



Title	直, 並列制動抵抗及び直列コンデンサ投入による電力系統過渡安定度向上について : 安定度向上効果の定量的比較
Author(s)	佐藤, 義則; Satoh, Yoshinori; 西谷, 健一 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 77, 43-53
Issue Date	1975-10-04
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41319
Type	departmental bulletin paper
File Information	77_43-54.pdf



直, 並列制動抵抗及び直列コンデンサ投入による
電力系統過渡安定度向上について
—— 安定度向上効果の定量的比較 ——

佐藤義則* 西谷健一**

長谷川 淳** 小池東一郎**

(昭和50年3月31日受理)

Improvements of Power System Transient Stability
by Means of Series and Shunt Braking
Resistors and Series Capacitors

— Quantitative Comparisons of Effects for Improving Stability —

Yoshinori SATOH Ken-ichi NISHIYA

Jun HASEGAWA Toichiro KOIKE

(Received March 31, 1975)

Abstract

Numerous countermeasures are available to improve the transient stability limit of an electric power system. Among them, a well-known method is the use of switched series capacitors and braking resistors during and/or after a short circuit fault, which has been studied by various authors. It is reported that the stability after connecting the braking resistor is greatly influenced according to the size of the braking resistor and the time for removal of the resistor from the system. Unfortunately, only a few studies on the quantitative evaluation of these two parameters have been made, so far, in spite of its critical effect on the system stability.

Employing the stability measures for limiting the magnitude of stabilizing effect, based on the Liapunov function, this paper considers the effect of the parameters when using series and shunt braking resistors and switched series capacitors on a simplified one-machine infinite bus power system. It is shown that the relations between the size and the time of removal of each equipment can be determined quantitatively and the value of the optimum size, the optimum time of removal and the critical time of removal is readily evaluated. A quantitative comparison between three countermeasures is possible by comparing the magnitude of the stability measures.

1. 緒 言

最近の電力系統においては、電源立地に対する制約から電源の遠隔化、大形化の傾向が著し

* 苫小牧工業高等専門学校

** 電気工学科 電力工学講座

い一方、長距離大容量送電線の送電容量は通常過渡安定極限電力によって制約されるため、安定度面からは上記の傾向に制限を与えている。このため、過渡安定極限電力を増大し電力供給信頼度向上を図ることが一層必要となっている。

各種の過渡安定度向上対策のうち、系統事故時に制動抵抗を投入することにより発電機の加速脱調を防止する方式は比較的早くから知られており、多くの研究が発表されている^{1)~8)}。この場合、制動抵抗の投入量と投入後の系統からの解列時間が安定度に大きく影響し、それらの値如何によっては脱調に至る場合もあることが報告されている^{4),7)}。しかしこれまでの研究では、投入量と解列時間の適切な値について定量的に把握されているものは少なく、又その場合も計算が複雑である上近似表示であるという難点がある⁸⁾。

本論文では、Liapunov 関数に基づく安定度の測度 (Stability Measure)⁹⁾ を導入することによって、直列及び並列制動抵抗方式、直列コンデンサの3方式について投入量と解列時間との定量的関係を明らかにし、同時にそれらの最適値が容易に評価できることを示している。又、安定度の測度の大きさを比較することにより各方式毎の投入効果の定量的把握、及び3方式による安定化の優劣比較も可能となった。

2. 安定度向上対策

電力系統の安定度問題は、発電機内部リアクタンスが小さい過渡領域と同期運転状態に対応する定態領域、及びその中間の発電機制御系の応答を含めたいわゆる動態安定度の領域に分類され、安定度向上対策も各々について多少異なっている。図1の2回線1機無限大母線系統における1回線故障時の安定条件は、図2を参照して等面積法により次のように書くことができる。

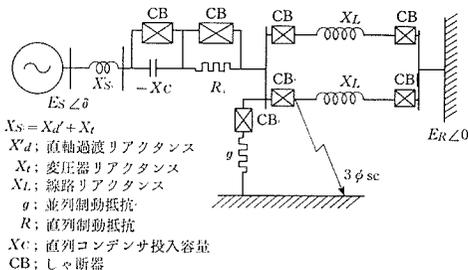


図1 2回線1機無限大母線系統

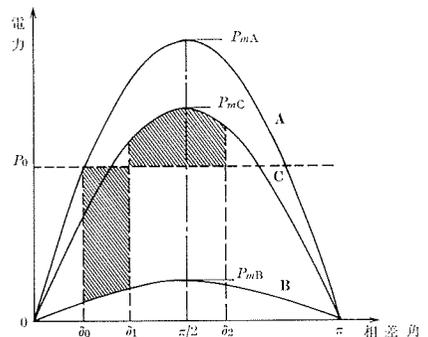


図2 2回線中1回線事故時の電力相角曲線

- A; 2回線健全時
 B; 故障継続中
 C; 故障除去後, 1回線

$$\int_{\delta_1}^{\delta_2} (P_{mC} \sin \delta - P_0) d\delta \geq \int_{\delta_0}^{\delta_1} (P_0 - P_{mB} \sin \delta) d\delta \quad (1)$$

このことから安定度向上に必要な条件は次のように集約できる。

- i) 安定極限電力を大きくする $\Rightarrow P_{mC}, P_{mB}$ を大きくする。
- ii) 発電機入力を事故直後に減少させる \Rightarrow 事故後に P_0 を小さくする。
- iii) 故障除去時間を短くする $\Rightarrow \delta_1$ を小さくする。

具体的に適用される対策技術とこれにより改善される安定度をまとめて表1に示す。

次に直、並列制動抵抗、直列コンデンサによる安定度向上について述べると、

表 1 安定度向上対策と改善される安定度

	過 渡 安 定 度	動 態 安 定 度	定 態 安 定 度
直 列 コ ン デ ン サ	○	○	○
制 動 抵 抗	○	—	—
中 間 開 閉 所	○	○	○
高 速 度 再 閉 路 方 式	○	—	—
高 速 バ ル ブ 制 御	○	—	—
速 応 励 磁 方 式	○	—	—
電 源 制 限	○	—	—
機 器 定 数 の 改 善	○	○	○
中 間 調 相 機	○	○	○
励 磁 系 補 助 制 御	○	○	—
並 列 リ ア ク ト ル ・ コ ン デ ン サ	○	○	○

2.1 並列制動抵抗方式

過渡安定度向上対策として並列制動抵抗は故障除去後に投入され, 発電機に抵抗負荷を与えることによって加速電力を吸収し脱調に至ることを防止するものである。図 1 の系統で故障除去後に制動抵抗 (コンダクタンス g) を投入した場合の送電端有効電力は次式で与えられる。

$$P_s = \frac{gX_L^2E_S^2}{g^2X_L^2X_S^2 + (X_L + X_S)^2} + \frac{E_S E_R}{\sqrt{g^2X_L^2X_S^2 + (X_L + X_S)^2}} \cos(\theta + \delta), \quad \theta = \tan^{-1}\left(\frac{X_L + X_S}{gX_LX_S}\right) \quad (2)$$

2.2 直列制動抵抗方式

直列制動抵抗も又, 事故時に短時間投入することにより発電機加速電力を吸収するものであるが, 並列抵抗方式と異なり故障除去以前に投入することが可能である。すなわち, 並列抵抗方式は故障抵抗が小さい場合故障除去以前の投入は再び接地故障を起すことになり得るので危険であるが, 直列抵抗方式は, 事故発生後通常の系統保護動作に先行して直列抵抗を発電機主回路中に投入し, 事故時の故障電流を消費することに特徴があり, 並列抵抗方式に比べて短時間の投入によっても十分な効果が得られ投入量も少なくて済むとされている¹⁴⁾。図 1 において直列制動抵抗投入時の送電端有効電力は次式となる。

$$P_s = \frac{RE_S^2}{R^2 + (X_L + X_S)^2} + \frac{E_S E_R}{\sqrt{R^2 + (X_L + X_S)^2}} \sin(\delta - \theta), \quad \theta = \tan^{-1}(R/X) \quad (\text{事故後投入方式}) \quad (3)$$

故障除去以前に投入した場合の送電端有効電力は, 故障インピーダンスを零とすれば (3) 式から容易に解るように次式で与えられる。

$$P_s = \frac{RE_S^2}{R^2 + X_S^2} \quad (\text{事故時投入方式}) \quad (4)$$

2.3 直列コンデンサ方式

電力系統において直列コンデンサは, すでに

- i) 電圧降下又は電圧変動率の改善
- ii) 長距離送電線の送電容量及び安定度の増進
- iii) ループ系統の電力潮流分布の制御

iv) 力率改善

等を目的として定常時の運用に供されている。ここでは、常時はスイッチを短絡しておき、系統にじょう乱が生じた時これを開放して補償度を増し安定極限電力を増大させるいわゆるスイッチド直列コンデンサ (Switched Series Capacitor)^{(11),(12)} を対象とするが、原理は常時投入されているものと同じである。直列コンデンサ投入時の送電端有効電力は 図 1 の系統では次式で与えられる。

$$P_s = \frac{E_s E_R}{X_L + X_S - X_C} \sin \delta \quad (5)$$

従って、投入前に比べて送電容量は同一相差角の下で、

$$\frac{X_L + X_S}{X_L + X_S - X_C} = \frac{1}{1-K}, \quad K = \frac{X_C}{X_L + X_S} \quad (\text{補償度}) \quad (6)$$

すなわち $1/(1-K)$ 倍となり安定極限電力が増大する。

3. 安定度の測度

3.1 モデル系統に対する安定度の測度

図 1 のモデル系統に対する電力動揺方程式は付録 i)~v) の仮定の下で次式で表わされる。

$$M \frac{d^2 \delta}{dt^2} + D \frac{d\delta}{dt} = P_m - P_{em} \sin \delta, \quad P_{em} = E_1 E_2 Y_{12} \quad (7)$$

$E_1 \angle \delta$; 発電機内部電圧, $E_2 \angle 0$; 無限大母線電圧, $Y_{12} \angle (-\pi/2)$; 短絡伝達アドミッタンス直, 並列制動抵抗, 直列コンデンサ投入時には, (7) 式右辺第 2 項がそれぞれ (2) 式, (3) 又は (4) 式, (5) 式で表わされ, (7) 式右辺の意味する加速電力が減少することになる。

モデル系統の安定平衡点 ($\delta^s, 0$) 及び不安定平衡点 ($\delta^u, 0$) は簡単に次のように求まる。

$$\delta^s = \sin^{-1}(P_m/P_{em}), \quad \delta^u = \pi - \delta^s \quad (8)$$

Liapunov 関数を

$$V(x, \omega) = \frac{\omega^2}{2} + \frac{1}{M} \left[P_m (\sin x - x) + \sqrt{P_{em}^2 - P_m^2} (1 - \cos x) \right], \quad x = \delta - \delta^s \quad (9)$$

とすると、事故除去後の系に対する漸近安定領域の境界を与える Liapunov 関数の値は次式で与えられる。

$$V_{\max} = \left[2 \sqrt{P_{em}^2 - P_m^2} - P_m (\pi - 2\delta^s) \right] / M \quad (10)$$

従って安定度の測度 ξ は次式となる。

$$\xi = 1 - \frac{\frac{\omega^2}{2} + \frac{1}{M} \left[P_m (\sin x - x) + \sqrt{P_{em}^2 - P_m^2} (1 - \cos x) \right]}{[2 \sqrt{P_{em}^2 - P_m^2} - P_m (\pi - 2\delta^s)] / M} \quad (11)$$

3.2 過渡安定度向上の概念図

図 3 の位相平面図はモデル系統における故障時及び対策時の軌跡を示したものである。この図において、故障中系は軌跡“O-D”上を移動する。B 点はこの軌跡が $V = V_{\max}$ 上に達する点で、この時の時間が限界故障除去時間 T_{cr} であり、 T_{cr} 以内に故障を除去すれば系は安定領域内にとどまる。“A-E-F-G”は A 点で制動抵抗等を投入した場合の軌跡であり、投入時間によっては過渡の減速効果によって安定領域から脱調に至ることが解る。そのため適当な時間 T_{or} に解列

する必要があり, **G**点における時間 $T_{off,cr}$ は, これ以上投入を続けると系が安定領域外に至る解列時間, 臨界解列時間である。又 **E** 点における時間 $T_{off,opt}$ は ξ の値を最大にする解列時間であり, これを最適解列時間と定める。軌跡“**C-H-I**”は T_{cr} を過ぎてからの投入によって系が安定領域に移される例, 又軌跡“**D-J**”は対策による安定化効果が得られない例を示している。

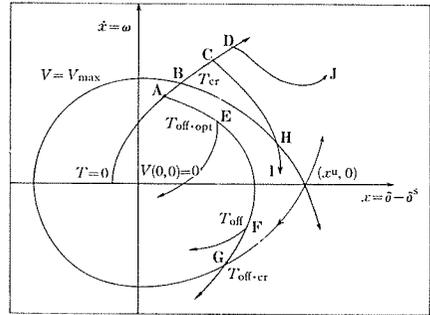


図3 モデル系統の位相面軌道例

3.3 過渡安定度向上効果の定量的評価

(付6)式又は(11)式から解るように継続故障の場合, Liapunov 関数 $V(x, \omega)$ の単調増加の性質により ξ は時間に関して単調減少関数となる。又制動抵抗あるいは直列コンデンサ投入等の対策時には, ξ は評価時点の δ と ω の値に依存して極値を持つことになる。直, 並列制動抵抗, 直列コンデンサの各方式毎に解列時間 T_{off} と投入量をパラメータとして, (付6)式又は(11)式により ξ を計算し, ξ と解列時間, ξ と投入量の関係を求めることによって次の諸量が決定できる。

- i) 各投入量に対して ξ を最大にする意味で, 最適解列時間 $T_{off,opt}$ 及びその時の ξ の値
 - ii) 不安定となる場合は臨界解列時間 $T_{off,cr}$
 - iii) 各方式毎の, ξ を最大にする意味で最適投入量及びその時の ξ の値
- 更に, ξ によって上記3方式の比較を行なう場合次の2つの観点が考えられる。

- i) 各方式毎の最適投入量投入時の ξ の最大値を比較する。
 - ii) 各方式毎の最適投入量投入時の同一解列時間における ξ の値を比較する。
- i) は投入による安定化の効果をその大きさから見るものであり, ii) はその持続性又は制御シーケンス上の裕度の観点に立つものである。

4. 1機無限大母線系統におけるシミュレーション

4.1 シミュレーションの概要

1) モデル系統は付録 i)~v) の仮定が成り立つような図1の2回線1機無限大母線系統であり, 故障前2回線送電中1回線送電端での3相短絡接地故障を想定している。

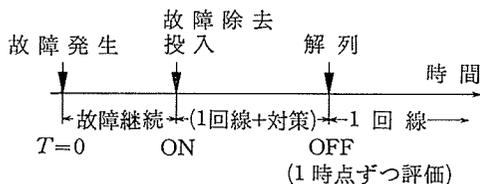


図4 制御シーケンス

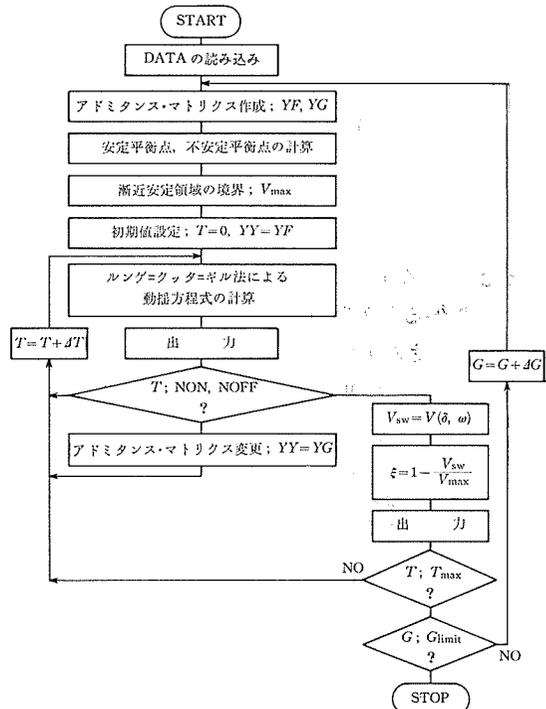


図5 概略フローチャート(並列制動抵抗の例)

2) 制御シーケンスは、故障回線除去後直ちに制動抵抗又は直列コンデンサが投入され、一定時間後に解列した後1回線で送電を継続するものとした。このシーケンスを図4に、計算の概略フローチャートを図5に示す。

3) 3方式の比較は上記2)のシーケンスに基づくいわゆる事故後投入方式について行ない、直列制動抵抗の事故時投入方式については別個にシミュレートした。

4) 直列コンデンサは線路への投入位置によりその効果が異なるが、シミュレーションに際しては適切な位置に投入されるものとしてこの影響を無視し、投入量は線路リアクタンスに対する補償度で100%まで模擬した。

5) 制動抵抗の抵抗温度特性は無視した。

4.2 シミュレーションの結果

3方式の安定化効果を見るために、各方式の特徴が顕著となる臨界故障除去時間 T_{cr} の前後2時点についてシミュレーションの結果を述べる。尚計算の結果、モデル系統の臨界故障除去時間は $T_{cr}=0.21$ 秒であった。

4.2.1 故障除去時間=0.20秒の場合

図6に並列制動抵抗方式の相边角動揺状況を、図7に ξ と解列時間の関係を投入量をパラメータとして示す。この場合、投入なしでも系は安定であり、制動項の寄与により ξ は漸増して $t \rightarrow \infty$ で $\xi=1.0$ に至る。 $G=4.0$ を例にとると、約0.25秒で ξ は最大となり0.54秒を越えて投入を続けると解列後の系は不安定となる。図6では脱調する結果になっているが、安定になり得る解列時間があり、その値が具体的に求められる。又投入から $T_{off,cr}$ までの時間が最も長い $G=3.0$ の場合が、制御上の裕度からは望ましいと言える。

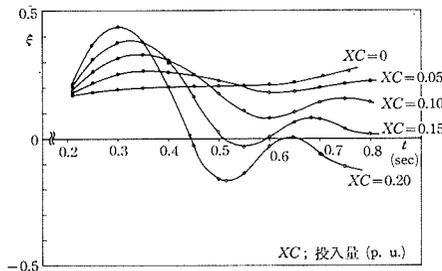


図9 ξ-Switching Time (直列コンデンサ)

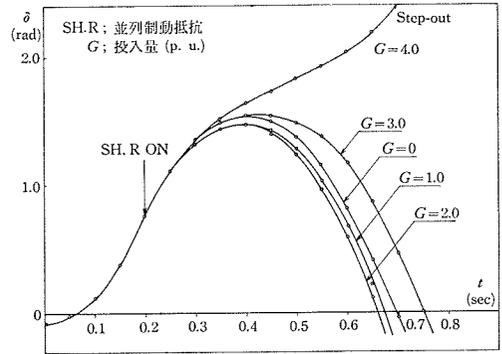


図6 相边角動揺曲線(並列制動抵抗)

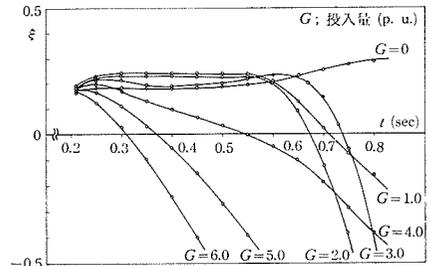


図7 ξ-Switching Time (並列制動抵抗)

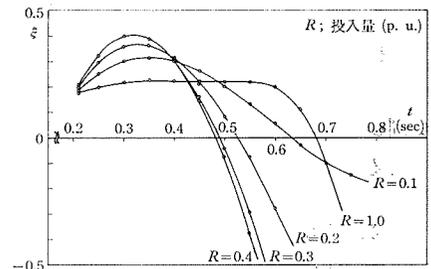


図8 ξ-Switching Time (直列制動抵抗)

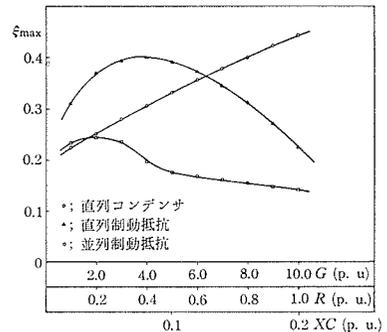


図10 ξ_{MAX}投入量(故障除去時間; 0.20秒)

図8, 図9にそれぞれ直列制動抵抗, 直列コンデンサの解列時間による ξ の変化を示す。以上3方式における各投入量毎の ξ の最大値を ξ_{MAX} としてプロットしたものが図10である。又図11には各方式の最適投入量投入時の ξ の時間変化を示した。両図から各方式の最適投入量, 最適解列時間, 投入効果の方式による違い, 一定時間後の投入効果等の把握が可能である。

故障除去時間0.20秒について3方式を比較評価したものが表2であり, まとめると,

i) 単位投入量当りの ξ_{MAX} の値は, 直列コンデンサ>直列制動抵抗>並列制動抵抗の順であり, 前2者については図11から類似した安定化効果の特徴を有するので, 直列コンデンサ方式が有利と言えよう。

ii) 並列制動抵抗方式は, 単位投入量当りの安定化効果は小さいが, ある時間まではその効果が解列時間によって左右されない特徴を持つので, 御制シケンス上有利であろう。

図12には, 並列制動抵抗の場合について, $T_{off,op}$, $T_{off,er}$, $T_{off,er}$ より遅れた場合の3ケースの解列後の相差角動揺曲線を示した。

4.2.2 故障除去時間=0.22秒の場合

この場合は故障除去時点で系は漸近安定領域外にある。図13~15及び16, 17にはそれぞれ, 並列制動抵抗, 直列制動抵抗, 直列コンデンサ投入時の相差角動揺曲線及び ξ の時間変化を示した。図から解るように, 並列制動抵抗は投入時期が遅れると安定化効果がないが, 直列制動抵抗と直列コンデンサは投入によって系は安定領域に引き込まれ, 投入量にも最適値がある。図18は投入量による ξ_{MAX} の変化, 図19は直列制動抵抗と直列コンデンサの最適投入量投入時の ξ の時間変化を示す。故障除去時間0.22秒について, 直列制動抵抗, 直列コンデンサを比較したものが表3である。まとめると,

i) 並列制動抵抗は投入時期が遅れると, 投入量を増加してもあるいは投入時間を長くしても安定化効果は得られない。

ii) 直列制動抵抗と直列コンデンサは, この場合もほぼ類似した安定化特性を持つ。

iii) 単位投入量当りの ξ_{MAX} の値は, 直列コンデンサ>直列制動抵抗となり, ii) から前者が有利と言えよう。

4.2.3 直列制動抵抗の事故時投入方式

先に述べたように, 直列制動抵抗は事故中の投入が可能でありこれによって大幅な安定度向上が期待できる。故障発生後0.06秒(3サイクル)で直列制動抵抗を投入した時の ξ の時間変化を

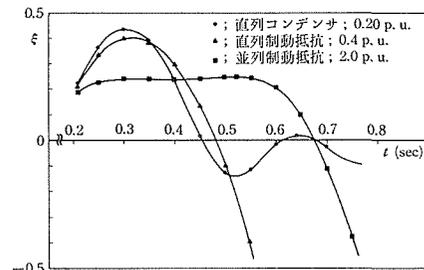


図11 ξ -Switching Time (最適投入量投入時)

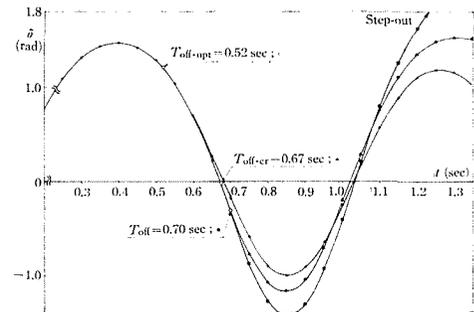


図12 相差角動揺曲線 (並列制動抵抗)

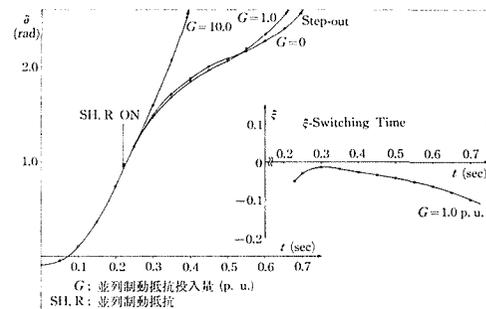


図13 並列制動抵抗投入による相差角動揺曲線及び ξ の時間変化

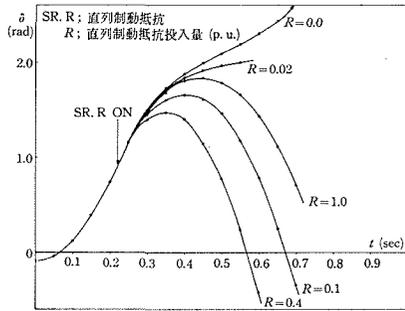


図14 直列制動抵抗投入による
相边角動揺曲線

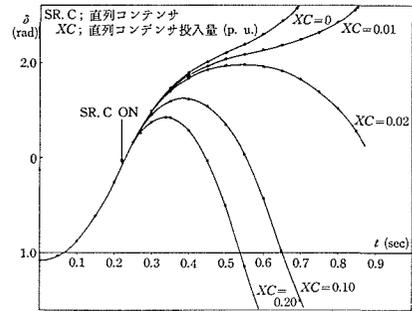


図15 直列コンデンサ投入による
相边角動揺曲線

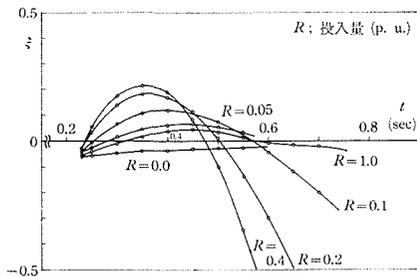


図16 ξ -Switching Time
(直列制動抵抗)

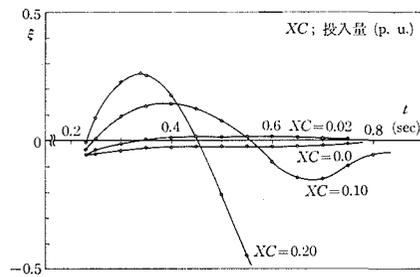


図17 ξ -Switching Time
(直列コンデンサ)

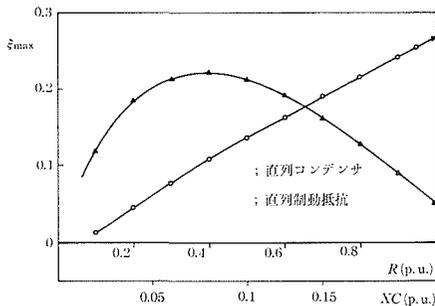


図18 ξ_{MAX} -投入量 (故障除去
時間; 0.22 秒)

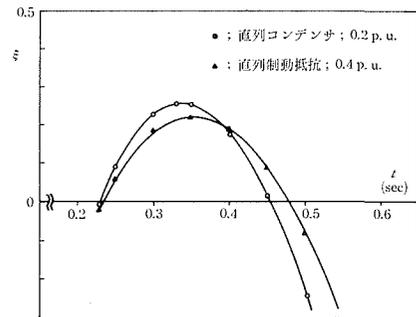


図19 ξ -Switching Time
(最適投入量投入時)

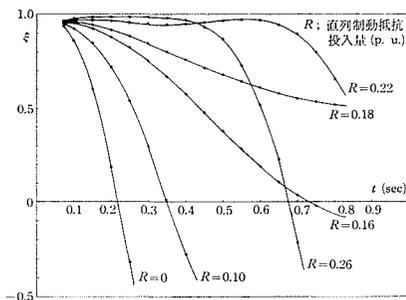


図20 ξ -Switching Time (直列制動
抵抗, 事故時投入方式)

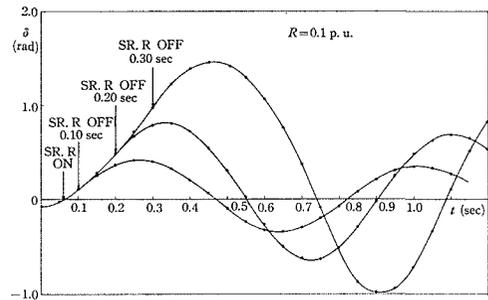


図21 直列制動抵抗 (SR, R) の事故時
投入方式

表 2 3方式の比較 (故障除去時間; 0.20 秒)

	最適投入量 (p.u.)	ξ_{\max} の最大値	$T_{\text{off.opt}}$ (sec)	$T_{\text{off.cr}}$ (sec)	$\xi_{\max}/\text{p.u.}$
並列制動抵抗	2.0	0.2386	0.52	0.67	0.477*
直列制動抵抗	0.4	0.3951	0.32	0.48	0.988
直列コンデンサ	0.2	0.4256	0.30	0.45	2.128

*: 投入抵抗分で計算した値

表 3 3方式の比較 (故障除去時間; 0.22 秒)

	最適投入量 (p.u.)	ξ_{\max} の最大値	$T_{\text{off.opt}}$ (sec)	$T_{\text{off.cr}}$ (sec)	$\xi_{\max}/\text{p.u.}$
直列制動抵抗	0.4	0.217	0.35	0.48	0.543
直列コンデンサ	0.2	0.250	0.34	0.45	1.250

並列制動抵抗は安定化効果なし

図 20 に, 又図 21 には投入量 $R=0.1$ の場合について解列後の相差角動揺状況を示す。

5. 結果と結言

結果をまとめると次のようになる。

- 1) 単位投入量当りの安定化効果の大きさの点からは, 直列コンデンサ方式, 直列制動抵抗方式, 並列制動抵抗方式の順に優れている。
- 2) 制御シーケンス, 特に解列時間に対する裕度の点からは並列制動抵抗方式が優れており, 直列制動抵抗方式と直列コンデンサ方式はほぼ類似した裕度を持つ。
- 3) 投入時期に対する裕度の点からは, 並列制動抵抗方式が投入時期を過ぎてからでは効果がないのに比し, 他の 2 方式は投入時期がある程度遅れても効果がある。
- 4) 直列制動抵抗の事故時投入方式は, 短時間投入, 微少投入量で十分な安定化効果が得られる。

以上, 安定度の測度を適用することにより, 過渡安定度向上対策としての 3 方式の比較, 評価並びに各方式の特徴が把握されたが, 今後の課題としては多機系統への適用, 発電機制御系を含めたモデル系統への適用等が残されている。

尚, 計算はすべて北海道大学大型計算機センターの FACOM 230-60 を使用したことを付記して, 謝辞にかえたい。

参 考 文 献

- 1) R. C. Bergvall: AIEE Trans., Vol. 50 (1931), p. 490.
- 2) S. B. Crary: Power System Stability, Vol. II; (1947), p. 186, JOHN WILEY & SONS.
- 3) W. H. Croft *et al.*: AIEE Trans., No. 63 (1962), p. 17.
- 4) H. M. Ellis *et al.*: IEEE Trans., PAS-85 (1966), 6, p. 586.
- 5) W. A. Mittelstadt: IEEE Trans., PAS-87 (1968), 5, p. 1323.
- 6) E. W. Kimbark: IEEE Trans., PAS-88 (1969), 5, p. 773.
- 7) 吉田弘一, 他: 電気学会誌, Vol. 91 (1971), 5, p. 158.
- 8) 西田 実: 電力技術研究会 (1971), ET-71-18.
- 9) R. D. Teichgraber *et al.*: IEEE Trans., PAS-89 (1970), 2, p. 233.

- 10) A. H. El-Abiad *et al.*: IEEE Trans., PAS-85 (1966), 2, p. 169.
- 11) E. W. Kimbark: IEEE Trans., PAS-85 (1966), 2, p. 180.
- 12) O. J. M. Smith: IEEE Trans., PAS-88 (1969), 1, p. 28.
- 13) 長谷川 淳, 他: 電気学会論文誌, 94-B (1974), 3, p. 131.
- 14) 中山道夫, 他: 電気学会道支部連大 (昭48), 60.

付録 安定度の測度の導出⁹⁾

- i) 過渡リアクタンス背後電圧は故障中一定とする。
- ii) 故障中の発電機機械的入力是一定とする。
- iii) 制動トルクは回転子角測度に比例するものとする。
- iv) 回転子回路鎖交磁束は不変とする。
- v) 自動電圧調整器, 調速機等の発電機制御系の応答は無視する。

以上の仮定の下で, n 機系統における第 i 番目の同期機の運動方程式は次式で与えられる。

$$M_i \frac{d^2 \delta_i}{dt^2} + D_i \frac{d \delta_i}{dt} + P_{ei} = P_{mi} \quad (\text{付 1})$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

$$P_{ei} = E_i^2 G_{ii} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n E_i E_j Y_{ij} \cos [\delta_{ij} - (\theta_i - \delta_j)] \quad (\text{付 2})$$

この系統に対する Liapunov 関数 V は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} V(\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n, \omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n) = & \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{1}{2} M_i \omega_i^2 + (E_i^2 G_{ii} - P_{mi})(\delta_i - \delta_i^s) \right\} \\ & + \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n E_k E_j \left\{ B_{kj} [\cos(\delta_k^s - \delta_j^s) - \cos(\delta_k - \delta_j)] + G_{kj} [\sin(\delta_k^s - \delta_j^s) - \sin(\delta_k - \delta_j)] \right\} \end{aligned} \quad (\text{付 3})$$

安定平衡点 $(\delta_1^s, \delta_2^s, \dots, \delta_n^s, 0, \dots, 0)$ 及び不安定平衡点 $(\delta_1^u, \delta_2^u, \dots, \delta_n^u, 0, \dots, 0)$ の算出についてはいろいろ議論があるが長谷川によれば, それらは次式の解より得られる。

$$\left. \begin{aligned} f_i &= P_{mi} - \lambda M_i - \sum_{k=1}^n E_i E_k Y_{ik} \cos(\theta_{ik} + \delta_{ik}) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, (n-1) \\ f_n &= \sum_{i=1}^n P_{mi} - \lambda \sum_{i=1}^n M_i - \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n E_i E_k Y_{ik} \cos \theta_{ik} \cos \delta_{ik} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (\text{付 4})$$

漸近安定領域の境界を与える Liapunov 関数の値 V_{\max} は, (付 3) 式に安定平衡点に最も近い不安定平衡点の値を代入して得られ, 次式になる。

$$\begin{aligned} V_{\max} &= V(\delta_1^u, \delta_2^u, \dots, \delta_n^u, 0, \dots, 0) \\ &= \sum_{i=1}^n (E_i^2 G_{ii} - P_{mi})(\delta_i^u - \delta_i^s) + \sum_{k=1}^{n-1} \sum_{j=k+1}^n E_k E_j \left\{ B_{kj} [\cos(\delta_k^s - \delta_j^s) - \cos(\delta_k^u - \delta_j^u)] \right. \\ &\quad \left. + G_{kj} [\sin(\delta_k^s - \delta_j^s) - \sin(\delta_k^u - \delta_j^u)] \right\} \end{aligned} \quad (\text{付 5})$$

故障中の系の軌跡上で, ある時間 t_{sw} に評価した故障除去後の系に対する Liapunov 関数の値を V_{sw} とすれば, 安定度の測度 ξ は次式で定義される。

$$\xi = 1 - \frac{V_{sw}}{V_{\max}} \quad (\text{付 6})$$

ここで定義された安定度の測度は以下のような特徴を持っている。

- i) 安定平衡点で $\xi=1$, V_{\max} 上で $\xi=0$ の値を取る。
- ii) V_{\max} で正規化された無次元量であり, 系統の複雑さ等に関係なく安定な系に対しては, $1 \geq \xi > 0$ の範囲の値を持つ。
- iii) ある1時点における ξ の値を評価することにより, その時点以後の系の安定判別を行なうことが可能である。

M_i ; 発電機慣性定数

D_i ; 制動係数

P_{mi} ; 機械的入力

P_{ei} ; 電氣的出力

E_i ; 発電機内部誘起電圧

δ_i ; 内部誘起電圧位相角

ω_i ; 角速度

$Y_{ij} \angle \theta_{ij} = G_{ij} + jB_{ij}$; 短絡伝達アドミタンス

θ_{ij} ; アドミタンス角