



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	円環関数の数値計算コードと数表
Author(s)	関, 正治; Seki, Masaharu; 鬼頭, 正史 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 82, 23-33
Issue Date	1976-12-07
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41390
Type	departmental bulletin paper
File Information	82_23-34.pdf



垂線を z 軸とし, A, B を含む直線を x 軸とする。2 定点 A, B に関するアポロニウスの円を z 軸のまわりに一回転させると一つの円環ができる。いま z 軸のまわりの回転角を ϕ , $\angle APB = \phi$, $\log AP/BP = \sigma$ で σ, ϕ, ϕ を定義すると, 2 定点 A, B および z 軸を除いて, 空間の任意の点を σ, ϕ, ϕ で表わすことができる。 σ, ϕ, ϕ で作られる座標を円環座標という。図 1 の e_σ, e_ϕ, e_ϕ は, それぞれ点 P における σ, ϕ, ϕ 接線方向の単位ベクトルで, それらは右手直交系をつくるように取られる。 $AB = 2a$, 点 P の座標を $P(x, y, z)$ とおくと初等幾何学により, x, y, z の円環座標表示を得る。

$$x = \frac{a \sinh \sigma \cos \phi}{\cosh \sigma - \cos \phi}, \quad y = \frac{a \sinh \sigma \sin \phi}{\cosh \sigma - \cos \phi}, \quad z = \frac{a \sin \phi}{\cosh \sigma - \cos \phi} \quad (2.1)$$

図 1 で, 円 CPD はアポロニウスの円だから x 軸上で, $AC/BC = AD/BP$ が成り立ち, $a^2 = R^2 - r^2$ が得られる。 x 軸上で $r = [OD - OC]/2$, $R = [OD + OC]/2$ であるから

$$\cosh \sigma = \frac{R}{r}, \quad \sinh \sigma = \frac{a}{r} \quad (2.2)$$

が得られる。 R と r の比をアスペクト比と言う。

3. 円環関数

一般の Legendre 陪関数 $P_\nu^m(z)$, $Q_\nu^m(z)$ の中で正整数 m, n に対して $\mu = m$, $\nu = n - 1/2$ である実変数 σ に対して $z = \cosh \sigma$ のとき, $P_{n-\frac{1}{2}}^m(\cosh \sigma)$, $Q_{n-\frac{1}{2}}^m(\cosh \sigma)$ を円環関数と言う。これらは微分方程式

$$\frac{d^2 u}{d\sigma^2} + \frac{\cosh \sigma}{\sinh \sigma} \frac{du}{d\sigma} - \left(n^2 - \frac{1}{4} + \frac{m^2}{\sinh^2 \sigma} \right) u = 0 \quad (3.1)$$

の独立な解の基本系をなす。

3.1 Gauss の超幾何級数による表示

$$\begin{aligned} (\alpha)_n &= \alpha(\alpha+1)(\alpha+2)\cdots(\alpha+n-1), & \alpha_0 &= 1 \\ (\beta)_n &= \beta(\beta+1)(\beta+2)\cdots(\beta+n-1), & \beta_0 &= 1 \\ (\gamma)_n &= \gamma(\gamma+1)(\gamma+2)\cdots(\gamma+n-1), & \gamma_0 &= 1 \end{aligned}$$

とおくとき, $|z| < 1$ で収束する巾級数

$$F(\alpha, \beta, \gamma; z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha)_n (\beta)_n}{(\gamma)_n} \frac{z^n}{n!} \quad (3.2)$$

を Gauss の超幾何級数という。(3.2) 式を使って円環関数は次のように表わされる。

$$P_{n-\frac{1}{2}}^m(\cosh \sigma) = \frac{\Gamma\left(n+m+\frac{1}{2}\right)}{2^m m! \Gamma\left(n-m+\frac{1}{2}\right)} \frac{\tanh \sigma}{\cosh^{-n+\frac{1}{2}} \sigma} F\left(\frac{m-n+\frac{1}{2}}{2}, \frac{m-n+\frac{3}{2}}{2}, |m+1|; \tanh^2 \sigma\right) \quad (3.3 a)$$

$$= \frac{\Gamma\left(n+m+\frac{1}{2}\right)}{m! \Gamma\left(n-m+\frac{1}{2}\right)} \frac{\tanh^m \frac{\sigma}{2}}{\cosh^{1-2n} \frac{\sigma}{2}} F\left(\frac{1}{2}-n, \frac{1}{2}+m-n, |m+1|; \tanh^2 \frac{\sigma}{2}\right)$$

$$(3.3 b)$$

$$= \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(n - m + \frac{1}{2}\right)} (-1)^m \int_0^{2\pi} \frac{\cos m\psi}{(\cosh \sigma + \sinh \sigma \cos \psi)^{n+\frac{1}{2}}} d\psi \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} Q_{n-\frac{1}{2}}^m(\cosh \sigma) &= (-1)^m \frac{\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(n - m + \frac{1}{2}\right)} \int_0^{\infty} \frac{\cosh m\psi}{(\cosh \sigma + \sinh \sigma \cosh \psi)^{n+\frac{1}{2}}} d\psi \\ &= (-1)^m \frac{\Gamma\left(n + m + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma\left(n + \frac{1}{2}\right)} \int_0^{\log \coth \frac{1}{2}\sigma} (\cosh \sigma - \sinh \sigma \cosh \psi)^{n-\frac{1}{2}} \cosh m\psi d\psi \end{aligned} \quad (3.12)$$

3.3 漸化式

一般の Legendre 陪関数の漸化式に円環関数を適用する。その結果、 m を固定して n に関する漸化式として

$$\begin{aligned} \left(n - m + \frac{1}{2}\right) P_{n+1-\frac{1}{2}}^m(z) - 2nz P_{n-\frac{1}{2}}^m(z) + \left(n - \frac{1}{2} + m\right) P_{n-1-\frac{1}{2}}^m(z) &= 0 \\ \left(n - m + \frac{1}{2}\right) Q_{n+1-\frac{1}{2}}^m(z) - 2nz Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z) + \left(n - \frac{1}{2} + m\right) Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z) &= 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

を得る。また、 n を固定して m に関する漸化式として

$$\begin{aligned} P_{n-\frac{1}{2}}^{m+2}(z) + 2(m+1) \frac{z}{\sqrt{z^2-1}} P_{n-\frac{1}{2}}^{m+1}(z) + \left(m-n+\frac{1}{2}\right) \left(m+n+\frac{1}{2}\right) P_{n-\frac{1}{2}}^m(z) &= 0 \\ Q_{n-\frac{1}{2}}^{m+2}(z) + 2(m+1) \frac{z}{\sqrt{z^2-1}} Q_{n-\frac{1}{2}}^{m+1}(z) + \left(m-n+\frac{1}{2}\right) \left(m+n+\frac{1}{2}\right) Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z) &= 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

を得る。次に、微分に関する漸化式として次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} (z^2-1) \frac{dP_{n-\frac{1}{2}}^m(z)}{dz} &= \left(n-m+\frac{1}{2}\right) P_{n+1-\frac{1}{2}}^m(z) - \left(n+\frac{1}{2}\right) z P_{n-\frac{1}{2}}^m(z) \\ (z^2-1) \frac{dQ_{n-\frac{1}{2}}^m(z)}{dz} &= \left(n-m+\frac{1}{2}\right) Q_{n+1-\frac{1}{2}}^m(z) - \left(n+\frac{1}{2}\right) z Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z) \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$\begin{aligned} (z^2-1) \frac{dP_{n-\frac{1}{2}}^m(z)}{dz} &= \left(n+m-\frac{1}{2}\right) \left(n-m+\frac{1}{2}\right) \sqrt{z^2-1} P_{n-\frac{1}{2}}^{m-1}(z) - mz P_{n-\frac{1}{2}}^m(z) \\ (z^2-1) \frac{dQ_{n-\frac{1}{2}}^m(z)}{dz} &= \left(n+m-\frac{1}{2}\right) \left(n-m+\frac{1}{2}\right) \sqrt{z^2-1} Q_{n-\frac{1}{2}}^{m-1}(z) - mz Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z) \end{aligned} \quad (3.16)$$

4. 円環関数の数値計算プログラム・コードの使用法

$z \leq 4$. 0 の場合は $P_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ に (3.7) 式を $Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ に (3.5), (3.10) 式を適用し, $z < 4.0$ の場合は $P_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ に (3.5) 式を $Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ に (3.7), (3.10) 式を適用した。漸化式 (3.13), (3.14) 式を使えば m, z あるいは n, z を固定したとき, はじめの二つの値を与えるだけで円環関数 $P_{n-\frac{1}{2}}^m(z), Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ の計算が可能である。従って漸化式の使用は計算時間の短縮につながる。

(a) DOUBLE PRECISION FUNCTION PHALF (**Z, M, N**)

DOUBLE PRECISION FUNCTION QHALF (**Z, M, N**)

$P_{n-\frac{1}{2}}^m(z), Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ を倍精度計算するプログラムである。PHALF(**Z, M, N**) = $P_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$, QHALF(**Z, M, N**) = $Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$, **Z** = z , **M** = m , **N** = n である。

(b) SUBROUTINE TORUS1 (**Z, M, NJ, P0, Q0, P, Q**)

固定した m, z に対して $n=0, 1, 2, \dots, n_j$ の $P_{n-\frac{1}{2}}^m(z), Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ を倍精度で同時に求めるプログラムである。 $P_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ に関しては $n=0 \rightarrow n_j$ の方向に、 $Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ に関しては $n=n_j \rightarrow 0$ の方向に漸化式を用いた。逆にすると大きな誤差がでる。 $Z=z, M=m, NJ=n_j, P_0=P_{n-\frac{1}{2}}^m(z), Q_0=Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z), P(1)=P_{\frac{1}{2}}^m(z), Q(1)=Q_{\frac{1}{2}}^m(z), P(2)=P_{\frac{3}{2}}^m(z), Q(2)=Q_{\frac{3}{2}}^m(z), \dots, P(NJ)=P_{n_j-\frac{1}{2}}^m(z), Q(NJ)=Q_{n_j-\frac{1}{2}}^m(z)$ である。メイン・プログラムで P_0, Q_0, P, Q について倍精度宣言をして P, Q に関するディメンションを最低 NJ 個ずつ取る必要がある。

(c) SUBROUTINE TORUS 2 (Z, MJ, N, P_0, Q_0, P, Q)

固定した n, z に対して $m=0, 1, 2, \dots, m_j$ の $P_{n-\frac{1}{2}}^m(z), Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ を倍精度で同時に求めるプログラムである。 $P_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ に関しては $m=m_j \rightarrow 0$ の方向に、 $Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ に関しては $m=0 \rightarrow m_j$ の方向に漸化式を用いた。逆にすると大きな誤差がでる。 $Z=z, N=n, MJ=m_j, P_0=P_{n-\frac{1}{2}}^0(z), Q_0=Q_{n-\frac{1}{2}}^0(z), P(1)=P_{n-\frac{1}{2}}^1(z), Q(1)=Q_{n-\frac{1}{2}}^1(z), P(2)=P_{n-\frac{1}{2}}^2(z), Q(2)=Q_{n-\frac{1}{2}}^2(z), \dots, P(MJ)=P_{n-\frac{1}{2}}^{m_j}(z), Q(MJ)=Q_{n-\frac{1}{2}}^{m_j}(z)$ である。メイン・プログラムで P_0, Q_0, P, Q について倍精度宣言をして P, Q に関するディメンションを最低 MJ 個ずつ取る必要がある。

(d) GFCT (Z, M, N, NR, NJ) は $G(z, m, n, r, j)$ を、 GMFCT (Z, N, L, J) は $J=1$ で $z^l \Gamma(n+l+1/2)/l! \Gamma(n-l+1/2)$ を $J=2$ で $\Gamma(n-l+1/2)/\sqrt{\pi}$ を求めるプログラムである。 DEGAM (N, J) は $J=1$ で $\phi(n)$ を $J=2$ で $\phi(n+1/2)$ を求めるプログラムである。 GAUSS (A, B, C, Z) は $F(\alpha, \beta, \gamma; z)$ を求めるプログラムである。数値計算のときメイン・プログラムで呼び出すサブ・プログラムは (a), (b), (c) だけである。従って他のサブ・プログラムについては説明を簡略化した。

5. 円環関数の数値計算プログラム・コード、グラフ、及び数表

次頁に数値計算コードを、図 2, 3, 4 に $P_{n-\frac{1}{2}}^m(z), Q_{n-\frac{1}{2}}^m(z)$ のグラフを、表 1, 2, 3 に数表を示す。

6. 結 言

本報告の数値計算コードは著者らによってプラズマ解析に利用され、成功をおさめている。今後のプラズマ工学の発展に従って、ますます利用価値が増大するであろう。 Gauss の超幾何級数表示による計算結果と漸化式による計算結果と比較した所、数表に示した範囲では相異は全く認められなかった。

なお、使用計算機は、北大大型計算機センター Facom 230-75 であり、お世話を受けた計算機センターの方々に深く感謝の意を表します。

文 献

- 1) 鬼頭, 竹田, 本間: 電総研彙報, 38 巻, 第 3-5 号 (1974).
- 2) E. W. Hobson: The Theory of Spherical and Ellipsoidal Harmonics (CHELSA PUBLISHING COMPANY, New York, 2nd, Reprint, 1965).
- 3) P. M. Morse and H. Feshbach: Method of Theoretical Physics (McGraw-Hill Book Company).

```

SUBROUTINE TORUS1(Z,M,NJ,P0,Q0,P,Q)
DIMENSION P(NJ),Q(NJ)
DOUBLE PRECISION Z,P0,Q0,P,Q,PHALF,QHALF
DOUBLE PRECISION A,B,C,AN,AM
A=PHALF(Z,M,1)
B=PHALF(Z,M,1)
P0=A
P(1)=B
AM=M
K=NJ-1
DO 10 N=1,K
AN=N
J=N+1
C=2.0D+00*AN*Z*B-(AN+AM-0.5D+00)*A
C=C/(AN+AM-0.5D+00)
P(J)=C
A=B
B=C
10 CONTINUE
C
A=QHALF(Z,M,NJ)
B=QHALF(Z,M,NJ-1)
Q(NJ)=A
Q(NJ-1)=B
DO 20 NN=1,K
NK=NN+1
AN=N
J=N-1
C=2.0D+00*AN*Z*B-(AN+AM+0.5D+00)*A
C=C/(AN+AM+0.5D+00)
Q0=C
IF(J.GT.0) Q(J)=C
A=B
B=C
20 CONTINUE
RETURN
END

SUBROUTINE TORUS2(Z,MJ,N,P0,Q0,P,Q)
DIMENSION P(MJ),Q(MJ)
DOUBLE PRECISION Z,P0,Q0,P,Q,PHALF,QHALF
DOUBLE PRECISION A,B,C,AN,AM
A=QHALF(Z,0,N)
B=QHALF(Z,1,N)
Q0=A
Q(1)=B
AN=N
K=MJ-1
DO 10 M=1,K
AM=M
J=M+1
C=(AN-AM+0.5D+00)*(AN+AM-0.5D+00)*A
C=C/(-2.0D+00*AM*Z*B/DSQRT(Z**2-1.0D+00))
Q(J)=C
A=B
B=C
10 CONTINUE
A=PHALF(Z,MJ,N)
B=PHALF(Z,MJ-1,N)
P(MJ)=A
P(MJ-1)=B
DO 20 MM=1,K
MK=MM+1
AM=M
J=M-1
C=A*2.0D+00*AM*Z*B/DSQRT(Z**2-1.0D+00)
C=C/((AN-AM+0.5D+00)*(AN+AM-0.5D+00))
P0=C
IF(J.GT.0) P(J)=C
A=B
B=C
20 CONTINUE
RETURN
END

DOUBLE PRECISION FUNCTION PHALF(Z,M,N)
DOUBLE PRECISION Z,DEGAM,GFCT,GMFCT,GAUSS
DOUBLE PRECISION AZ,Z2,Z2N,A,B,C
DOUBLE PRECISION D1,D2,D3,SUMA,SUMB
DOUBLE PRECISION PAI,TA
J=L
IF(Z.GE.4.0) J=2
GO TO (100,200),J
100 CONTINUE
A=0.5D+00-DFLOAT(N)
B=0.5D+00-DFLOAT(M-N)
C=1.0D+00-DFLOAT(M)
Z2=(Z-1.0D+00)/(Z+1.0D+00)
AZ=DSQRT(Z2)
D1=(Z/2.0D+00+0.5D+00)**(2*N-1)
D1=DSQRT(D1)
D2=GMFCT(AZ,N,M,1)
D3=GAUSS(A,B,C,Z2)
PHALF=D1*D2*D3
RETURN

200 CONTINUE
PAI=3.1415926535897932
AZ=2.0D+00+DLOG(2.0D+00*Z)
Z2=2.0D+00*Z
Z2N=Z2**N
D1=DEGAM(M+N,2)
D2=DEGAM(N+1,1)
D3=DEGAM(1,1)
SUMA=AZ-2.0D+00*D1+D2+D3
A=GFCT(Z,M+N,N,0,1)
SUMA=A*SUMA
DO 10 NR=1,50
J=2*NR+M+N
B=GFCT(Z,J,N+NR,NR,1)
D1=DEGAM(J,2)
D2=DEGAM(N+NR+1,1)
D3=DEGAM(NR+1,1)
B=B*(AZ-2.0D+00*D1+D2+D3)
SUMA=SUMA+B
TA=B/SUMA
IF(DABS(TA).LT.1.0D-8) GO TO 11
10 CONTINUE
WRITE(6,6000) TA
6000 FORMAT(1H ,23PHALF DOES NOT CONVERGE,2X,E10.3)
11 CONTINUE
SUMA=SUMA/Z2N
C
SUMB=0.0
IF(N.EQ.0) GO TO 50
SUMB=GFCT(Z,M-N,N-1,0,2)
IF(N.EQ.1) GO TO 50
N1=N-1
DO 20 NR=1,N1
J=2*NR+M-N
K=N-NR-1
A=-1.0D+00
IF(NR/2*2.EQ.NR) A=1.0D+00
A=A*GFCT(Z,J,K,NR,2)
SUMB=SUMB+A
20 CONTINUE
50 CONTINUE
A=1.0D+00
IF(N/2*2.NE.N) A=-1.0D+00
SUMB=A*Z2N*SUMB
A=-DSQRT(Z**2-1.0D+00)/Z
A=A**M/DSQRT(Z2)
PHALF=A*(SUMA+SUMB)/PAI
RETURN
END

DOUBLE PRECISION FUNCTION QHALF(Z,M,N)
DOUBLE PRECISION Z,Z1,Z2,W
DOUBLE PRECISION A,F,G,GMFCT,PHALF
Z1=DSQRT(Z**2-1.0D+00)
Z2=DSQRT(2.0D+00*Z1)
W=Z/Z1
F=PHALF(W,N,M)
G=Z2*GMFCT(W,N,M,2)
A=1.0D+00
IF(N/2*2-NE.0) A=-1.0D+00
QHALF=3.1415926535897932*A*F/G
RETURN
END

DOUBLE PRECISION FUNCTION GFCT(Z,M,N,NR,NJ)
DOUBLE PRECISION Z,G,Z2,A1
DOUBLE PRECISION A,B,C,H
N1=1.,GAMA(M+0.5)/(FACT(N)*(2*Z)**(2R)*FACT(N))
N2=2 AND M.GT.0., GAMA(M+0.5)*FACT(N)/(FACT(R)*(2*Z)**(2R))
N3=2 AND M.LT.0 GAMA(-M+0.5)*FACT(N)/(FACT(R)*(2*Z)**(2R))
G=1.0D+00
Z2=(2.0D+00*Z)**2
L=IABS(M)
J=L
IF(NR,GE,L,AND,NR,GE,N) J=NR
IF(N,GE,L,AND,N,GE,NR) J=N
GFCT=1.0D+00
IF(J,EQ.0) RETURN
DO 10 I=1,J
A1=I
IF(I,LE,NR) A=1.0D+00/(A1*Z2)
IF(I,GT,NR) A=1.0D+00

```

```

IF(1.LE+N) B=A1
IF(1.GT+N) B=1.0D+00
C
H=2.0D+00*A1-1.0D+00
IF(1.LE.L.AND.M.GT.0) C=0.5D+00*M
IF(1.LE.L.AND.M.LT.0) C=-2.0D+00/H
IF(1.GT.L) C=1.0D+00
C
GO TO (1,2),NJ
1 CONTINUE
G=A*C*G/B
GO TO 10
2 CONTINUE
G=A*C*G*B
10 CONTINUE
GFCT=G
RETURN
END

DOUBLE PRECISION FUNCTION GMFCT(Z,N,L,J)
DOUBLE PRECISION A,A1,A11,Z,ZL
A=1.0D+00
KK=N-L
GO TO (100,200),J
J=1 ; Z=L.GAMMA(N*L+1/2)/L1GAMMA(N-L+1/2)
J=2 ; GAMMA(N*L+1/2)/SQRT(PI)
100 CONTINUE
ZL=Z/4.0D+00
GMFCT=A
IF(KK.LT.0) GO TO 101
IF(L.EQ.0) RETURN
K1=2*(N-L)+1
K2=2*(N+L)-1
I1=0
DO 10 I=K1,K2,2
A1=I
I1=I+1
A11=I1
IF(I.GT.L) A11=ZL=1.0D+00
A=A*A1*ZL/A11
10 CONTINUE
GMFCT=A
RETURN
C
101 CONTINUE
K1=2*(L-N)-1
K2=2*(N+L)-1
I1=0
DO 11 I=1,K2,2
A1=I
I1=I+1
A11=I1
IF(I.LE.K1) A1=A1**2
IF(I.GT.L) A11=ZL=1.0D+00
A=A*A1*ZL/A11
11 CONTINUE
IF(KK/2*2-KK.NE.0) A=-A
GMFCT=A
RETURN
C
200 CONTINUE
IF(KK.EQ.0) GO TO 21
K0=KK
IF(KK.LT.0) KK=-KK
DO 20 I=1,KK
A1=2*I-1
A=A*A1/2.0D+00
20 CONTINUE
IF(K0.LT.0.AND.K0/2*2-K0.EQ.0) A=1.0/A
IF(K0.LT.0.AND.K0/2*2-K0.NE.0) A=-1.0/A
21 CONTINUE
GMFCT=A
RETURN
END

DOUBLE PRECISION FUNCTION DEGAM(N,J)
DOUBLE PRECISION A1
GO TO (1,2),J
1 CONTINUE
DEGAM=-0.5772156649
IF(N.EQ.1) RETURN
K=N-1
DO 10 I=1,K
A1=I
DEGAM=DEGAM+1.0D+00/A1
10 CONTINUE
RETURN

```

```

C
2 CONTINUE
DEGAM=-1.963510026
IF(N.EQ.0) RETURN
DO 20 I=1,N
A1=I
DEGAM=DEGAM+2.0D+00/(2.0D+00*A1-1.0D+00)
20 CONTINUE
RETURN
END

DOUBLE PRECISION FUNCTION GAUSS(A,B,C,Z)
DOUBLE PRECISION A,B,C,Z
DOUBLE PRECISION A0,A1,SUM,T
DOUBLE PRECISION VA,VB,VC
A0=1.0D+00
SUM=A0
DO 10 N=1,50
D=N
VA=A+D-1.0D+00
VB=R+D-1.0D+00
VC=D*(C+D-1.0D+00)
A1=A0*VA*VB*Z/VC
SUM=SUM+A1
T=A1/SUM
IF(DABS(T).LT.1.0D-8) GO TO 25
A0=A1
10 CONTINUE
WRITE(6,6000) T
6000 FORMAT(1H ,23HG AUSS DOES NOT CONVERGE,2X,E10.3)
25 CONTINUE
GAUSS=SUM
RETURN
END

```

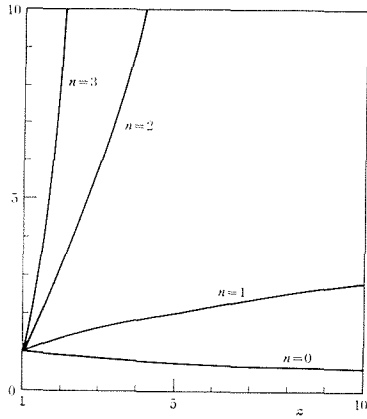


図 2(a) $P_{n-\frac{1}{2}}^0(z); n=0, 1, 2, 3$

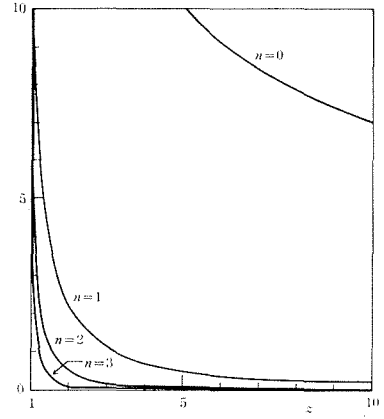


図 2(b) $Q_{n-\frac{1}{2}}^0(z); n=0, 1, 2, 3$

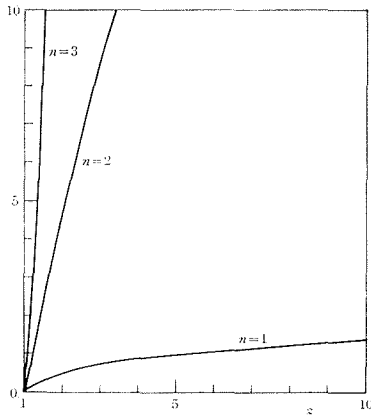


図 3(a) $P_{n-\frac{1}{2}}^1(z); n=1, 2, 3$

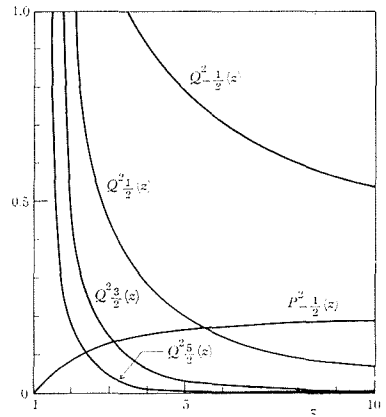


図 3(b) $Q_{n-\frac{1}{2}}^1(z); n=0, 1, 2, 3$
 $P_{n-\frac{1}{2}}^2(z)$

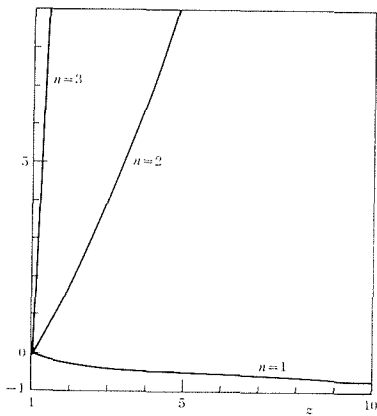


図 4(a) $P_{n-\frac{1}{2}}^2(z); n=1, 2, 3$

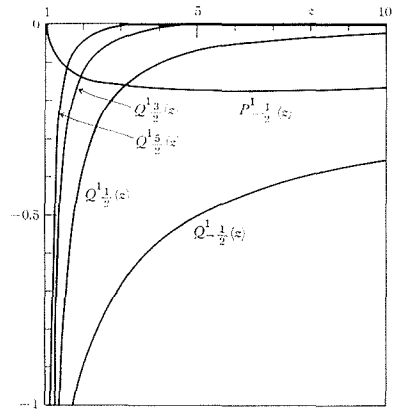


図 4(b) $Q_{n-\frac{1}{2}}^2(z); n=0, 1, 2, 3$
 $P_{n-\frac{1}{2}}^3(z)$

表 1(a) $P_{n-\frac{1}{2}}^0(z)$

$z \setminus n$	0	1	2	3	4
1.1	0.9878398E+00	0.1036931E+01	0.1191552E+01	0.1474972E+01	0.1930268E+01
1.2	0.9763155E+00	0.1072784E+01	0.1391016E+01	0.2027080E+01	0.3176411E+01
1.3	0.9653682E+00	0.1107644E+01	0.1598127E+01	0.2659518E+01	0.4785407E+01
1.4	0.9549468E+00	0.1141585E+01	0.1812644E+01	0.3375371E+01	0.6806144E+01
1.5	0.9450063E+00	0.1174672E+01	0.2034343E+01	0.4177619E+01	0.9289347E+01
1.6	0.9355075E+00	0.1206964E+01	0.2263020E+01	0.5069154E+01	0.1228752E+02
1.7	0.9264154E+00	0.1238512E+01	0.2498488E+01	0.6052780E+01	0.1585490E+02
1.8	0.9176991E+00	0.1269362E+01	0.2740570E+01	0.7131224E+01	0.2004737E+02
1.9	0.9093310E+00	0.1299595E+01	0.2989105E+01	0.8307143E+01	0.2492248E+02
2.0	0.9012863E+00	0.1329138E+01	0.3243940E+01	0.9583124E+01	0.3053933E+02
2.5	0.8652063E+00	0.1468903E+01	0.4607940E+01	0.1755042E+02	0.7192470E+02
3.0	0.8346268E+00	0.1597387E+01	0.6111337E+01	0.2837599E+02	0.1415684E+03
3.5	0.8081852E+00	0.1716878E+01	0.7742702E+01	0.4232901E+02	0.2484435E+03
4.0	0.7849617E+00	0.1828995E+01	0.9492974E+01	0.5965764E+02	0.4023002E+03
4.5	0.7643077E+00	0.1934920E+01	0.1135475E+02	0.8059325E+02	0.6136088E+03
5.0	0.7457492E+00	0.2035564E+01	0.1332184E+02	0.1053534E+03	0.8925136E+03
5.5	0.7289298E+00	0.2131630E+01	0.1538898E+02	0.1341440E+03	0.1253794E+04
6.0	0.7135750E+00	0.2223681E+01	0.1758159E+02	0.1671611E+03	0.1706834E+04
6.5	0.6994693E+00	0.2312175E+01	0.1980569E+02	0.2045919E+03	0.2265591E+04
7.0	0.6864403E+00	0.2397489E+01	0.2214775E+02	0.2466163E+03	0.2943575E+04
7.5	0.6743482E+00	0.2479938E+01	0.2457459E+02	0.2934072E+03	0.3754825E+04
8.0	0.6630781E+00	0.2559789E+01	0.2708339E+02	0.3451316E+03	0.4713888E+04
8.5	0.6525347E+00	0.2637272E+01	0.2967157E+02	0.4019510E+03	0.5835806E+04
9.0	0.6426377E+00	0.2712582E+01	0.3233677E+02	0.4640220E+03	0.7136099E+04
9.5	0.6333191E+00	0.2785892E+01	0.3507685E+02	0.5314766E+03	0.8630747E+04
10.0	0.6245210E+00	0.2857350E+01	0.3788982E+02	0.6045228E+03	0.1033618E+05
10.5	0.6161933E+00	0.2927089E+01	0.4077385E+02	0.6832445E+03	0.1226728E+05
11.0	0.6082927E+00	0.2995228E+01	0.4372724E+02	0.7678023E+03	0.1444732E+05
11.5	0.6007815E+00	0.3061869E+01	0.4674840E+02	0.8583334E+03	0.1688804E+05
12.0	0.5936267E+00	0.3127108E+01	0.4983585E+02	0.9549720E+03	0.1960954E+05
12.5	0.5867989E+00	0.3191028E+01	0.5298819E+02	0.1057849E+04	0.2263035E+05
13.0	0.5802725E+00	0.3253705E+01	0.5620413E+02	0.1167094E+04	0.2596937E+05
13.5	0.5740243E+00	0.3315210E+01	0.5948244E+02	0.1282832E+04	0.2964590E+05
14.0	0.5680340E+00	0.3375605E+01	0.6282194E+02	0.1405186E+04	0.3367960E+05
14.5	0.5622830E+00	0.3434947E+01	0.6622155E+02	0.1534279E+04	0.3809049E+05
15.0	0.5567547E+00	0.3493291E+01	0.6968023E+02	0.1670222E+04	0.4289899E+05

表 1(b) $Q_{n-\frac{1}{2}}^0(z)$

$z \setminus n$	0	1	2	3	4
1.1	0.2861193E+01	0.9787603E+00	0.4817841E+00	0.2606839E+00	0.1474438E+00
1.2	0.2500957E+01	0.6995548E+00	0.2856356E+00	0.1286874E+00	0.6070291E-01
1.3	0.2288187E+01	0.5336485E+00	0.1969353E+00	0.7743629E-01	0.3190423E-01
1.4	0.2139372E+01	0.4597942E+00	0.1460919E+00	0.5136926E-01	0.1893489E-01
1.5	0.2018906E+01	0.3931751E+00	0.1133817E+00	0.3261097E-01	0.1246999E-01
1.6	0.1922921E+01	0.3430180E+00	0.9079817E-01	0.263249E-01	0.8193284E-02
1.7	0.1842030E+01	0.3037243E+00	0.7443200E-01	0.2022044E-01	0.5762417E-02
1.8	0.1772268E+01	0.2720402E+00	0.6214027E-01	0.1573986E-01	0.4182803E-02
1.9	0.1711062E+01	0.2459226E+00	0.5265001E-01	0.1250245E-01	0.3115122E-02
2.0	0.1656638E+01	0.2240143E+00	0.4515872E-01	0.1009934E-01	0.2370082E-02
2.5	0.1451262E+01	0.1522912E+00	0.2388312E-01	0.4157792E-02	0.7597353E-03
3.0	0.1311029E+01	0.1128885E+00	0.1454458E-01	0.2080845E-02	0.3125069E-03
3.5	0.1206445E+01	0.8824568E-01	0.9664821E-02	0.1175594E-02	0.1501177E-03
4.0	0.1124202E+01	0.7154134E-01	0.6819830E-02	0.7221051E-03	0.8027082E-04
4.5	0.1057165E+01	0.5956966E-01	0.5029657E-02	0.4717303E-03	0.4645072E-04
5.0	0.1001077E+01	0.5062951E-01	0.3837605E-02	0.3231331E-03	0.2856636E-04
5.5	0.9532057E+00	0.4373775E-01	0.3008239E-02	0.2298526E-03	0.1843933E-04
6.0	0.9116963E+00	0.3828867E-01	0.2410605E-02	0.1686069E-03	0.1238193E-04
6.5	0.8752387E+00	0.3389003E-01	0.1967395E-02	0.1268862E-03	0.8592202E-05
7.0	0.8428752E+00	0.3027740E-01	0.1630716E-02	0.9757730E-04	0.6130415E-05
7.5	0.8138862E+00	0.2726651E-01	0.1369696E-02	0.7644260E-04	0.4479400E-05
8.0	0.7877190E+00	0.2472532E-01	0.1163754E-02	0.6085581E-04	0.3341320E-05
8.5	0.7639406E+00	0.2255697E-01	0.9987732E-03	0.4913364E-04	0.2537860E-05
9.0	0.7422462E+00	0.2068991E-01	0.8648271E-03	0.4016524E-04	0.1958617E-05
9.5	0.7222373E+00	0.1906583E-01	0.7547828E-03	0.3319865E-04	0.1533198E-05
10.0	0.7038059E+00	0.1764490E-01	0.6634159E-03	0.2771324E-04	0.1215539E-05
10.5	0.6867434E+00	0.1639247E-01	0.5868349E-03	0.2334125E-04	0.9747955E-06
11.0	0.6708324E+00	0.1528179E-01	0.5220961E-03	0.1981826E-04	0.7898819E-06
11.5	0.6559999E+00	0.1429132E-01	0.4669426E-03	0.1695098E-04	0.64641134E-06
12.0	0.6421131E+00	0.1340358E-01	0.4196222E-03	0.1459613E-04	0.5330892E-06
12.5	0.6290752E+00	0.1260423E-01	0.3787592E-03	0.1264599E-04	0.4433292E-06
13.0	0.6168028E+00	0.1188140E-01	0.3432623E-03	0.1101866E-04	0.3713774E-06
13.5	0.6052237E+00	0.1122519E-01	0.3122577E-03	0.9651118E-05	0.3132033E-06
14.0	0.5942748E+00	0.1062732E-01	0.2850395E-03	0.8494395E-05	0.2657935E-06
14.5	0.5839007E+00	0.1008076E-01	0.2610329E-03	0.7510073E-05	0.226870E-06
15.0	0.5740529E+00	0.9579536E-02	0.2397662E-03	0.6667744E-05	0.1946952E-06

表 2(a) $P_{n-\frac{1}{2}}^1(z)$

z^n	0	1	2	3	4
1.1	-0.5421974E-01	0.1667008E+00	0.8961428E+00	0.2350851E+01	0.4951646E+01
1.2	-0.7446921E-01	0.2344442E+00	0.1348740E+01	0.3925227E+01	0.9416417E+01
1.3	-0.8868487E-01	0.2856572E+00	0.1751472E+01	0.5595675E+01	0.1500644E+02
1.4	-0.9968411E-01	0.3282687E+00	0.2137357E+01	0.7432352E+01	0.2198040E+02
1.5	-0.1086000E+00	0.3653745E+00	0.2518047E+01	0.9463232E+01	0.3054237E+02
1.6	-0.1160321E+00	0.3985728E+00	0.2898963E+01	0.1170462E+02	0.4088719E+02
1.7	-0.1223455E+00	0.4288179E+00	0.3282998E+01	0.1416823E+02	0.5321018E+02
1.8	-0.1277829E+00	0.4567339E+00	0.3671833E+01	0.1686357E+02	0.6771007E+02
1.9	-0.1325154E+00	0.4827554E+00	0.4066487E+01	0.1979894E+02	0.8459009E+02
2.0	-0.1366687E+00	0.5071993E+00	0.4467601E+01	0.2298187E+02	0.1040583E+03
2.5	-0.1514679E+00	0.6125487E+00	0.6579890E+01	0.4284502E+02	0.2478583E+03
3.0	-0.1602470E+00	0.6995996E+00	0.8875936E+01	0.6984149E+02	0.4904324E+03
3.5	-0.1657329E+00	0.7753026E+00	0.1135143E+02	0.1046546E+03	0.8632062E+03
4.0	-0.1692305E+00	0.8431497E+00	0.1399809E+02	0.1479077E+03	0.1400316E+04
4.5	-0.1714496E+00	0.9051697E+00	0.1680740E+02	0.2001802E+03	0.2138416E+04
5.0	-0.1728097E+00	0.9626566E+00	0.1977156E+02	0.2620164E+03	0.3116516E+04
5.5	-0.1735734E+00	0.1016491E+01	0.2288353E+02	0.3339309E+03	0.4375852E+04
6.0	-0.1739132E+00	0.1067304E+01	0.2613704E+02	0.4164138E+03	0.5959766E+04
6.5	-0.1739459E+00	0.1115963E+01	0.2952648E+02	0.5099330E+03	0.7913618E+04
7.0	-0.1737531E+00	0.1161627E+01	0.3304682E+02	0.6149380E+03	0.1028469E+05
7.5	-0.1733931E+00	0.1205778E+01	0.3669353E+02	0.7318610E+03	0.1312213E+05
8.0	-0.1729084E+00	0.1248243E+01	0.4046249E+02	0.8611194E+03	0.1647684E+05
8.5	-0.1723305E+00	0.1289205E+01	0.4434994E+02	0.1003117E+04	0.2040149E+05
9.0	-0.1716829E+00	0.1328817E+01	0.4835246E+02	0.1158244E+04	0.2495039E+05
9.5	-0.1709836E+00	0.1367209E+01	0.5246689E+02	0.1326882E+04	0.3017947E+05
10.0	-0.1702464E+00	0.1404489E+01	0.5669030E+02	0.1509400E+04	0.3614624E+05
10.5	-0.1694818E+00	0.1440751E+01	0.6101999E+02	0.1706158E+04	0.4290977E+05
11.0	-0.1686982E+00	0.1476076E+01	0.6545345E+02	0.1917508E+04	0.5053057E+05
11.5	-0.1679020E+00	0.1510535E+01	0.6998833E+02	0.2143791E+04	0.5907066E+05
12.0	-0.1670984E+00	0.1544490E+01	0.7462244E+02	0.2385344E+04	0.6859345E+05
12.5	-0.1662914E+00	0.1577097E+01	0.7935370E+02	0.2642495E+04	0.7916375E+05
13.0	-0.1654841E+00	0.1609303E+01	0.8418019E+02	0.2915565E+04	0.9084776E+05
13.5	-0.1646790E+00	0.1640853E+01	0.8910008E+02	0.3204868E+04	0.1037130E+06
14.0	-0.1638783E+00	0.1671786E+01	0.9411163E+02	0.3510715E+04	0.1178283E+06
14.5	-0.1630833E+00	0.1702137E+01	0.9921321E+02	0.3833407E+04	0.1332637E+06
15.0	-0.1622954E+00	0.1731940E+01	0.1044033E+03	0.4173244E+04	0.1500906E+06

表 2(b) $Q_{n-\frac{1}{2}}^1(z)$

z^n	0	1	2	3	4
1.1	-0.2366084E+01	-0.1947111E+01	-0.1469035E+01	-0.1063986E+01	-0.7522733E+00
1.2	-0.1734891E+01	-0.1252396E+01	-0.8068266E+00	-0.4945130E+00	-0.2946574E+00
1.3	-0.1457251E+01	-0.9440800E+00	-0.5374614E+00	-0.2897330E+00	-0.1515210E+00
1.4	-0.1291803E+01	-0.7618219E+00	-0.3907940E+00	-0.1892611E+00	-0.8880567E-01
1.5	-0.1178490E+01	-0.6391322E+00	-0.2993236E+00	-0.1320739E+00	-0.5641301E-01
1.6	-0.1094338E+01	-0.5500770E+00	-0.2374792E+00	-0.9644955E-01	-0.3789539E-01
1.7	-0.1028434E+01	-0.4821518E+00	-0.1933301E+00	-0.7284342E-01	-0.2653904E-01
1.8	-0.9748498E+00	-0.4284853E+00	-0.1605449E+00	-0.5667317E-01	-0.1920128E-01
1.9	-0.9300535E+00	-0.3849492E+00	-0.1354532E+00	-0.4471443E-01	-0.1426327E-01
2.0	-0.8917931E+00	-0.3488955E+00	-0.1157849E+00	-0.3602672E-01	-0.1082943E-01
2.5	-0.7584959E+00	-0.2336098E+00	-0.6061004E-01	-0.1471732E-01	-0.3449846E-02
3.0	-0.6753219E+00	-0.1718911E+00	-0.3672791E-01	-0.7338037E-02	-0.1414792E-02
3.5	-0.6163068E+00	-0.1338041E+00	-0.2433683E-01	-0.4136907E-02	-0.6784634E-03
4.0	-0.5712994E+00	-0.1081901E+00	-0.1714261E-01	-0.2537714E-02	-0.3624019E-03
4.5	-0.5353495E+00	-0.8992646E-01	-0.1262781E-01	-0.1656343E-02	-0.2095638E-03
5.0	-0.5056928E+00	-0.7633527E-01	-0.9626950E-02	-0.1133879E-02	-0.1288135E-03
5.5	-0.4806379E+00	-0.6588434E-01	-0.7541824E-02	-0.8061872E-03	-0.8311754E-04
6.0	-0.4590784E+00	-0.5763650E-01	-0.6040750E-02	-0.5911700E-03	-0.5579770E-04
6.5	-0.4402537E+00	-0.5098806E-01	-0.4928358E-02	-0.4447700E-03	-0.3871147E-04
7.0	-0.4236199E+00	-0.4553369E-01	-0.4083828E-02	-0.3419627E-03	-0.2761544E-04
7.5	-0.4087752E+00	-0.4099183E-01	-0.3429378E-02	-0.2678503E-03	-0.2017546E-04
8.0	-0.3954155E+00	-0.3716124E-01	-0.2913216E-02	-0.2132057E-03	-0.1504782E-04
8.5	-0.3833053E+00	-0.3389458E-01	-0.2499842E-02	-0.1721180E-03	-0.1142835E-04
9.0	-0.3722988E+00	-0.3108168E-01	-0.2164312E-02	-0.1406878E-03	-0.8849266E-05
9.5	-0.3621270E+00	-0.2863868E-01	-0.1888713E-02	-0.1162714E-03	-0.6903242E-05
10.0	-0.3527891E+00	-0.2650068E-01	-0.1659932E-02	-0.9705740E-04	-0.5472680E-05
10.5	-0.3441454E+00	-0.2461677E-01	-0.1468203E-02	-0.8174101E-04	-0.4388582E-05
11.0	-0.3361134E+00	-0.2294651E-01	-0.1306145E-02	-0.6939994E-04	-0.355946E-05
11.5	-0.3286234E+00	-0.2145735E-01	-0.1168096E-02	-0.5935664E-04	-0.2908616E-05
12.0	-0.3216167E+00	-0.2012291E-01	-0.1049666E-02	-0.5110873E-04	-0.2399739E-05
12.5	-0.3150432E+00	-0.1892154E-01	-0.9474053E-03	-0.4427877E-04	-0.1995623E-05
13.0	-0.3088596E+00	-0.1783533E-01	-0.8585808E-03	-0.3857964E-04	-0.1671695E-05
13.5	-0.3030286E+00	-0.1684493E-01	-0.7810027E-03	-0.3379054E-04	-0.1409803E-05
14.0	-0.2975178E+00	-0.1595118E-01	-0.7129030E-03	-0.2973990E-04	-0.1196377E-05
14.5	-0.2922987E+00	-0.1513015E-01	-0.6528418E-03	-0.2629309E-04	-0.1021161E-05
15.0	-0.2873464E+00	-0.1437731E-01	-0.5996383E-03	-0.2334361E-04	-0.8763235E-06

表 3(a) $I_{n-\frac{1}{2}}^2(z)$

$z \setminus n$	0	1	2	3	4
1.1	0.1333782E-01	-0.2259830E-01	0.1661216E+00	0.1620059E+01	0.6629893E+01
1.2	0.2536087E-01	-0.4366289E-01	0.3363862E+00	0.3534948E+01	0.1595859E+02
1.3	0.3624444E-01	-0.6338300E-01	0.5108138E+00	0.5756145E+01	0.2839951E+02
1.4	0.4613437E-01	-0.8191700E-01	0.6894071E+00	0.8294778E+01	0.4438254E+02
1.5	0.5515290E-01	-0.9939845E-01	0.8721552E+00	0.1116165E+02	0.6435344E+02
1.6	0.6340328E-01	-0.1159409E+00	0.1059038E+01	0.1436727E+02	0.8877342E+02
1.7	0.7097330E-01	-0.1316413E+00	0.1250028E+01	0.1792186E+02	0.1181186E+03
1.8	0.7793804E-01	-0.1468355E+00	0.1445091E+01	0.2183540E+02	0.1528796E+03
1.9	0.8436211E-01	-0.1608397E+00	0.1644192E+01	0.2611760E+02	0.1935612E+03
2.0	0.9030138E-01	-0.1744731E+00	0.1847291E+01	0.3077797E+02	0.2406819E+03
2.5	0.1142284E+00	-0.2350137E+00	0.2921279E+01	0.6007068E+02	0.5919429E+03
3.0	0.1312785E+00	-0.2860349E+00	0.4088811E+01	0.1001337E+03	0.1189338E+04
3.5	0.1438377E+00	-0.3303955E+00	0.5344725E+01	0.1519651E+03	0.2111477E+04
4.0	0.1533206E+00	-0.3698579E+00	0.6684330E+01	0.2164876E+03	0.3443748E+04
4.5	0.1606161E+00	-0.4055760E+00	0.8103448E+01	0.2945632E+03	0.5277827E+04
5.0	0.1663090E+00	-0.4383417E+00	0.9593797E+01	0.3870036E+03	0.7711276E+04
5.5	0.1707987E+00	-0.4687200E+00	0.1116583E+02	0.4945777E+03	0.1084721E+05
6.0	0.1743666E+00	-0.4971269E+00	0.1280288E+02	0.6180181E+03	0.1479402E+05
6.5	0.1772161E+00	-0.5238771E+00	0.1450688E+02	0.7580251E+03	0.1966513E+05
7.0	0.1794973E+00	-0.5492140E+00	0.1627548E+02	0.9152712E+03	0.2557877E+05
7.5	0.1813234E+00	-0.5733297E+00	0.1810651E+02	0.1090404E+04	0.3265779E+05
8.0	0.1827810E+00	-0.5963785E+00	0.1999802E+02	0.1284048E+04	0.4102954E+05
8.5	0.1839375E+00	-0.6184861E+00	0.2194821E+02	0.1496808E+04	0.5082563E+05
9.0	0.1848457E+00	-0.6397561E+00	0.2395545E+02	0.1729271E+04	0.6218187E+05
9.5	0.1855479E+00	-0.6602725E+00	0.2601820E+02	0.1982005E+04	0.7523814E+05
10.0	0.1860778E+00	-0.6801167E+00	0.2813506E+02	0.2255565E+04	0.9013820E+05
10.5	0.1864631E+00	-0.6993427E+00	0.3030471E+02	0.2550494E+04	0.1070297E+06
11.0	0.1867261E+00	-0.7180070E+00	0.3252594E+02	0.2867309E+04	0.1260640E+06
11.5	0.1868855E+00	-0.7361559E+00	0.3479760E+02	0.3206532E+04	0.1473961E+06
12.0	0.1869566E+00	-0.7538300E+00	0.3711862E+02	0.3568664E+04	0.1711845E+06
12.5	0.1869524E+00	-0.7710647E+00	0.3948800E+02	0.3954197E+04	0.1975914E+06
13.0	0.1868866E+00	-0.7878916E+00	0.4190478E+02	0.4363612E+04	0.2267821E+06
13.5	0.1867593E+00	-0.8043384E+00	0.4436807E+02	0.4797382E+04	0.2589255E+06
14.0	0.1865874E+00	-0.8204301E+00	0.4687702E+02	0.5255969E+04	0.2941936E+06
14.5	0.1863743E+00	-0.8361889E+00	0.4943083E+02	0.5739829E+04	0.3327618E+06
15.0	0.1861259E+00	-0.8516350E+00	0.5202873E+02	0.6244909E+04	0.3748089E+06

表 3(b) $Q_{n-\frac{1}{2}}^2(z)$

$z \setminus n$	0	1	2	3	4
1.1	0.1064378E+02	0.1008175E+02	0.8859227E+01	0.7388896E+01	0.5933749E+01
1.2	0.5651833E+01	0.5056004E+01	0.3990342E+01	0.2915251E+01	0.2022181E+01
1.3	0.3989202E+01	0.3370237E+01	0.2420779E+01	0.158444E+01	0.9767571E+00
1.4	0.3157491E+01	0.2519339E+01	0.1664633E+01	0.903399E+00	0.520079E+00
1.5	0.2657494E+01	0.2009853E+01	0.1228351E+01	0.6712374E+00	0.3423722E+00
1.6	0.2323019E+01	0.1666899E+01	0.9489269E+00	0.4801429E+00	0.2261341E+00
1.7	0.2082950E+01	0.1422020E+01	0.7572516E+00	0.3570805E+00	0.1563927E+00
1.8	0.1901789E+01	0.1234688E+01	0.6191928E+00	0.2735616E+00	0.1120650E+00
1.9	0.1759851E+01	0.1089897E+01	0.5160426E+00	0.2145711E+00	0.8261239E-01
2.0	0.1645348E+01	0.9737504E+00	0.4367389E+00	0.1715694E+00	0.6233829E-01
2.5	0.1292358E+01	0.6239967E+00	0.2218237E+00	0.6849650E-01	0.1949401E-01
3.0	0.1104817E+01	0.4493026E+00	0.1324538E+00	0.3377372E-01	0.7923211E-02
3.5	0.9846194E+00	0.3454330E+00	0.8703396E-01	0.1892016E-01	0.3780305E-02
4.0	0.8990206E+00	0.2771324E+00	0.6098398E-01	0.1156030E-01	0.2012839E-02
4.5	0.8338606E+00	0.2291425E+00	0.4476453E-01	0.7525281E-02	0.1161475E-02
5.0	0.7819718E+00	0.1937908E+00	0.3404195E-01	0.5141935E-02	0.7128597E-03
5.5	0.7392683E+00	0.1668055E+00	0.2662022E-01	0.3650915E-02	0.4594723E-03
6.0	0.7032569E+00	0.1456247E+00	0.2129265E-01	0.2674422E-02	0.3081939E-03
6.5	0.6723067E+00	0.1286223E+00	0.1735321E-01	0.2010512E-02	0.2136830E-03
7.0	0.6453008E+00	0.1147192E+00	0.1436748E-01	0.1544814E-02	0.1523573E-03
7.5	0.6214443E+00	0.1031722E+00	0.1205691E-01	0.1209400E-02	0.1112650E-03
8.0	0.6001530E+00	0.9345402E-01	0.1023657E-01	0.9622708E-03	0.8295935E-04
8.5	0.5809864E+00	0.8518094E-01	0.8780047E-02	0.7765626E-03	0.6298783E-04
9.0	0.5636048E+00	0.7806736E-01	0.7598696E-02	0.6345746E-03	0.4859664E-04
9.5	0.5477408E+00	0.7189672E-01	0.6628969E-02	0.5243402E-03	0.3803148E-04
10.0	0.5331812E+00	0.6650205E-01	0.5824399E-02	0.4375835E-03	0.3014524E-04
10.5	0.5197529E+00	0.6175272E-01	0.5150446E-02	0.3684645E-03	0.2417027E-04
11.0	0.5073138E+00	0.5754518E-01	0.4581012E-02	0.3127867E-03	0.1958210E-04
11.5	0.4957459E+00	0.5379637E-01	0.4096110E-02	0.2674458E-03	0.1601564E-04
12.0	0.4849503E+00	0.5043899E-01	0.3680242E-02	0.2320290E-03	0.1321238E-04
12.5	0.4748436E+00	0.4741793E-01	0.3321250E-02	0.1994947E-03	0.1098651E-04
13.0	0.4653541E+00	0.4468772E-01	0.3009498E-02	0.1738019E-03	0.9202520E-05
13.5	0.4564208E+00	0.4221050E-01	0.2737275E-02	0.1522145E-03	0.7760326E-05
14.0	0.4479406E+00	0.3995405E-01	0.2498355E-02	0.1335981E-03	0.6585130E-05
14.5	0.4400174E+00	0.3784310E-01	0.2287673E-02	0.1184248E-03	0.5620406E-05
15.0	0.4324609E+00	0.3660339E-01	0.2101074E-02	0.1051341E-03	0.4823004E-05