \sum_{\alpha=1}^2 \frac{1}{\rho_{i,\alpha}^2} (\hat{x}_{i,\alpha} - x_{i,\alpha})^2 \quad (34)$$

となり、ここで  $\hat{\mathbf{x}}_i$  に関する観測方程式は

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \mathbf{x}_i + \mathbf{w}_i \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (35)$$

$$\text{cov}\{\mathbf{w}_i\} = \mathbf{Q}_i = \text{diag}\{\rho_{i,\alpha}^2\}. \quad i = 1, 2, \dots, N, \alpha = 1, 2 \quad (36)$$

である。尚(36)式中の  $\rho_{i,\alpha}$  の値はオフラインで決めなければならない。

以上のアルゴリズムを図4に示しているが、まとめると次のようになる。

1.  $\mathbf{z}_c$  のみを用い全系一括の推定計算をセントラル推定器で行なう。
2. 得られた推定値を用いて2ノードシステムモデルを中央計算機で構成し、各ローカル推定器に送る。

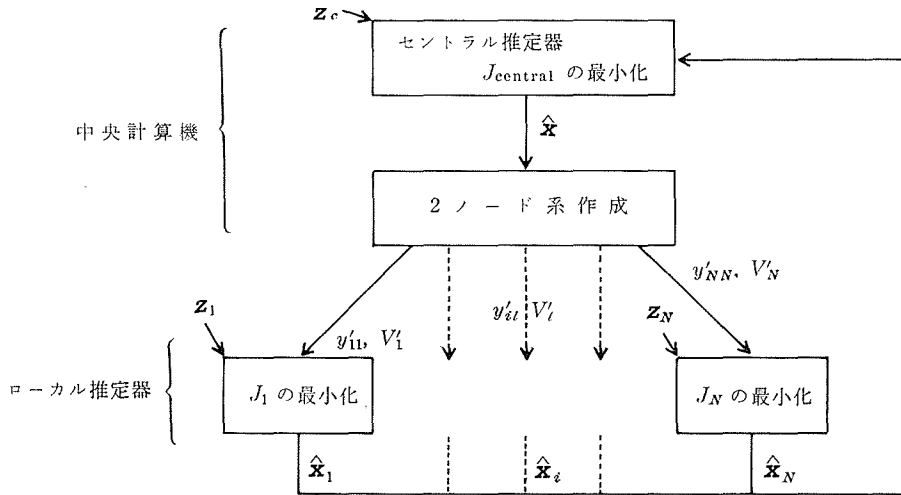


図4 階層的構造を持つ静的状態推定

3. 各ローカル推定器は与えられた2ノードシステムモデルに基づき、自ノードの観測値を用いて推定計算を行ない、中央計算機に送る。
4. セントラル推定器は各ローカル推定器の出力を不確実な情報として、 $z_0$ と共に処理し推定値を修正する。
5. このセントラル推定器の出力が収束するまで2~4の手順を繰り返す。

シミュレーションを実行する際のフローチャートは図5である。

## 5. シミュレーションの概要と結果

### 5.1 シミュレーションの概要

1) モデルシステムは図6に示した5ノード7ブランチ系であり、基準母線はノード1である。各送電線の定数は表1に示してあるが、 $X/R$ は3となっている。

2) 状態変数・観測変数等の真値はガウスザイデル法による潮流計算で求めた。その結果を表2・表3に示す。尚送電線の対地容量は無視している。

3) 統計的に互に独立と仮定した観測雑音は、指定した標準偏差を持つ正規乱数でシミュレートし、観測変数真値に付加して観測値を作成した。 $\sigma$ の値は $z_i$ に対しては真値の大きさの1%、 $z_0$ に対しては2%とした。

4) セントラル推定器の観測変数は送電線の有効無効電力潮流、ローカル推定器の観測変数は有効無効注入電力、電流・電圧の大きさ、力率の5個とした。

5) (36)式中の $\rho_{i,\alpha}$ の値はローカル推定器の出力に対

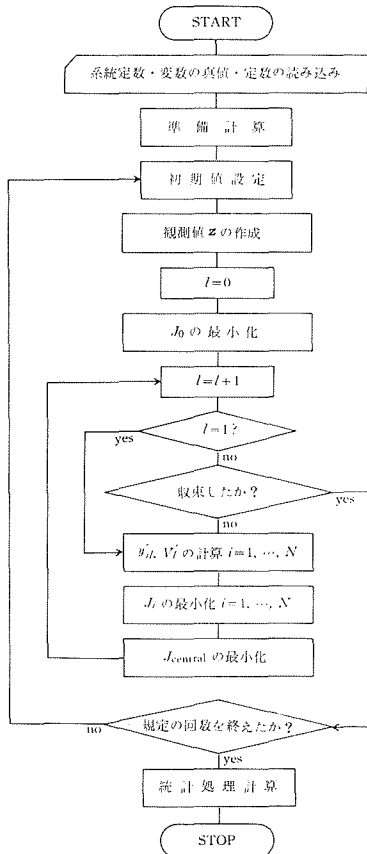


図5 階層的状态推定シミュレーションのフローチャート

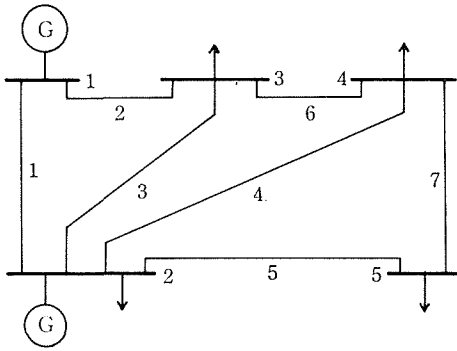


図 6 モデル系統

表 1 送電線の定数

ライン	ノード $i-j$	アドミッタンスの大きさ (p.u.)
1	1-2	15.8114
2	1-3	3.9528
3	2-3	5.2705
4	2-4	5.2705
5	2-5	7.9057
6	3-4	31.6228
7	4-5	3.9528

表 2 電圧・注入電力の真値

ノード	電圧の大きさ (p.u.)	電圧の位相角 (rad.)	有効無効注入電力 (p.u.)	
1	1.06	0.0	1.29815	0.24447
2	1.03647	-0.04607	0.2	0.2
3	1.00875	-0.08391	-0.45	-0.15
4	1.00725	-0.08961	-0.4	-0.05
5	1.00156	-0.10441	-0.6	-0.1

表 3 電力潮流の真値

ライン	有効無効電力潮流 (p.u.)			
	$i \rightarrow j$		$j \rightarrow i$	
1	0.88949	0.13866	-0.87507	-0.09539
2	0.40866	0.10580	-0.39597	-0.06774
3	0.24688	0.08146	-0.24311	-0.07014
4	0.27932	0.08061	-0.27460	-0.06645
5	0.54888	0.13332	-0.53700	-0.09768
6	0.18908	-0.01212	-0.18873	0.01318
7	0.06332	0.00327	-0.06301	-0.00232

して 2% とした。

6) シミュレーションは各ケース 20 回行ない、以下の結果はその平均値及び標準偏差である。

### 5.2 シミュレーションの結果

本論文で提案したアルゴリズムは、中央の計算機の負担の軽減を目的としているが、そのためにはセントラル推定器で扱う情報量を減少させることが必要となる。ハード的には測定機器・変換機器・伝送設備の省力化を意味する。そこで、中央の計算機に送られる観測変数すなわち送電線の有効無効電力潮流の個数を減らした各場合に対してシミュレーションを行なった。尚有効分・無効分ペアで考え、どちらかを削ることはしていない。図 7 に観測値の減らし方を系統モデルを用いて表わしているが、図中○印を付けた個所で観測値が得られないことを意味している。

結果を図 8 と図 9 に示す。状態変数の数は 9 個であり本来 9 次元で表わすべきだが、ここ

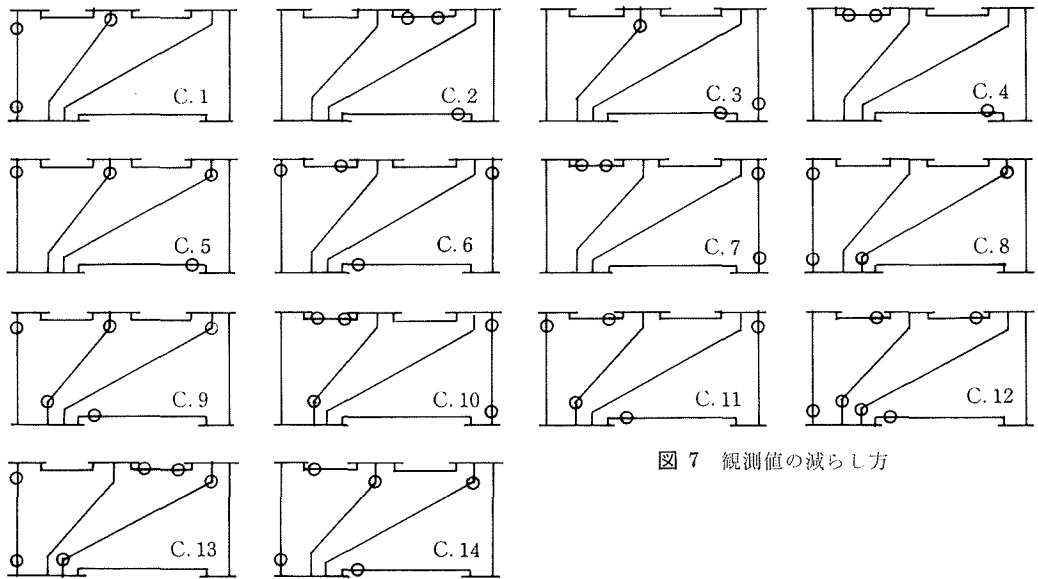


図 7 観測値の減らし方

ではノード5の電圧の大きさと位相角に着目する。尚他ノードの状態変数も同じような傾向を示している。図8は平均推定値の誤差 図9はその標準偏差であり、共に×印が最初のセントラル推定器による結果であり、○印がセントラル推定器とローカル推定器の繰り返しを5回(フローチャート中  $l=5$ ) 行なった結果である。

ここに示したのは特に顕著な特性を持つ結果であるが、どんな場合でも繰り返しによって推定値が改善されるとは限らないことがわかる。しかし、悪くなる場合は送電線1・4・6のうちいずれかの観測値が全くない特殊な場合である。その他は、最初のセントラル推定器のみでかなりの精度の推定値が得られれば、特に悪くなったり良くなったりすることはない。又図からわかるように、観測値を減らしたことにより最初のセントラル推定器の結果が悪い場合には、2ノード系推定を行なうことにより推定値に改善が見られる。

図10にはセントラル推定器とローカル推定器の繰り返しを7回までの途中結果を、典型的な二つのケースについて示した。いずれの場合にも3回以上の繰り返しによって精度はさほど影響を受けていない。尚この図では実線が平均推定値の誤差、破線がその標準偏差である。

## 6. 結果と結言

結果をまとめると次のようになる。

1. 観測値(送電線の電力潮流)の減少によりセントラル推定器の精度が著しく悪い場合が生ずるが、“2ノード系状態推定”に基づくローカル推定器によって改善された。
2. しかし特殊な場合(本論文の例では送電線1・4・6いずれかの観測値が全くない場合)逆に推定値が悪化することがある。
3. セントラル推定器とローカル推定器の繰り返しによる推定値が安定な場合、3回以上の繰り返しは精度にさほど影響を与えない。

尚大規模電力システムでは、中央に送られる観測変数の個数がノード数に比例しては多くならないことが考えられる。従って本論文で提案した手法には十分な意義があると思われる。

さて、“2ノード系状態推定”に基づく階層的構造を持つ静的状態推定の評価関数に対して、

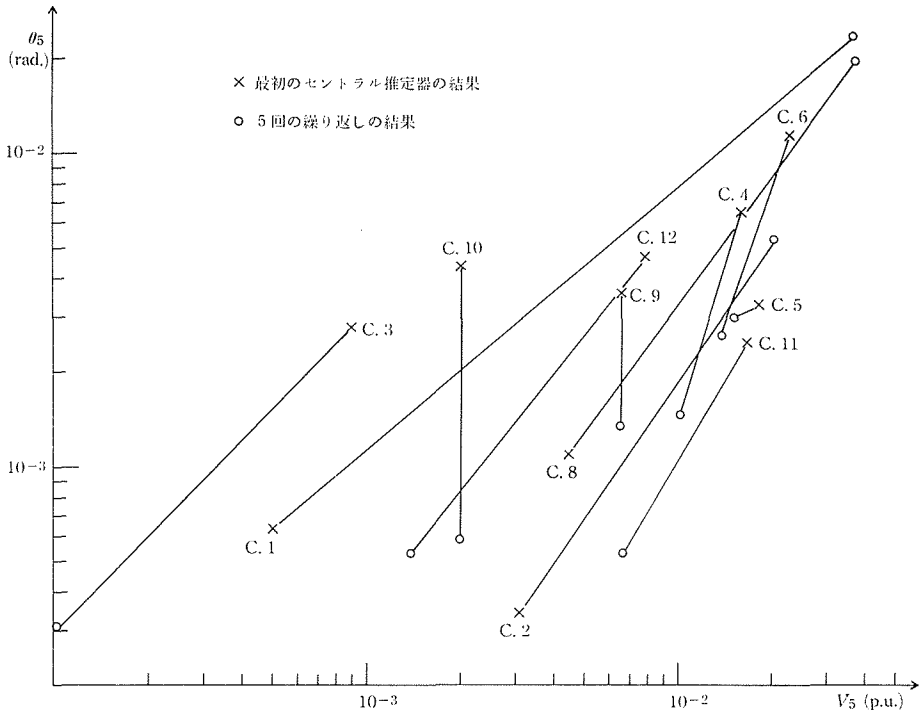


図 8 平均推定値の誤差

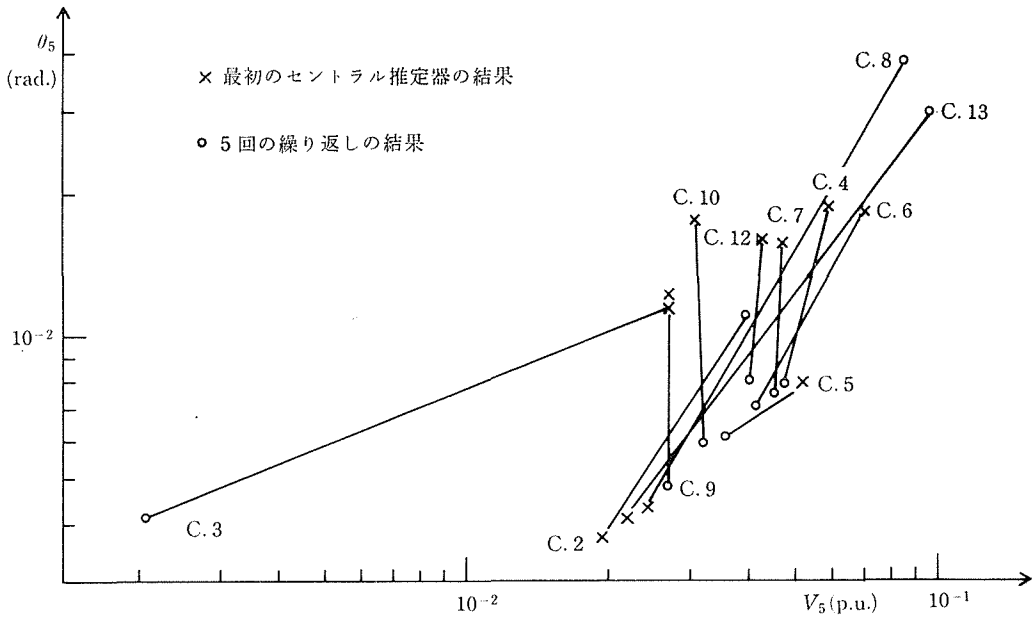


図 9 平均推定値の標準偏差

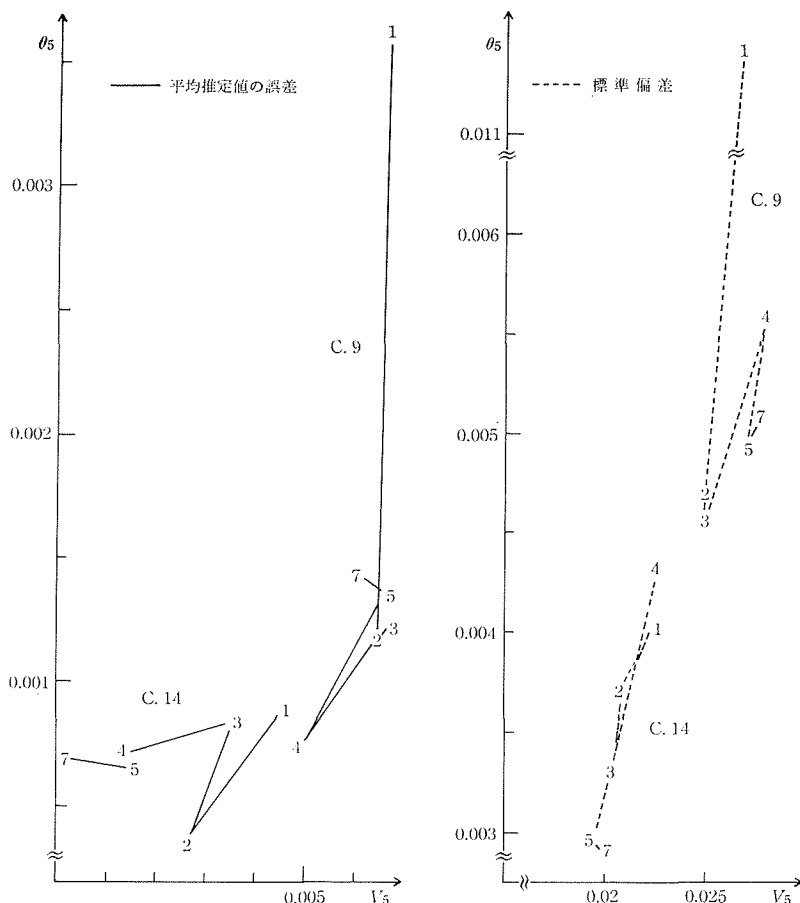


図 10 繰り返し 7 回までの途中経過

今少し考察を加えなければならない。本来全系一括の推定計算の際の評価関数は (30) 式の  $J_{\text{local}}$  と (33) 式の  $J_0$  の和であった。

$$J(\mathbf{x}) = J_0(\mathbf{x}) + J_{\text{local}}(\mathbf{x}) \quad (37)$$

今,  $J_i(\mathbf{x}_i)$  を最小化する  $\mathbf{x}_i$  を  $\hat{\mathbf{x}}_i$  としそれらの集合を  $\hat{\mathbf{x}}$  とする。

$$\hat{\mathbf{x}} = \{\hat{\mathbf{x}}_i \mid \min J_i(\mathbf{x}_i)\} \quad (38)$$

(37) 式の最小値を  $J_{\text{min}}$  とすると

$$J_{\text{min}} \leq J_0(\hat{\mathbf{x}}) + \sum_{i=1}^N J_i(\hat{\mathbf{x}}_i) \quad (39)$$

という関係があり, これは  $\hat{\mathbf{x}}$  を  $J_0(\mathbf{x})$  を最小化する  $\mathbf{x}$  としても同様である。従って

$$\frac{\partial J_0(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = 0, \quad \frac{\partial J_{\text{local}}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = 0 \quad (40)$$

を満足する  $\mathbf{x}$  ではなく (一般には両式を満足する  $\mathbf{x}$  は異なる)

$$\frac{\partial}{\partial \mathbf{x}} [J_0(\mathbf{x}) + J_{\text{local}}(\mathbf{x})] = 0 \quad (41)$$

を満足する値を最適推定値としなければならない。ここで述べた手法はこの点を解決してはいな

いが、(30) 式中のパラメータ  $\mathbf{p}$  と (34) 式第 2 項によって両者の協調を計っているため、中間的などこかで収束し得ると考えられる。特に最初のセントラル推定器の精度が悪い場合繰り返しによって改善が見られるのはそのためであり、又必ずしも改善が見られないのは、推定値が厳密には最適推定値ではないためと思われる。

尚、本論文は、著者の一人小松が本研究科修士課程に在学中行なった研究と、その後の検討の結果をまとめたものである。終りに計算はすべて、北海道大学大型計算機センターに設置されている FACOM 230-60 により行なったことを付記して、謝辞にかえたい。

## 文 献

- 1) F. C. Schweppe et al.: IEEE Trans., PAS-89 (1970), 1, p. 120.
- 2) R. E. Larson et al.: IEEE Trans., PAS-89 (1970), 3, p. 345.
- 3) O. J. M. Smith: IEEE Trans., PAS-89 (1970), 3, p. 363.
- 4) G. W. Stagg et al.: IEEE Trans., PAS-89 (1970), 4, p. 545.
- 5) J. F. Dopazo et al.: IEEE Trans., PAS-89 (1970), 7, p. 1698.
- 6) J. F. Dopazo et al.: IEEE Trans., PAS-91 (1972), 1, p. 145.
- 7) A. S. Deds et al.: IEEE Trans., PAS-89 (1970), 7, p. 1670.
- 8) R. D. Masiello et al.: IEEE Trans., PAS-90 (1971), 3, p. 1025.
- 9) H. M. Merrill et al.: IEEE Trans., PAS-90 (1971), 6, p. 2718.
- 10) A. Z. Gamm: Electric Tech. USSR, 3 (1973), p. 89.
- 11) 岸田 正, 他: 電気学会研究会 (1973), IP-73-17.
- 12) 鈴木 浩, 他: 電気学会誌, 94-B (1974), 4, p. 185.
- 13) 横山隆一, 他: 電気学会誌, 94-B (1974), 5, p. 209.
- 14) 小川哲次, 他: 電気学会誌, 93-B (1973), 9, p. 419.
- 15) K. Uemura: IFAC (1972), 7.5.
- 16) K. A. Clements et al.: IEEE Summer Meeting (1972), C 72, 465-3.
- 17) 石井 暁, 他: 電気学会研究会 (1973), IP-73-9.
- 18) 小林侂史, 他: 電気学会誌, 94-B (1974), 2, p. 57.

## 付 録

非線形観数ベクトル  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  のヤコビアン行列  $\mathbf{F}(\mathbf{x})$  の要素を、電力潮流と注入電力に対して書下す。式中の  $i, j$  はノードとラインを表わす。(  $i \neq j$  )

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial \theta_i} = -V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (42)$$

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial \theta_j} = V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (43)$$

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial V_i} = -2V_i Y_{ij} \cos \phi_{ij} + V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (44)$$

$$\frac{\partial T_{ij}}{\partial V_j} = V_i Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (45)$$

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial \theta_i} = V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (46)$$

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial \theta_j} = -V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (47)$$

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial V_i} = 2V_i Y_{ij} \sin \phi_{ij} + V_j Y_{ij} \sin (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (48)$$

$$\frac{\partial U_{ij}}{\partial V_j} = V_i Y_{ij} \sin (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (49)$$

$$\frac{\partial I_i}{\partial \theta_i} = - \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N V_i V_j Y_{ij} \sin (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (50)$$

$$\frac{\partial I_i}{\partial \theta_j} = \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N V_i V_j Y_{ij} \sin (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (51)$$

$$\frac{\partial I_i}{\partial V_i} = -2 \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N V_i Y_{ij} \cos \phi_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N V_j Y_{ij} \cos (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (52)$$

$$\frac{\partial I_i}{\partial V_j} = \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N V_i Y_{ij} \cos (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (53)$$

$$\frac{\partial K_i}{\partial \theta_i} = \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N V_i V_j Y_{ij} \cos (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (54)$$

$$\frac{\partial K_i}{\partial \theta_j} = - \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N V_i V_j Y_{ij} \cos (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (55)$$

$$\frac{\partial K_i}{\partial V_i} = 2 \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N V_i Y_{ij} \sin \phi_{ij} + \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N V_j Y_{ij} \sin (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (56)$$

$$\frac{\partial K_i}{\partial V_j} = \sum_{\substack{j=1 \\ \neq i}}^N V_i Y_{ij} \sin (\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (57)$$