



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	流体力による弾性平板の変形と流力特性の変化
Author(s)	有江, 幹男; Arie, Mikio; 木谷, 勝 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 76, 19-30
Issue Date	1975-08-20
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41298
Type	departmental bulletin paper
File Information	76_19-30.pdf



流体力による弾性平板の変形と流力特性の変化

有江幹男* 木谷 勝* 藤兼敏則**

(昭和49年12月27日受理)

Deflection and Hydrodynamic Characteristics of a Thin Elastic Plate Normal to a Uniform Stream

Mikio ARIE Masaru KIYA Toshinori FUJIKANE

(Received December 27, 1974)

Abstract

The deflection and the accompanying change of hydrodynamic characteristics of a thin elastic plate with tail plate normal to a uniform flow are experimentally investigated. Reynolds number of the experiment is in the range of 10^4 - 10^5 . The flow around the elastic plates is described as a function of the dimensionless parameter E_f which is defined as the ratio between the representative hydrodynamic moment and the bending rigidity of the plates. Since the location of the separation point is fixed at the edge of the plate, the effect of the Reynolds number will be negligible when it is in the range of 10^3 - 10^6 .

The deflection curve is found to be well described by the linear bending theory of the thin elastic plates. The dependence of the back pressure and the drag coefficient of the elastic plates on the parameter E_f is quantitatively clarified in terms of a few experimental formulas.

1. 緒 言

流れの中におかれた物体は流体力による変形を生ずるとともに、この変形に対応して周辺の流れが変化するため、物体の変形と流れとは複雑な相互作用を示す。この典型的な例として翼および翼列のフラッタ、ダイバージェンスなどの現象をあげることができる。流れが翼表面から剝離しない場合については、翼の変形と流れの相互作用は非定常翼理論と弾性学の範囲で取り扱うことができるが¹⁾、剝離フラッタなどの場合には、剝離流の特性が複雑であり理論的解析はきわめて困難となる。

翼以外の場合にも剝離フラッタが重要となる他の分野がある。地表面の構造物すなわち橋りょう、ビルディング、煙突などの多くはこれまで剛性の大きな構造をもっていたために、風圧力による変形を問題とする必要性は少なかった。しかし、近年におけるこれら構造物の長大化、高層化およびこれに伴う構造部材の相対的な剛性低下などによって、流体力による変形とくに振動現象が重要視されつつある²⁾。これらの構造物はほとんどすべて流れ学的にはにぶい物体の範

* 流体工学 第一講座

** 北海道電力

ちゅうに属するものであり、その背後には周期的な渦放出が起る可能性が大きく、構造物の変形は振動的となる。議論を簡単にするために、構造物がある一つの平面について対称な形状をもち、かつこの対称面と平行な近寄り流れが存在するものとする。周期的な渦放出に伴う変動揚力によって、物体には対称面を中心とする振動的な変形を生ずる。一方、物体の抗力には定常成分と渦放出に伴う変動成分とが存在するから、流れ方向における物体の変形は平均たわみ曲線のまわりの振動変形となる。とくに物体のスパンが高さに比較して十分大きく、しかも平面壁あるいは地表面上に付着している場合には、周期的な渦放出は顕著ではなく、物体の変形曲線はほぼ定常なものとなる。

本論文はこのような観点から、流体力によって変形する弾性体の最も基本的なモデルとして、尾板付の薄い垂直弾性平板をとりあげ、流体力による当該平板の変形と流れとの相互作用を明らかにしようとするものである。なお、本論文では平板の変形、圧力分布などはすべて時間的な平均値のみを対象とする。平板の振動特性と流れの非定常性との関連は今後の研究課題である。

2. 考慮すべきパラメタ

流れの中におかれた弾性平板の変形および流力特性に影響をおよぼす変数について考える。Fig. 1 に示すように、弾性平板の中心は十分に薄い尾板の先端に固定支持されており、上半分の平板については片持支持とみなしうるものとする。また、平板のスパンは高さ h に比較して十分に大きく、平板のまわりの流れは二次元的とみなしうるものとともに、平板の厚さ t はきわめて薄く $t \ll h$ であるものとする。平板の弾性的特性は弾性係数 E 、Poisson 比 ε によって規定できる。一方、流体側の変数としては、流体の圧縮性を無視した場合、近寄り流れの速度 U 、流体の密度 ρ 、動粘性係数 ν の三つをとりあげればよい。近寄り流れに含まれる乱れの強さおよび乱れのスケールが、平板のまわりの流れに影響をおよぼすことが指摘されているが³⁾、乱れの強さが 1% 以下であれば、平板表面の圧力分布に与える影響は無視しうる程度に小さい。

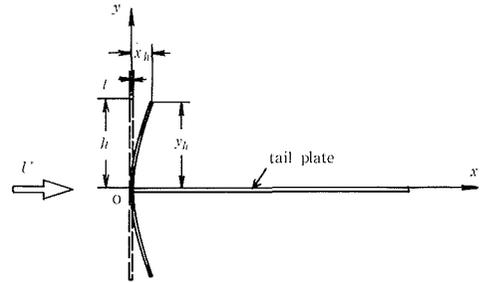


Fig. 1. Definition sketch and coordinate system.

変形状態における弾性平板に作用する流体力には圧力と粘性せん断応力の二つがある。本論文においては $Uh/\nu > 10^3$ の範囲の流れを対象とするので、粘性応力の寄与は無視して差支えない。また、平板の自重が存在するが、きわめて薄い平板についてはこの力も圧力に比較して無視しうる程度に小さい。

平板の変形が二次元的に生じ、スパン方向の変形が阻止されるものとするれば、これにともない平板にはスパン方向の応力が生ずることになる。変形状態における平板の任意の点における曲率半径を r 、流体圧による単位長さあたりの曲げモーメントを M とすれば、次の関係式が成り立つ。

$$1/r = M/D \quad (1)$$

ここに、 D は平板の曲げ剛性

$$D = Et^3 / \{12(1 - \varepsilon^2)\} \quad (2)$$

である。座標系を Fig. 1 のようにとった場合、曲率は

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2x}{dy^2} \left\{ 1 + \left(\frac{dx}{dy} \right)^2 \right\}^{-3/2} \quad (3)$$

で与えられる。式(1)は平板の中立面が板の厚みの中心面に一致するものと仮定して導かれたものであるから、平板が弾性範囲内で大変形（具体的な変形量については後述）を行なう場合について、この関係式を適用することは厳密には問題があるかも知れない。しかし、弾性学の分野においても大変形問題については十分な理論構成が行なわれていないようなので、ここでは式(1)の関係が成立するものと仮定して以下の議論を進める。

M および r をそれぞれ $\rho U^2 h^2$, h を用いて無次元化し

$$M^* = M/(\rho U^2 h^2), \quad r^* = r/h \quad (4)$$

とすれば、式(1)は

$$\frac{1}{r^*} = \frac{\rho U^2 h^3}{D} M^* \quad (5)$$

の形に変換されるが、この中には次の無次元パラメタが含まれている。

$$E_f \equiv \frac{\rho U^2 h^3}{D} = 12(1-\varepsilon^2) \left(\frac{h}{t} \right)^3 \frac{\rho U^2}{E} \quad (6)$$

E_f は流体力によって平板に作用する曲げモーメントの代表値と平板の曲げ剛性との比を表わすもので、弾性体の変形と流れとの相互作用を記述する重要なパラメタの一つである。 M^* はレイノルズ数

$$Re \equiv U h / \nu \quad (7)$$

の関数でもあるから、十分に広い流れの中におかれた尾板付弾性平板の変形および流力特性は E_f と Re の二つのパラメタによって支配される。

ここで Re 数の効果について考えてみる。平板あるいは矩形柱などのように、剝離点が固定されるにぶい物体のまわりの流れは、 $Re > 10^3$ の範囲であれば Re 数によってほとんど変化しないことが知られている。ただし、 Re 数の増加とともに流体の圧縮性の効果が現われるときはこの限りではない。流れに垂直におかれた二次元剛体平板の抗力係数は $Re = 10^3 \sim 10^6$ の範囲で一定であることから、弾性平板の場合についても変形が極端に大きくない限り、フローパターンの Re 数に対する依存性は無視しても差支えない。

この問題を風洞あるいは水路を用いて実験的に取り扱う場合には、流路壁による干渉効果を示すパラメタ h/H (H は流路壁と平板中心との間の距離) が現われる。これについては後に実験結果の解析の部分で示すように、適当な補正式によってある程度除去することができる。また、尾板の厚さを無限に小さくすることは不可能であるから、弾性平板の支持部分における尾板の厚さ H_t が h/H_t の形で現われることになる。その理由として、弾性平板の H_t に等しい部分が流れ方向に直角な平面に保たれ、変形時における弾性平板のまわりのフローパターンを変化させることがあげられる。しかし、尾板を十分に薄くして $h/H_t \gg 1$ とすれば、實際上十分な精度で H_t の影響を除去することができる。

以上の結果から明らかなように、本論文のおもな目的は、弾性平板の変形および流力特性を E_f なるパラメタの関数として表示することである。

3. 実験装置および実験方法

3.1 供試風路 実験は 0.5 m × 0.5 m × 5.0 m の水平な試験部分をもつ低速貫流型風洞を用い

て行なった。試験部内における平均流速範囲は5~70 m/sec であり、主流方向の乱れ度は20 m/sec の平均流速のとき約0.3% である。

供試弾性平板としては真ちゅう製の薄板を使用しているが、購入時における板の曲がりや工作上の問題点などもあって、風洞試験部の幅50 cm にわたる均一な平板を作製することは困難であった。したがって、平均して供試平板に良好な平面性の得られる210 mm の長さを平板のスペンとして採用する必要があるが生じた。これに対応して、風洞試験部内に先端を楕円形に仕上げた厚さ10 mm、長さ1210 mm の2枚の亚克力樹脂板を取り付けこれを側壁とした。タフト・プローブを用いた流れ状態の観測により、側壁板の先端付近に剝離が生じていないことを確かめてある。供試平板は、側壁板先端より200 mm 下流の位置に設置し、その後方に厚さ2 mm、長さ950 mm の亚克力樹脂板製の尾板を取り付けてある。尾板は2枚の側壁板に設けたスリット内に固定されている。

3.2 供試平板 弾性平板としては、変形が精度よく測定できる程度に大きく、しかも変形が弾性範囲内にあるような材質のものを採用する必要がある。数種の材料について予備実験を行なった結果、真ちゅう製の薄板がこの条件をよく満足していることがわかった。採用した平板の高さは $h=30, 40$ および 50 mm の3種類であり、それぞれの h について厚さ t を0.1, 0.2 mm の2種類に変化させた。式(6)に示すように、 E_f の中には平板の幾何学的形状を表わすパラメータとして h/t が含まれているので、上記のような h, t の選択により、 h/t として6種類の値が得られる。

平板は2 mm の厚さの尾板に接着剤によって結合した。したがって、Fig. 1 の原点O の下側 $\Delta h=2.0$ mm の平板部分が流れと直角に保持されることになる。本論文で採用している平板の高さは尾板の表面から測った長さである。この実験での供試平板については $\Delta h/h$ は高々 $2/30$ にすぎないので、尾板の厚さは弾性平板のまわりのフローパターンに顕著な影響をおよぼすことはありえない。なお、平板の自由な変形を防げないように、側壁と平板との間に約0.5 mm の隙間を設けた。

弾性平板の測定結果を整理するときの基準となる剛体垂直平板の資料を得る目的で、厚さ2 mm の亚克力樹脂板を用い $h=30, 40$ および 50 mm の平板模型を作製した。平板の先端部は供試区間の下流側に 45° の角度で鋭く機械加工をほどこしてある。本実験の測定範囲においては、これら亚克力樹脂平板の変形は認められず、実用上剛体平板とみなしてよい。

3.3 平板の変位測定 弾性平板の変形は、流体力と平板の内部応力が釣り合った状態で安定するから、変位の測定に際して余分な外力が作用しないように注意しなければならない。そのため、本実験では平板の裏面に設けた標点を風洞外部から読取顕微鏡(精度 10^{-2} mm)で観測することによって変位を測定した。標点は平板の中心線上に鋭利なカッターで5 mm 間隙にきざまれた幅約 10^{-2} mm の浅い溝である。平板の変形が二次元的であると仮定すれば、各標点は平板の変形によりFig. 1 の xy 平面内を移動する。したがって、読取顕微鏡の鏡筒部を風洞外部から xy 平面と平行な平面内で移動させれば、流れに影響を与えることなく平板の変位を測定することができる。

3.4 平板への近寄り流れ 平板を設置しない状態においては、流路内の速度分布は境界層の部分を除くと良好な一様性を示している。しかし、平板を設置した状態における平板前方 $x=-135$ mm の位置での速度分布は、Fig. 2 に示すように中心部が減速され、周辺部が加速された形状となる。そのため、基準速度および基準圧力として、Fig. 2 の点A ($x=-135$ mm, $y=$

-175 mm)における速度およびこの点に対応する側壁上の圧力を採用した。このような基準速度および基準圧力の選定によっても、弾性平板の変形と流れの相互作用に関する本質が見失なわれることはない。

3.5 圧力分布の測定 平板表面の圧力分布は、Fig. 3 に示す位置に直径 0.4 mm の測圧孔を設け、これを差動トランス型圧力変換器に導いて測定した。このさい、圧力取出部分および圧力変換器までの導圧管などが、弾性平板の変形を阻害しないように十分に配慮した。

平板の変位測定と圧力測定とは同一の平板について行なったが、導圧管などによる拘束が変形に影響をおよぼすことを考慮し、変位測定が終了した後に測圧孔、導圧管の取り付けを行なった。しかし、圧力測定用の補助部分の取付前後における平板の変位については有意な差は認められなかった。

なお、弾性平板の背圧としては、平板近傍の尾板上の圧力を採用してある。

4. 実験結果および考察

4.1 剛体垂直平板 弾性平板の流れを比較する基準として、剛体垂直平板のまわりの流れをとるのが妥当である。本節では、本実験装置により求められた剛体平板の圧力分布、抗力係数などを示し、弾性平板の場合に対する比較資料とする。

本実験では、平板の高さ h と、流路高さとの比が最大で $h/H=50/250$ となるから、風洞壁による閉塞効果を見捨てることはできない。そのため、3.2 で述べた3種の高さの平板について、閉塞効果の程度を調べた。平板前面の圧力分布は、Fig. 4 に示すように h/H によってほとんど変化しないので、閉塞効果は無視しうるほどに小さいことがわかる。また、前面圧力分布の測定結果は自由流線理論によるもの⁴⁾とよく一致する。これに対し平板の背圧は h/H によって大幅に変化し、背圧の変化が直接抗力係数の変化に反映される。抗力係数に対する風洞壁の干渉効果の補正は、Maskell⁵⁾ によって準理論的に導かれた次式によって行なうことができる。

$$C_D = C_{D1} / \left\{ 1 + \delta C_{D1} (h/H) \right\} \tag{8}$$

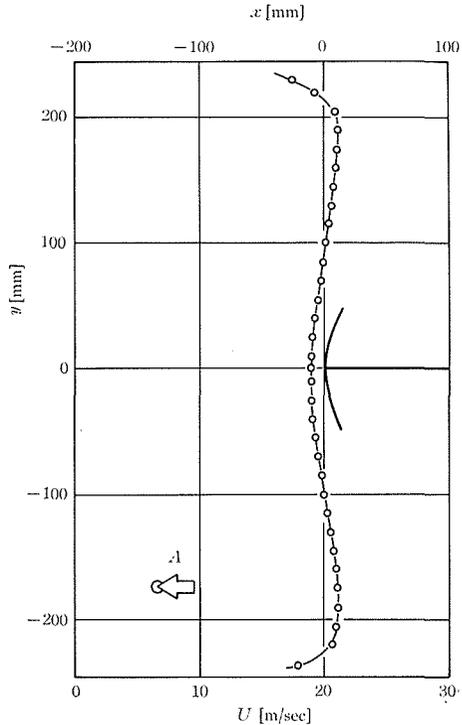


Fig. 2. Approaching velocity profile. A denotes the location of reference velocity and pressure.

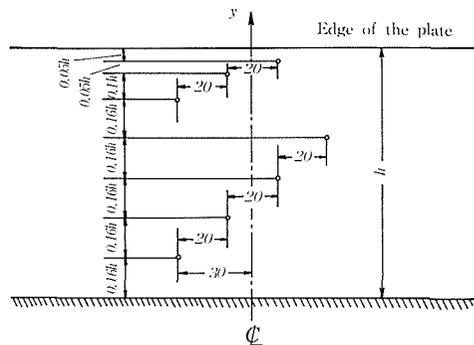


Fig. 3. Location of static pressure taps on the elastic plates (units in mm).

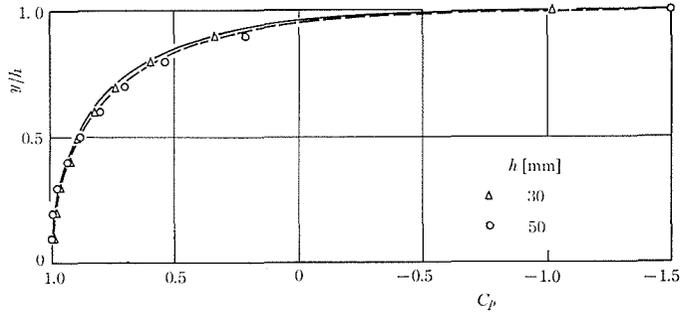


Fig. 4. Pressure distribution on the rigid normal plates.

—, free-streamline theory for $h=30$ mm.
 ---, free-streamline theory for $h=50$ mm.

ここに、 C_{D1} は補正以前の抗力係数、 C_D は補正された抗力係数、 δ は干渉係数で実験的に決定されるものである。Ranga Raju and Garde⁶⁾は $\delta=1.755$ を推しようしているのので、ここではこの数値を採用することにする。式(8)によって求められた C_D の値を C_{D1} とともにTable 1に示してある。

Table 1. Drag coefficients of rigid normal plates.

h [mm]	C_{D1}	C_D	Re
30	1.70	1.24	4.92×10^4
40	1.91	1.22	6.74
50	2.17	1.21	8.34
38.1*	—	1.38*	2.76*

* Arie and Rouse⁷⁾の測定

各 h に対する C_D の平均値は1.23となる。この値は、Arie and Rouse⁷⁾によって求められた1.38と同一となるべきものであるが、両者の不一致は平板と側壁の間に設けた0.5 mm程度の間隙の存在によるものと思われる。3.2で述べたように、弾性平板の変形を阻害しない目的で弾性平板と側壁との間に約0.5 mmの間隙を設けてあるため、比較資料としての剛体平板にも同一の間隙を設けたものである。

なお、本実験の Re 数範囲において補正前の抗力係数 C_{D1} と h/H との間には次の実験式が成立する。

$$C_{D1} = 1.25(1-h/H)^{-2.41} \quad (9)$$

これによれば $h/H \rightarrow 0$ のとき $C_{D1} \rightarrow 1.25$ となるが、この値は上に求めた1.23と実験誤差の範囲内で同一である。参考までに、Ranga Raju and Garde⁶⁾によって求められた同種の実験式を示せば

$$C_{D1} = 1.38(1-h/H)^{-2.85} \quad (10)$$

である。

4.2 弾性平板の変形 弾性平板の変位は、無風時における標点の位置と流れによって変形した後の標点位置の差として測定した。Table 2に真ちゅう板の弾性的性質および変位測定時における実験条件をまとめて示してある。

変形後における弾性板先端の座標を (x_n, y_n) として、測定された変形曲線の形状を $x/x_n \sim y/y_n$ の形で示したものがFig. 5である。本実験における弾性平板先端の最大変位は $x_n/h \leq 0.294$ であるが、この範囲では各変形曲線は良好な相似性を示している。したがって、この形に規格化された変形曲線に関する風洞壁の閉塞効果は無視しうるほどに小さいことがわかる。 E_f が小さい場合に対するいくつかの測定点のばらつきは、変形量が小さいことに伴う測定精度の低下によ

Table 2. Experimental conditions for elastic plates.

t [mm]	h [mm]	U [m/s]	E_f	Re
0.1	30	10.55	0.278	2.03×10^4
		15.15	0.571	2.90
		18.31	0.840	3.56
		21.75	1.18	4.14
		25.75	1.66	4.95
0.2	30	25.57	0.294	4.28
		27.44	0.340	5.27
0.1	40	18.46	2.01	4.77
		15.17	1.36	3.92
		21.50	2.74	5.58
		25.71	3.92	6.70
0.2	40	7.95	0.0649	1.96
		9.14	0.0861	2.23
		10.36	0.110	2.58
		12.37	0.158	3.08
0.1	50	10.90	1.32	3.41
		15.37	2.71	4.82
0.2	50	22.08	1.02	7.15
		25.30	1.34	8.20

$$E = 1.01 \times 10^4 \text{ kg/mm}^2 \quad \varepsilon = 0.35$$

のものである。

変位が小さい場合の変形曲線の形状は、微小たわみ理論の式

$$\frac{d^2x}{dy^2} = \frac{1}{D} \int_y^{y_h} \Delta p(\eta)(\eta - y) d\eta \quad (11)$$

を用いて計算することができる。ここに、 Δp は同一の y における平板の前面および後面の圧力差である。ただし、2.に述べた理由によって、弾性平板の自重および粘性せん断応力による寄与は無視してある。 y_h を h でおきかえ、 Δp として変形以前の垂直平板に対して自由流線理論から求められる圧力分布を代入すれば、変形曲線に対する近似解が求められる。Parkinson and Jandali⁴⁾によれば、 Δp は次式で与えられる。

$$\Delta p = \frac{1}{2} \rho U^2 \left\{ 1 - \frac{\sin^2 \theta}{(\cos \delta - \cos \theta)^2} - C_{pbN} \right\} \quad (12)$$

$$y = h \sin \theta \quad (\pi/2 \leq \theta \leq \pi)$$

ここに、 $\sec \delta = (1 - C_{pbN})^{1/2}$ 、 C_{pbN} は垂直平板の背圧係数である。各高さの垂直平板について、実験的に得られた C_{pbN} の値を式(12)に代入し、これを用いて式(11)の積分を実行するとFig. 5に実線で示した変形曲線が得られる。実測値との一致はきわめて良好である。実験値の大部分は、弾性学の常識からすれば大たわみの範囲に属するものであるか

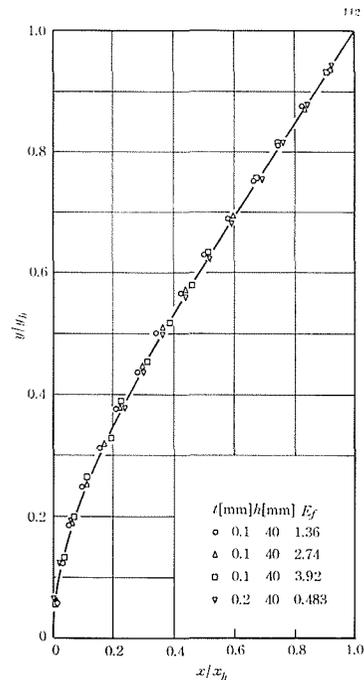


Fig. 5. Normalized deflection curve of the elastic plates.

—, deflection curve obtained from pressure distribution on rigid normal plate by means of linear theory, Eq. (11).

ら、微小たわみ理論の結果と実験とのこのような一致はむしろ幸運と考えるべきであろう。いずれにしても、流れの中におかれた弾性平板の変形曲線が、微小たわみ理論によって良い精度で求められることは、実用的に大きな意義をもつものである。

式(11)の上限 y_h を平板の高さ h でおきかえ、 h を代表長さ、 U を代表速度として式(11)を無次元化すれば

$$\frac{d^2 x^*}{d y^{*2}} = \frac{1}{2} E_f \int_{y^*}^1 \Delta C_v(\eta^*) (\eta^* - y^*) d\eta^* \quad (13)$$

が得られる。ここに、* を付した記号は無次元変数、 $\Delta C_v = \Delta p / (\frac{1}{2} \rho U^2)$ である。微小たわみ理論においては、 $y_h \approx h$ であるから、式(13)を解くことによって x_h/y_h の値を求めることができる。この量は明らかに E_f に比例するものであって

$$x_h/y_h = \alpha E_f \quad (14)$$

となる。ここに α は比例定数であって、3種の高さの垂直平板について実験的に得られた α の値は Table 3 のようになる。 α の値が、各 h について異なるのは、風洞壁の閉塞効果による背圧の変化に対応するものである。式(14)の x_h/y_h を実験結果と比較して、Fig. 6 に示してある。理論と実験との一致は良好であるといつてよい。Table 3 に示す三つの α の平均値として、 $\alpha = 0.112$ が得られるので、以下の記述においては α として、この値を採用することとする。

次に、変形時における弾性平板の先端高さ y_h の表示式を求める。Fig. 5 に示したところから明らかかなように、変形曲線を

$$x/x_h = f(y/y_h) \quad (15)$$

の形に表わせば、 $f(y/y_h)$ は E_f 数によらない普遍的な関数となる。これを変形すれば

$$\begin{aligned} x/y_h &= (x_h/y_h) f(y/y_h) \\ &= \alpha E_f f(y/y_h) \end{aligned} \quad (16)$$

となる。一方、変形の前後において平板の長さは変わらないものと仮定すれば

$$h = \int_0^{y_h} \left\{ 1 + (dx/dy)^2 \right\}^{1/2} dy$$

となるが、ここで変数を無次元化すれば

Table 3. The proportional coefficient α in Eq. (14).

h [mm]	α	C_{pb}	Re
30	0.0954	-0.97	4.92×10^4
40	0.107	-1.20	5.58
50	0.115	-2.48	7.15

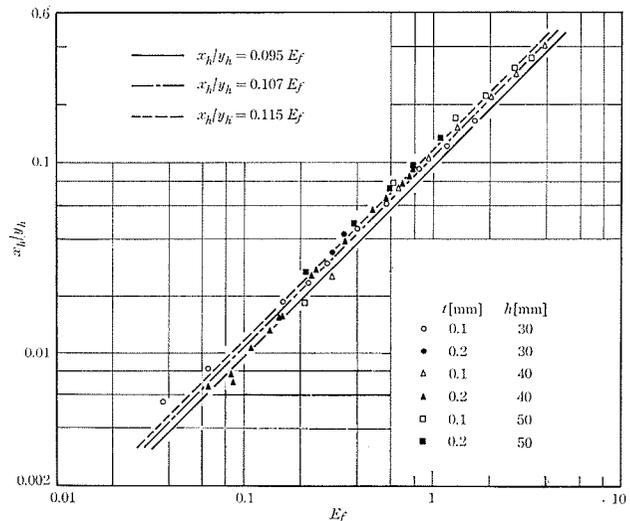


Fig. 6. Variation of x_h/y_h with respect to E_f .

$$\tilde{h} = \int_0^1 \left\{ 1 + (d\tilde{x}/d\tilde{y})^2 \right\}^{1/2} d\tilde{y} \quad (17)$$

が得られる。ここに、 $\tilde{h} = h/y_n$, $\tilde{x} = x/y_n$, $\tilde{y} = y/y_n$ である。式(17)の $d\tilde{x}/d\tilde{y}$ に式(15)を代入し、 $(d\tilde{x}/d\tilde{y})^2 \ll 1$ であることを考慮すれば

$$\begin{aligned} \tilde{h} &= \int_0^1 \left\{ 1 + \alpha^2 E_f^2 f'^2(\tilde{y}) \right\}^{1/2} d\tilde{y} \\ &\doteq 1 + \frac{1}{2} \alpha^2 E_f^2 \int_0^1 f'^2(\tilde{y}) d\tilde{y} \end{aligned} \quad (18)$$

となる。右辺に含まれる積分の値は、垂直剛体平板の圧力分布にもとづく変形曲線を用いて理論的に計算することができる。この値を β とおけば

$$\beta = \int_0^1 f'^2(\tilde{y}) d\tilde{y} = 1.14 \quad (19)$$

である。したがって、式(18)は近似的に

$$y_n/h = (1 + \beta \alpha^2 E_f^2)^{-1/2} \quad (20)$$

と書くことができる。Fig. 7 に見るように、式(20)は実験結果ときわめて良好な一致を示す。

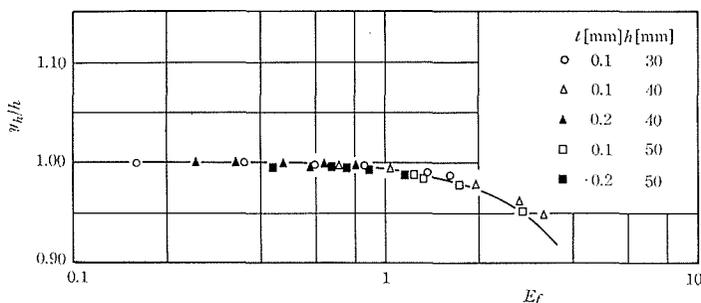


Fig. 7. Variation of y_n/h with respect to E_f .
—, $y_n/h = (1 + \beta \alpha^2 E_f^2)^{-1/2}$

4.3 弾性平板表面の圧力分布 弾性平板の変形による背圧の変化を各高さの平板について比較し、あわせて風洞壁による干渉効果を軽減する実験値の整理法として、 C_{pb}/C_{pbN} の比をとることが考えられる。ここに、 C_{pb} は弾性平板の背圧係数である。実験結果は Fig. 8 に示す通りであって、次の実験式によって近似できる。

$$C_{pb}/C_{pbN} = (1 + \beta \alpha^2 E_f^2)^{-1/2} \quad (21)$$

ただ、Fig. 8 の□印で示される $h=50$ mm の平板に対する測定点には、 $E_f > 1$ の範囲において明

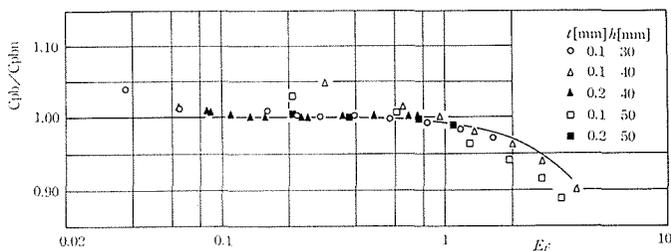


Fig. 8. Variation of the back-pressure ratio C_{pb}/C_{pbN} with respect to E_f .
—, $C_{pb}/C_{pbN} = (1 + \beta \alpha^2 E_f^2)^{-1/2}$

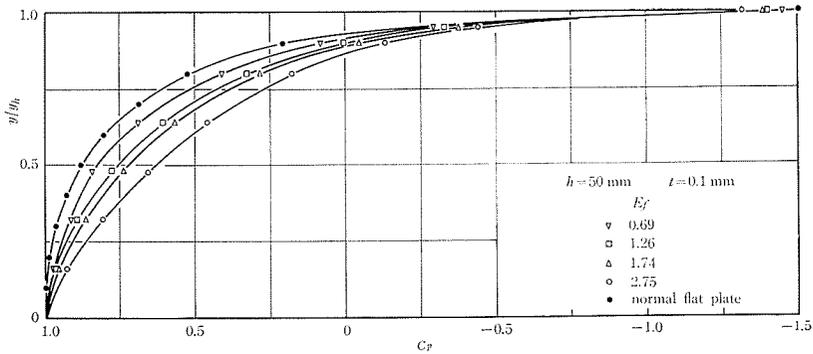


Fig. 9. Pressure distribution on the elastic plates for a few values of E_f .

らかに風洞壁の干渉効果が認められることを指摘しておく。

弾性平板前面の圧力分布の代表的な例を Fig. 9 に示してある。 E_f 数の増加とともに、弾性平板の支持点近傍における曲率半径が減少するので、前面の圧力レベルは剛体平板のそれに比較して次第に減少している。

4.4 抗力係数 弾性平板の変形によって表面の圧力分布が変化するから、平板の抗力係数も変化することになる。抗力係数 C_D を

$$C_D = \frac{1}{y_h} \int_0^{y_h} \Delta C_p(y) dy \quad (22)$$

によって定義する。ただし、2. に述べた理由により、抗力係数におよぼす粘性せん断応力の寄与は無視してある。実測された圧力分布を用いて、式 (22) から C_D を求めた場合、その中には風洞壁の干渉効果が含まれる。垂直平板に対する補正式は式 (8) で与えられているが、変形時における補正式は存在しないのでここでは式 (8) にもとづいて補正を行なっている。Fig. 10 はこのようにして得られた抗力係数 C_D を E_f 数の関数として示したものであって、

$$C_D = 1.23 (1 + \beta \alpha^2 E_f^2)^{-3/2} \quad (23)$$

なる実験式によって表わすことができる。1.23 なる定数は、本実験で求められた垂直剛体平板の抗力係数である。一般に、対応する垂直平板

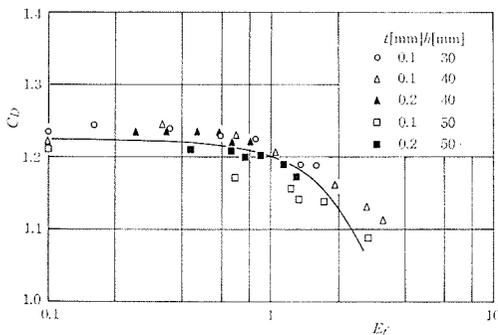


Fig. 10. Variation of drag coefficient C_D with respect to E_f .
—, $C_D = 1.23 (1 + \beta \alpha^2 E_f^2)^{-3/2}$

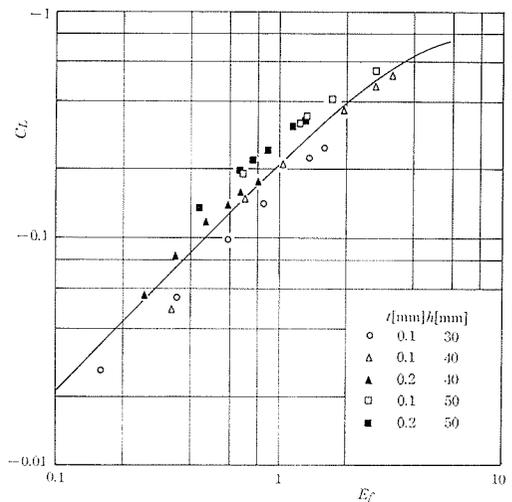


Fig. 11. Variation of lift coefficient C_L with respect to E_f .
—, $C_L = -1.90 \alpha E_f (1 + \beta \alpha^2 E_f^2)^{-3/2}$

の抗力係数を C_{DN} とすれば、変形に伴う抗力係数の変化は

$$C_D/C_{DN} = (1 + \beta\alpha^2 E_f^2)^{-3/2} \quad (24)$$

によって表わされると考えてよい。

平板の変形によって、尾板の上半分にある平板部分には y 方向の力が作用することになる。これを揚力とよぶこととすれば、揚力係数は

$$\begin{aligned} C_L &= -\frac{1}{x_h} \int_0^{x_h} \Delta C_p(y) \frac{dx}{dy} dy \\ &= -\frac{1}{x_h} \int_0^{x_h} \Delta C_p dx \end{aligned} \quad (25)$$

によって定義することができる。ただし、Fig. 1 に示す y 軸の正方向の揚力を正としてある。実測された圧力分布を用いて計算された C_L と E_f との関係を図 11 に示してある。物理的に当然予測されるように、 C_L は E_f の増加とともに増大する。弾性平板の変形曲線は式 (14) によって与えられるから、この関係を用いて式 (25) を書き直すと

$$C_L = -\alpha E_f \int_0^1 \Delta C_p(\bar{y}) f'(\bar{y}) d\bar{y} \quad (26)$$

となる。式 (21), (22) および (23) より、剛体垂直平板の圧力係数を C_{pN} とするとき $\Delta C_p/\Delta C_{pN}$ はほぼ $(1 + \beta\alpha^2 E_f^2)^{-3/2}$ に等しいものと考えられるので、式 (26) は近似的に

$$C_L = -\frac{\alpha E_f}{(1 + \beta\alpha^2 E_f^2)^{3/2}} \int_0^1 \Delta C_{pN}(\bar{y}) f'(\bar{y}) d\bar{y} \quad (27)$$

と書くことができる。 $h=40$ mm, $t=0.1$ mm の場合について右辺の積分値を計算すると 1.90 が得られる。したがって、式 (27) は

$$C_L = -1.90 \frac{\alpha E_f}{(1 + \beta\alpha^2 E_f^2)^{3/2}} \quad (28)$$

となる。これを Fig. 11 にあわせて示してあるが $h=40$ mm に対する測定結果との一致は良好である。 C_L の中には風洞壁の干渉効果が含まれているので、各 h に対する C_L の値が系統的なレベルの変化を示しているが、 E_f 数に対する依存性がほぼ式 (28) で表わされると考えて大過ない。すなわち、垂直平板の圧力係数 ΔC_{pN} が与えられた場合、これが変形したときの揚力係数は

$$C_L = -\lambda \alpha E_f (1 + \beta\alpha^2 E_f^2)^{-3/2}$$

で与えられることになる。ここに

$$\lambda = \int_0^1 \Delta C_{pN} f'(\bar{y}) d\bar{y}$$

である。

5. 結 論

本論文においては、流体力によって変形する物体の最も基本的な場合として、一様流の中におかれた尾板付の垂直弾性平板をとりあげ、近寄り流れの特性と弾性平板の変形、流力特性の変化との関係を求めた。測定はレイノルズ数が約 $10^4 \sim 10^5$ の場合について行なったが、この結果は $10^3 \sim 10^6$ 程度のレイノルズ数についても適用することができるであろう。また式 (6) で定義された E_f 数の範囲は $E_f < 4.0$ であった。得られた結果を要約すれば次の通りである。

(1) 弾性平板のまわりの流れは、レイノルズ数および E_f 数によって支配される。ここに、 E_f 数は弾性板に作用する流体力のモーメントの代表値と板の曲げ剛性との比である。

(2) 弾性平板の変形曲線は、平板の曲げに対する微小たわみ理論の適用によって求められるものときわめて良好な精度で一致する。

(3) 弾性平板の変形による背圧の緩和量は E_f 数の関数として、次の実験式によって表わされる。

$$p_b/p_{bN} = (1 + \beta\alpha^2 E_f^2)^{-1/2}$$

ここに、 p_b は弾性平板の背圧、 p_{bN} は垂直平板の背圧である。

(4) 弾性平板の抗力係数 C_D は、剛体垂直平板の抗力係数 C_{DN} に比較して減少し、両者の関係は次の実験式によって表わされる。

$$C_D/C_{DN} = (1 + \beta\alpha^2 E_f^2)^{-3/2}$$

最後に、実験装置の製作、実験方法などについて援助を受けた田村尚敬助手および山崎輝夫、山保敏幸両技官に謝意を表する。

文 献

- 1) Bisplinghoff, R. L., Ashley, H. and Halfman, R. L.: Aeroelasticity, (1955), Addison-Wesley.
- 2) Lighthill, M. J. and Silverleaf, A.: A discussion on architectural aerodynamics, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond. A269 (1971), 321.
- 3) Bearman, P. W.: J. Fluid Mech. 37 (1969), 577.
- 4) Parkinson, G. V. and Jandali, T.: J. Fluid Mech., 40 (1970), 577.
- 5) Maskel, E. C.: R. M. No. 3400, A.R.C. (1963).
- 6) Ranga Raju, K. G. and Garde, R. J.: J. Basic Eng., 92-1 (1970), 21.
- 7) Arie, M. and Rouse, H.: J. Fluid Mech., 1 (1956), 129.