



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	電力系統動的状態推定の一手法による計算機シミュレーション
Author(s)	高木, 浩; Takagi, Hiroshi; 西谷, 健一 他
Citation	北海道大学工学部研究報告, 75, 35-45
Issue Date	1975-07-26
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41280
Type	departmental bulletin paper
File Information	75_35-46.pdf



電力系統動的状態推定の一手法による 計算機シミュレーション

高木 浩* 西谷健一* 長谷川 淳* 小池東一郎*

(昭和49年9月30日受理)

Digital Computer Simulations by One Method of Power System Dynamic State Estimation

Hiroshi TAKAGI, Ken-ichi NISHIYA, Jun HASEGAWA
and Toichiro KOIKE

(Received September 30, 1974)

Abstract

The problem of estimating the various states of an electrical power system have been discussed by many authors. Particularly, the weighted least square state estimation is showing improvement for practical applications. However, since an actual power system is a time-varying system, the dynamic state estimation is yet to be produced. The difficulty in designing a dynamic state estimator is in the development of a mathematical model for the time evolution of the state vector.

One technique to realize the dynamic state estimator was proposed, namely a simple model for the time behavior of a power system was assumed, to which a Kalman filter was applied. In this paper, the performance of this estimator was discussed with numerous results of digital computer simulations.

1. 緒 言

近年電力系統の大規模化に伴ない、広範な系統制御（信頼度制御等）のデータベースとして精度の良い系統の状態値を供給する電力系統状態推定の必要性が増加している。現在に至るまでに種々の状態推定手法が提案され、計算機シミュレーションだけではなく実系統においても試験・運用がなされている。主に最小二乗推定法を用いた静的状態推定手法が確立されているが、今後の課題となる動的状態推定手法も試みられている¹⁻¹¹⁾。

動的状態推定の一手法として、電力系統のダイナクスを簡単な遷移方程式で表わし、カルマンフィルター¹⁵⁾を適用する推定法がある^{1,16)}。電力系統の負荷変動をモデル化することは困難であるので、状態遷移方程式は次の様な仮定により定式化している。ある時間経過後の系統状態を以前の状態に確率変数とみなされる状態変化分が加わったモデルとする仮定である。正常な運用条件下における短期間の電力系統状態は擬静的状態を取り扱われるので適切なモデル化と考えられる。さらにカルマンフィルターの利点としては、観測時毎に前時点の推定値を無視して推定器の初期化を行うという静的推定法の不合理な面を解消できる点がある。

* 電気工学科 電力工学講座

負荷変動が一定の時間こう配をもつような直線的系統状態変動モデルにこの手法を適用した計算機シミュレーションの概略と推定結果を述べる。

2. 定 式 化

カルマンフィルタを構成する条件として、線形である系統の遷移方程式及び観測方程式が必要である。しかし電力系統の状態変動を正確に遷移方程式で表現することは不可能であり、電力プラントや負荷のダイナミクス、負荷周波数制御等の種々の制御その他の影響も引数とすれば非常に複雑な非線形方程式とならざるを得ない。そこで本手法は正確さをある程度犠牲にするが、非常に簡単な遷移方程式を仮定して確立されている。

1. 系 統 モ デ ル

電力系統において状態変数は通常各ノードの電圧の大きさと位相角である。 N ノード系に対しては、

$$\mathbf{x} = [V_1, V_2, \dots, V_N, \theta_2, \dots, \theta_N]^T \quad (1)$$

という $n = (2N - 1)$ 次元の状態ベクトルとなる。 θ_1 は基準ノードの位相角で零とし、他の $N - 1$ 個の位相角は θ_1 との相差角で表わす。

正常な運用条件下の電力系統状態は擬静的状態とみなせるので、状態のダイナミクスを次式で表わす。

$$\mathbf{x}(t + \Delta t) = \mathbf{x}(t) + \Delta \mathbf{x}(t) \quad (2)$$

$$\Delta \mathbf{x}(t) \triangleq \mathbf{x}(t + \Delta t) - \mathbf{x}(t) \quad (3)$$

Δt は適当な時間間隔であるが、初期時間を t_0 とし時間 $t_0 + \sum_{i=1}^k \Delta t_i$ での時間サンプルを k で表わすことによって次の離散値系遷移方程式となる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \Delta(k) \quad (4)$$

$$\Delta(k) \triangleq \Delta \mathbf{x}(\Delta t_k) \quad (5)$$

このモデルの問題は $\Delta(k)$ が未知変化分ということである。不確実性が存在するシステムモデルに対する方策に従い、未知 $\Delta(k)$ をガウス分布をする確率変数に置換すると、最終的には次の方程式となる。

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{x}(k) + \mathbf{w}(k) \quad (6)$$

$$E\{\mathbf{w}(k)\} = 0 \quad (7)$$

$$\text{cov}\{\mathbf{w}(k)\} = E\{\mathbf{w}(k)\mathbf{w}(k)^T\} = \mathbf{Q}(k) \quad (8)$$

白色ノイズ過程 $\mathbf{w}(k)$ の共分散行列 $\mathbf{Q}(k)$ は次式と置く。

$$\mathbf{Q}(k) = \alpha^2 \cdot (\Delta t_k)^2 \text{diag}[r_i^2] \quad (9)$$

ここで r_i は推定周期 Δt_k における状態変数の最大変化とし次式で定義する。

$$r_i \geq \max \left| \frac{\Delta_i(k)}{\Delta t_k} \right|_{i=1,2,\dots,n} \quad (10)$$

r_i は実系統では過去の記録より決定し、 α は任意のパラメータに対してオフラインで考慮される。このモデルは変化分 $\Delta t_k \mathbf{r}$ が常に真の系統変動分 $\Delta(k)$ より大きく、最悪状態を想定したもので妥当なものと思われる。

2. 観 測 モ デ ル

観測変数は各ノードにおける電圧・注入電力や線路電力潮流等が選ばれる。 m 個の要素を持つベクトル \mathbf{z} で観測方程式を表わせば、

$$\mathbf{z}(k) = \mathbf{h}[\mathbf{x}(k)] + \mathbf{v}(k) \quad (11)$$

$\mathbf{h}(\mathbf{x})$ は雑音の無い真の観測ベクトル \mathbf{z}_{true} と状態ベクトル \mathbf{x} の関数関係で、 \mathbf{v} は雑音ベクトルである。 $\mathbf{h}(\mathbf{x})$ はキルヒホッフの法則と回路網のアドミタンス行列 $\dot{\mathbf{Y}}$ より決定される非線形関数ベクトルとなる。例えばノード i からノード j への有効無効電力潮流は次式である¹⁷⁾。

$$P_{ij} = V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) - V_i^2 Y_{ij} \cos \phi_{ij} \quad (12)$$

$$Q_{ij} = V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) + V_i^2 Y_{ij} \sin \phi_{ij} \quad (13)$$

Y_{ij} はノード i からノード j へのアドミタンスの大きさであり、 ϕ_{ij} は対応するアドミタンスの位相角である。又観測雑音は次の様な統計的性質を持つ白色ガウス性雑音ベクトルと仮定する。

$$E\{\mathbf{v}\} = 0 \quad (14)$$

$$\text{cov}\{\mathbf{v}\} = E\{\mathbf{v}\mathbf{v}^T\} = \mathbf{R} \quad (15)$$

$$E\{\mathbf{v}\mathbf{w}^T\} = 0 \quad (16)$$

$$\mathbf{R} = \text{diag}\{\sigma_l^2\}_{l=1, \dots, m}$$

σ_l は l 個目の観測値雑音の標準偏差で、この値は測定器と伝送系統の精度からオフラインで求める。

3. 推定アルゴリズム

(11) 式は非線形方程式であるからカルマンフィルターを適用するため前時点の推定値でテイラー展開し、二次以上の項を無視して線形化する。尚 $\hat{\mathbf{x}}$ は \mathbf{x} の推定値を表わす。

$$\mathbf{z}(k+1) = \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k) + \mathbf{H}(\mathbf{x}_{k+1} - \hat{\mathbf{x}}_k) + \mathbf{v}_{k+1} \quad (18)$$

\mathbf{H} は前時点の推定値で評価したヤコビアン行列 $\partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{x}|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}_k}$ であるが、(18) 式は次の線形観測方程式となる。

$$\mathbf{z}(k+1) - [\mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k) - \mathbf{H}\hat{\mathbf{x}}_k] = \mathbf{H}\mathbf{x}_{k+1} + \mathbf{v}_{k+1} \quad (19)$$

(6), (19) 式とノイズ \mathbf{w} , \mathbf{v} の統計量にカルマンフィルターを適用して次の推定式を得る。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{G}_{k+1}[\mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_k)] \quad (20)$$

$$\mathbf{G}_{k+1} = [\mathbf{P}_k + \mathbf{Q}_k] \mathbf{H}^T [\mathbf{R} + \mathbf{H}(\mathbf{P}_k + \mathbf{Q}_k) \mathbf{H}^T]^{-1} \quad (21)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = [\mathbf{I} - \mathbf{G}_{k+1} \mathbf{H}] [\mathbf{P}_k + \mathbf{Q}_k] \quad (22)$$

\mathbf{G} はカルマンゲインであり、 \mathbf{P} は推定値共分散行列である。(21) 式の $(m \times m)$ 逆行列演算は、 m が増加するにつれて3乗の割合で乗算数が増加する。オンライン推定では計算時間が短いことが必須であるので逆行列演算を避ける必要がある。そこで \mathbf{z} が m 次元であることを考慮し、観測値を1個ずつ処理する以下のようなシーケンシャルアルゴリズムとする。

k 時点の予測値を与える。

$$\hat{\mathbf{x}}(k, 0) = \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \quad (23)$$

$$\mathbf{P}(k, 0) = \mathbf{P}_{k-1} + \mathbf{Q}_{k-1} \quad (24)$$

観測値を $l=1, \dots, m$ までシーケンシャルに処理する。

$$\mathbf{H} = \left. \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\hat{\mathbf{x}}(k, l-1)} \quad (25)$$

$$\mathbf{G}(k, l) = \frac{\mathbf{P}(k, l-1) \mathbf{H}}{\sigma_l^2 + \mathbf{H}^T \mathbf{P}(k, l-1) \mathbf{H}} \quad (26)$$

$$\mathbf{x}(k, l) = \hat{\mathbf{x}}(k, l-1) + \mathbf{G}(k, l) [\mathbf{z}(k, l) - \mathbf{h}\{\hat{\mathbf{x}}(k, l)\}] \quad (27)$$

$$\mathbf{P}(k, l) = [\mathbf{I} - \mathbf{G}(k, l) \mathbf{H}] \mathbf{P}(k, l-1) \quad (28)$$

m 番目の推定値が k 時点の推定値となる。

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}(k, m) \quad (29)$$

$$P_k = P(k, m) \tag{30}$$

この処理過程を図1に示す。

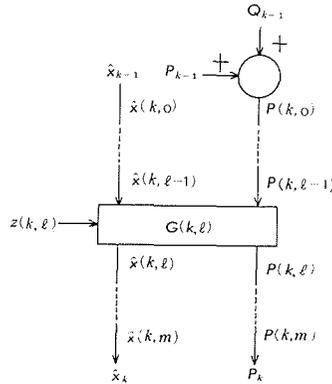


図1 シーケンシャル処理過程

3. シミュレーションの概要

(1) モデル系統は図2の5ノードブランチ系である。各ブランチの線路定数は表1であり、対地容量は無視して X/R は3とした。

(2) 状態変数は9個であり、基準ノード1とする。観測変数は3ケースの観測値パターンと

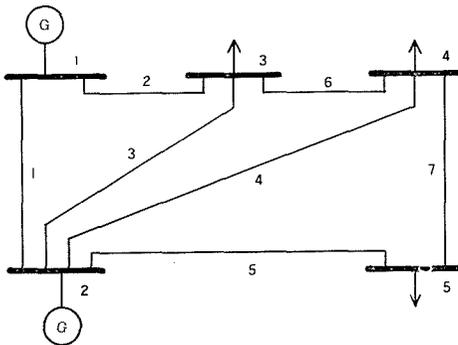


図2 モデル系統

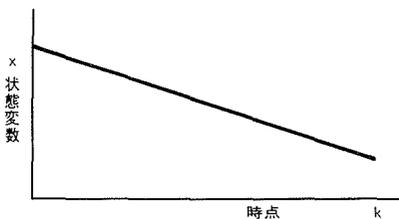


図3 状態変動

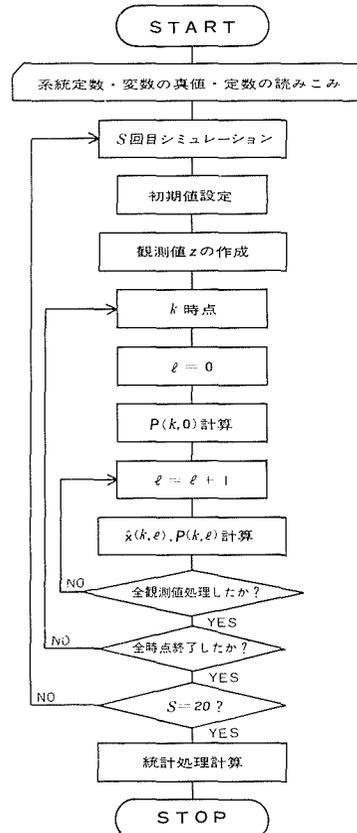


図4 概略フローチャート

表1 線路定数

ブランチ	ノード $i-j$	アドミタンスの大きさ (P. U)
1	1-2	15.8114
2	1-3	3.9528
3	2-3	5.2705
4	2-4	5.2705
5	2-5	7.9057
6	3-4	31.6228
7	4-5	3.9528

表2 初期推定値の真値

ノード	電圧の大きさ (P. U)	電圧の位相角 (rad)
1	1.0599	0.0
2	1.04214	-0.03644
3	1.02049	-0.06597
4	1.01934	-0.07041
5	1.01500	-0.08191

し、基本パターンはノード1・2の電圧の大きさ、各ノード有効注入電力、ノード3・4・5の無効注入電力、各ブランチ両端での線路電力潮流の計38個である。

(3) 状態変数の時間変動は図3の様に一定の割合で直線的に変動するシステムとした。状態変数及び観測変数の真値はガウスザイデル法による潮流計算で求めた。

(4) 観測雑音は白色ガウス性雑音と仮定し、観測値は誤差2%として正規乱数を付加することにより形成した。

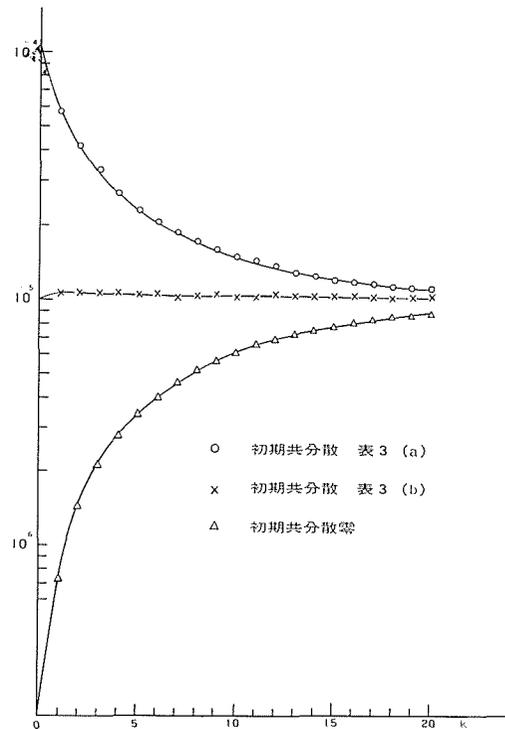
(5) 観測データは各時点 Snapshot で取り込まれるものとし、観測時点は20時点（一部40時点）とした。シミュレーションは20回繰り返す、20回の平均推定値を推定値とした。同時に平均推定値の誤差の大きさと、平均推定値のまわりでの標準偏差を求めた。以下で誤差の大きさと標準偏差の値は、全時点及び全状態変数に対する平均値である。

シミュレーション全体のフローチャートを図4に示す。

4. 推定結果

1. 初期共分散行列の設定

初期推定値は表2に示す推定開始時点の前時点での真値としたが、カルマンフィルタには初期推定値共分散行列も必要である。アルゴリズムで説明したが、予測値共分散行列は前時点の推定値共分散行列にシステムノイズの共分散行列 Q を加えて形成する。よって初期推定値に前時点の真値を与える際には初期共分散行列は零であり、予測値共分散行列は Q だけで満足できると考えられる。しかし α を任意の値 ($\alpha=10$) にしてシミュレーションを試みると推定値共分散行列 P が収束するのにかなりの時点を必要とする。図5に初期共分散行列を零としたケースと表3の値とした3ケースに対する V_5 の推定値分散の収束状況を示す。尚、推定値分散の図は全てある1回の値である。いずれのケースでも収束値そのものには大きな相違は無いが、収束値付近の初期値を与えると収束が早い。図6は初期共分散行列が異なる2ケースで

図5 V_5 推定値分散 ($\alpha=10$)

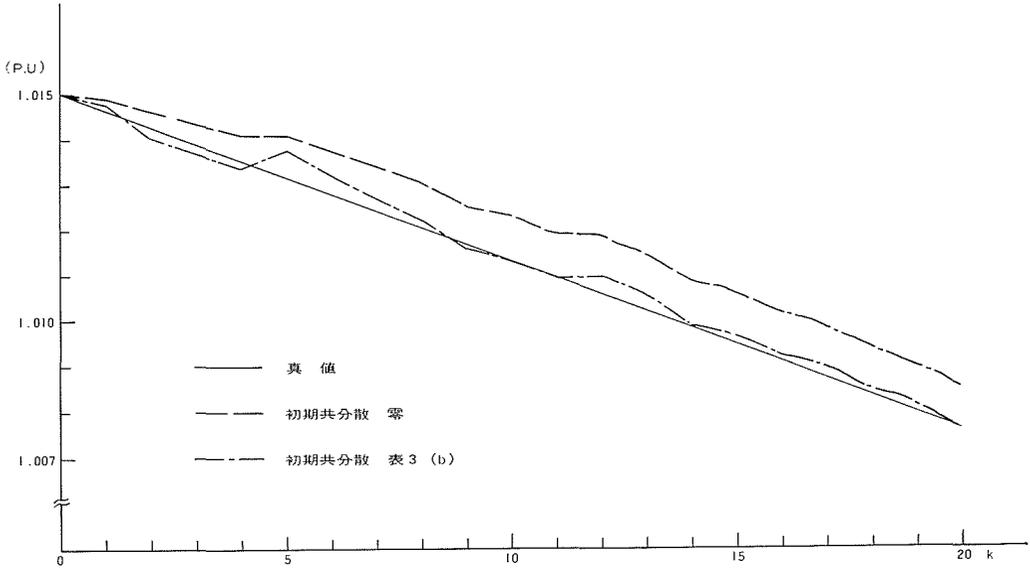


図6 V_s 推定値 ($\alpha=10$)

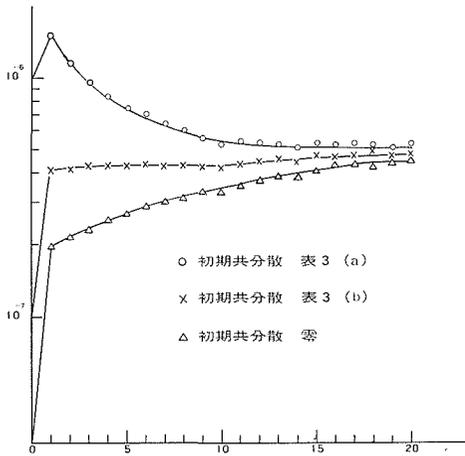


図7 θ_s 推定値分散 ($\alpha=10$)

表3 共分散行列要素の値

共分散	a	b
電圧	1×10^{-4}	1×10^{-5}
電圧・位相角	1×10^{-5}	1×10^{-6}
位相角	1×10^{-6}	1×10^{-7}

計算した $\alpha=10$ での V_s 推定値である。初期共分散行列の影響が推定値に大きな影響を及ぼしている。 P が収束した状態を推定器の定常状態とみなし、収束過程は過渡的状态と解釈すべきである。それ故推定器の性能評価においては収束の早い初期共分散行列を用いることが望ましい。以後の推定計算では表3 (b) を初期値としている。尚 θ_s の分散は図7に示す様にいずれのケースも収束が早く、位相角推定値に対する初期値の影響は無視できる。

2. 推定器の最適化

本手法の特徴はシステムノイズが各時点で加わるとして、推定式では (9) 式で表わす白色ノイズ過程共分散行列 Q を用いることである。(9) 式の $r \cdot \Delta t_k$ は対象システムにより決定される。それ故パラメータ α を最適推定値が得られる様に選択することが推定器の最適化となる。推定値共分散行列の収束値は α の値つまり Q により一意的に決定される。 Q の大小が推定値に及ぼす影響を、極大、極小の場合について述べる。

Q を零とすると (21), (22) 式より時点数が進むにつれて P が小さくなり G が零に近づくこ

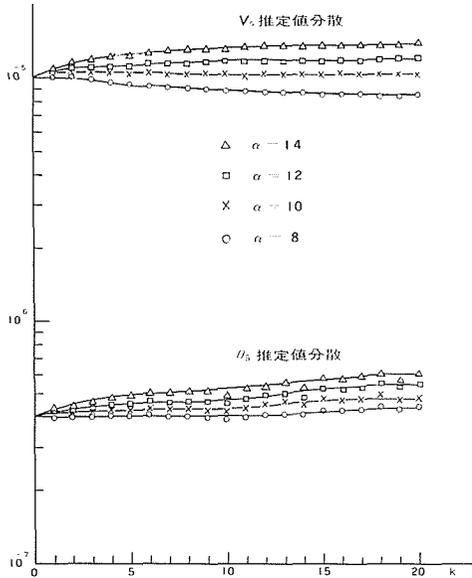


図8 V_5 , θ_5 推定値分散 (初期共分散表 表3, b)

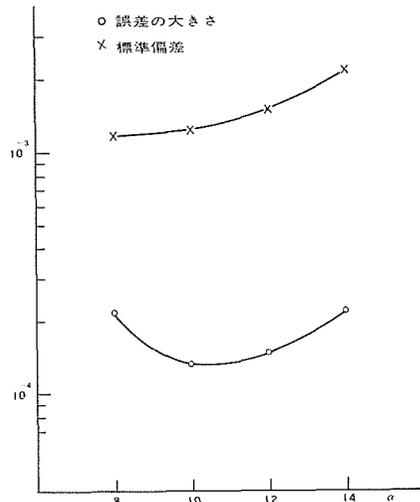


図9 α をパラメータとした誤差の大きさと標準偏差 (初期共分散 表3, b)

表4 推定値の誤差の大きさと標準偏差

ケース	α	α				
		8	10	12	14	16
1	誤差の大きさ	2.16×10^{-4}	1.33×10^{-4}	1.52×10^{-4}	2.19×10^{-4}	
	標準偏差	1.17×10^{-3}	1.25×10^{-3}	1.33×10^{-3}	1.42×10^{-3}	
2	誤差の大きさ	2.85×10^{-4}	1.75×10^{-4}	3.27×10^{-4}		
	標準偏差	1.16×10^{-3}	1.27×10^{-3}	1.75×10^{-3}		
3	誤差の大きさ		2.30×10^{-4}	1.74×10^{-4}	1.52×10^{-4}	1.64×10^{-4}
	標準偏差		1.46×10^{-3}	1.53×10^{-3}	1.61×10^{-3}	1.68×10^{-3}

とが解る。これは (20) 式から解るように修正項の効果が無くなることで、推定値が定数に収束する。実際の系統では状態変数は変化するため誤差は累積して行く。

Q が無限大について考慮する為に推定式を次式に書きかえる。

$$\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_k + P_{k+1} H^T R_{k+1}^{-1} [z_{k+1} - h(\hat{x}_k)] \quad (31)$$

$$P_{k+1} = [(P_k + Q_k)^{-1} H^T R_{k+1}^{-1} H]^{-1} \quad (32)$$

P は (32) 式より時点数が進むにつれて、最小二乗推定値の共分散行列 $(H^T R_{k+1}^{-1} H)^{-1}$ に近づいて行く。これは最小二乗推定において初期推定値が無限大共分散行列を持つとすることから妥当な結果である。

本シミュレーションでは推定値誤差が最小となる α を最適値とした。4.1 で推定器の性能評価は定常状態で行う必要性を述べた。図8は種々の α に対する P の収束状況を示すが、いずれも収束が早く初期共分散行列の影響は無視できる。 α をパラメータとした推定値の誤差の大きさと標準偏差は図9と表4のケース1の値である。この結果から本システムモデルでは $\alpha=10$ を最適値と決定した。

3. 初期推定値

実系統の運用において初期推定値に真値を用いることは不可能である。一例として誤差を含んだ観測値による潮流計算解や最小二乗推定値等が用いられるであろう。精度の悪い初期値で初期

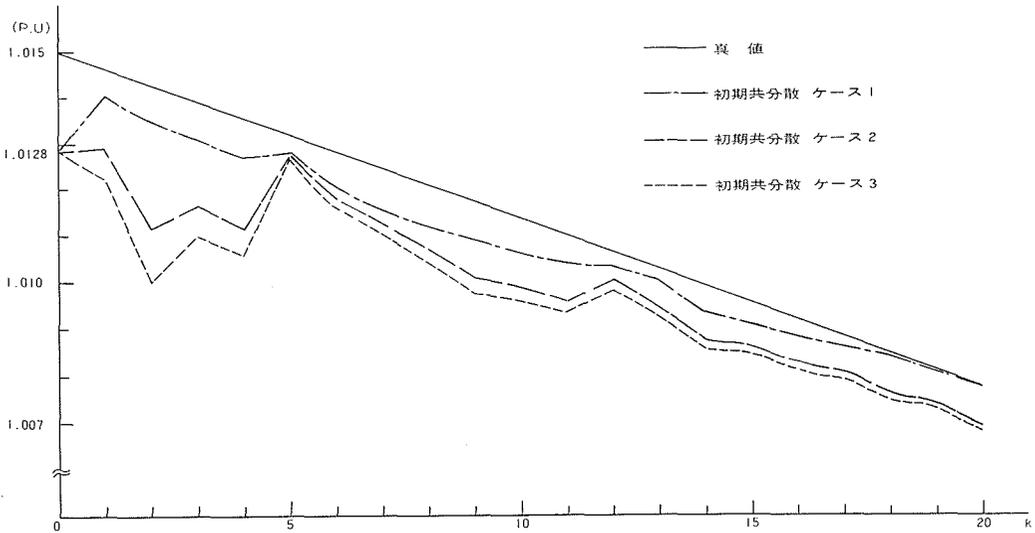


図 10 V_5 推定値 ($\alpha=10$)

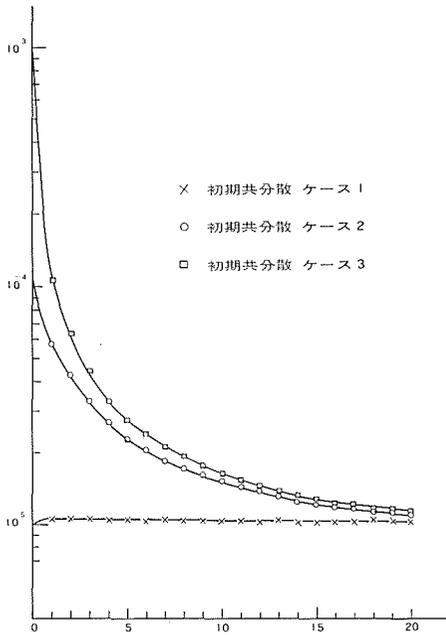


図 11 V_5 推定値分散 ($\alpha=10$)

表 5 共分散行列要素の値

共分散	1	2	3
電 圧	1×10^{-5}	1×10^{-4}	1×10^{-3}
電圧, 位相角	1×10^{-6}	1×10^{-5}	1×10^{-4}
位 相 角	1×10^{-7}	1×10^{-6}	1×10^{-5}

化を行う場合には、予測共分散行列を大きくすることが考えられる。 Q を大きくすることは α の値を変えることであるから避け、初期共分散行列を大きくする。

この観点から、真値とは異なる初期推定値に対し、表5の3ケースの初期共分散行列を用いて行った推定計算の結果が図10である。 P の収束状況は図11であるが、図5と比較して真値と異なる場合でも変化が無いことが解る。推定値も P の収束が早いケース1の初期共分散行列を用いる場合が、追従性や推定誤差の面から最良である。常に最適 α で決まる収束値に近い初期共分散行列を用いることが望ましい。

ケース1につき種々の初期推定値に対して40時点の推定計算を行い、その結果を図12に示

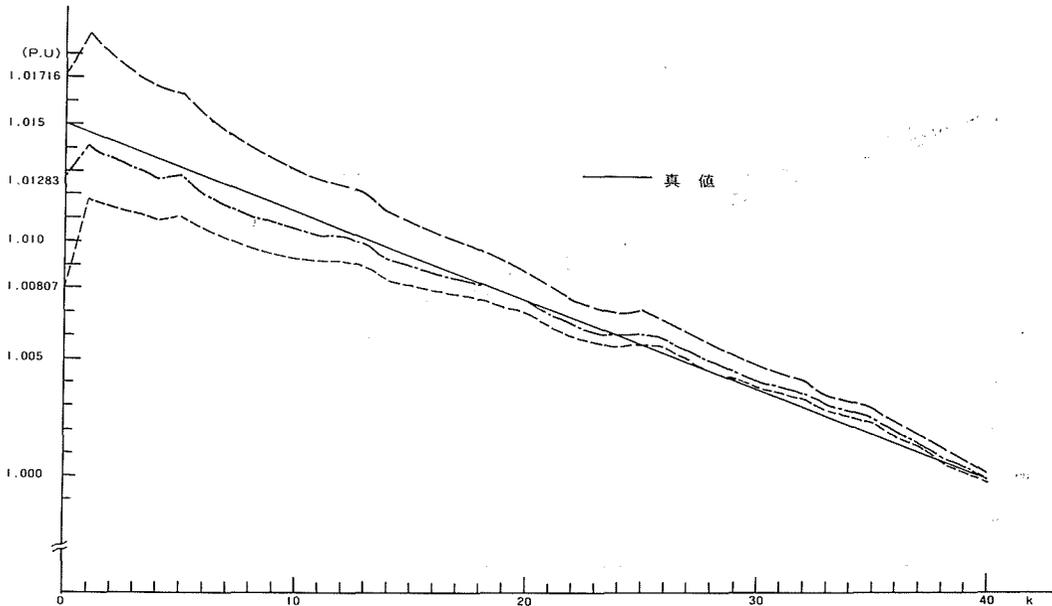


図 12 V_s 推定値 ($\alpha=10$, 初期共分散ケース)

す。かなり悪い値で初期化しても、十分な時点が経過すれば推定誤差は減少し一定の誤差の範囲におさまる。

4. 観測値パターン

観測変数の相違が推定値に及ぼす影響を3ケースの観測値パターンで考慮した。各ケースの観測値は以下の様を選択する。

- (1) 基本パターン
- (2) 各ノード注入電力, 各線路電力潮流 計 38 個
- (3) 各ノード電圧の大きさ, 各線路電力潮流

計 33 個

ケース 2, 3 に対して α をパラメータとした推定値の誤差の大きさと標準偏差を図 13 と表 4 に示す。ケース 1, 2 の最適 α は 10 であるが, ケース 3 では 14 である。最適 α での推定結果から, 冗長度が等しい場合には状態変数である V を観測変数に入れたケース 1 の推定誤差が小さい。ケース 2, 3 を比較すると, 冗長度が少なくても状態変数を観測値とすれば良い結果が得られることが解る。最適 α からずれた場合の誤差の増加も, V を入れたパターンの方が小さいことを示している。 $\alpha=10$ に対する上記 3 ケースでの推定値と P の収束状況は図 14, 15 である。ケース 3 では P の収束値が小さい。これは (21) 式のカルマンゲインが小さくなる

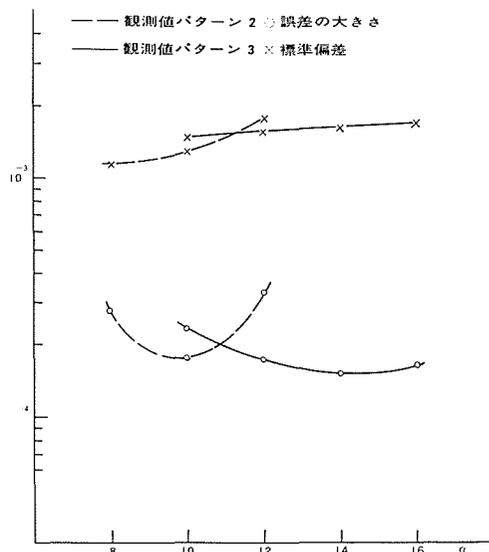


図 13 α をパラメータとした誤差の大きさと標準偏差 (初期共分散ケース 1)

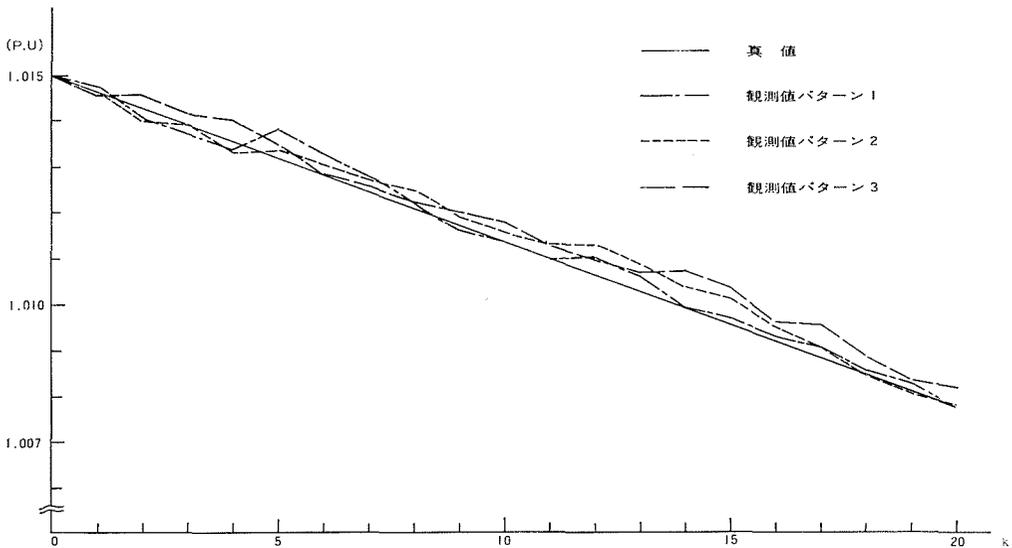


図 14 V_0 推定値 ($\alpha=10$, 初期共分散ケース 1)

ことであり、図 14 の様に追従性がしだいに悪くなる。 P の収束値を大きくするには Q を大きくすることが必要であり、それ故に最適 α が大きな値となる。

5. 結 言

カルマンフィルタを用いる本手法は計算時間が短い。これは繰り返し計算をしないことと、シーケンシャル処理の為に逆行列演算を避けることによる。FACOM 230-60 による倍精度での演算結果では、観測値が 38 個の場合に 1 時点の推定計算は約 1.4 秒で終わる。

初期推定値が真値から大きくずれた場合、1 時点 1 回の線形化では無理があるので誤差が一定の範囲におさまるまでにかなり時点数がかかる。しかし誤差範囲におさまった後は良好な推定値が得られる。

初期共分散行列を最初から適切に選択することは実際には困難であり、定常状態で最適化するまでのトレーニング期間が必要であろう。

本計算は全て北大大型計算機センターで行った。ここに付記して謝意を表する。

文 献

- 1) A. S. Debs et al.; IEEE Trans., PAS-89 (1970), 7, p. 1670.
- 2) J. Toyoda et al.; IEEE Trans., PAS-89 (1970), 7, p. 1678.

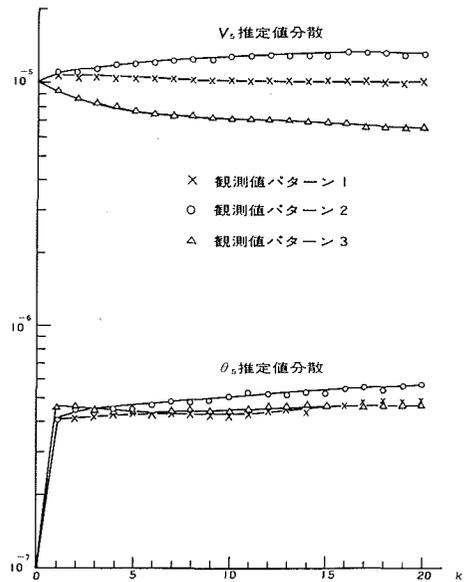


図 15 V_0, θ_5 推定値分散 ($\alpha=10$, 初期共分散ケース 1)

- 3) R. D. Masiello et al.; IEEE Trans., PAS-90 (1971), 3, p. 1025.
- 4) W. L. Miller et al.; IEEE Trans., AC-16 (1971), 6, p. 841.
- 5) G. L. Park et al.; IEEE Trans., PAS-92 (1973), 1, p. 98.
- 6) K. L. S. Sharma et al.; IEEE Summer Meeting (1972), C 72, 455-4.
- 7) S. Vemuri et al.; IEEE Winter Meeting (1973), C 73, 088-2.
- 8) H. Kobayashi et al.; PSCC (1972), 3.3-4.
- 9) E. Wolters; PSCC (1972), 3.3-3.
- 10) F. Galiana et al.; PSCC (1972), 3.3-4.
- 11) J. Bubenko et al.; PSCC (1972), 3.3-6.
- 12) F. Ariatti et al.; PSCC (1972), 3.3-10.
- 13) 横山隆一他; 電気学会誌, 94-B (1974), 6, p. 263.
- 14) 尾形正晴他; 電気学会研究会 (1974), AC-72-27.
- 15) R. E. Kalman et al.; ASME Trans. J. Basic Engrg. Ser. D, 83 (1961), p. 95.
- 16) 西谷健一他; 電気学会講演論文集 (昭48), 908.
- 17) 小松恭介他; 北海道大学工学部研究報告 (昭49), 73号掲載予定。