



Title	電力系統動の状態推定 : Innovation過程の検定
Author(s)	西谷, 健一; Nishiya, Ken-ichi; 高木, 浩 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 80, 21-32
Issue Date	1976-06-30
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41364">https://hdl.handle.net/2115/41364</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	80_21-32.pdf



# 電力系統動的状態推定

— Innovation 過程の検定 —

西谷 健一\* 高木 浩\*\* 長谷川 淳\*

(昭和50年12月27日受理)

## Electric Power System Dynamic State Estimation.

— Detection of Innovation Processes —

Ken-ichi NISHIYA Hiroshi TAKAGI Jun HASEGAWA

(Received December 27, 1975)

### Abstract

Recently many studies have been carried out regarding state estimation problems in an electrical power system. However in designing a dynamic state estimator a difficulty exists; namely the formulation of the model for the time-behavior of the state vector is problematic.

The authors, in an attempt to grasp the tendency of the state variation accurately, introduced a trend-factor into a simple dynamic model proposed by Debs *et al.*, in which they considered the change of the state vector as a Gaussian system noise. This technique, proposed by the authors, has a drawback in that the estimation is delayed when the tendency of the state vector changes suddenly.

In the Kalman filter applied to the state and observation equation, it is well known that the innovation process defined as a measured value minus a predicted value is a white Gaussian process. But when the tendency of the state vector changes suddenly the process shifts from the distribution calculated theoretically.

In this paper, therefore, for both cases of using and not using the trend-factor, the innovation process was detected to obtain on-line information as to whether there is a gross error in the state equation or not. An example using a 5-node model system shows that the correspondence between the shift of the distribution of the innovation process and the deterioration of the accuracy of the estimator is clear.

Lastly it appears that, in the practical application of the dynamic state estimation, on-line judgements as to whether the trend-factor should be included or removed become possible.

### 1. 緒 言

現在、電力系統の信頼度制御 (Security Control) 等様々な系統制御に対して高精度の系統状態値を供給するため、状態推定手法に関して多くの研究がなされている<sup>1)~3)</sup>。そのほとんどは重

\* 電気工学科 電力工学講座

\*\* 中部電力株式会社

みづき最小二乗法 (Weighted Least Squares Method) に基づく静的状態推定である<sup>4)</sup>が、時間的な推移を追跡する場合にはいわゆる断面計算となる。一方、今後の課題である動的状態推定もいくつか試みられている<sup>5)~9)</sup>。後者は過去の情報を考慮に入れるためより高い精度が期待され、更に観測データに冗長性 (Redundancy) を必要としないこと等利点が多い<sup>3)</sup>。

電力系統の動的状態推定には、状態変動が不規則変化であるところの負荷変動により決定されるため、正確な遷移方程式を得ることが不可能である上に状態変数がフリンヂ分を含むという特徴がある。従って、状態変数に対する遷移モデルをどう構成するかが大きな問題であるが、Debs 氏等は、状態変数の変化量を系の外乱として考慮し、ある時点の状態値は前時点の状態値にその外乱が加わったものとする手法を提案している<sup>7)</sup>。しかしこの手法では、状態変数の変化量が大きな場合適切な追従ができず、推定精度が悪化してしまう。又現在までに行われている状態推定は、フリンヂ分をも含めた状態変数の真値を推定する立場をとっているが、電力系統の各種の制御に対するデータベースを得る目的からすると、サステインド分のみを推定する手法の開発も必要である。

そこで筆者等は、従来の状態推定とは多少考えを異にするが、フリンヂ分の影響を受けない推定手法の開発を目的とし、Debs 氏等の定式化に Trend-Factor を導入した<sup>10)</sup>。そのシミュレーション結果は先に報告した<sup>11),12)</sup>が、次のような欠点を持っていた。つまり、状態変数の傾向が急変する際遅れを伴うことを避け得ないこと等である。本論文では、カルマンフィルタの Innovation 過程<sup>13)</sup>を検定することにより、オンラインで傾向の急変があったという情報が得られることを実証している。尚、上述の検定は予測値の誤差を検出することに他ならず、Trend-Factor を用いない手法に対しても適用可能である。後者に対するシミュレーション結果も合わせて報告する。

## 2. Trend-Factor を用いた動的状態推定の定式化

状態変数はすべてのノードの電圧の大きさと位相角であり、 $N$  母線系統に対して

$$\mathbf{x} = [V_1, V_2, \dots, V_N, \theta_1, \dots, \theta_N]^T \quad (1)$$

なる  $n=(2N-1)$  次元ベクトルである。尚、ノード 1 は基準母線でありその位相角は零であるとする。上記状態変数の真値  $\mathbf{x}^t$  は、サステインド分  $\mathbf{x}$  とフリンヂ分  $\mathbf{x}^f$  とに分解される。

$$\mathbf{x}^t = \mathbf{x} + \mathbf{x}^f \quad (2)$$

動的状態推定は、 $\mathbf{x}^t$  ではなく  $\mathbf{x}$  に対して実行される。初期時刻を  $t_0$ 、第  $k$  番目の時間間隔を  $\Delta t_{k-1}$ 、時刻  $\left(t_0 + \sum_{i=0}^{k-1} \Delta t_i\right)$  に相当する時間サンプルを  $k$  で表わし、状態変数の遷移に関して次のようにモデル化する。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{c}_k + \mathbf{w}_k \quad (3)$$

ここで Trend-Factor  $\mathbf{c}_k$  は  $(k-1)$  時点と  $k$  時点の推定値から評価し、推定値を  $\hat{\phantom{x}}$  を付けて表わすと

$$\mathbf{c}_k = \left[ \hat{\mathbf{x}}_k - \hat{\mathbf{x}}_{k-1} \right] \Delta t_k / \Delta t_{k-1} \quad (4)$$

となる。又系の外乱  $\mathbf{w}_k$  はガウス分布を持つ確率変数ベクトルであり、次のような統計的性質を持つものと仮定する。

$$E \{ \mathbf{w}_k \} = \mathbf{0} \quad (5)$$

$$\text{cov} \{ \mathbf{w}_k \} = \text{E} \{ \mathbf{w}_k \mathbf{w}_k^T \} = \mathbf{Q}_k \quad (6)$$

$$\text{E} \{ \mathbf{w}_k \mathbf{w}_l^T \} = \mathbf{0}, \quad k \neq l \quad (7)$$

$$\mathbf{Q}_k = \alpha^2 (\Delta t_k)^2 \text{diag} \{ r_i^2 \} \quad (8)$$

$$r_i = \max_k \left| \frac{\Delta_{k,i}}{\Delta t_k} \right| \quad (9)$$

ここで  $\Delta_{k,i}$  は、状態変数の変化量ベクトル  $\Delta_k$  の  $i$  番目の要素である。実系統で  $r_i$  は過去の実績記録より決定し、又パラメータ  $\alpha$  の値はオフラインで決定する。尚、(3) 式の遷移方程式に Trend-Factor を導入したことにより、状態変数の変化量が大きな場合にも  $\mathbf{w}_k$  を小さな値に保持でき、推定精度の悪化を防ぐことが可能となる。

次に観測変数は  $m$  次元ベクトル  $\mathbf{z}$  で表わされる。

$$\mathbf{z} = [T_{ij}, U_{ij}, K_i, L_i, V_i \text{ etc.}]^T \quad (10)$$

ここで、 $T_{ij}$ ,  $U_{ij}$  はノード  $i$  からノード  $j$  への有効無効電力潮流であり、 $K_i$ ,  $L_i$  はノード  $i$  における有効無効注入電力である。状態変数  $\mathbf{x}$  と  $\mathbf{z}$  の関係は、観測に伴う誤差を  $m$  次元ベクトル  $\mathbf{v}$  で表わすと次式で書かれる。

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{h}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (11)$$

上式は観測方程式と呼ばれ、 $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  は  $m$  次元非線形関数ベクトルである。又雑音  $\mathbf{v}_k$  は、次のようなガウス分布を持つ白色雑音のベクトルと仮定する。

$$\text{E} \{ \mathbf{v}_k \} = \mathbf{0} \quad (12)$$

$$\text{cov} \{ \mathbf{v}_k \} = \text{E} \{ \mathbf{v}_k \mathbf{v}_k^T \} = \mathbf{R}_k \quad (13)$$

$$\text{E} \{ \mathbf{v}_k \mathbf{v}_l^T \} = \mathbf{0}, \quad k \neq l \quad (14)$$

$$\mathbf{R}_k = \text{diag} \{ \sigma_{k,i}^2 \} \quad (15)$$

$\sigma_{k,i}$  は  $k$  時点  $i$  番目の観測誤差の標準偏差値であり、又  $\mathbf{v}_k$  と  $\mathbf{w}_l$  との間に相関はないとする。

推定理論式は

$$\left. \begin{array}{l} \text{遷移方程式} \quad \mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{c}_k + \mathbf{w}_k \\ \text{観測方程式} \quad \mathbf{z}_{k+1} = \mathbf{h}(\mathbf{x}_{k+1}) + \mathbf{v}_k \end{array} \right\} \quad (16)$$

を線形化の後カルマンフィルタ<sup>14)</sup>を適用することにより得られ、次の一連の式となる。

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} = \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{c}_k \quad (17)$$

$$\mathbf{P}_{k+1|k} = \mathbf{P}_k + \mathbf{Q}_k \quad (18)$$

$$\mathbf{G}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1} \left[ \mathbf{R}_k + \mathbf{H}_{k+1} \mathbf{P}_{k+1|k} \mathbf{H}_{k+1}^T \right]^{-1} \quad (19)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \hat{\mathbf{x}}_{k+1|k} + \mathbf{G}_{k+1} \left[ \mathbf{z}_{k+1} - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}) \right] \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \left[ \mathbf{I} - \mathbf{G}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1} \right] \mathbf{P}_{k+1|k} \quad (21)$$

$\hat{\mathbf{x}}_k$ ;  $k$  時点の推定値                       $\hat{\mathbf{x}}_{k+1|k}$ ;  $(k+1)$  時点の予測値  
 $\mathbf{P}_k$ ; 推定値共分散行列                       $\mathbf{P}_{k+1|k}$ ; 予測値共分散行列  
 $\mathbf{G}_k$ ; カルマンゲイン                       $\mathbf{H}_k$ ; ヤコビヤン行列 ( $= \partial \mathbf{h} / \partial \mathbf{x} | \mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ )

ここで  $\mathbf{H}_k$  は  $k$  時点の予測値で評価している。又(19)式中の逆行列の演算を避けるため、観測値を1個ずつ処理するシーケンシャル・アルゴリズム<sup>12)</sup>を採用する。

さて、状態変数の変化量を系の外乱として考慮する方法や、Trend-Factor を導入した本手法においては、スカラーのパラメータ  $\alpha$  をオフラインで決定しなければならない。つまり、どの程度遷移方程式を重視するかはこの  $\alpha$  の値により決定され、高精度の推定値が得られるように  $\alpha$  を選択することが推定器の最適化となる。ここで高精度の推定値とは最小分散 (Minimum Variance) の意味であり、次の平均二乗誤差を最小にする推定値である<sup>24)</sup>。

$$J = E \left\{ \left[ \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k \right]^T \left[ \hat{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_k \right] \right\} \quad (22)$$

今オフラインのシミュレーションで得られた平均推定値を  $\bar{\mathbf{x}}_k$  で表わすと、(22)式は

$$\begin{aligned} J &= E \left\{ \left[ (\hat{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}}_k) - (\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k) \right]^T \left[ (\hat{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}}_k) - (\mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k) \right] \right\} \\ &= E \left\{ \left[ \hat{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}}_k \right]^T \left[ \hat{\mathbf{x}}_k - \bar{\mathbf{x}}_k \right] \right\} + \left[ \mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k \right]^T \left[ \mathbf{x}_k - \bar{\mathbf{x}}_k \right] \end{aligned} \quad (23)$$

となる。上式右辺第2項は平均推定値の誤差の二乗和であり、第1項は推定値の平均値のまわりの分散である。結局シミュレーションの際には、(23)式あるいは直接(22)式を評価することにより最適  $\alpha$  が決定できる。

### 3. Innovation 過程の検定

前章に述べた Trend-Factor を導入するアルゴリズムは、特に状態変数の変化量が大きな場合に有効であるが、次のような欠点を持っている。すなわち、過去2時点前から1時点前への傾向を重視しているために、図1のように状態変数の傾向が急変する際遅れを伴うことを避け得ない。又推定値に大きな誤差が生ずると、その結果に振り回され回復が遅れる傾向が強い。この原因は(4)式で行う Trend-Factor  $\mathbf{c}_k$  の評価に大きな誤りがあることであり、何らかの方法でこの誤りを検定する必要がある。

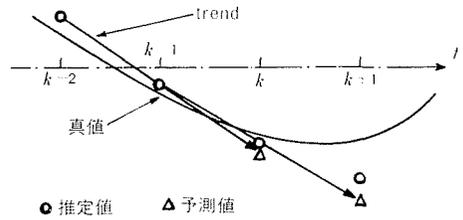


図1 Trend-Factor 導入による推定値の遅れ

さてカルマンフィルタにおいて、次式で定義される Innovation 過程は正規性白色過程であることが知られている<sup>13)</sup>。

$$\nu_k = \mathbf{z}_k - \mathbf{h}(\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}) \quad (24)$$

カルマンフィルタは元来線形フィルタであるが、(16)式を線形化の後  $\nu_k$  を定義すると(24)式になる。 $\nu_k$  は  $m$  次元ベクトルであり、その期待値及び共分散行列は次のように与えられる。

$$E \left\{ \nu_k \right\} = \mathbf{0} \quad (25)$$

$$\text{cov} \left\{ \nu_k \right\} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (26)$$

しかし Trend-Factor の評価に誤差があるため、実際には(25)、(26)式の分布をしておらず、特に状態変数の傾向が急変する際その誤差は大きくなる。

そこですべての  $i$  に対して、次式により Innovation 過程を検定する<sup>15)</sup>。

$$|\nu_{k,i}| \leq a \rho_{k,i} \quad (27)$$

$$p_{k,i}^2 = \mathbf{H}_{k,i} \mathbf{P}_{k|k-1} \mathbf{H}_{k,i}^T + \sigma_{i,k}^2 \quad (28)$$

$\nu_{k,i}$ ;  $\nu_k$  の  $i$  番目の要素

$\mathbf{H}_{k,i}$ ;  $\mathbf{H}_k$  の  $i$  行目のベクトル

ここで  $a$  は密度関数の領域を示すパラメータであり、結局、 $\nu_k$  の各要素が指定された領域内にあるかどうかにより、Trend-Factor 中に誤差が存在するかどうかを検出しようとするものである。もちろん誤差があったとしても、すべての  $i$  に対して (27) 式が満足されない訳ではなく、何個の Innovation 過程の分布がどの程度ずれたのかを検定しなければならない。

尚、 $a$  をあらかじめ指定しなければならないが、理論的には  $a=1$  で 68.3% が領域内に存在する ( $a=2$  で 95.5%,  $a=3$  で 99.7%)。しかし、外乱分散をオフラインで決定しているため、傾向急変のない定常状態においても、実際の Innovation 過程の分散は (28) 式で計算される値とは異っている。より大きな  $a$  を採用すれば、(28) 式に比べより狭い分布となる。従って  $a$  の値は、オフラインのシミュレーションにより適切な値を決定する。シミュレーションのフローチャートを図 2 に示している。

ところで、Innovation 過程  $\nu_k$  は (24) 式で実際に得られる観測値と予測値から計算される観測変数の値の差として定義されているから Trend-Factor 中の誤差を検出することは予測値自体の誤差を検出することに他ならない。このことは予測値の計算式 (17) 式からも自明であり、従って上述の Innovation 過程の検定アルゴリズムは、Trend-Factor を用いない従来の方法に対しても適用可能である。その場合遷移方程式は  $\mathbf{c}_k$  を含まないから、パラメータの誤差を検出することにはならないが、従来の方法が本手法の  $\mathbf{c}_k = \mathbf{0}$  という特別な場合であると考えれば、検定アルゴリズムは全く同じである。又この場合、 $k$  時点の予測値が前時点の推定値に等しいから、状態変動の傾向の急変ではなく、状態変数の変化量自体が大きくなったことを検出することになる。

いずれにしても (3) 式のような近似度の高い遷移方程式に対して、それらをそのまま適用したのでは適切ではないという情報を得ることが可能になった。

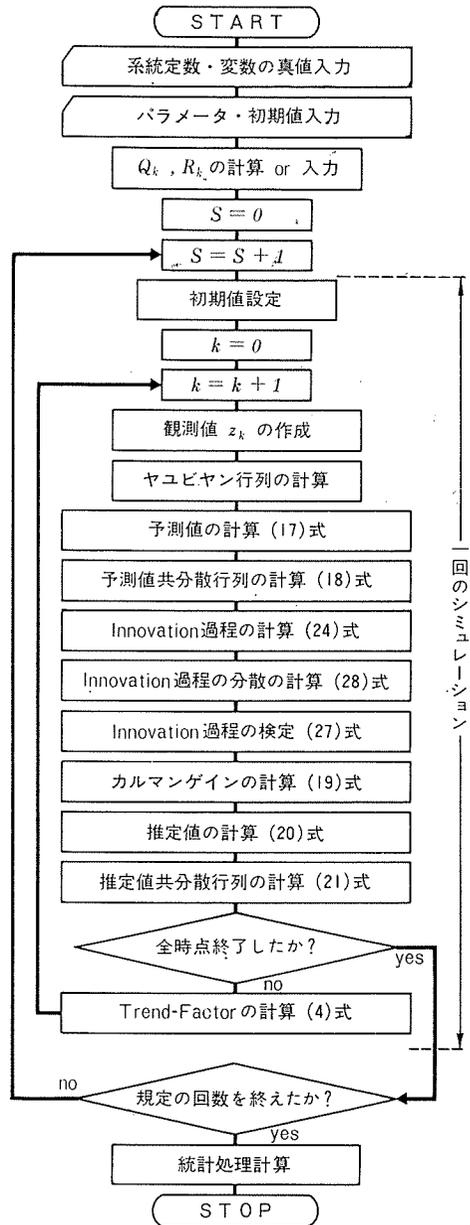


図 2 シミュレーションのフローチャート

### 4. モデル系統への適用結果

#### 4.1 シミュレーションの概要

1) モデル系統は図3に示した5ノード7ブランチ系であり、基準母線はノード1である。各送電線の定数は表1に示してあるが、 $X/R$ は3となっている。尚、送電線の対地容量は無視している。

2) 状態変数は母線電圧の大きさと位相角計9個であり、観測変数は全ノードにおける有効無効注入電力と全送電線両端における有効無効電力潮流計38個とした。

3) 状態変数及び観測変数の真値は、想定した負荷曲線からガウスザイデル法による潮流計算<sup>16)</sup>で求めた。

4) 互に独立と仮定した観測雑音は指定した標準偏差値を持つ正規乱数で模擬し、観測変数真値に付加して観測値を作成した。

5) 観測値は各時点すべてが同時に取得されるもの (Snapshot) とし、時点数は20、シミュレーションは各ケース20回行いその平均推定値を求め、更に Innovation 過程の統計処理も行った。

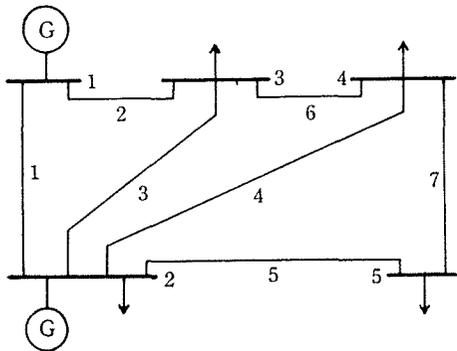


図3 モデル系統

表1 線路アドミタンス

ブランチ	ノード $i-j$	アドミタンスの大きさ (p.u.)
1	1-2	15.8114
2	1-3	3.9528
3	2-3	5.2705
4	2-4	5.2705
5	2-5	7.9057
6	3-4	31.6228
7	4-5	3.9528

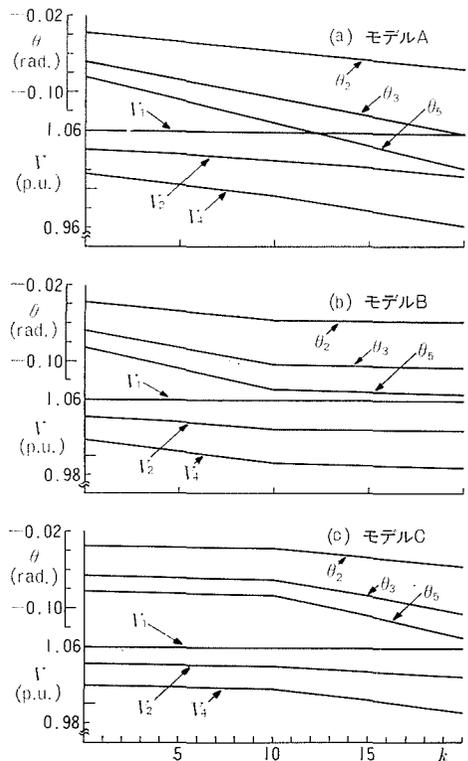


図4 状態変数の変動モデル

#### 4.2 状態変数の変動モデル

シミュレーションに際して図4に示すように、次の3つの変動モデルを用いた。

- 1) モデル A—すべての状態変数が直線的
- 2) モデル B—第10時点まではモデル A と全く同じであるが、それ以後  $V_1$  を除いてゆるやかになる。

3) モデル C—モデル B とは逆に、第 10 時点までゆるやかに、それ以後  $V_1$  を除いて急激となる。

更に、Trend-Factor を含む本手法と、それを含まない従来の方法の両方でシミュレーションを行ったが、前者はモデル A と B、後者はモデル A と C を用いた。

図 4 の a) を見て解るようにこのモデルでは、 $V_1$  の時間変動が他ノードのそれに比べて遙かに小さい。そこで  $V_1$  に関しては Trend-Factor を考慮しなかった。つまり本手法の遷移方程式は次のように書き換えられる。

$$\begin{cases} x_{k+1,1} = x_{k,1} + w_{k,1} \\ x_{k+1,i} = x_{k,i} + c_{k,i} + w_{k,i}, i=2, \dots, 9 \end{cases} \quad (29)$$

又、状態変数の変化勾配  $r$  も、 $r_1$  だけは (9) 式で計算される値の 2 倍とした。尚、モデル B に対しても  $r$  の値は同じである。一方従来の方法の遷移方程式は次式である。

$$x_{k+1} = x_k + w_k \quad (30)$$

$r$  は、モデル A では (9) 式をそのまま採用したが、モデル C では第 10 時点までの変化勾配とし

表 2 シミュレーションの概要

状態変数の変動	モデル A		モデル B	モデル C
	本手法	従来の方法	本手法	従来の方法
Trend-Factor の有無				
初期推定値	表 3	表 3	表 3	表 5
初期 Trend	表 3	—	表 3	—
初期共分散	表 4	表 4	表 4	表 6
遷移方程式	(29) 式	(30) 式	(29) 式	(30) 式
$\sigma_{k,i}$	5%	5%	5%	2%
$\alpha$	1.5	3.0	1.5	10.0

表 3 モデル A, B に対する初期値

ノード	電圧の大きさ (p.u.)		位相角 (rad.)	
	初期推定値	初期 Trend	初期推定値	初期 Trend
1	1.05990	—	0.0	—
2	1.04117	-0.0012	-0.03812	-0.0019
3	1.01847	-0.0024	-0.06909	-0.0035
4	1.01729	-0.0024	-0.07374	-0.0037
5	1.01269	-0.0027	-0.08581	-0.0044

表 4 モデル A, B に対する初期共分散

行列の要素	値
電圧の大きさ×電圧の大きさ	$2 \times 10^{-5}$
電圧の大きさ×位相角	$1 \times 10^{-5}$
位相角×位相角	$5 \times 10^{-6}$

表 5 モデル C に対する初期値

ノード	電圧の大きさ (p.u.)	位相角 (rad.)
1	1.05990	0.0
2	1.04214	-0.03641
3	1.02049	-0.06597
4	1.01934	-0.07041
5	1.01500	-0.08191

ている。

推定を開始する際の初期値等は、モデル A と B では表 3 と表 4、モデル C に対しては表 5 と表 6 に示している。表 2 には以上をまとめてあるが  $\alpha$  の値等については筆者等がすでに検討した結果である<sup>9),12)</sup>。

表 6 モデル C に対する初期共分散

行列の要素	値
電圧の大きさ×電圧の大きさ	$1 \times 10^{-5}$
電圧の大きさ×位 相 角	$1 \times 10^{-6}$
位 相 角×位 相 角	$1 \times 10^{-7}$

4.3 検定結果

1) まず実際の Innovation 過程の分布をチェックするために、モデル A を用い本手法と従来の方法それぞれに対して検定を行った。ここで Innovation 過程を次のように正規化する。

$$\mu_{k,i} = \nu_{k,i} / \rho_{k,i} \tag{31}$$

$\mu_k$  は 38 次元ベクトルであり、この  $\mu_k$  を用いて (27) 式は次式となる。

$$|\mu_{k,i}| \leq a \tag{32}$$

20 時点 20 回のシミュレーションの結果、ひとつの観測変数に対して 400 個の  $\mu_i$  の値が得られるが、その分布のいくつかを図 5 に示した。Trend-Factor を含む場合も又従来の方法に対しても、前章に記述したように (25), (26) 式で与えられる分布とはかなり異っている。特に従来の方  
法では、実際の  $\mathbf{A}_k$  は一定の値であるにも拘らず、 $\mathbf{w}_k$  は期待値零の確率変数とし予測値は前時点

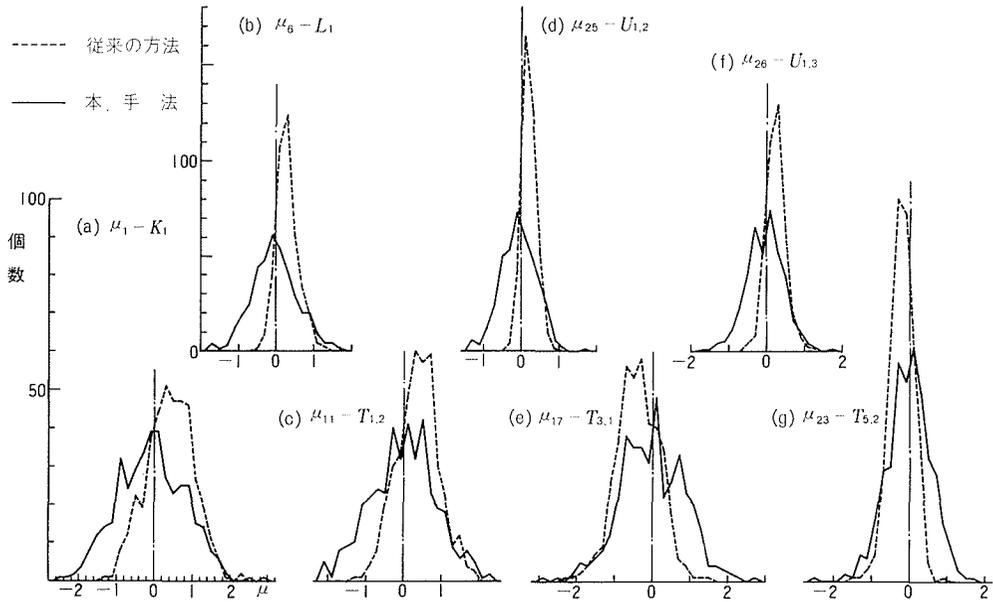


図 5 Innovation 過程の分布 (モデル A)

表 7 Innovation 過程の平均値 (モデル A)

	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_6$	$\mu_{11}$	$\mu_{17}$	$\mu_{23}$	$\mu_{25}$	$\mu_{26}$
本手法	-0.065	0.013	-0.042	-0.003	-0.002	-0.018	-0.061	-0.030
従来の方法	0.416	0.032	0.295	0.385	-0.376	-0.214	0.204	0.240

$\mu_2: K_2$

の推定値に等しいとしているから、表7に示すように  $\mu_i$  の平均値が大きくずれている。又分布の状況は一様ではなく、観測変数により様々である。

2) 本手法を適用した際の状態変動の傾向の急変に対して Innovation 過程の検定を行うために、モデル B を用いた。検定結果及び推定結果を図6から図11に示す。図6と図7は  $\mu_k$  の絶対値の分布を時点  $k$  に対して表わしている。前述したように分布の状況は観測変数により異なるが、ここでは38個20回のシミュレーション760個の  $|\mu_k|$  の分布を調べた。図6には  $|\mu_k|$  が0.6及び1.0より大きな値を持つ個数を、図7には  $|\mu_k|$  の平均値と標準偏差を示している。いずれも第11時点で値が増加しており、Innovation 過程が全体的にずれていることが解る。

図8から図11には平均推定値の誤差の一部をプロットしている。図8から図10にはモデル A を用いた結果、すなわち急激な状態変動が続いた場合の推定誤差も示しているが、比較により、モデル B に対しては第11時点で推定値に遅れがあることがはっきりと解る。

3) Trend-Factor を含まない従来の方法で、状態変数の変化量が増大した場合に対してはモデル C で検定を行った。2)と同様の結果を図12から図14に示す。図12では第11時点で、 $|\mu_k|$  が1.0以上の値を持つ個数、その平均値及び標準偏差が急増している。更に12時点以降も状

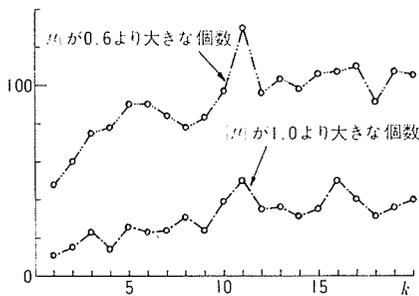


図6 Innovation 過程の検定 (モデル B)

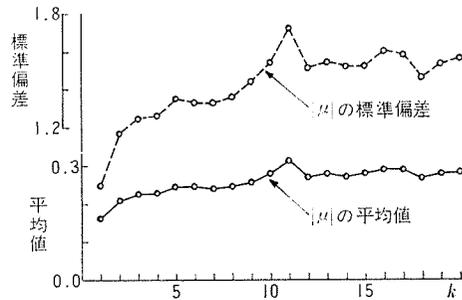


図7 Innovation 過程の検定 (モデル B)

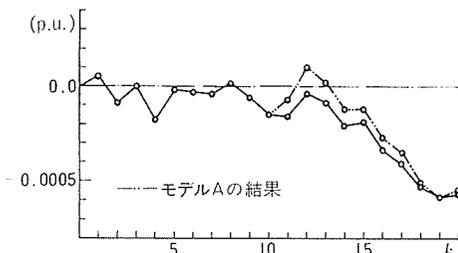


図8 平均推定値の誤差,  $V_1$  (モデル B)

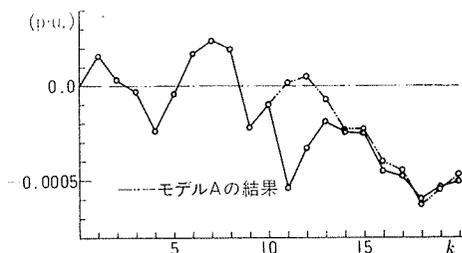


図9 平均推定値の誤差,  $V_3$  (モデル B)

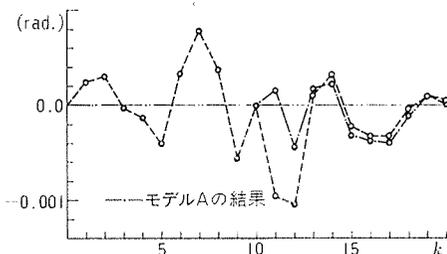


図10 平均推定値の誤差,  $\theta_5$  (モデル B)

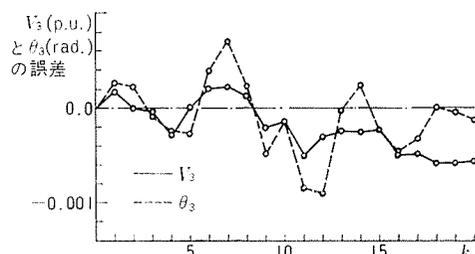


図11 平均推定値の誤差, ノード3 (モデル B)

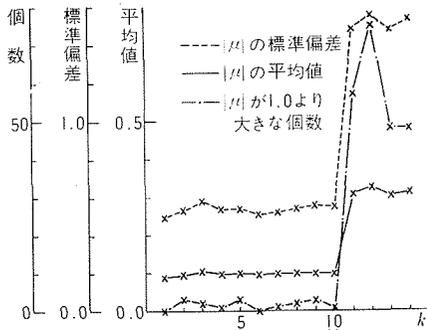


図 12 Innovation 過程の検定 (モデル C)

状態変数の変化量は大きなままでありいずれの値も減少していない。このケースでも図 13, 図 14 と比較することにより, 推定精度の悪化と Innovation 過程の分布のずれの間の相関は明白である。

### 5. 考察と結言

筆者等は, 状態変動の傾向を適確に把握することを目的とし, 状態変数の変化量を系の外乱として考慮する手法に Trend-Factor を導入したが, その際変動の傾向が急変する際遅れを伴うことを避け得なかった。本論文では, カルマンフィルタの Innovation 過程を検定することにより, 傾向の急変を知ることが可能なことを実証した。しかし, 傾向急変の情報が得られた後どのように対応するかが当面の課題となる。その時点で Trend-Factor を除去し従来の方法で推定を実行することも考えられるが, 筆者等は, 定式化を変えないまま追従性を良くする修正アルゴリズムを提案している<sup>17)~20),22)</sup>。又従来の方法に対しても Innovation 過程の検定が有効なことが示されたから, 実システムでの動的状態推定に当っては, オンラインで Trend-Factor を考慮したり除去したりする判定を行い得る。尚, 検定の際の  $a$  の値については, 上述の問題解決のために更に詳細な検討が必要である。

さて, (27) 式による Innovation 過程検定の際, (24) 式右辺第 2 項中のパラメータに誤差が存在するとしているが, 右辺第 1 項に大きな雑音に乗っている場合, 分布のずれはやはり大きくなる。従って, Innovation 過程検定によりバッドデータの検出が可能であるが, その際, 状態の急変あるいは傾向の急変とどのように区別するかが問題となる。この点についても筆者等は解決法を得ている<sup>21),23)</sup>。

終りに計算はすべて, 北海道大学大型計算機センターに設置されている FACOM 230-75 により行ったことを付記して, 謝辞にかえたい。

### 参考文献

- 1) 田村康男: 電気四学会連合大会講演論文集 (昭 47), 209.
- 2) F. C. Schewpe and E. J. Handschin: Proc. IEEE, 62 (1974), 7, p. 972.
- 3) 西谷健一, 長谷川 淳: システムと制御, 19 (昭 50), 10, p. 513.
- 4) 小松恭介・他: 北海道大学工学部研究報告 (昭 49), 73, p. 47.
- 5) R. D. Masiello and F. C. Schewpe: IEEE Trans., PAS-90 (1971), 3, p. 1025.

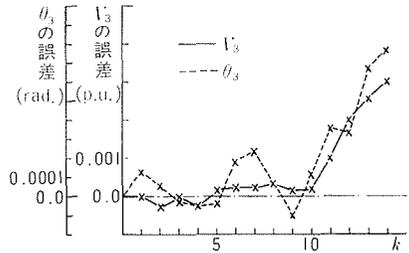


図 13 平均推定値の誤差, ノード 3 (モデル C)

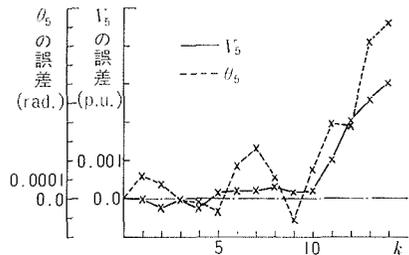


図 14 平均推定値の誤差, ノード 5 (モデル C)

- 6) 横山隆一・他：電気学会論文誌, 94-B (昭49), 6, p. 263.
- 7) A. S. Debs and R. E. Larson: IEEE Trans., PAS-89 (1970), 7, p. 1670.
- 8) A. S. Debs and W. H. Litzenger: Proc. 7th PICA Conf. (1971), p. 348.
- 9) 高木 浩・他：北海道大学工学部研究報告 (昭50), 75, p. 35.
- 10) 西谷健一・他：電気学会全国大会講演論文集 (昭48), 908.
- 11) 西谷健一・他：電気学会論文誌, 掲載予定.
- 12) 西谷健一・他：北海道大学工学部研究報告 (昭51), 79, p. 43.
- 13) T. Kailath: IEEE Trans., AC-13 (1968), 6, p. 646.
- 14) R. E. Kalman: Trans. ASME, J. Basic Engng., 82 (1960), 1, p. 35.
- 15) 添田 喬・他：制御理論シンポジウム資料 (昭47), p. 61.
- 16) G. W. Stagg and A. H. El-Abiad: Computer Methods in Power Syetm Analysis (1968), McGraw-Hill.
- 17) 西谷健一, 長谷川 淳: 電気学会全国大会講演論文集 (昭49), 761.
- 18) 西谷健一, 長谷川 淳: 電気四学会北海道支部連合大会講演論文集 (昭49), 79.
- 19) 西谷健一, 長谷川 淳: 電気学会全国大会講演論文集 (昭50), 972.
- 20) 高木 浩・他：電気四学会北海道支部連合大会講演論文集 (昭50), 77.
- 21) 高木 浩・他：電気四学会北海道支部連合大会講演論文集 (昭50), 78.
- 22) 西谷健一・他：第8回計測・制御に関する北海道研究会論文集 (昭50), 10.
- 23) 高木 浩・他：電気学会全国大会講演論文集 (昭51), 855.
- 24) 西谷健一, 長谷川 淳: 電気学会全国大会講演論文集 (昭51), 856.

## 付 録

非線形関数ベクトル  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  とそのヤコビヤン行列  $\mathbf{H}(\mathbf{x})$  の要素を, 電力潮流と注入電力に対して書下す。式中の  $i, j$  はノードを表わす ( $i \neq j$ )。尚, 送電線の対地容量は無視しており,  $\dot{Y}_{ij}$  は伝達アドミタンス  $\dot{Y}_{ii}$  は駆動点アドミタンスである。

$$\dot{Y}_{ij} = Y_{ij} \varepsilon^{j\psi_{ij}} \quad (33)$$

$$\dot{Y}_{ii} = - \sum_{j=1, \neq i}^N \dot{Y}_{ij} = Y_{ii} \varepsilon^{j\psi_{ii}} \quad (34)$$

$$T_{ij} = V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) - V_i^2 Y_{ij} \cos \psi_{ij} \quad (35)$$

$$U_{ij} = V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) + V_i^2 Y_{ij} \sin \psi_{ij} \quad (36)$$

$$K_i = \sum_{j=1}^N V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (37)$$

$$L_i = \sum_{j=1}^N V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (38)$$

$$\partial T_{ij} / \partial V_i = -2V_i Y_{ij} \cos \psi_{ij} + V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (39)$$

$$\partial T_{ij} / \partial \theta_i = -V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (40)$$

$$\partial T_{ij} / \partial V_j = V_i Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (41)$$

$$\partial T_{ij} / \partial \theta_j = V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (42)$$

$$\partial U_{ij} / \partial V_i = 2V_i Y_{ij} \sin \psi_{ij} + V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (43)$$

$$\partial U_{ij} / \partial \theta_i = V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (44)$$

$$\partial U_{ij} / \partial V_j = V_i Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (45)$$

$$\partial U_{ij} / \partial \theta_j = -V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (46)$$

$$\partial K_i / \partial V_i = 2V_i Y_{ii} \cos \psi_{ii} + \sum_{j=1, \neq i}^N V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \psi_{ij}) \quad (47)$$

$$\partial K_i / \partial \theta_i = - \sum_{j=1, \neq i}^N V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (48)$$

$$\partial K_i / \partial V_j = V_i Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (49)$$

$$\partial K_i / \partial \theta_j = V_i V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (50)$$

$$\partial L_i / \partial V_i = -2V_i Y_{ii} \sin \phi_{ii} + \sum_{j=1, \neq i}^N V_j Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (51)$$

$$\partial L_i / \partial \theta_i = \sum_{j=1, \neq i}^N V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (52)$$

$$\partial L_i / \partial V_j = V_i Y_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (53)$$

$$\partial L_i / \partial \theta_j = -V_i V_j Y_{ij} \cos(\theta_i - \theta_j - \phi_{ij}) \quad (54)$$