HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	電力系統動的状態推定 : Trend-Factorの導入
Author(s)	西谷, 健一; 長谷川, 淳; 小池, 東一郎
Citation	北海道大學工學部研究報告, 79, 43-54
Issue Date	1976-03-19
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41342
Type	departmental bulletin paper
File Information	79_43-54.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第79号（昭和51年）

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 79 (1976)

電力系統動的状態推定

—— Trend-Factor の導入 ——

西谷健一* 長谷川 淳* 小池東一郎*

(昭和50年9月30日受理)

Electric Power System Dynamic State Estimation

—— Introduction of a Trend-Factor ——

Ken-ichi NISHIYA, Jun HASEGAWA and Toichiro KOIKE

(Received September 30, 1975)

Abstract

Recently many studies have been carried out regarding state estimation problems in an electrical power system. In the majority of these studies the static state estimation technique based on the weighted least square criterion have been used. In designing a dynamic state estimator a difficulty exsists; namely the formulation of the time-behavior of the state vector is problematic.

Generally, state variables consist of sustained components and fringe components as same as the load demand. In this paper, from a standpoint that we would grasp the tendency of the state variation accurately rather than the actual value of the system state, a method of estimating the sustained components alone was discussed, which differs somewhat from the conventional state estimations.

In order to attach importance to the past tendency of the state vector, a trend-factor is introduced into a simple dynamic model proposed by Debs et al., in which they considered the change of the state vector as a Gaussian system noise. As a result, the covariance matrix of the system noise is held at a small value and it was expected that the accuracy of the estimator would be improved. The trend-factor is evaluated from the latest two estimates and the Kalman filter is applied to the state and observation equation.

An example using a 5-node model system shows that introduction of the trend-factor is effective especially when the change of the state vector is large. But this technique, proposed by the authors, has a drawback in that the estimation is delayed when the tendency of the state vector changes suddenly. The means of solving this problem will be given in another paper.

1. 緒　　言

近年，電力系統の大規模化に伴い系統の運用・制御はますます高度化し，大型計算機を中核としたいわゆる“総合自動化”が強力に推進されてきている。総合自動化に当っては各種計算論理の開発が不可欠であり，各方面での努力により着実な成果を得ているが，これらの論理を実運用に適用する場合には，その基礎となる入力情報が常時正確に把握されていなければならない。

* 電気工学科　電力工学講座

もし不正確な入力情報に基づいて制御を行うならば，制御の目的を達することができないばかりか，場合によっては電力系統に不必要な擾乱を与え重大な事故の原因ともなろう。

現在電力系統の状態推定問題[1-3]に関して，系統構成の検定 (Detection)・同定 (Identification) 問題[12,13]，バッドデータの検出問題[14,15]及び階層的構造 (Hierarchical Structure) を持つ推定器 (Estimator) の構成問題[16,17]を含め，多くの研究が発表されている。それらのほとんどは現時点の観測値だけから系統状態を推定しようとするいわゆる静的状態推定法 (Static State Estimation Method) を採用しているが[4-11]，高精度の推定器を構成するにはかなりの冗長性 (Redundancy) を必要とする等の欠点がある。そこで，過去の情報をも考慮に入れ状態追跡 (Tracking) を目的とした動的状態推定がいくつか試みられている[18-26]。

電力系統の動的状態推定には，状態変動が不規則変化であるところの負荷変動によって決定されるため，正確な遷移方程式を得ることが不可能である上に状態変数がフリンヂ分を含むという特徴がある。状態追跡に対してマルコフ推定を拡張して適用することにより遷移に関する定式化を避けている Tracking SSE と呼ばれる手法もあるが[15]，上述した特徴を持つ状態変数に対する遷移モデルをどう構成するかが大きな問題となる。Debs 氏等は，状態変数の変化量を系の外乱として考慮し，ある時点の状態値は前時点の状態値にその外乱が加わったものと考える手法を提案している[19]。その後筆者等はこの方法による詳細なシミュレーション結果を報告した[26]。又負荷変動のサステインド分が前もって予測できる場合には，Nominal Path に基づいて遷移方程式を定式化する手法も提案されている[20]。

本論文では，負荷パターンが全く不規則な場合を想定し，従来の状態推定とは多少考えを異にするが，フリンヂ分の影響を受けない状態変数のサステインド分のみを推定する手法を検討している。状態変数の遷移に関しては Debs 氏等の定式化に Trend-Factor を導入し，カルマン・フィルタ理論[27]を適用して推定理論式を得ている。更に簡単なモデル系統を用いたシミュレーションで，この手法が特に状態変数の変化量が大きな場合に有効なことを示している。

2. 動的状態推定の定式化

2.1 状態変数フリンヂ分の扱い

電力系統において状態変数は，通常すべてのノードにおける電圧の大きさと位相角であり，N 母線系統に対して

$$\boldsymbol{x}=[V_1, V_2,..., V_N, \theta_2,..., \theta_N]^{\mathrm{T}} \tag{1}$$

なる $n=(2N-1)$ 次元ベクトルとなる。尚ノード1は基準母線 (Reference Bus) でありその位相角は零であるとする。

さて動的状態推定を遂行する際，系統の動的な振舞を記述するために上記状態変数に関する遷移方程式が必要となる。しかし，電力系統の状態変動は系統への入力と考えられる負荷変動により決定され，しかもその負荷変動は図1のようにある平均値と分散値を持つ不規則変化である。もちろん日間の負荷パターン（サステインド分）は一応一定と見なせるが，一般には，あるいは特に短時間の状態追跡に対しては，サステインド分すらも未知の全くの不規則変化と考えざるを得ない。従って電力系統の状態変動は，正確に遷移方程式で表現することが不可能であり，又負荷変動と同様フリンヂ分をも含んでいる。

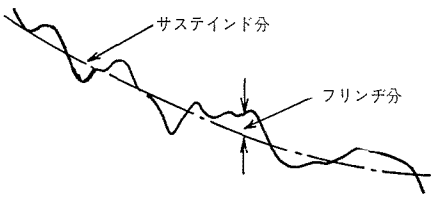

図1 負 荷 変 動

現在までに行われている電力系統静的状態推定等は，このフリンヂ分をも含めた状態変数の真値を推定しようという立場をとっている。しかし，電力系統の信頼度制御 (Security Control) 等各種の制御に対するデータベースを得るという目的からすると，フリンヂ分の影響を受けないサステインド分のみを推定する手法の開発も必要と思われる。すなわち，系統状態の瞬時瞬時の真値そのものではなく，状態変動の傾向をより適格に把握しようとする立場である。このために，状態変数の真値 $\boldsymbol{x}^t$ をサステインド分 $\boldsymbol{x}$ とフリンヂ分 $\boldsymbol{x}^f$ に分解して考え，

$$\boldsymbol{x}^t=\boldsymbol{x}+\boldsymbol{x}^f \tag{2}$$

のように表現すると，この立場は結局，$\boldsymbol{x}^t$ ではなく $\boldsymbol{x}$ に対して動的状態推定を行おうとするものである。

2.2 遷移方程式

正常な運用条件下の電力系統が準静的状態 (Quasi-Static State) にあると見なし Debs 氏等の定式化に従うと，次の離散型遷移方程式が得られる[19]。

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{\Delta}_k \tag{3}$$

$$\boldsymbol{\Delta}_k\equiv\boldsymbol{x}_{k+1}-\boldsymbol{x}_k \tag{4}$$

ここで初期時刻を t_0，第 k 番目の時間間隔を Δt_{k-1} とすると，時刻 $(t_0+\sum_{i=0}^{k-1}\Delta t_i)$ に相当する時間サンプルを k で表わしている。Δt_k は一般には t の関数である。状態変数変化量ベクトル $\boldsymbol{\Delta}_k$ は未知量でありその確率分布も一般には未知であるが，これをガウス分布を持つ確率変数ベクトル $\boldsymbol{w}_k$ に置換すると (3) 式は次式となる。

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{w}_k \tag{5}$$

尚 $\boldsymbol{w}_k$ は次のような統計的性質を持つものと仮定する。

$$\mathrm{E}\{\boldsymbol{w}_k\}=\boldsymbol{0} \tag{6}$$

$$\mathrm{cov}\{\boldsymbol{w}_k\}=\mathrm{E}\{\boldsymbol{w}_k\boldsymbol{w}_k^{\mathrm{T}}\}=\boldsymbol{Q}_k \tag{7}$$

$$\mathrm{E}\{\boldsymbol{w}_k\boldsymbol{w}_l^{\mathrm{T}}\}=\boldsymbol{0},\qquad k\neq l \tag{8}$$

$$\boldsymbol{Q}_k=\alpha^2(\Delta t_k)^2\,\mathrm{diag}\{r_i^2\} \tag{9}$$

r_i は i 番目の状態変数サステインド分の最大の変化勾配であり，次式で定義される。

$$r_i=\max_k\left|\frac{\Delta_{k,i}}{\Delta t_k}\right| \tag{10}$$

ここで $\Delta_{k,i}$ は $\boldsymbol{\Delta}_k$ の i 番目の要素である。実系統で r_i は過去の実績記録より決定し，又パラメータ α の値はオフラインで決定しなければならない。

2.3 観測方程式

観測変数は，各送電線両端での有効無効電力潮流，各ノードにおける有効無効注入電力及び各ノードにおける電圧の大きさ等であり，例えば電力潮流は状態変数を用いて次式で表わされる。

$$T_{ij}=V_iV_jY_{ij}\cos(\theta_i-\theta_j-\phi_{ij})-V_i^2Y_{ij}\cos\phi_{ij} \tag{11}$$

$$U_{ij}=V_iV_jY_{ij}\sin(\theta_i-\theta_j-\phi_{ij})+V_i^2Y_{ij}\sin\phi_{ij} \tag{12}$$

ここで T_{ij}, U_{ij} はノード i からノード j への有効無効電力潮流であり，又 Y_{ij}, ϕ_{ij} はノード i からノード j への伝達アドミタンスの大きさと位相角で，実際のアドミタンスを $\dot{y}_{ij}$ とすると

$$\dot{Y}_{ij}=Y_{ij}\varepsilon^{j\phi ij}=\dot{Y}_{ji}=-\dot{y}_{ij},\qquad i\neq j \tag{13}$$

となっている。

さて k 時点の観測変数を m 次元ベクトル $\boldsymbol{z}_k$ で，観測に伴う雑音を m 次元ベクトル $\boldsymbol{v}_k$ で表わすと，$\boldsymbol{z}_k$ と $\boldsymbol{x}_k^t$ の関係は次のように書くことができる。

$$\boldsymbol{z}_k=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_k^t)+\boldsymbol{v}_k \tag{14}$$

(14) 式は観測方程式と呼ばれ，$\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}^t)$ は m 次元非線形関数ベクトルである。又雑音 $\boldsymbol{v}_k$ は次式のようなガウス分布を持つ白色雑音のベクトルと仮定する。

$$\mathrm{E}\{\boldsymbol{v}_k\}=\boldsymbol{0} \tag{15}$$

$$\mathrm{cov}\{\boldsymbol{v}_k\}=\mathrm{E}\{\boldsymbol{v}_k\boldsymbol{v}_k^{\mathrm{T}}\}=\boldsymbol{R}_k \tag{16}$$

$$\mathrm{E}\{\boldsymbol{v}_k\boldsymbol{v}_l^{\mathrm{T}}\}=\boldsymbol{0}, \qquad k\neq l \tag{17}$$

$$\boldsymbol{R}_k=\mathrm{diag}\{\sigma_{k,i}^2\} \tag{18}$$

ここで $\sigma_{k,i}$ は i 番目の観測雑音の標準偏差値であり，又 $\boldsymbol{v}_k$ と $\boldsymbol{w}_l$ との間に相関はないものとする。尚この定式化においては各時点の観測変数の種類，数及び順序は不変としたが，これらが異なる場合に対する拡張も容易である。

次に (2) 式を (14) 式に代入すると

$$\boldsymbol{z}_k=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{x}_k^f)+\boldsymbol{v}_k \tag{19}$$

となるが，一般に $\boldsymbol{x}_k^f$ は $\boldsymbol{x}_k$ に比べて非常に小さいと考えられるので，非線形関数 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}^t)$ を $\boldsymbol{x}_k$ のまわりで展開し2次以上の項を無視すると，

$$\boldsymbol{z}_k=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_k)+\left.\frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}_k}\boldsymbol{x}_k^f+\boldsymbol{v}_k \tag{20}$$

となる。更に上式右辺第2項を観測誤差として考慮するために $\boldsymbol{v}_k$ に含めると，次式が得られる。

$$\boldsymbol{z}_k=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_k)+\boldsymbol{v}_k' \tag{21}$$

ここで，状態変数のフリンヂ分 $\boldsymbol{x}_k^f$ も負荷変動のフリンヂ分と同様にガウス分布を持つ白色過程と仮定すると，$\boldsymbol{v}_k'$ は (15)～(18) 式と同様な統計的性質を持つ確率変数と考えることができる。但し

$$\mathrm{cov}\{\boldsymbol{v}_k'\}=\boldsymbol{R}_k' \tag{22}$$

であり，(22) 式を (16) 式と比較すると分散値のより大きな観測雑音が乗っているだけである。結局 (5) 式の遷移方程式と (21) 式の観測方程式に対して，動的状態推定を実行することになる。以後記述の煩雑さを避けるため，$\boldsymbol{v}_k'$ と $\boldsymbol{R}_k'$ の $'$ は省略する。

3. Trend-Factor の導入とカルマン・フイルタの適用

前章における遷移方程式の定式化の際，系統状態は準静的状態にあると仮定している。その理由は，状態変数の変化量 $\boldsymbol{\Delta}_k$ が大きくなるにつれ (3) 式自体が意味を失い，更に状態変数をサステインド分とフリンヂ分に分けることの意義も曖昧になってくるからである。推定計算の上では，$\boldsymbol{\Delta}_k$ の拡大に対応して $\boldsymbol{w}_k$ の共分散行列 $\boldsymbol{Q}_k$ の値を大きくすることにより，遷移方程式を軽視する結果，過去の履歴に無関係な観測値にのみ依存する推定値に近づくことになる。仮に $\boldsymbol{Q}_k$ の値を強制的に小さくしたまま推定を行うと，逆に実際の状態変動を無視して遷移方程式を尊重することになり，推定値が悪化する。

一方，(21) 式の観測方程式には実際の観測雑音の他に $\boldsymbol{x}^f$ の分が誤差として含まれており，$\boldsymbol{v}$ の分散値が大きくなっている。結局，観測誤差が相対的に大きくなったことからも推定精度の悪化が考えられ，より精度の良い遷移方程式のモデル化の必要が生じてくる。

そこでこれらの問題点解決のため，過去2時点前から1時点前への傾向を重視する Trend-Factor を遷移方程式中に考慮する[28]。

$$\boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{c}_k+\boldsymbol{w}_k \tag{23}$$

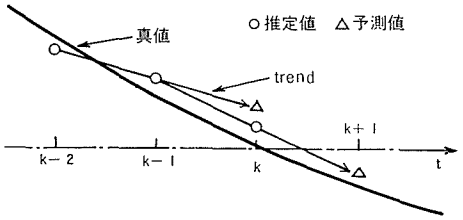

図2 Trend-Factor の導入

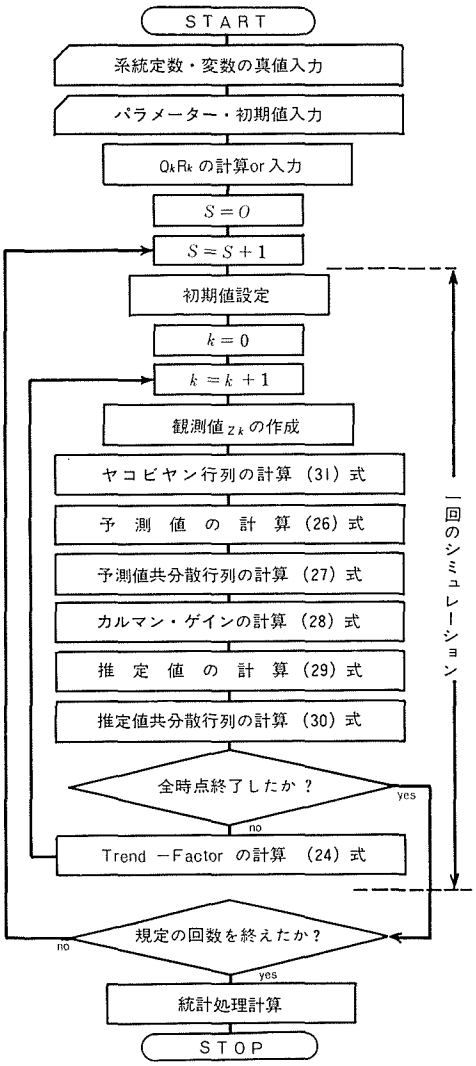

図3 シミュレーションのフローチャート

ここで $\boldsymbol{c}_k$ は，図2のように $(k-1)$ 時点と k 時点の推定値から評価し，推定値を ^ を付けて表わすと，

$$\boldsymbol{c}_k=\frac{\Delta t_k}{\Delta t_{k-1}}[\hat{\boldsymbol{x}}_k-\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1}] \tag{24}$$

となる。この Trend-Factor $\boldsymbol{c}_k$ の導入によって，状態変数の変化量 Δ_k が大きな場合にも，$\boldsymbol{w}_k$ を小さな値に保持でき，推定精度の悪化を防ぐことが可能となる。

さて以上をまとめると次のようになる。

$$\begin{cases}\text{遷移方程式} & \boldsymbol{x}_{k+1}=\boldsymbol{x}_k+\boldsymbol{c}_k+\boldsymbol{w}_k \quad (23)\\ \text{観測方程式} & \boldsymbol{z}_{k+1}=\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_{k+1})+\boldsymbol{v}_{k+1} \quad (24)\end{cases}$$

$\boldsymbol{c}_k$ の評価 ; (24) 式

$\boldsymbol{w}_k$ の共分散行列 ; $\boldsymbol{Q}_k$

$\boldsymbol{v}_k$ の共分散行列 ; $\boldsymbol{R}_k$

非線形関数 $\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x})$ をある $\boldsymbol{x}_r$ のまわりで展開し2次以上の項を無視すると，次式が得られる。

$$\boldsymbol{z}_{k+1}-\boldsymbol{h}(\boldsymbol{x}_r)=\frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{x}}\Big|_{x=x_r}[\boldsymbol{x}_{k+1}-\boldsymbol{x}_r]+\boldsymbol{v}_{k+1} \tag{25}$$

推定理論式は (23), (25) 式にカルマン・フイルタを適用することにより得られ，次の一連の式となる。

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}=\hat{\boldsymbol{x}}_k+\boldsymbol{c}_k \tag{26}$$

$$\boldsymbol{P}_{k+1|k}=\boldsymbol{P}_k+\boldsymbol{Q}_k \tag{27}$$

$$\boldsymbol{K}_{k+1}=\boldsymbol{P}_{k+1|k}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}_{k+1}[\boldsymbol{R}_k+\boldsymbol{H}_{k+1}\boldsymbol{P}_{k+1|k}\boldsymbol{H}^{\mathrm{T}}_{k+1}]^{-1} \tag{28}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1}=\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}+\boldsymbol{K}_{k+1}[\boldsymbol{z}_{k+1}-\boldsymbol{h}(\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k})] \tag{29}$$

$$\boldsymbol{P}_{k+1}=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_{k+1}\boldsymbol{H}_{k+1}]\boldsymbol{P}_{k+1|k} \tag{30}$$

$$\boldsymbol{H}_k=\frac{\partial \boldsymbol{h}}{\partial \boldsymbol{x}}\Big|_{x=\hat{x}_{k|k-1}} \quad (\text{ヤコビヤン行列}) \tag{31}$$

$\hat{\boldsymbol{x}}_k$; k 時点の推定値

$\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}$; k 時点の推定値に基づく $(k+1)$ 時点の予測値

$\boldsymbol{P}_k$; $\hat{\boldsymbol{x}}_k$ の共分散行列（推定値共分散行列）

$\boldsymbol{P}_{k+1|k}$; $\hat{\boldsymbol{x}}_{k+1|k}$ の共分散行列（予測値共分散行列）

$\boldsymbol{K}_k$; k 時点のカルマン・ゲイン

ここで $\boldsymbol{H}_k$ は k 時点の予測値で評価している。シミュレーションを実行する際のフローチャートを図3に示している。観測値を一括処理するためには，(28) 式中の逆行列の計算を避けられないが，観測値を1個ずつ処理するシーケンシャル・アルゴリズムを採用すれば，この逆行列演算を避けることができ，大幅な計算時間短縮が可能となる。又，観測値のサンプル時刻に差がある場合への本方法の拡張も容易となる。尚シーケンシャル・アルゴリズムについては，付録を参照されたい。

4. モデル系統への適用結果

4.1 シミュレーションの概要

1) モデル系統は図4に示した5ノード7ブランチ系であり，基準母線はノード1である。各送電線の定数は表1に示してあるが，X/R は3となっている。尚送電線の対地容量は無視している。

2) 状態変数は母線電圧の大きさと位相角計9個であり，観測変数は全ノードにおける有効無

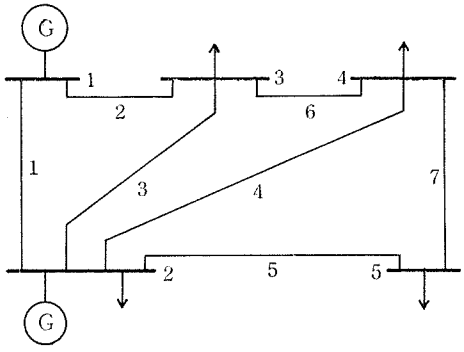

図4 モデル系統

表1 線路アドミタンス

ブランチ	ノード $i-j$	アドミタンスの大きさ (p. u.)
1	1—2	15.8114
2	1—3	3.9528
3	2—3	5.2705
4	2—4	5.2705
5	2—5	7.9057
6	3—4	31.6228
7	4—5	3.9528

表2 初 期 値

ノード	電圧の大きさ (p. u.)		位相角 (rad.)	
	初期推定値	初期 Trend	初期推定値	初期 Trend
1	1.05990	—	0.0	—
2	1.04117	−0.0012	−0.03810	−0.0019
3	1.01847	−0.0024	−0.06909	−0.0035
4	1.01726	−0.0024	−0.07374	−0.0037
5	1.01269	−0.0027	−0.08581	−0.0044

効注入電力と全送電線両端における有効無効電力潮流計 38 個である。

3) 状態変数は一定の割合で直線的に変動するものとし，状態変数及び観測変数の真値は直線の負荷曲線からガウスザイデル法による潮流計算[23]で求めた。

4) 互に独立と仮定した観測雑音は指定した標準偏差値を持つ正規乱数で模擬し，観測変数真値に付加して観測値を作成した。σ の値は真値の 5%とした。

5) 観測値は各時点すべてが同時に取得されるもの (Snapshot) とし，時点数は 20，シミュレーションは各ケース 20 回行い，その平均推定値と標準偏差を求めた。

4.2 状態変数の変動モデル

前節で述べたように状態変動は直線的なものとしたが，これを図 5 と図 6 に示す。図を見て解るようにこのモデルでは，ノード 1 の電圧の大きさの時間変動が他ノードのそれに比べて遙かに小さい。そこで，V_1 に関しては Trend-Factor を考慮しなかった。すなわち，遷移方程式は次のように書き変えられる。

$$\begin{cases} x_{k+1,1}=x_{k,1}+w_{k,1} \\ x_{k+1,i}=x_{k,i}+c_{k,i}+w_{k,i}, \quad i=2\sim 9 \end{cases} \tag{32}$$

(32) 式に対応して，$\boldsymbol{w}_k$ の共分散行列 $\boldsymbol{Q}_k$ に含まれる最大の変化勾配 $\boldsymbol{r}$ も次式のように修正した。

$$\begin{cases} r_1=2\times\left[\max_k \left|\dfrac{\Delta_{k,1}}{\Delta t_k}\right|\right] \\ r_i=\max_k \left|\dfrac{\Delta_{k,i}}{\Delta t_k}\right|, \quad i=2\sim 9 \end{cases} \tag{33}$$

尚本手法との比較のために，Trend-Factor を用いない従来の方法でもシミュレーションを行っ

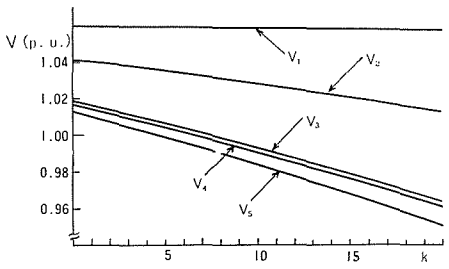

図5 状態変数の変動モデル (電圧の大きさ)

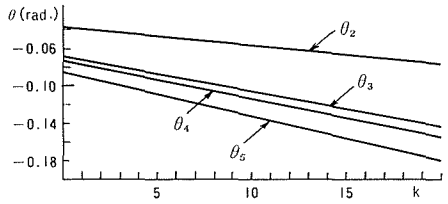

図6 状態変数の変動モデル (位相角)

表3 初期共分散

行列の要素	値
電圧の大きさ×電圧の大きさ	2×10^{-5}
電圧の大きさ×位相角	1×10^{-5}
位相角×位相角	5×10^{-6}

たが，その際は (10) 式をそのまま採用した。

4.3 推 定 結 果

1) 推定を開始する際の初期推定値は時刻 t_0 における真値とし，Trend-Factor の初期値も前時点の真値を用いて計算したが，それらを表2に示す。

初期共分散行列については，第1時点の予測値共分散行列に $\boldsymbol{Q}_0$ が含まれるから $\boldsymbol{P}_0=\boldsymbol{0}$ としても推定は可能であるが，その場合には推定値共分散行列の収束が遅れることが知られている[26]。この収束過程は過渡的状態と解釈すべきであり，推定器の性能評価の際には推定値共分散行列の収束した定常状態を対象としなければならない。従って $\boldsymbol{P}_0$ として適当な値を設定して推定を開始する必要がある。

図7と図8に，本手法と従来の方法に対して，$\boldsymbol{P}_0=\boldsymbol{0}$ とした場合と表3に示した値に設定した場合の，ある1回の推定計算における，推定値共分散行列の V_5 及び θ_5 に対応する対角項の値の収束状況を示す。θ_5 に対応する値は完全には収束していないが，以後の計算では表3の値を初期値として採用した。尚収束値は α の値に依ると思われる。

2) 状態変数の変化量を系の外乱として考慮する方法では，その共分散行列 $\boldsymbol{Q}_k$ の中に含まれるスカラーのパラメータ α をオフラインで決定しなければならないが，この点に関しては Trend-Factor を導入した本手法においても何ら変りはない。すなわち，どの程度遷移方程式を重視するかはこの α の値によって決定され，より高精度の推定値が得られるように α の値を選ぶことが，推定器の最適化となる。又 (9) 式において，r_i の値が状態変動の大きさにより決まる訳だが，α の値が状態変動に依存しないという保障はない。

さて，推定計算の結果を見てどのケースが最も精度が高いかを決定する一意的な指標を考慮すると，推定値の誤差ばかりでなく，その分散値も又より小さな値が望ましい。図9に，20回シミュレーションした結果の，V_1, V_5 及び θ_5 の平均推定値の誤差の大きさの，全時点にわたる平均

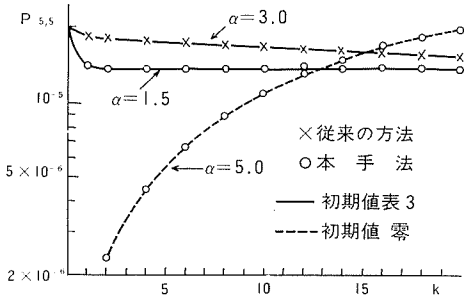

図7 推定値共分散行列のある一回の収束状況—P 9,9 (V_5)

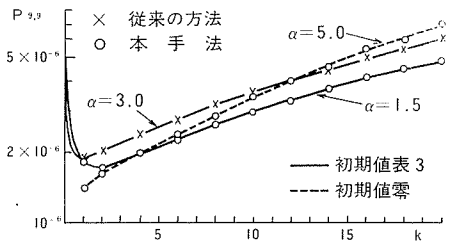

図8 推定値分散行列のある一回の収束状況—P 9,9 (θ_5)

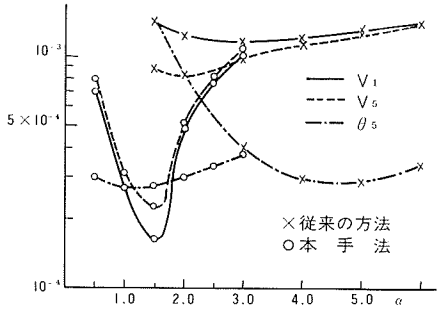

図9 標準 α の決定（シミュレーション20回）

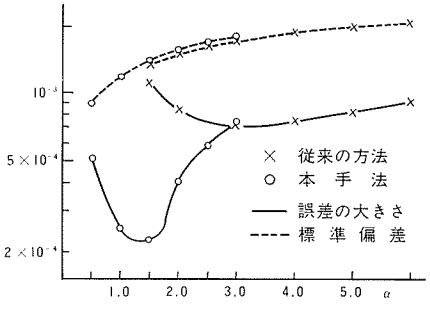

図10 標準 α の決定（全変数にわたる平均値，シミュレーション20回）

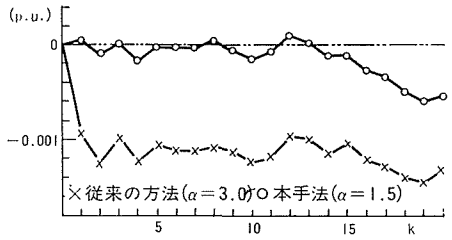

図 11 平均推定値の誤差—V_1

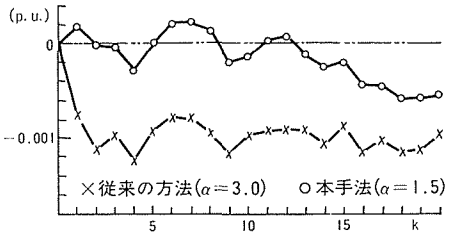

図 12 平均推定値の誤差—V_3

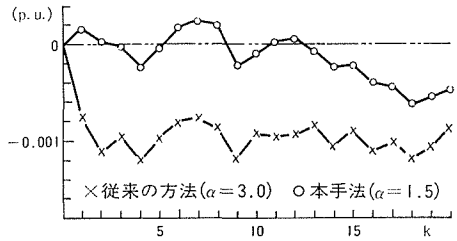

図 13 平均推定値の誤差—V_5

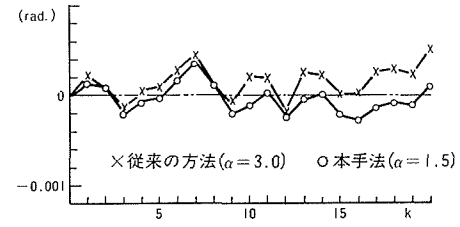

図 14 平均推定値の誤差—θ_2

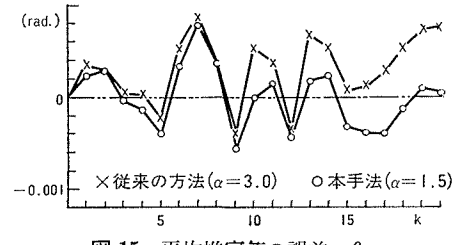

図 15 平均推定値の誤差—θ_5

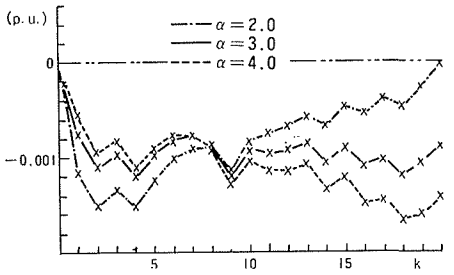

図 16 平均推定値の誤差—V_5
(従来の方法)

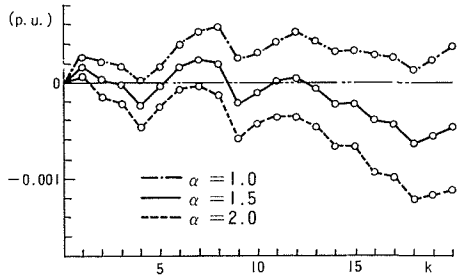

図 17 平均推定値の誤差—V_5
(本手法)

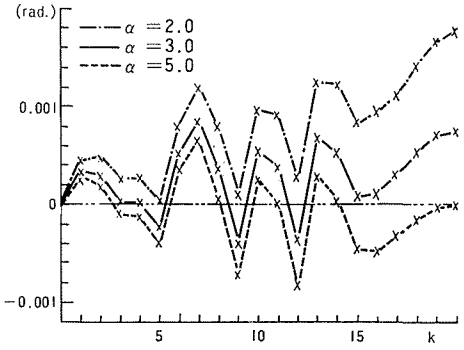

図 18 平均推定値の誤差—θ_5
(従来の方法)

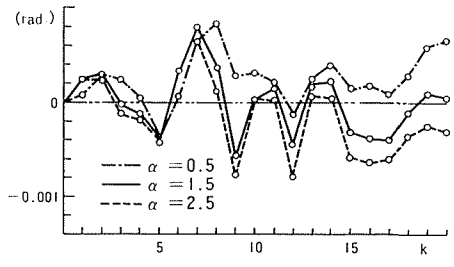

図 19 平均推定値の誤差—θ_5
(本手法)

値を，α の値に対してプロットしている。又図 10 には，更に全変数にわたる，誤差の大きさと標準偏差の平均値をプロットしている。

θ_5 に関しては，本手法による誤差の大きさの最小値が従来の方法に比べほとんど変りないが，V_1 に関しては 5 分の 1，V_5 に関しても半分以下に減少している。性能評価は全変数に対して必要であるが，図 10 を見ると，Trend-Factor の導入により推定器の精度がかなり改善されたことがわかる。

標準偏差の値はほぼ α の値だけに依存するが，本手法ではより小さな α の値を採用できるため，より小さな標準偏差値が得られ，この意味からも本手法の方が優れている。尚これらの図より本系統モデルに対する標準 α として，従来の方法の場合には 3.0，本手法の場合には 1.5 を採用した。

3) 図 11 から図 15 に平均推定値の誤差の一部を，従来の方法と本手法の結果を比較して示している。α の値は上述したように，本手法では 1.5 従来の方法では 3.0 である。どの状態変数に対しても，本手法による推定値の方が誤差が小さい。

又図 16 から図 19 には，V_5 と θ_5 の推定値の誤差を α をパラメータとしてプロットしている。それぞれ標準 α 決定のグラフとの対応が容易に理解できる。特に従来の方法で $\alpha=5.0$ とした場合の θ_5 の誤差は，本手法のそれとほとんど変りないが，その結果は図 9 の θ_5 に対するグラフからも明らかである。しかし $\alpha=5.0$ としたのでは，電圧の大きさの誤差が著しく大きくなる。

5. 考察と結言

本論文では，状態変数をサステインド分とフリンヂ分に分けて考え状態変動の傾向を適確に把握することを目的としたが，Trend-Factor の導入によって可能になったと思われる。モデル系統への適用により，状態変数の変化量が大きな場合特に有効なことを示したが，推定精度がある程度良くなければ推定値の悪化を増長させる結果となる懸念がある。従って現在までに提案されている静的状態推定等以上に，観測変数の個数や種類，観測雑音の標準偏差及び状態変動の割合や様子等と，推定精度の定量的な検討が必要である。

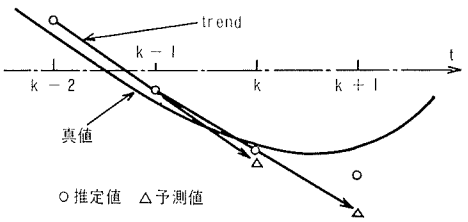

図 20 Trend-Factor 導入による推定値の遅れ

更に本手法は次のような欠点を持っている。すなわち，過去 2 時点前から 1 時点前への傾向を重視しているために，図 20 のように状態変数の傾向が急変する際遅れを伴うことを避け得ない[30]。又推定値に大きな誤差が生ずると，その結果に振り回され回復が遅れる傾向が強いと思われる。この原因は (24) 式で行う Trend-Factor $\boldsymbol{c}_k$ の評価に大きな誤りがあることであり，何らかの方法でこの誤りを検出する必要がある。現在筆者等は，カルマン・フイルタの Innovation 過程の検定による上記問題の解決を検討中であり[31-33]，別論文で発表したい[34]。

尚計算時間は，38 個の観測値のシーケンシャル処理により，FACOM 230-75 で 1 時点当り約 0.1 秒であった。最後に，本研究の遂行に当り貴重な御助言を頂いた北海道大学工学部土谷武士助教授と，北海道大学大型計算機センター関係各位に，感謝の意を表します。

参 考 文 献

1) 田村康男；電気四学会連合大会講演論文集 (昭47), 209.
2) Schweppe, F. C. et al.; Proc. IEEE, 62 (1974), **7**, p. 972.
3) 西谷健一他；システムと制御, 19 (昭50), **10**, p. 513.
4) Schweppe, F. C. et al.; IEEE Trans., PAS-89 (1970), **1**, p. 120.
5) Larson, R. E. et al.; IEEE Trans., PAS-89 (1970), **3**, p. 345.
6) Smith, O. J. M.; IEEE Trans., PAS-89 (1970), **3**, p. 363.
7) Dopazo, J. F. et al.; IEEE Trans., PAS-89 (1970), **7**, p. 1698.
8) Stagg G. W. et al.; IEEE Trans., PAS-89 (1970), **4**, p. 545.
9) Uemura, K.; Proc. 5th IFAC World Congr. (1972), Paper 7.5.
10) 小川哲次；電気学会論文誌, 93-B (昭48), **9**, p. 419.
11) 小松恭介他；北海道大学工学部研究報告 (昭49), **73**, p. 47.
12) 横山隆一他；電気学会論文誌, 94-B (昭49), **5**, p. 217.
13) 鈴木 浩他；電気学会論文誌, 94-B (昭49), **9**, p. 463.
14) 鈴木 浩他；電気学会論文誌, 94-B (昭49), **4**, p. 185.
15) Merrill, H. M. et al.; IEEE Trans., PAS-90 (1971), **6**, p. 2718.
16) 小林伸史；電気学会論文誌, 94-B (昭49), **2**, p. 57.
17) 石井 暁他；電気学会論文誌, 95-B (昭50), **3**, p. 153.
18) Masiello, R. D. et al.; IEEE Trans., PAS-90 (1971), **3**, p. 1025.
19) Debs, A. S. et al.; IEEE Trans., PAS-89 (1970), **7**, p. 1670.
20) 横山隆一他；電気学会論文誌, 94-B (昭49), **6**, p. 263.
21) Wolters, E.; Proc. 4th PSCC (1972), Paper 3.3/3.
22) Bubenko, J. et al.; Proc. 4th PSCC (1972), Paper 3.3/6.
23) Ariatti, F. et al.; Proc. 4th PSCC (1972), Paper 3.3/10.
24) Srinivasan, K. et al.; IEEE Trans., PAS-93 (1974), **5**, p. 1581.
25) Debs, A. S. et al.; Proc. 7th PICA Conf. (1971), p. 348.
26) 高木 浩他；北海道大学工学部研究報告 (昭50), **75**, p. 35.
27) Kalman, R. E.; Trans. ASME, J. Basic Engng., 82 (1960), **1**, p. 35.
28) 井上幸美他；電気学会雑誌, 90 (昭45), **6**, p. 1159.
29) Stagg, G. W. et al.; Computer Methods in Power System Analysis (1968), McGraw-Hill.
30) 西谷健一他；電気学会全国大会講演論文集 (昭48), 908.
31) 西谷健一他；電気学会全国大会講演論文集 (昭49), 761.
32) 西谷健一他；電気四学会北海道支部連合大会講演論文集 (昭49), 79.
33) 西谷健一他；電気学会全国大会講演論文集 (昭50), 972.
34) 西谷健一他；電気学会論文誌, 投稿中。

付 録

推定計算実行の際，逆行列の演算を避けるためのシーケンシャル・アルゴリズムについて説明する。m 個の観測値を1個ずつ処理するために，遷移方程式及び観測方程式を次のように書き変える。

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{k,1}=\boldsymbol{x}_{k-1,m}+\boldsymbol{c}_{k-1}+\boldsymbol{w}_{k-1} & (34) \\ z_{k,1}=h_1(\boldsymbol{x}_{k,1})+v_{k,1} & (35) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{x}_{k,l}=\boldsymbol{x}_{k,l-1} & (36) \\ z_{k,l}=h_l(\boldsymbol{x}_{k,l})+v_{k,l} \qquad l=2\sim m & (37) \end{cases}$$

ここで $\boldsymbol{x}$ の添字 l は繰り返しの回数を，その他の添字 l はベクトルの要素を示す。上式にカルマン・フィルタを適用すると次式が得られる。

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k,0}=\hat{\boldsymbol{x}}_{k-1,m}+\boldsymbol{c}_{k-1} \tag{38}$$

$$\boldsymbol{P}_{k,0}=\boldsymbol{P}_{k-1,m}+\boldsymbol{Q}_{k-1} \tag{39}$$

$$\hat{\boldsymbol{x}}_{k,l}=\hat{\boldsymbol{x}}_{k,l-1}+\boldsymbol{K}_{k,l}[z_{k,l}-h_l(\hat{\boldsymbol{x}}_{k,l-1})] \tag{40}$$

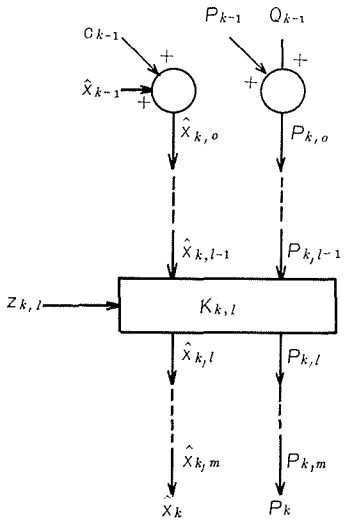

図 21 シーケンシャル，アルゴリズム

$$\boldsymbol{K}_{k,l}=\frac{\boldsymbol{P}_{k,l-1}\boldsymbol{H}_{k,l}^{\mathrm{T}}}{\sigma_{k,l}^2+\boldsymbol{H}_{k,l}\boldsymbol{P}_{k,l-1}\boldsymbol{H}_{k,l}^{\mathrm{T}}} \tag{41}$$

$$\boldsymbol{P}_{k,l}=[\boldsymbol{I}-\boldsymbol{K}_{k,l}\boldsymbol{H}_{k,l}]\boldsymbol{P}_{k,l-1} \tag{42}$$

$$\boldsymbol{H}_{k,l}=\left.\frac{\partial h_l}{\partial \boldsymbol{x}}\right|_{\boldsymbol{x}=\hat{\boldsymbol{x}}_{k,l-1}}, \qquad l=1\sim m \tag{43}$$

すべての観測値を処理した後，すなわち m 回の繰り返しが終了した後，k 時点の推定値及び推定値共分散行列が得られる。

$$\hat{\boldsymbol{x}}_k=\hat{\boldsymbol{x}}_{k,m} \tag{44}$$

$$\boldsymbol{P}_k=\boldsymbol{P}_{k,m} \tag{45}$$

以上のシーケンシャル処理を図 21 に示している。