



Title	I型梁の横倒れ座屈と腹板の座屈に関する一考察
Author(s)	能町, 純雄; Nomachi, Sumio; 堺, 孝司 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 75, 1-9
Issue Date	1975-07-26
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41283">https://hdl.handle.net/2115/41283</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	75_1-10.pdf



# I 型梁の横倒れ座屈と腹板の座屈に関する一考察

能 町 純 雄 堺 孝 司

(昭和49年9月30日受理)

## A Note on Lateral Buckling And Web Buckling of I-Beam

Sumio NOMACHI and Kouji SAKAI

(Received September 30, 1974)

### Abstract

The present paper discusses the elastic stability of an I-beam which is bent on the plane of the greatest flexural rigidity by a load. In this case elastic instability may occur in two different manners; one is lateral buckling of the beam and the other is the local buckling caused by the plane stress in the web plate due to the stress concentration of the load. In order to determine whether which of the 2 is dominant, the stress state formulated by H. G. Vögel, was applied to the buckling of the web plate and the critical value of the load intensity was calculated by Ritz's method, assuming that four sides of the web are simply supported. The corresponding lateral buckling of the beam was evaluated by Timoshenko's formula, and the obtained results are illustrated and a comparison between the lateral buckling and the local web buckling is shown in the figures.

### 1. ま え が き

I-型断面のように、スレンダーな断面の桁が曲げをうけるとき、横倒れ座屈 (Kippung) といわれる不安定状態が存在することはよく知られており、設計の重要なポイントの一つとなっている。しかし、桁に曲げを起す外力が集中荷重の形をとるとき、その腹板中に生ずる2次元応力によって不安定状態になることが想像される。この後者については従来、看過されており、僅かに実験的な研究があるのみである。本論文では、H. G. Vögel が誘導した I-型梁の腹板中における応力分布を平面力として、腹板は上下フランジと両支点の位置で単純支持されるものとしてその弾性安定を論じ、別に集中荷重による桁全体の横倒れ座屈とを独立に検討して比較したものである。

### 2. Plate Girder の腹板の座屈

集中荷重、あるいは、部分分布荷重をうける梁のウェブの座屈を考えるには、先ず、これら荷重によるウェブ面内応力を決定しなければならない。この面内応力は、H. G. Vögel<sup>1)</sup> が導いたものを用い、座屈問題は、エネルギー法を用いて座屈荷重強度を決定した。以下にその概要について述べる。

#### 2.1 仮 定

桁の腹板は、端横断面  $x=0, x=l$  で、せん断力によって支えられ、縦境界  $y=-b/2, y=b/2$  で、

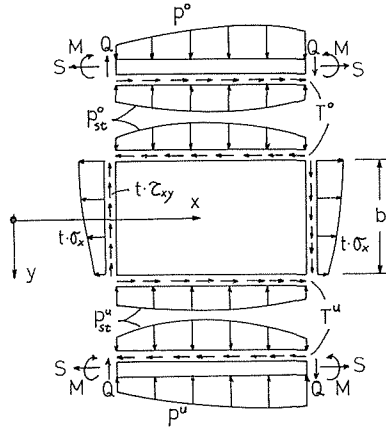


図-1

垂直力とせん断力が作用する矩形シャイベとして考える。フランジは工学的曲げ理論を満足する棒として考える。フランジに作用する荷重は外荷重、並びに、シャイベの縦境界にある垂直力とせん断力と大きさ等しく方向逆な力とからなっているとす (図1)。

## 2.2 シャイベ (ウェブ)

シャイベの Airy の応力関数に関して次のものを選ぶ。

$$F(x, y) = \sum_{r=1,2} \frac{1}{\alpha_r} [A_r \text{Ch} \alpha_r y + \alpha_r y B_r \text{Sh} \alpha_r y + C_r \text{Sh} \alpha_r y + \alpha_r y D_r \text{Ch} \alpha_r y] \sin \alpha_r x \quad (1)$$

これに対する応力と変形は

$$\begin{cases} \sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} \\ \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \\ \tau_{xy} = \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \end{cases} \quad (2)$$

$$\begin{cases} u(x, y) = \frac{1}{E} \left[ \int \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} dx - \mu \frac{\partial F}{\partial x} + \Phi(y) \right] \\ v(x, y) = \frac{1}{E} \left[ \int \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} dy - \mu \frac{\partial F}{\partial y} + \Psi(x) \right] \end{cases} \quad (3)$$

又、 $\Phi(y), \Psi(x)$  は、それぞれ

$$\begin{cases} \Phi(y) = K_0 + K_1 y \\ \Psi(x) = K_2 - K_1 x \end{cases} \quad (4)$$

## 2.3 フランジ (図1 参照)

軸方向の釣り合いと棒の曲げ理論とによって、上フランジについて

$$T^0 = -EF_G(u'')_{y=-b/2} \quad (5)$$

$$p^0 - p^0_{st} = EI_G(v''''_{y=-b/2}) \quad (6)$$

下フランジについて

$$T^u = EF_G(u'')_{y=b/2} \quad (7)$$

$$p^u + p^u_{st} = EI_G(v''''_{y=b/2}) \quad (8)$$

## 2.4 フランジとウェブとの関係

上フランジの位置において

$$T^0 = t(\tau_{yx})_{y=-b/2} \quad (9)$$

$$p_{st}^0 = -t(\sigma_y)_{y=-b/2} \quad (10)$$

下フランジの位置において

$$T^u = t(\tau_{yx})_{y=b/2} \quad (11)$$

$$p_{st}^u = -t(\sigma_y)_{y=b/2} \quad (12)$$

以上の条件を応力関数  $F$  で表わし、実際に積分することによって未定定数  $A_r$ ,  $B_r$ ,  $C_r$ ,  $D_r$  が求まる。その結果、最終的な応力は、次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_x = \sum_{1,3,5} \left[ \frac{W_{br}^A K_r^A + 2W_{br}^B K_r^B}{N_r^{AB}} Ch\alpha_r y + \frac{W_{br}^B K_r^B}{N_r^{AB}} \alpha_r y Sh\alpha_r y \right. \\ \left. + \frac{W_{br}^C K_r^C + 2W_{br}^D K_r^D}{N_r^{CD}} Sh\alpha_r y + \frac{W_{br}^D K_r^D}{N_r^{CD}} \alpha_r y Ch\alpha_r y \right] \sin \alpha_r x \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y = - \sum_{1,3,5} \left[ \frac{W_{br}^A K_r^A}{N_r^{AB}} Ch\alpha_r y + \frac{W_{br}^B K_r^B}{N_r^{AB}} \alpha_r y Sh\alpha_r y \right. \\ \left. + \frac{W_{br}^C K_r^C}{N_r^{CD}} Sh\alpha_r y + \frac{W_{br}^D K_r^D}{N_r^{CD}} \alpha_r y Ch\alpha_r y \right] \sin \alpha_r x \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \tau_{xy} = - \sum_{1,3,5} \left[ \frac{W_{br}^A K_r^A + W_{br}^B K_r^B}{N_r^{AB}} Sh\alpha_r y + \frac{W_{br}^B K_r^B}{N_r^{AB}} \alpha_r y Ch\alpha_r y \right. \\ \left. + \frac{W_{br}^C K_r^C + W_{br}^D K_r^D}{N_r^{CD}} Ch\alpha_r y + \frac{W_{br}^D K_r^D}{N_r^{CD}} \alpha_r y Sh\alpha_r y \right] \cos \alpha_r x \end{aligned} \quad (15)$$

ここで

$$\begin{aligned} N_r^{AB} = [t + F_G \alpha_r (1 + \mu) Cth\omega_r] [t\omega_r + I_G \alpha_r^3 \{(1 + \mu)\omega_r Cth\omega_r - (1 - \mu)\}] \\ - [tCth\omega_r + I_G \alpha_r^3 (1 + \mu)] [t(1 + \omega_r Cth\omega_r) + F_G \alpha_r \{2Cth\omega_r + (1 + \mu)\omega_r\}] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} N_r^{CD} = [t + F_G \alpha_r (1 + \mu) Th\omega_r] [t\omega_r + I_G \alpha_r^3 \{(1 + \mu)\omega_r Th\omega_r - (1 - \mu)\}] \\ - [tTh\omega_r + I_G \alpha_r^3 (1 + \mu)] [t(1 + \omega_r Th\omega_r) + F_G \alpha_r \{2Th\omega_r + (1 + \mu)\omega_r\}] \end{aligned}$$

$$K_r^A = [t(1 + \omega_r Cth\omega_r) + F_G \alpha_r \{2Cth\omega_r + (1 + \mu)\omega_r\}] / Sh\omega_r$$

$$K_r^B = [t + F_G \alpha_r (1 + \mu) Cth\omega_r] / Sh\omega_r$$

$$K_r^C = [t(1 + \omega_r Th\omega_r) + F_G \alpha_r \{2Th\omega_r + (1 + \mu)\omega_r\}] / Ch\omega_r$$

$$K_r^D = [t + F_G \alpha_r (1 + \mu) Th\omega_r] / Ch\omega_r$$

分布荷重に対して

$$W_{br}^A = -\frac{2}{\pi} (p^0 - p^u) \frac{1}{r} \sin \frac{r\pi c}{l} \sin \frac{r\pi}{2}$$

$$W_{br}^B = \frac{2}{\pi} (p^0 - p^u) \frac{1}{r} \sin \frac{r\pi c}{l} \sin \frac{r\pi}{2}$$

$$W_{br}^C = \frac{2}{\pi} (p^0 + p^u) \frac{1}{r} \sin \frac{r\pi c}{l} \sin \frac{r\pi}{2}$$

$$W_{br}^D = -\frac{2}{\pi} (p^0 + p^u) \frac{1}{r} \sin \frac{r\pi c}{l} \sin \frac{r\pi}{2}$$

集中荷重に対して

$$W_{br}^A = -\frac{P^0 - P^u}{l} \sin \frac{r\pi}{2}$$

$$W_{br}^B = \frac{P^0 - P^u}{l} \sin \frac{r\pi}{2}$$

$$W_{pr}^c = \frac{P^v + P^u}{l} \sin \frac{\pi r}{2}$$

$$W_{pr}^D = -\frac{P^v + P^u}{l} \sin \frac{r\pi}{2}$$

ここで、

$I_G$ ; フランジの断面二次モーメント,  $F_G$ ; フランジの断面積,  $c$ ; 荷重分布幅,  $t$ ; 腹板厚  
 $E$ ; 弾性係数,  $\mu$ ; ポアソン比,  $\alpha_r = r\pi/l$ ,  $\omega_r = \alpha_r b/2$

## 2.5 Ritz の方法による座屈問題の解法

### 2.5.1 座屈曲面

ウェブが座屈したときの座屈曲面は、周辺単純支持の条件を用いて次のように仮定できる。

$$\omega = \sum_m \sum_n A_{mn} \sin \frac{m\pi x}{l} \sin \frac{n\pi y}{b} \quad (16)$$

### 2.5.2 座屈係数マトリックスの誘導

外荷重によって平板に貯えられた歪エネルギーと外荷重がなす仕事とは等しいという条件は、弾性安定問題の場合、エネルギーの第2変分を0にすることである。

$$\delta^2\pi = \frac{1}{2} \int_0^l \int_0^b \{t[\sigma_x(\omega')^2 + \sigma_y(\omega'')^2 + 2\tau_{xy}\omega'\omega'']\}$$

$$+ K[(\omega'' + \omega'') - 2(1-\mu)(\omega'^2\omega'' - \omega''^2)]\} dx dy = 0 \quad (17)$$

ここで

$$\omega' = \partial\omega/\partial x, \quad \omega'' = \partial\omega/\partial y$$

Ritz の方法に依れば

$$\frac{\partial\delta^2\pi}{\partial A_{mn}} = 0 \quad (18)$$

先に求めた  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$  を (17) 式に代入し、実際に積分して、しかる後  $A_{mn}$  について偏微分すると、次のような座屈係数マトリックスを得る。

$$A_{mn} T_{mnmn} + \frac{tP}{K} \sum_p \sum_q A_{pq} B_{mnpq} = 0 \quad (19)$$

ここで

$$T_{mnmn} = \frac{lb}{4} \left\{ \left( \frac{m\pi}{l} \right)^2 + \left( \frac{n\pi}{b} \right)^2 \right\}^2$$

$$B_{mnpq} = B_{mn}^{(1)pq} + B_{mn}^{(2)pq} + B_{mn}^{(3)pq} + B_{mn}^{(4)pq}$$

$$B_{mn}^{(1)pq} = \alpha_p \alpha_m \sum_{r=1,3} H_{r,m,p}^{(1)} (A_{r1} R_{r,n,q}^{(1)} + A_{r2} \alpha_r S_{r,n,q}^{(1)} + A_{r3} R_{r,n,q}^{(2)} + A_{r4} \alpha_r S_{r,n,q}^{(2)})$$

$$B_{mn}^{(2)pq} = \alpha_q \alpha_n \sum_{r=1,3} H_{r,m,p}^{(2)} (B_{r1} R_{r,n,q}^{(3)} + B_{r2} \alpha_r S_{r,n,q}^{(3)} + B_{r3} R_{r,n,q}^{(4)} + B_{r4} \alpha_r S_{r,n,q}^{(4)})$$

$$B_{mn}^{(3)pq} = \alpha_q \alpha_m \sum_{r=1,3} H_{r,m,p}^{(3)} (C_{r1} R_{r,n,q}^{(5)} + C_{r2} \alpha_r S_{r,n,q}^{(5)} + C_{r3} R_{r,n,q}^{(6)} + C_{r4} \alpha_r S_{r,n,q}^{(6)})$$

$$B_{mn}^{(4)pq} = \alpha_p \alpha_n \sum_{r=1,3} H_{r,m,p}^{(4)} (C_{r1} R_{r,n,q}^{(7)} + C_{r2} \alpha_r S_{r,n,q}^{(7)} + C_{r3} R_{r,n,q}^{(8)} + C_{r4} \alpha_r S_{r,n,q}^{(8)})$$

$$H_{r,m,p}^{(1)} = (-W_{r,m,p} + X_{r,m,p} - Y_{r,m,p} - Z_{r,m,p})$$

$$H_{r,m,p}^{(2)} = (W_{r,m,p} - X_{r,m,p} - Y_{r,m,p} - Z_{r,m,p})$$

$$H_{r,m,p}^{(3)} = (-W_{r,m,p} + Z_{r,m,p} - X_{r,m,p} - Y_{r,m,p})$$

$$\begin{aligned}
H_{r,m,p}^{(4)} &= (-W_{r,m,p} + Y_{r,m,p} - X_{r,m,p} - Z_{r,m,p}) \\
W_{r,m,p} &= \frac{(-1)^{(r+m+p)} - 1}{4(\alpha_r + \alpha_m + \alpha_p)}, \quad X_{r,m,p} = \frac{(-1)^{(-r+m+p)} - 1}{4(-\alpha_r + \alpha_m + \alpha_p)} \quad (r \neq m+p) \\
Y_{r,m,p} &= \frac{(-1)^{(r-m+p)} - 1}{4(\alpha_r - \alpha_m + \alpha_p)} \quad (r+p \neq m), \quad Z_{r,m,p} = \frac{(-1)^{(r+m-p)} - 1}{4(\alpha_r + \alpha_m - \alpha_p)} \quad (r+m \neq p)
\end{aligned}$$

$(n+q)$  が偶数のとき

$$\begin{aligned}
S_{r,n,q}^{(1)} &= b\alpha_r Ch\omega_r[-P_{r,n,q} + Q_{r,n,q}] + 4Sh\omega_r[(\alpha_r^2 - (\alpha_n + \alpha_q)^2) \\
&\quad \times P_{r,n,q}^2 - (\alpha_r^2 - (\alpha_n - \alpha_q)^2)Q_{r,n,q}^2] \\
S_{r,n,q}^{(3)} &= b\alpha_r Ch\omega_r[P_{r,n,q} + Q_{r,n,q}] - 4Sh\omega_r[(\alpha_r^2 - (\alpha_n + \alpha_q)^2) \\
&\quad \times P_{r,n,q}^2 + (\alpha_r^2 - (\alpha_n - \alpha_q)^2)Q_{r,n,q}^2] \\
S_{r,n,q}^{(5)} &= -bCh\omega_r[(\alpha_n + \alpha_q)P_{r,n,q} + (\alpha_n - \alpha_q)Q_{r,n,q}] \\
&\quad + 8\alpha_r Sh\omega_r[(\alpha_n + \alpha_q)P_{r,n,q}^2 + (\alpha_n - \alpha_q)Q_{r,n,q}^2] \\
S_{r,n,q}^{(2)} &= S_{r,n,q}^{(4)} = S_{r,n,q}^{(6)} = 0 \quad S_{r,n,q}^{(7)} = S_{r,q,n}^{(5)} \quad S_{r,n,q}^{(8)} = S_{r,q,n}^{(6)} \\
R_{r,n,q}^{(1)} &= 2\alpha_r Sh\omega_r[-P_{r,n,q} + Q_{r,n,q}] \quad R_{r,n,q}^{(3)} = 2\alpha_r Sh\omega_r[P_{r,n,q} + Q_{r,n,q}] \\
R_{r,n,q}^{(5)} &= -2Sh\omega_r[(\alpha_n + \alpha_q)P_{r,n,q} + (\alpha_n - \alpha_q)Q_{r,n,q}] \\
R_{r,n,q}^{(7)} &= -2Sh\omega_r[(\alpha_n + \alpha_q)P_{r,n,q} + (\alpha_q - \alpha_n)Q_{r,n,q}] \\
R_{r,n,q}^{(2)} &= R_{r,n,q}^{(4)} = R_{r,n,q}^{(6)} = R_{r,n,q}^{(8)} = 0
\end{aligned}$$

$(n+q)$  が奇数のとき

$$\begin{aligned}
S_{r,n,q}^{(2)} &= b\alpha_r Sh\omega_r[P_{r,n,q} - Q_{r,n,q}] + 4Ch\omega_r[-(\alpha_r^2 - (\alpha_n + \alpha_q)^2) \\
&\quad \times P_{r,n,q}^2 + (\alpha_r^2 - (\alpha_n - \alpha_q)^2)Q_{r,n,q}^2] \\
S_{r,n,q}^{(4)} &= -b\alpha_r Sh\omega_r[P_{r,n,q} + Q_{r,n,q}] + 4Ch\omega_r[(\alpha_r^2 - (\alpha_n + \alpha_q)^2) \\
&\quad \times P_{r,n,q}^2 + (\alpha_r^2 - (\alpha_n - \alpha_q)^2)Q_{r,n,q}^2] \\
S_{r,n,q}^{(6)} &= bSh\omega_r[(\alpha_n + \alpha_q)P_{r,n,q} + (\alpha_n - \alpha_q)Q_{r,n,q}] \\
&\quad - 8\alpha_r Ch\omega_r[(\alpha_n + \alpha_q)P_{r,n,q}^2 - (\alpha_n - \alpha_q)Q_{r,n,q}^2] \\
S_{r,n,q}^{(1)} &= S_{r,n,q}^{(3)} = S_{r,n,q}^{(5)} \quad S_{r,n,q}^{(7)} = S_{r,q,n}^{(5)} \quad S_{r,n,q}^{(8)} = S_{r,q,n}^{(6)} \\
R_{r,n,q}^{(2)} &= 2\alpha_r Ch\omega_r[P_{r,n,q} - Q_{r,n,q}] \\
R_{r,n,q}^{(4)} &= -2\alpha_r Ch\omega_r[P_{r,n,q} + Q_{r,n,q}] \\
R_{r,n,q}^{(6)} &= 2Ch\omega_r[(\alpha_n + \alpha_q)P_{r,n,q} + (\alpha_n - \alpha_q)Q_{r,n,q}] \\
R_{r,n,q}^{(8)} &= 2Ch\omega_r[(\alpha_n + \alpha_q)P_{r,n,q} + (\alpha_q - \alpha_n)Q_{r,n,q}] \\
P_{r,n,q} &= \frac{1}{2[\alpha_r^2 + (\alpha_n + \alpha_q)^2]}, \quad Q_{r,n,q} = \frac{1}{2[\alpha_r^2 + (\alpha_n - \alpha_q)^2]} \\
A_{r1} &= \frac{W_{pr}^A K_r^A + 2W_{pr}^B K_r^B}{N_r^{AB}}, \quad A_{r2} = \frac{W_{pr}^B K_r^B}{N_r^{AB}} \\
A_{r3} &= \frac{W_{pr}^C K_r^C + 2W_{pr}^D K_r^D}{N_r^{CD}}, \quad A_{r4} = \frac{W_{pr}^D K_r^D}{N_r^{CD}} \\
B_{r1} &= -\frac{W_{pr}^A K_r^A}{N_r^{AB}}, \quad B_{r2} = -\frac{W_{pr}^B K_r^B}{N_r^{AB}}, \quad B_{r3} = -\frac{W_{pr}^C K_r^C}{N_r^{CD}} \\
B_{r4} &= -\frac{W_{pr}^D K_r^D}{N_r^{CD}}, \quad C_{r1} = -\frac{W_{pr}^A K_r^A + W_{pr}^B K_r^B}{N_r^{AB}}, \quad C_{r2} = -\frac{W_{pr}^B K_r^B}{N_r^{AB}} \\
C_{r3} &= -\frac{W_{pr}^C K_r^C + W_{pr}^D K_r^D}{N_r^{CD}}, \quad C_{r4} = -\frac{W_{pr}^D K_r^D}{N_r^{CD}}
\end{aligned}$$

### 3. 梁の横倒れ座屈

Timoshenko<sup>2)</sup>によれば、中央に載荷された両端単純支持の横倒れを起す限界荷重を求める式は

$$\frac{Pa'\phi_0^2}{2} + \frac{P^2}{4EI_\eta} \int_0^{l/2} \phi^2 \left(\frac{l}{2} - z\right)^2 dz = C \int_0^{l/2} \left(\frac{d\phi}{dz}\right)^2 dz + C_1 \int_0^{l/2} \left(\frac{d^2\phi}{dz^2}\right)^2 dz \quad (20)$$

2で行なったと同様に上式を次のように置く

$$\delta^2\pi = \frac{Pa'\phi_0^2}{2} + \frac{P^2}{4EI_\eta} \int_0^{l/2} \phi^2 \left(\frac{l}{2} - z\right)^2 dz - C \int_0^{l/2} \left(\frac{d\phi}{dz}\right)^2 dz - C_1 \int_0^{l/2} \left(\frac{d^2\phi}{dz^2}\right)^2 dz \quad (21)$$

ここで、 $a'$ は横断面の中心から荷重の作用点までの鉛直距離を表わし、 $C=GJ$ 、 $C_1=EC_\omega$ はそれぞれ、ねじり剛性、そり剛性である。

次に、回転角  $\phi$  を次のように仮定する。

$$\phi = \sum_{n=1,3,\dots} a_n \cos \frac{n\pi z}{l} \quad (22)$$

Ritz の方法に従って

$$\frac{\partial \delta^2\pi}{\partial a_n} = 0 \quad (23)$$

(22) 式を (21) 式に代入し、実際に積分し、しかる後に、 $a_n$  で偏微分すると

$$\frac{2EI_\eta}{l^2} \frac{Pa'}{l} \sum_q a_q + P^2 \sum_{q(n \neq q)} B_{nq} a_q + P^2 B'_{nn} a_n - \frac{EI_\eta C}{\alpha^4} B''_{nn} a_n = 0 \quad (24)$$

ここで

$$B_{nq} = \frac{1}{(n+q)^2\pi^2} + \frac{1}{(n-q)^2\pi^2}, \quad B'_{nn} = \frac{(n\pi)^2 + 6}{48(n\pi)^2}, \quad B''_{nn} = (n\pi)^2 + \frac{C_1}{C l^2} (n\pi)^4$$

i)  $n=1$  まで考慮する

$$P_{cr} = \left\{ -\frac{1}{B'_{11}} \left(\frac{a'}{l}\right) \sqrt{\frac{EI_\eta}{C}} + \sqrt{\left(\frac{1}{B'_{11}}\right)^2 \left(\frac{a'}{l}\right)^2 \frac{EI_\eta}{C} + \frac{B''_{11}}{B'_{11}}} \right\} \sqrt{\frac{EI_\eta C}{l^2}} \quad (25)$$

ii)  $n=3$  まで考慮する

$$\begin{aligned} & [B'_{11}B'_{33} - B_{13}B_{31}]P_{cr}^4 + \frac{2EI_\eta}{l^2} \frac{a'}{l} [B'_{11} + B'_{33} - B_{31} - B_{13}]P_{cr}^3 \\ & - \frac{EI_\eta C}{l^4} [B''_{11}B'_{33} + B'_{11}B''_{33}]P_{cr}^2 - \frac{2EI_\eta}{l^2} \frac{a'}{l} \frac{EI_\eta C}{l^4} [B''_{11} + B''_{33}]P_{cr} + \left(\frac{EI_\eta C}{l^4}\right)^2 B''_{11}B''_{33} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

$n=3$  まで考慮すれば、その誤差は1%以下で十分な精度が保証される。実際に最も危険な状態

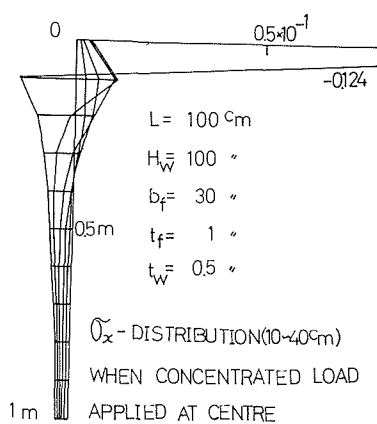


図-2

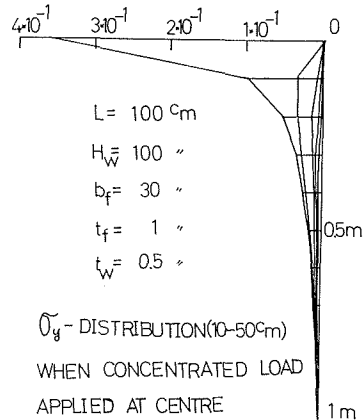
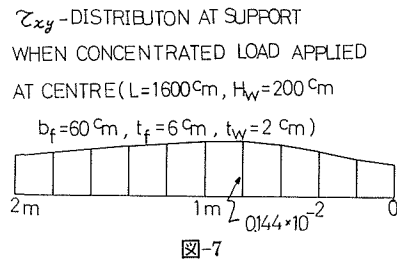
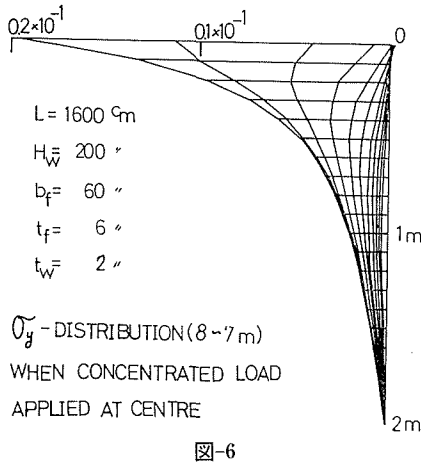
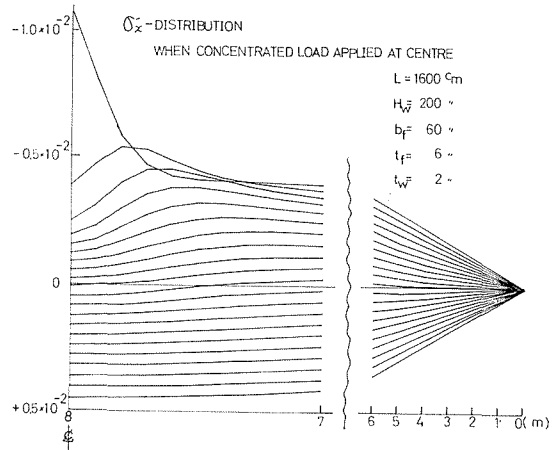
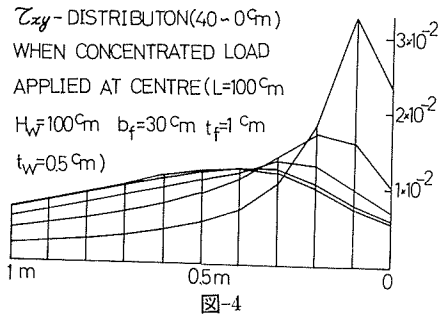


図-3



は、荷重が上フランジに載荷される場合であるので、計算では、(26)式において  $a'$  を中立軸から上フランジの距離と考えたもので行う。

#### 4. 数値計算

図2, 3, 4に、縦横比  $\alpha=1$  の場合の応力分布を示す。又、図5, 6, 7には  $\alpha=8$  の場合の応力分布を示す。いずれも梁中央に集中荷重が載荷されたときのものである。図から、分かるように、載荷点直下においては、他と比して非常に大きな応力となる。これは、実験によってしばしば見られる載荷点直下の崩壊の理論的意味付けとなろう。

応力分布に関する精度は、 $r=200$  項までとれば十分であることを確認した。又、 $m, n$  については、 $\alpha=1, 2, 3, 4, 5$  に対してそれぞれ、 $m=3, n=3$ ,  $m=5, n=3$ ,  $m=9, n=3$ ,  $m=11, n=3$ ,  $m=15, n=3$  を考慮した。

図8, 9にウェブの座屈と横倒れ座屈の比較を示す。図8について言えば、 $b_f=25$ cm では、ウェブの座屈が優先し、 $b_f=5$ cm,  $b_f=10$ cm では図に示すように、 $\alpha$  が小さいときはウェブの座屈が、又、 $\alpha$  が大きいところでは横倒れ座屈がそれぞれ優先する。図9については、 $b_f=25$ cm ではウェブの座屈が優先し、 $b_f=5$ cm では図に示すような優先状態となる。

但し、数値計算結果はすべて、kg, cm 単位である。

尚、計算には、北大大型計算機センター FACOM 230-60 を使用した。

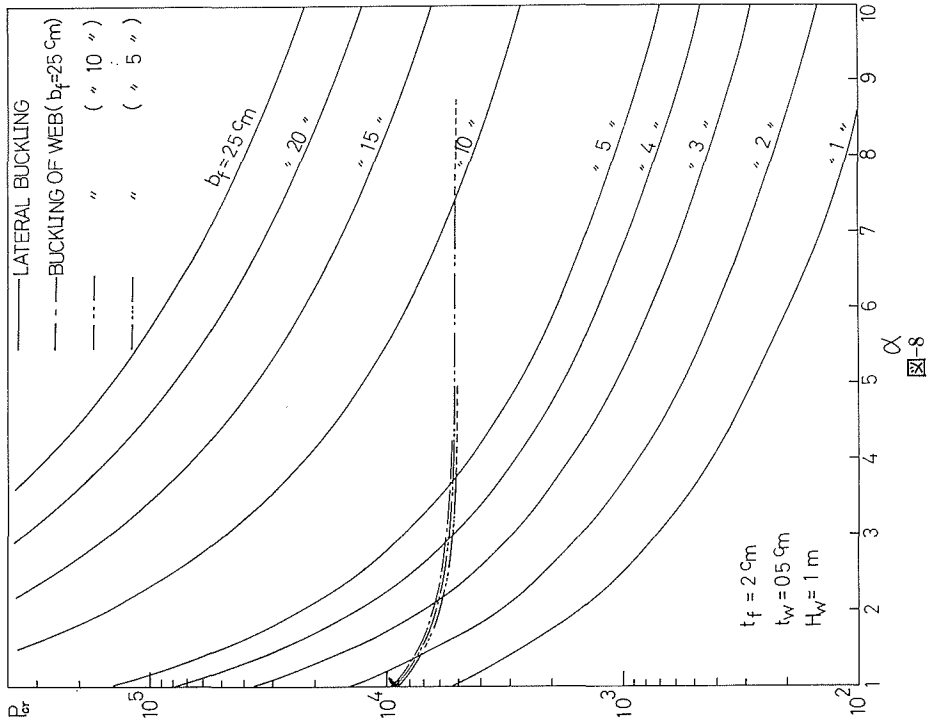


図-8

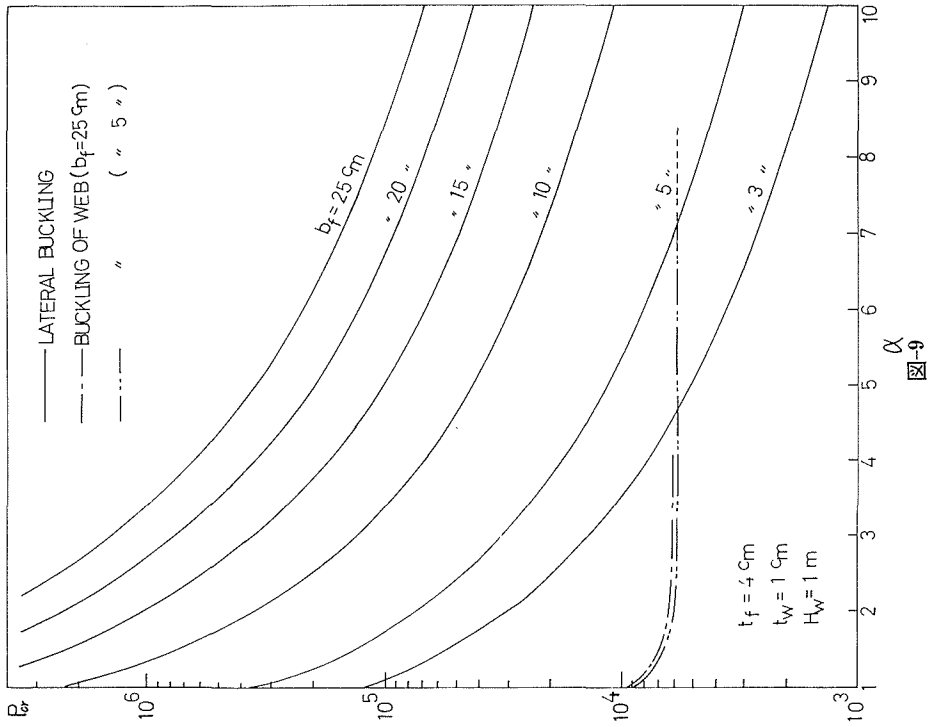


図-9

## 5. 考 察

以上、I-型断面のウェブの座屈と横倒れ座屈との比較を行なった。ウェブの座屈では、フランジ幅  $b_f$  の影響は、横倒れの場合に比して少ない。これは当然のことで、weak axis に関する断面二次モーメント  $I_y$  が小さいと横倒れが生じ易くなる。すなわち、 $b_f$  が非常に敏感に影響する訳である。従って、ウェブ座屈と全体横倒れ座屈とを比較する場合、適当な座屈値で両者の座屈曲線が交わるような断面を考えると両座屈に対する安全度が等しくなり、設計上ある意義を有することになる。

## 参 考 文 献

- 1) H. G. Vögel; DER STAHLBAU, Heft 8 (1972) p. 225.
- 2) S. P. Timoshenko and J. M. Gere; Theory of Elastic Stability, 2nd Ed, McGRAW-HILL.