



Title	ホログラムフィルターによる画像の微分
Author(s)	石井, 行弘; Ishii, Yukihiro; 村田, 和美 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 78, 89-97
Issue Date	1976-02-16
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41321">https://hdl.handle.net/2115/41321</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	78_89-98.pdf



## ホログラムフィルターによる画像の微分

石井行弘\* 村田和美\*

(昭和 50 年 6 月 30 日受理)

### Differentiation of an Image Using a Holographic Filter

Yukihiro ISHII Kazumi MURATA

(Received June 30, 1975)

#### Abstract

A holographic filter for first-order differentiation is regarded as a moiré pattern, which is easily obtained by recording successively two interference fringes whose spatial frequencies are slightly different. A conventional two-beam type interferometer, for instance, Mach-Zehnder interferometer, is used for this purpose. The amount of the lateral shear of an input object, determines the minimum resolution of the object to be differentiated. The second-order differentiation and cross differentiation are performed by utilizing the nonlinear characteristics of the photographic emulsion of the filters. The differentiation of a phase object is also successfully performed and the phase change of the object is faithfully detected. In this paper, the theories of the above filters are described and experimentally verified.

#### 1. 緒 言

レーザが開発されて以来、ユヒーレント光による光学情報処理が活発に行なわれるようになった。その一分野として画像の微分を行なうフィルターについての研究もいくつか報告されている。画像の微分を光学的に行なうには、Fig. 1 に示すような空間周波数座標に比例した振幅透過率を持つフィルターを物体のスペクトル面に置いてフィルタリングを行なう。このような微分フィルターは、写真フィルム面上に上記の直線的な振幅透過率特性を示すような露光を与えて製作することが、まず考えられる<sup>1),2)</sup>。この場合、Fig. 1 の  $\mu < 0$  の領域では、負の振幅透過率を必要とするため  $\pi$  位相板を重ねて、この領域における正の透過率を反転させなければならない。また、写真フィルムの露光量と振幅透過率との間の線形性を広い範囲にわたって保つことは、写真的に難しい。この困難を克服する方法としてホログラフィックな微分フィルターの製作方法が提案され使われている<sup>3)~9)</sup>。それらの方法は、(i) 回折格子の detour phase effect を考慮に入れた計算機ホログラムをフィルターとする方法<sup>3)</sup>、(ii) 回折格子の結像作用である Talbot effect を用いて、空間周波数座標に比例した振幅透過率を有する格子を記録したものをフィルターとする方法<sup>4)</sup>、(iii) 点物体の 2 重露光フーリエ変換ホログラムをフィルターとする方法<sup>5),6)</sup>、(iv) またこれと同じ構造を有するホログラムをモアレ縞と考えて簡便な 2 光束干渉計により製作したものをフィルターとする方法<sup>7),8)</sup> などである。

\* 工学部応用物理学科 応用光学講座

本報告においては、(iv)により微分フィルターを簡便に製作する方法について述べ、またフィルターによる画像の微分処理の理論と実験を示す。このフィルターによれば、振幅型物体と同様に位相型物体に対しても、微分処理が実行できる。さらに、ホログラムフィルターの写真材料の非線形特性を利用して画像の2次微分および2次の偏微分演算も可能であることを明らかにし、実験で確かめている。

## 2. 理論的考察

### 2-1. 1次微分フィルター

物体  $f(x)$  の1次元、1次微分は、 $\Delta u$  を微小量として近似的に

$$\frac{df(x)}{dx} \cong \frac{f(x+\Delta u)-f(x)}{\Delta u} = \frac{f(x)*\{\delta(x+\Delta u)-\delta(x)\}}{\Delta u}, \quad (1)$$

と書ける。ここで、\*の記号は、コンボリューション・オペレーターを表わす。(1)式で  $\delta(x+\Delta u)-\delta(x)=d(x)$  と書いてダブルット関数と名付ける。一方  $f(x)$  と  $f(x)$  のフーリエ変換  $\tilde{f}(\mu)$  との関係を用いて1次微分は

$$\frac{df(x)}{dx} = \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi i \mu / \lambda f) \tilde{f}(\mu) \exp(2\pi i \mu x / \lambda f) d\mu, \quad (2)$$

と書ける。ここで、Fig. 2に示す光学系を参照にして、 $x, \mu$  はそれぞれ物体面座標、ホログラム面座標をあらわす。2つの点物体  $\delta(x-x_0)$  および  $\delta\{x-(x_0+\Delta u)\}$  の参照点光源  $\delta(x)$  によるフーリエ変換ホログラムの記録を考える。2つの点物体のフーリエ変換ホログラムを2重露光により順次記録するとその強度分布は、

$$I_1 = |1 + \exp(-2\pi i x_0 \mu / \lambda f)|^2 + |1 + \exp\{-2\pi i (x_0 + \Delta u) \mu / \lambda f\}|^2, \quad (3)$$

と書ける。ここで、 $\lambda$  は用いる光の波長  $f$  はフーリエ変換レンズの焦点距離を表わす。(3)式を展開して整理すると

$$I_1 = 4 + 4 \cos(\pi \Delta u \mu / \lambda f) \cos\{\pi(2x_0 + \Delta u) \mu / \lambda f\}, \quad (4)$$

となる。この式の第2項の2つの cosine 関数の argument には、(3)式の第1項と第2項に相当する2つの干渉縞の僅かに異なった空間周波数  $x_0/\lambda f$  と  $(x_0 + \Delta u)/\lambda f$  の和と差の周波数があらわ

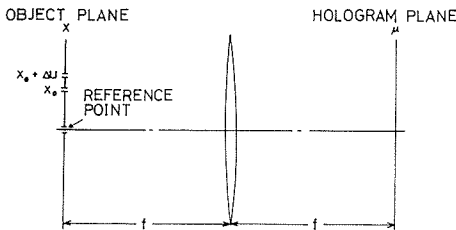


Fig. 2. The optical systems for producing the differentiation filters.

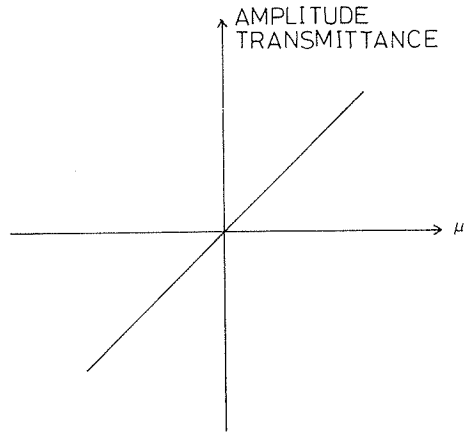


Fig. 1. The amplitude transmittance of an ideal differentiation filter.

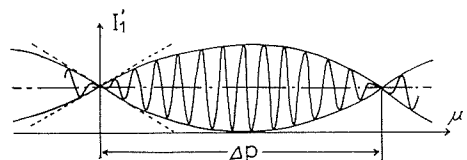


Fig. 3. A moiré pattern as the spatial differentiation filter. The dashed line shows the amplitude transmittance proportional to  $\mu$  in its small range.

れている。よって、(4)式は Fig. 3 のようなモアレ縞を示していることがわかる。モアレ縞の周期を  $\Delta p$  とすると  $|(x_0 + \Delta u)/\lambda f - x_0/\lambda f| = 1/\Delta p$  より、 $\Delta p = \lambda f/\Delta u$  となる。(4)式を  $\mu$  方向にモアレ縞の半周期すなわち  $\lambda f/2\Delta u$  だけ移動したときの強度分布  $I_1$  は、

$$I_1 = 4 + 4 \sin(\pi \Delta u \mu / \lambda f) \sin\{\pi(2x_0 + \Delta u)\mu / \lambda f - \pi x_0 / \Delta u\}, \quad (5)$$

となる。(5)式の強度分布は、原点に対して対称な周期  $\lambda f/\Delta u$  のモアレ縞である。

(5)式の強度分布を記録したホログラムが1次微分フィルターになることを以下に説明しよう。露出時間を単位時間とすると、(5)式は露光量に等しくなり、さらにホログラムの露光と振幅透過率との間に線形性が成立すると仮定すればホログラムの振幅透過率となる。(2)式、または Fig. 1 に示したごとく、1次微分の演算は物体のスペクトル面で  $\mu$  に比例する振幅透過率を持つフィルターをおくことにより実行できる。一方、(5)式は、

$$\sin(\pi \Delta u \mu / \lambda f) \cong \pi \Delta u \mu / \lambda f, \quad (6)$$

が成立する原点近傍において正弦波を  $\mu$  に比例する振幅透過率で変調した波形となっている。よって(6)式の近似が成立する範囲において、このホログラムは微分フィルターとして作用する。以上の微分フィルターを Fig. 4 に示すコヒーレント光学系のフィルター面において、入力物体  $f(x)$  を微分する場合の出力像は、 $f(x)$  のフーリエ変換と(5)式のフィルターの振幅透過率との積の逆フーリエ変換で与えられる。このうち+1次の回折光による出力像は、

$$f(x) * [\delta\{x - (x_0 + \Delta u)\} - \delta\{x - x_0\}] \cong \Delta u \frac{df}{dx}, \quad (7)$$

となり所望の微分像が観察される。

(1)式において、横ずらし量  $\Delta u$  は、できるだけ小さければ近似がよいが、実験上  $\Delta u$  はある有限な値をとる。もし原点からモアレ縞の周期  $\Delta p$  の1/4までの範囲は直線近似できると考えると、(6)式の直線性からの誤差は8%以内となるので、この範囲を  $\Delta \mu$  とする。この範囲  $\Delta \mu$  は、

$$\Delta \mu \leq \frac{\Delta p}{4} = \frac{\lambda f}{4 \Delta u}, \quad (8)$$

となる。一方、入力物体の空間スペクトル遮断周波数を  $N_{\max}$  とすると、フィルター面では、

$$\mu_{\max} = \lambda f N_{\max}, \quad (9)$$

となり、これが(8)式の  $\Delta \mu$  の範囲に入ればよいから、 $\lambda f N_{\max} \leq \lambda f / 4 \Delta u$  となり、従って、

$$N_{\max} \cdot \Delta u \leq \frac{1}{4}, \quad (10)$$

を得る。この式は、微分すべき物体の遮断周波数  $N_{\max}$  と、微分フィルターの横ずらし量  $\Delta u$  との関係を与えるものである。入

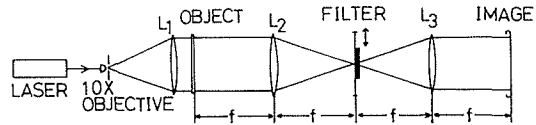


Fig. 4. A coherent, double diffraction system for spatial filtering.

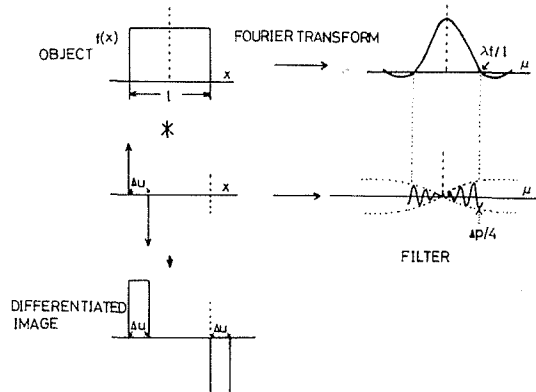


Fig. 5. Graphic explanation of the relation between the spectrum of the object to be differentiated and the moiré period of the filter.

力画像のもつ分解能を  $\Delta\varepsilon_0$  とすると,  $\Delta\varepsilon_0 = 1/N_{\max}$  であるから, (10) 式に代入して,  $\Delta u \leq \Delta\varepsilon_0/4$  を得る。従って入力画像の分解能の 1/4 の横ざらし量を与えればよいことがわかる。もし入力画像が幅  $l$  の矩形弧立関数である場合は, そのフーリエスペクトルが最初に 0 となる点を遮断周波数  $N_{\max}$  とすると,

$$N_{\max} = \frac{1}{l}, \quad (11)$$

となり, (10) 式と (11) 式から,

$$\Delta u \leq \frac{l}{4}, \quad (12)$$

が得られる。(12) 式から微分演算とみなしてよい極限の条件,  $\Delta u = l/4$  と微分されるべき物体のスペクトルと, フィルターのモアレ縞の周期との関係を, Fig. 5 に示してある。

なお, (4) 式で示したモアレ縞の強度分布は, 3 光束型干渉計により一度の露光で得ることもできる<sup>9)</sup>。

## 2-2. 2次微分フィルター

物体  $f(x)$  の, 1次元, 2次微分は近似的に,

$$\frac{d^2f}{dx^2} \cong \frac{f(x+\Delta u) + f(x-\Delta u) - 2f(x)}{\Delta u^2} = \frac{f(x) * \{\delta(x+\Delta u) + \delta(x-\Delta u) - 2\delta(x)\}}{\Delta u^2}, \quad (13)$$

と記述できる。従って3つの  $\delta$  関数の3重露光フーリエ変換プログラムがこの場合のフィルターとなる。その強度分布の交流成分は,  $\sin^2(\pi \Delta u \mu / \lambda f) \cos(2\pi x_0 \mu / \lambda f + \pi)$  となる。2-1節と同様の議論により  $\mu$  の原点付近において, フィルターの振幅透過率が  $\mu^2$  に比例している。一方, 物体  $f(x)$  の2次微分は,

$$\frac{d^2f}{dx^2} = \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi i \mu / \lambda f)^2 \tilde{f}(\mu) \exp(2\pi i \mu x / \lambda f) d\mu, \quad (14)$$

と書ける。この式は, スペクトル面に  $\mu^2$  に比例する振幅透過率を持つフィルターを置くことにより2次微分が行なえることを示している。

## 2-3. 写真乾板の非線形特性を利用した2次微分と2次偏微分演算

この節の議論を簡単にするために Fig. 2 の配置において, 参照点光源を原点から  $x_1$  に移動し, 以下の省略記号を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \exp(2\pi i x_0 \mu / \lambda f) &= p_x, & \exp\{2\pi i (x_0 + \Delta u) \mu / \lambda f\} &= q_x, \\ \exp(2\pi i x_1 \mu / \lambda f) &= r_x, \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

さらに2次元に拡張して, 参照点光源を,  $(x_1, y_1)$  に移し,

$$\left. \begin{aligned} \exp(2\pi i y_0 \nu / \lambda f) &= p_y, & \exp\{2\pi i (y_0 + \Delta u) \nu / \lambda f\} &= q_y, \\ \exp(2\pi i y_1 \nu / \lambda f) &= r_y, \end{aligned} \right\}$$

とする。ここでプログラム面の座標を2次元に拡張して,  $(\mu, \nu)$  とした。(15) 式の省略記号を用いて (5) 式を書き改めると

$$I_1 = 4 + (p_x - q_x) r_x + c.c., \quad (16)$$

となる。ここで,  $c.c.$  は, 前の項の複素共役項を表わし, 不必要な位相項は省略してある。写真乾板の露光量と振幅透過率との間の非線形性を考慮に入れてプログラムの振幅透過率  $t(E_1)$  は, つぎのように露光量  $E_1$  に対して3次のべき級数で展開できる。

$$t(E_1) = \sum_{n=0}^3 T_n E_1^n. \quad (17)$$

ここで、 $T_n$  は、 $t-E_1$  曲線により決定される係数である。露光量  $E_1$  は、単一露出時間と仮定すれば、(16) 式の  $I$  に等しくなる。(16) 式を (17) 式に代入して  $r_x$  の 1 次、2 次のべきの項について整頓する。その結果は、

$$\left. \begin{aligned} r_x^1 \text{ の項;} & (p_x - q_x)(T_1 + 8T_2 + 57T_3) + (q_x^2 p_x^{-1} - q_x^{-1} p_x^2) 3T_3, \\ r_x^2 \text{ の項;} & (p_x - q_x)^2 (T_2 + 12T_3), \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

とそれらの複素共役項となる。(18) 式の  $r_x^2$  の項において、定数項を除いて  $(p_x - q_x)^2$  の逆フーリエ変換は、(13) 式の 3 つの  $\delta$  関数に等しくなる。よって、(18) 式から、1 次回折光に入力画像の 1 次微分、2 次回折光には 2 次微分が、それぞれ生ずる。(18) 式の逆フーリエ変換を施した振幅分布のうち、十側回折光の位置でのフィルターのポイントスプレッド関数を、Fig. 6 に示す。以上は、振幅透過率を (17) 式のように露光量の 3 次のべきで屋開した場合であるが、より非線形特性領域を拡張して高次のべきに展開すれば、 $r_x^2$  の項には 2 次微分に相当する振幅分布以外の余分な振幅分布が附加されノイズとなる。

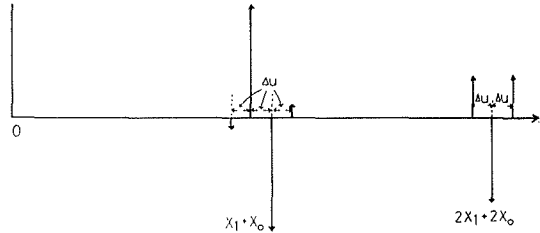


Fig. 6. Schematic of the point spread function of the first-order differentiation filter indicating the film-nonlinearity.

2 次の偏微分  $\partial^2 f / \partial x \partial y$  は、近似的に

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} \cong f * \{ \delta(x + \Delta u, y + \Delta u) + \delta(x, y) - \delta(x, y + \Delta u) - \delta(x + \Delta u, y) \}, \quad (19)$$

と書ける。この 2 次の偏微分を行なうフィルターを製作するために (16) 式で示された露光をホログラム面で互いに直交する方向に、順次与える。その結果ホログラムの露光量  $E_2$  は、

$$E_2 = 8 + (p_x - q_x) r_x + c. c. + (p_y - q_y) r_y + c. c., \quad (20)$$

で示される。ホログラムの振幅透過率  $t(E_2)$  を露光量  $E_2$  の 2 次のべき級数で展開した式、 $t(E_2) = \sum_{n=0}^2 T_n E_2^n$  に (20) 式を代入し、 $r_x r_y$  項のみに注目し整頓すれば、

$$r_x r_y \text{ の項;} (p_x p_y - p_x q_y + q_x q_y - q_x p_y) 2T_2 = (p_x - q_x)(p_y - q_y) 2T_2, \quad (21)$$

となる。再生像画では、(21) 式の逆フーリエ変換と、入力物体  $f(x, y)$  とのコンボリューションが得られる。すなわち、 $[F^{-1}\{(p_x - q_x)\} * F^{-1}\{(p_y - q_y)\}] * f(x, y) \cong \partial^2 f / \partial x \partial y$  と書け、(19) 式と同じ結果が得られる。ここで、 $F^{-1}$  の記号は逆フーリエ変換を示す。

通常の 2 次微分フィルターの製作方法は、(13) 式や (19) 式に含まれる負の  $\delta$  関係に相当する露光が必要で、 $\pi$  位相板を挿入するなどの位相制御が必要で煩雑であるが、写真乾板の非線形性を利用して高次回折波に 2 次微分の演算を行なわせる我々の方法は、位相制御の必要はないという利点がある。

### 3. 実 験

#### 3-1. 実験的準備

2-1 節に述べたように、1 次微分フィルターはお互いにわずかに空間周波数の異なった、2 つの干渉縞の 2 重露光ホログラムとして製作できる。我々は、任意の空間周波数を持った干渉縞を

得るため Fig. 7 と Fig. 8 に示してある簡単な2光束干渉計または Mach-Zehnder 干渉計を用いた。両者は原理的に等価である。第一露光時, Fig. 2 において  $x_0$  に点物体をおいたときと等価な空間周波数  $\omega_0(=x_0/\lambda f)$  を持った干渉縞を記録し, 第2露光時において点物体を  $\Delta u$  移動する代りにターンテーブル上の写真乾板を, わずかな角度  $\theta_1$  だけ回転し, この同じ干渉縞を記録する。その結果, 第2露光時の干渉縞の空間周波数は  $\omega_0 \cos \theta_1$  に減ずる。フィルターのモアレ縞の周期  $\Delta p$  と  $\theta_1$  との関係は,  $\omega_0 - \omega_0 \cos \theta_1 = 1/\Delta p$  より,

$$\cos \theta_1 = 1 - \frac{1}{\omega_0 \Delta p}, \quad (22)$$

となる。実験に用いた1次微分フィルターは, 4種類でそれらの  $\Delta u$  と  $\Delta p$  の値は,  $\Delta p = \lambda f \Delta u$  の関係より求められ, Table 1 に示す。

流れ写真のボケ像の回復に1次微分フィルターが有効である<sup>7),10)</sup>。しかし, 物体の大きさに比べて流れ量が小さい場合, Fig. 9 のようなダブルット関数が幾組も連らなった関数を必要とする。各組のダブルット関数は, 写真乾板を順次回転して露光すれば得られる。1組の回転角  $\theta_n$ ,  $\theta_{n-1}$  ( $n=1, 2, \dots$ , 整数) は,  $\cos \theta_n = \cos \theta_{n-1} + \cos \theta_1 - 1$  の漸化式により, 順次決定することができる。ただし, ダブルット関数の隣り合った  $\delta$  関数は, 異符号ゆえ, 各露光時に  $\pi$  の位相制御が必要であり, また精度のよいターンテーブルが要求される。

我々は, 上記の装置により, 1次微分, 2次微分, 偏微分, 位相物体の微分などのためのホログラムフィルターを製作した。それらを用いて微分像を観察する光学系は, Fig. 4 のような通常のコヒーレント2重回折光学系である。レンズ  $L_1, L_2, L_3$  の焦点距離は  $f=500$  mm である。光源は  $\lambda=633$  nm で発振している He-Ne レーザを用い, ホログラム記録材料は, コダック 649 F 写真乾板を使用した。

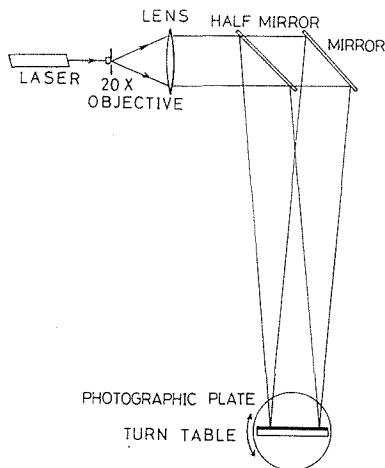


Fig. 7. One experimental set-up for filter production with a simple two-beam type interferometer.

Table 1. The values of  $\Delta u$  and  $\Delta p$  of the first-order differentiation filter used in the experiments

$\Delta u$ (mm)	$\Delta p$ (mm)
0.05	6.32
0.10	3.16
0.20	1.58
0.38	0.80

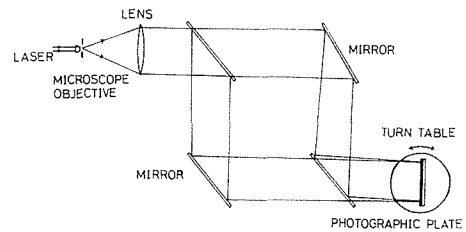


Fig. 8. Another experimental set-up for filter production with a Mach-Zehnder interferometer.

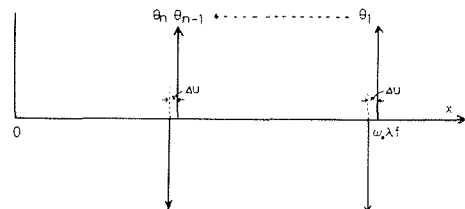


Fig. 9. Successive doublet functions to be applied to the restoration of a linear-smear image.

### 3-2. 実験結果

Fig. 10 はずらし量  $\Delta u = 0.38 \text{ mm}$  の 1 次微分フィルターを用いて、3 角形の物体の微分処理を行なった結果である。それぞれの微分像は、フィルターを面内で回転して微分する方向を変えたものであり、図中の矢印はその方向を示している。このようにフィルターを面内で回転することにより任意の微分方向を選択できる。Fig. 11 は 3 本棒チャートの写真を入力物体として、Table 1 にある  $\Delta u$  の異なった 2 種類の 1 次微分フィルターを用いて微分処理した結果である。Fig. 11 (a) は、原画像を示し、(b), (c) はそれぞれ、 $\Delta u = 0.05 \text{ mm}$ ,  $0.10 \text{ mm}$  のフィルターを用いて、1 次微分を行なった出力像である。原画の 3 本棒チャートは矩形格子であるので、格子間隔の最小のものについて言えば、その周期が  $0.6 \text{ mm}$  であり、その第 1 高調波が微分されるべき原画の遮断周波数  $N_{\max}$  と等しくおくと、 $N_{\max} = 3/0.6 = 5 \text{ line/mm}$  となる。この値と (10) の条件から  $\Delta u \leq 0.05 \text{ mm}$  となり、(b) の結果は物体の第 1 高調波成分まで微分されているが (c) はされていないことになる。

つぎにこの 1 次微分フィルターは、位相型物体についても微分処理を行なえることを以下に示す。 $\phi(x)$  を物体の位相分布とすると物体は  $f(x) = \exp\{i\phi(x)\}$  で与えられる。出力微分像の振幅は、 $d(x) * f(x) \approx \Delta u [\exp\{i\phi(x)\}] d\phi/dx$  となり、強度で観察するから位相分布の微分  $(\Delta u d\phi/dx)^2$  が得られる。実験においては位相型物体として、Fig. 11 (a) の物体を記録した写真乾板を漂白したものを用いた。通常の漂白方法では、残留銀が乳剤中に存在し透明な位相物体は得られないが、現像、停止、定着処理後、反転漂白液<sup>11)</sup>を用いて処理した結果 Fig. 12 (a) のごとく透明度のよい位相物体が得られた。(b) は、(a) の 3 本棒の 1 部分を顕微干涉計で位相ずれを干涉縞の変化と

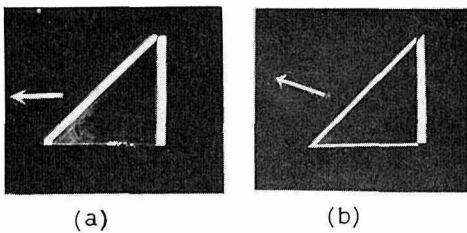


Fig. 10. Results of the first-order differentiation in the direction of the arrow with the use of a filter of  $\Delta u = 0.38 \text{ mm}$ .

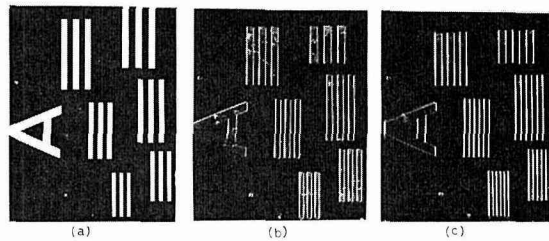


Fig. 11. Results of the first-order differentiation of (a) original object of three-bar target in the horizontal direction with the use of filters of (b)  $\Delta u = 0.05 \text{ mm}$  and (c)  $\Delta u = 0.10 \text{ mm}$ .

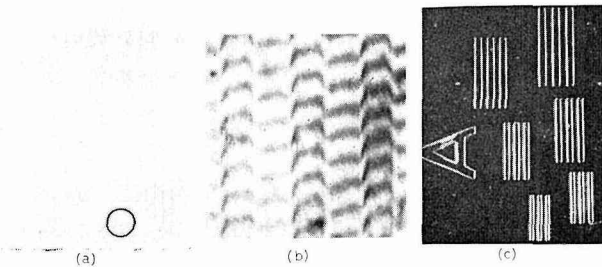


Fig. 12. Results of the first-order differentiation of a reversal-bleached phase object: (a) phase object, (b) interferogram of the region rounded by the circle in the figure (a), and (c) the differentiated image.

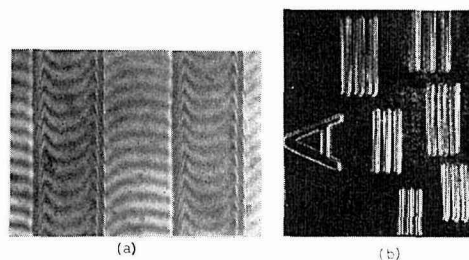


Fig. 13. Results of the first-order differentiation of a phase object bleached by R-10: (a) interferogram and (b) the differentiated image.

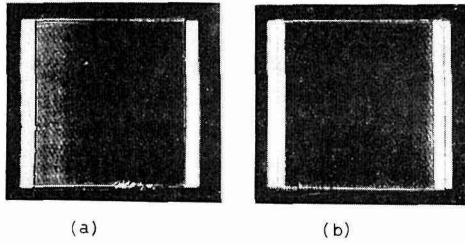


Fig. 14. Results of (b) the second-order differentiation of a square object in comparison with (a) the first-order differentiation.

して観察したものである。(b)では、露光された部分と未露光部分との境界において現像による近接効果<sup>12)</sup>の影響がなく、忠実に位相がずれていることを示している。Fig. 12 (a)の位相物体を  $\Delta u=0.1$  mm のフィルターを用いて微分した結果が (c) である。他方, Fig. 11 (a)の物体を通常の R-10 漂白液を用いて漂白したものを顕微干渉計で位相ずれを観察した結果が Fig. 13 (a) である。この図から露光部と未露光部との境界に近接効果による位相ずれが生じていることがわかる。Fig. 13 (b) は、この位相物体を  $\Delta u=0.1$  mm のフィルターを用いて微分した結果である。Fig. 12, 13 からわかるようにそれぞれ異なった位相ずれの分布を持つ位相物体の微分像は、その位相ずれを明確に示している。このことから微分フィルターは、位相物体に対しても適用できることが判明した。

つぎに 2 次微分の実験例をしめす。2-2 節で述べたように、3 重露光により製作した 2 次微分フィルターを用いて矩形物体を 2 次微分した結果を Fig. 14 に示す。比較のため同一物体の 1 次微分フィルターを用いた出力像も示した。Fig. 15 は 2-3 節の写真乾板の非線形特性を利用して 2 次微分を行なった結果である。この場合、1 次回折光の位置に 1 次微分像、2 次回折光の位置に 2 次微分像が得られる。Fig. 14 と Fig. 15 の 2 次微分出力像には縦の 2 重のエッジがあらわれており、2 次の微分演算が行なわれたことを示している。

さらに、2 次の偏微分演算の結果を Fig. 16 に示す。このフィルターでは、 $x$  方向に、 $\Delta u=0.4$  mm、 $y$  方向に、 $\Delta u'=0.3$  mm それぞれずらし量を与えてモアレ縞を形成している。 $\partial^2 f / \partial x \partial y$  を得るためには、 $\Delta u$  と  $\Delta u'$  は等しい量でなければならないが、実験に際しての調整誤差により両者の間には 0.1 mm の差ができた。入力物体である矩形物体の幅が 1 mm でありずらし量にくらべ充分大きくないので微分されたエッジの幅が広くあらわれている。Fig. 16 の  $x$  方向、 $y$  方向にそれぞれ  $\partial f / \partial x$ 、 $\partial f / \partial y$  が生じ、クロストークの位置に  $\partial^2 f / \partial x \partial y$  があらわれている。

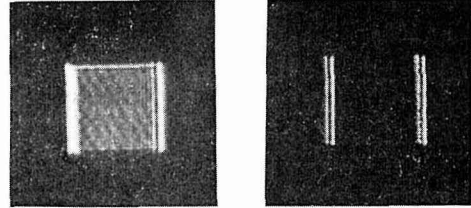


Fig. 15. Results of the differentiations using the film-nonlinearity. The first-order differentiated image obtained at the position of the first-order diffracted image (left) and the second-order differentiated image obtained at the position of the second-order diffracted image (right).

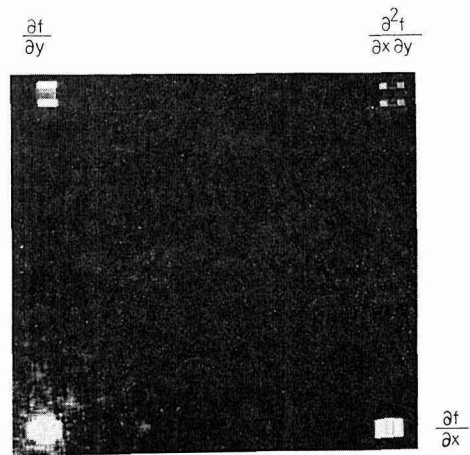


Fig. 16. Results of the cross differentiation using the film-nonlinearity. The first-order differentiated images also appear at the positions of the first-order diffracted images.

#### 4. 結 言

ホログラフィックな1次微分フィルターは、わずかに空間周波数の異なった2組の干渉縞をインコヒーレントに重ね合わせて簡単に得られることを示し、それを製作するため、2光束干渉計や Mach-Zehnder 干渉計を用いて実験を行なった。そのフィルターのフーリエ変換は、近接した2つの点像となり、その間隔が微分のずらし量  $\Delta u$  に相当する。数学的な微分の定義から  $\Delta u$  は無限小にとるべきだが、微分すべき物体のスペクトル幅が与えられれば微分演算と近似してよい  $\Delta u$  が決定される。フーリエ変換ホログラフィーの配置で物体面で点物体を  $\Delta u$  だけ移動しフィルターを製作する代りに同一の干渉縞に対し、各露光時に写真乾板を僅かに回転して干渉縞の空間周波数を変化させ記録することにより、従来<sup>5)</sup>に比べて微分フィルターを容易に作製することができた。例えば、この方法において我々の実験で使用したフィルターの最小の値  $\Delta u = 0.05 \text{ mm}$  の場合で、写真乾板の回転角は  $3^\circ 20'$  であり、フィルター製作が容易である。

さらに、多重露光<sup>5)</sup>の方法によらず写真乾板の非線形特性を利用することにより、2次微分、2次偏微分演算を行なうことができる。以上の各種フィルターにより微分演算を行なういくつかの実験をしめた。

これらのフィルターは、微分演算を行なうのみならず劣化像の回復や2つの画像の差<sup>8)</sup>の検出等への応用にも適用できる。

最後に、本研究に対し有益な助言を頂いた藤原裕文助教授、並びに実験に協力して頂いた細矢淳君に感謝いたします。

#### 参 考 文 献

- 1) R. G. Eguchi and F. P. Carlson: Appl. Opt. **9** (1970) 687.
- 2) R. A. Spragne and B. J. Thompson: Appl. Opt. **11** (1972) 1469.
- 3) A. W. Lohmann and D. P. Paris: Appl. Opt. **7** (1968) 651.
- 4) J. K. T. Eu, C. Y. C. Liu and A. W. Lohmann: Opt. Commun. **9** (1973) 168.
- 5) S. K. Yao and S. H. Lee: J. Opt. Soc. Amer. **61** (1971) 474.
- 6) D. Görlitz and F. Lanzl: Japan. J. Appl. Phys. Suppl. **14-1** (1975) 223.
- 7) K. Murata, H. Fujiwara and T. Sueda: Memoirs Fac. Eng. Hokkaido Univ. **13** (1974) 354.
- 8) Y. Ishii and K. Murata: Japan. J. Appl. Phys. Suppl. **14-1** (1975) 229.
- 9) 石井行弘, 村田和美: 第9回応用物理学会北海道支部学術講演会予稿集 (1974) p. 27.
- 10) D. P. Jablonowski and S. H. Lee: Appl. Opt. **12** (1973) 1703.
- 11) R. L. Lamberts and C. N. Kurtz: Appl. Opt. **10** (1971) 1342.
- 12) C. E. K. Mees and T. H. James: "The Theory of the Photographic Process" (The Macmillan Company, New York, 1971) p. 521.