HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	暖房空間の熱対流及び乱流循環に関する実験的研究
Author(s)	絵内, 正道; 荒谷, 登; 佐々木, 隆
Citation	北海道大學工學部研究報告, 83, 25-38
Issue Date	1977-03-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41406
Type	departmental bulletin paper
File Information	83_25-38.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第83号（昭和52年）

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 83 (1977)

暖房空間の熱対流及び乱流循環に関する実験的研究

絵内正道* 荒谷登* 佐々木隆*

（昭和51年9月29日受理）

An Experimental Study on the Structures of Buoyant Circulation and Turbulent Air Flow in Enclosed Heated Spaces

Masamichi ENAI, Noboru ARATANI and Takashi SASAKI

(Received September 29, 1976)

Abstract

By measuring the buoyant circulation in enclosed spaces of some small models and a medium-sized room, the authors obtained the following results of circulation and turbulent flow.

These were used for numerical analyses.

1) As for the approximate law of similarity, the ralationship of the reduced scale n of turbulent kinematic viscosity K_T and the size of room H is $n_{KT}=n_H$. Therefore K_T is proportional to H.

2) A visual observation with the aid of pappi of dandelion for tracing the air flow (especially slow ones) can be obtained and the mean velocity of turbulent space may be calculated.

3) Variations of velocity u_p are inferred from temperature variations T at a certain point and temperature difference to the adjoining point $(\partial T/\partial\xi)_p$ by next equation.

$$u_p=(dT/dt)/(\partial T/\partial\xi)_p$$

4) Kolmogoroff's theory is clearly substantiated at the internal zone of a room.

5) By using the scale of vorticity Λ, and the distance from the wall to a certain point L_n and its mean velocity U, K_T can be expressed by the following equation.

$$\Lambda\propto L_n, \quad K_T\propto U\Lambda$$

1. まえがき

室内の気流性状に関する研究も数値解析としての報告がなされるようになってきた。その多くは等温空間での数値解析手法及びその適用結果についてであるが，大別すると乱流エネルギ数学モデル法[1]と拡散係数（渦動粘性）代入法になると思われる。別の見方で類別すると非等温，等温を問わずミクロ的[2]立場とマクロ的立場がある。室内熱対流解析に於て，ミクロ的立場に立てば，その現象が一般には乱流現象と推察されるため，擬似2次元流（流れの主循環面のみに熱損失があるような場合）を対象にしたとしても，本来は3次元流れで解析しなければならない。

しかし，現時点での電算機の容量と処理能力を鑑るならば[3]ミクロ的立場は尚早であり，マク

* 建築工学科 建築環境学

ロ的立場も1つの方向ではあると思うものである。当面の解析対象として擬似2次元を考え実測手段によって3次元影響下の拡散係数を得て，それを数値解析に用いようとするならば，ある意味では層流2次元で処理し得たと同じ手法，手順にて[4]解析可能と云う利便さが生じることにもなる。またマクロ的立場では，一様とみなせる解析格子分割距離を，実験的に検討可能であることも1つの有利な条件になり得ると思うのである。

以上を踏えて，数値解析用諸数値の入手，暖房空間の性状把握を目的とし，小型模形にて①拡散係数と室寸法の関係，実大模形にて②熱対流の如き緩速気流測定のための視観測法の再現と有意性を，③拡散係数と室寸法と渦寸法 Kolmogoroff の局所等方性成立の適否を実測の方から検討を加えたので報告する。

2. 小型模形による前田の近似相似側の検討[5]

相似則の重要性は，単に実大空間を想定した模型測定を可能ならしめるためにのみならず，模形縮尺と拡散係数 K_T との間にある関係が成立すれば，数値解析上の利便さが増す[4]。相似則は縮尺率を n とし，温度差に対して $\Delta\theta/\Delta\theta'=n_{\Delta\theta}$，長さに対して $l/l'=n_l$ とすれば，グラスホフス数 G_r，プランドル数 P_r，レイノルズ数 R_e に対して

$$G_r/G_r'=P_r/P_r'=R_e/R_e'=n_{\Delta\theta}n_l^3/n_\nu^2=n_\nu/n_\alpha=n_u n_l/n_\nu=1 \tag{1}$$

が成り立ってはじめて成立する。しかし，熱対流空間で上記条件を満足させるのは存外に難しい。今，ν, α, λ を乱流場に於いて K_ν, K_α, K_ν[5] とし K_ν が室寸法，気流速度 u に関係すると仮定し

$$K_\nu=l^p u^q \tag{2}$$

とすると $n_{K\nu}=n_l^p n_u^q$，$R_e/R_e'=n_u n_l/n_{K\nu}=1$，$n_{K\nu}=n_l^q\{n_{K\nu}/n_l\}$ から

$$\mathbf{s}=(p-q)(1-q) \tag{3}$$

$$n_{K\nu}=n_l^{\mathbf{s}} \tag{4}$$

となって，これが前田氏の提案した拡散係数と縮寸法の関係である。この指数を用いて速度，温度差，熱量 W について整理すれば，次のようになる。

$$n_u=n_{K\nu}/n_l=n_l^{\mathbf{s}-1} \tag{5}$$

$$n_{\Delta\theta}=n_{K\nu}^2/n_l^3=n_l^{2\mathbf{s}-3} \tag{6}$$

$$n_W=\{n_{K\lambda}n_{\Delta\theta}/n_l\}n_l^2=n_l^{3\mathbf{s}-2} \tag{7}$$

が近似相似則成立の条件である。

図1に示すような実空間規模の 1/3 の模形を1とし，その 1/2，1/4 との間の乱流域での近似相似則成立のための指数 **s** の検討を面加熱方式で行なった。模形の呼称を S1，S1/2，S1/4 とする。

2-1) 平均流速の場合の近似相似[6]

加熱面近傍の平均流速は，白煙をゆっくりと箱内に放出し，その移動に要した時間から求めた。その際の放出位置は，壁の近傍で乱流域とおぼしき最大速度位置になるべく調整した。

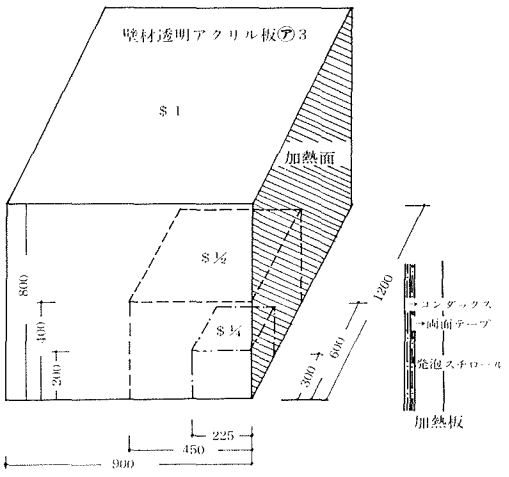

図1 模形縮尺と加熱板

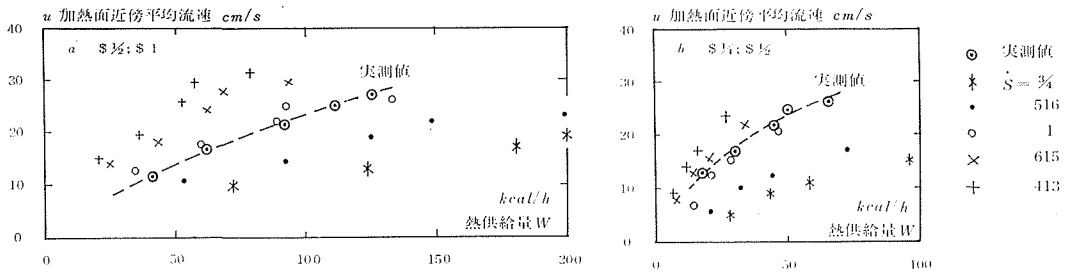

図2　実測平均流速に対する近似相似

図 2a, 2b は模形箱 S 1/2; S 1, S 1/4; S 1 について整理したものである。図中では S 1, S 1/2 の測定値を一応の真値とし s=3/4～4/3 までについて比較している。いずれも s＜1 なるとき熱供給量の増加に対する推定流速の増加が実測値よりも小さく，また早目に遠ざかり s＞1 なる程反対に実測値に接近しない傾向を示している。従って，速度による検討では近似相似成立のための条件指数は s=1 と云うことができよう。

2-2) 上下温度差の場合の近似相似

(6), (7) 式から単位温度差あたりの熱供給量の縮尺率は，次のようになる。

$$n_W/n_{\Delta\theta}=n_l^{3s-2}/n_l^{2s-3}=n_l^{s+1} \quad (8)$$

図 3 は熱供給量と内外温度差の結果を示したものであるが，2-1) での検討結果から s=1 とし，内外温度差が等しい場合の縮尺率をとると

$$n_W=n_l^2 \quad (9)$$

とるなるはずのものが S 1/2; S 1, S 1/4; S 1/2 では S 1/2, S 1/4 の値が低目になっている。

この原因には，2-1) の場合と比較し層流底層とか，室全域の影響が，規模の小なる程著しくなることが考えられる。本研究では乱流域の相似則を主対象としているので，この部分について $n_W/n_{\Delta\theta}=n_l^2$ になるように補正し，乱流域での上下温度差が逆に s=1 なるときどの程度適合するかと云う検討を加えた。

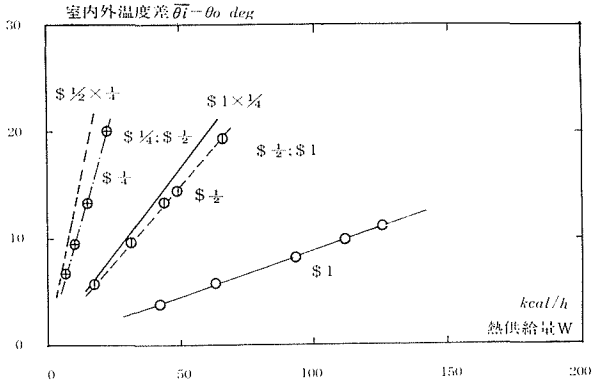

図3　熱供給量と内外温度差

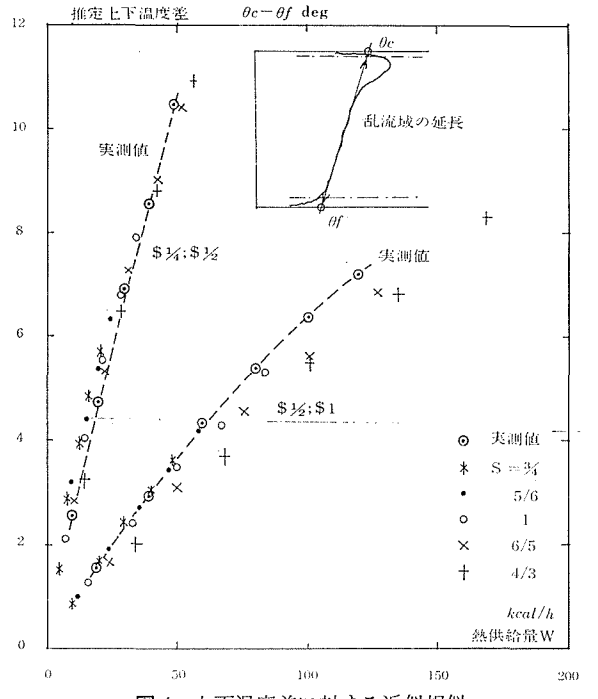

図4　上下温度差に対する近似相似

この上下温度差は，模型室内中央（乱流とおぼしき部分）の垂直温度分布を直線とおき，それ

を延長して天井，床面との交点温度の差としている。図4をみると，ほぼ一群のように見受けられること s 値小なる程温度差の増加割合が低減することなどを勘案すると s≒1 なることを積極的に見い出すのは困難である。

従って，乱流域での平均流速，上下温度差からの検討より，拡散係数は室の基準寸法に比例すると云って良いであろう。このことは，相似実験の条件がゆるやかになるとともに，数値解析に於て，壁近傍の如き勾配の大なる部分を除き，格子分割数を対象空間規模に応じ，増減する必要のないことを意味しよう。

3.　熱対流場（緩速気流）での視観測気流測定法

室内熱対流問題を手掛ける際，温度分布に比較し，気流分布を入手するのは難しい作業となる。その理由は居住域の大部分が 5～10 cm/s 以下の緩速気流によって占められ，測定機器性能の問題が絡んでくるからである。ここでは，浮遊体 (tracer particle 略して TP) の飛跡から流れ方向，流速を把える方法について検討する。この可視化法には種々の制限のあることは論をまたない。1つは3次元流れが一般的である建築空間に於いての2次元流に近い測定結果の適否であり，次には追跡の可視化を可能とする光源（量）と反射光量，対象空間規模と流速，TP の終速度と個体差，流速決定法と放出方法などによって，TP の選択が難しいからである。

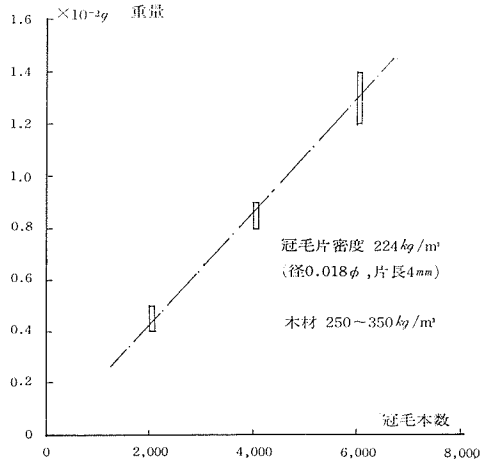

図5　タンポポ冠毛片重量

TP には，白煙，塵，液膜泡，種子冠毛，昇華結晶体[7]などが用いられるが，本検討では，マクロ的立場での時間・空間平均流速を得るために，入手の難易，形状の統一性，放出の簡便さを考慮し，タンポポ冠毛片（写真1，2参照）を採用した。タンポポ冠毛片実質部密度は，図5に示すように約 220 kg/m³ 程度と思われるが，終速度への影響は，個々の重量と云うよりは TP 相互の付着(写真2の突起か)状態や片そのものの形状と考えられる。図6に示すように付着本数が増す程終速度は増加し，不安定な傾向を示す。従って，放出に際しては，測定時まで離脱を防止し，離脱時には，出来るだけ個別に放出するように，静電気を利用した放出器（写真3参照）を作製した。放出器には約 1000 V をかけ，放出時にはその一端を接地し，放電時間を充分に確保した後に，軽度の振動を与え循環気流中にゆっくりと放出せしめると云う手順をとるが，これによれば，放出本数の制御はできないが連続して数回の放出が可能となる。先述したように，個別の離脱を心掛けても，付着（塊状化）を完全に防止できないので，飛跡記録時には，反射光量の大なるもの，沈降速度の著しいものを除外して記録すると云う消極策を採ることで解決することになる。

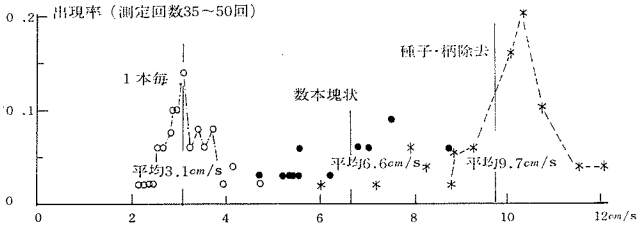

図6　形状別の落下速度とその出現率

3-1) 視観測対象室

対象空間は，図7に示すように両端に緩衝室の付属した6帖相当室で，東壁に線状熱源を設置し，両壁は，無断熱（ベニヤ㋐5.5 mm，1部アクリル）で，他の壁は発泡スチロール 25 mm，緩衝室間の間仕切には，同 50 mm を施すとともに，その内側にカーテンを吊し，熱的2次元空間にすべく留意している。また，緩衝室は，対象室と同室温になるよう調整している。

3-2) TP を使用した暖房時の気流視観測例手画き手法[8)]

飛跡記録には，写真（湿式）による場合と透明フイルム上に直接手画する（乾式）方法が考えられる。ここでは，TP が，タンポポ冠毛であることから，先の消極策を採らざるを得ないこと，乱流空間での時間・空間平均流速を得るためには，記録該当領域に入った飛跡を十二分にとる必要があり，放出方法との関連で watting が必要になることから手画き手法を採用した。

勿論，手画きと云うことで，精度に難点はあるが，整理の煩雑さは除かれ，情報量の極端な過多，過少に陥ることはない（タンポポ冠毛飛跡の状況は文献[8)]，図19参照）。手画手法の再現性，信頼度と云う面で検討したも

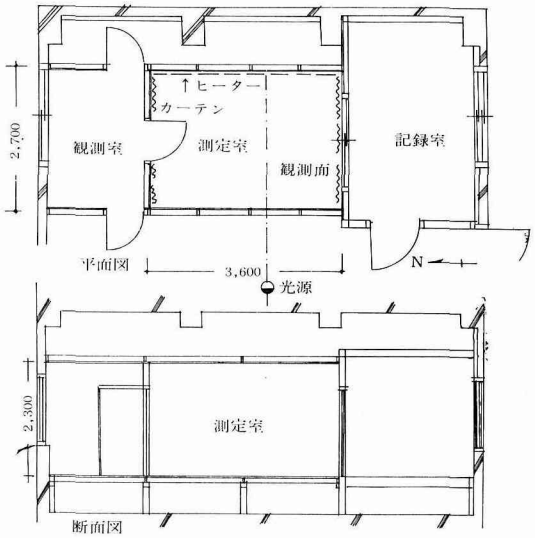

図7　測定室平面図　図8　同断面図

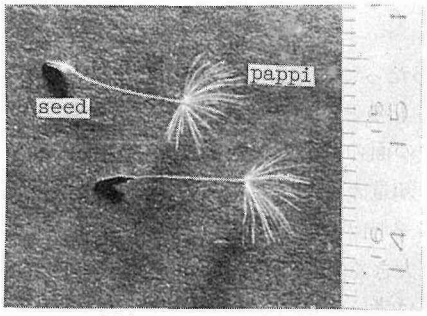

写真1　タンポポ冠毛片

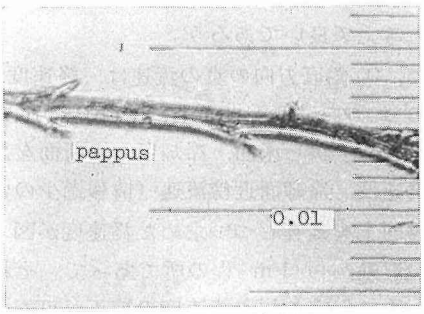

写真2　冠毛の拡大図

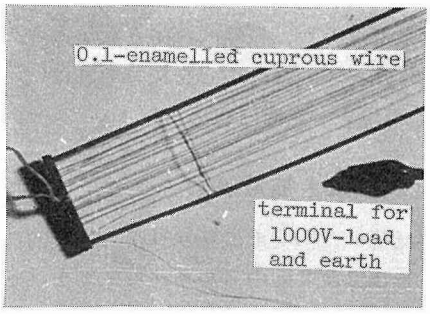

写真3　放出器（エナメル銅線 0.1ϕ）

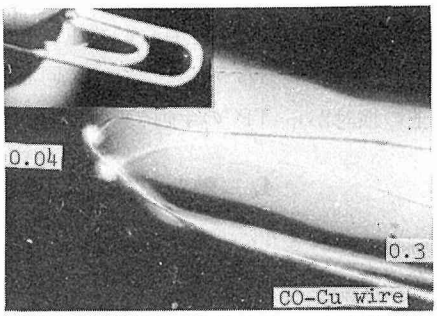

写真4　温度検出端（0.3 の cc を 0.04ϕ にして使用）

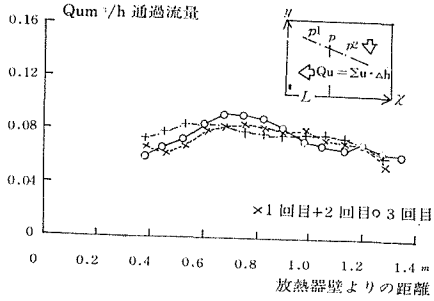

図9 x 方向速度零界面下断面の通過流量

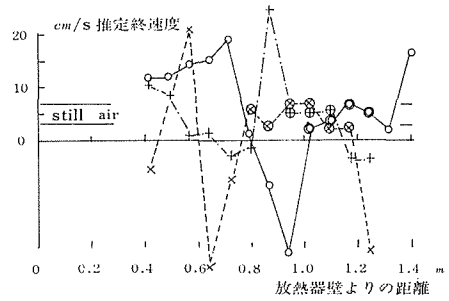

図10 通過流量より推定した終速度

のが図9である。同図は，図中に示した空間を①実空間規模で 150 mm × 150 mm 分割に細分し，その面積に入った飛跡群の流速を x, y 方向成分に分解し，各成分の平均値をもって該当領域の時間・空間平均流速とする；②次に，終速度の影響を入っていないと思われる x 方向成分速度の零の界面 p_1〜p_2 を決定する；③その面上に点 p をとり，p 点と床面の間の想定鉛直面通過流量を求める；④その作業を零界面上について査定し，放熱器設壁からの距離で，通過流量を表わしたものであるが，一応3度の測定からは，その流量と傾向が一致し，再現性はあると考えて良いであろう。

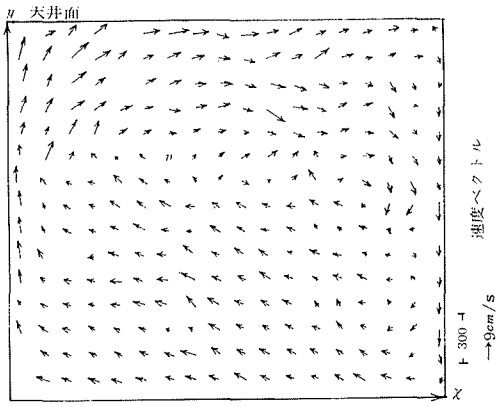

図11 推定終速度考慮後の循環

次に，① 鉛直方向の真の流速は，終速度を全域にわたって一定とし，測定流速との差とする；②先の x 方向速度零界面上に循環流の中心 p があるものとし，その中心 p 点の極く近傍の隣接点 p_1, p_2 から床面，冷却壁への断面を想定し，その面の通過流量は等しいとする；③①と②から終速度，冷却面近傍流速（情報過少のため）を未知量とする2点の連立方程式を成立させ，先の界面上を走査しつつ求めた終速度が図10である。3回の測定で安定して推定されるのは，放熱器設置壁から 1 m 程の所であって，それ以外では大きく離散する傾向を示している。乱流空間で，先の仮定の如き終速度の補正が可能である，とは考えるべきではないが，図6での結果とはそれ程かけ離れた値とはなっていない。

図11は図10の終速度を有意なものとみなして補正を施し，速度ベクトルで表現したものである。幾分大き目（又は小さ目）に補正されている所も散見するが，概略的流路と気流速度，定在渦の位置は分るであろう。ここでは，同心円的循環流になっていないことを注目されたい。

以上の検討から TP の手画で整理する手法でもその再現と有意性は認められよう。

4. 熱対流場での乱れの状況（渦寸法と拡散係数）

先にも述べたように，熱対流場のその多くは，緩速気流のためその流速変動から直接的に乱流状況を把握するのは困難となるので，測定の比較的容易な温度変動の方から速度変動を推定し，これと，TP による平均流速から乱れの状況を検討した。

4-1) 温度変動情報から速度変動情報へ

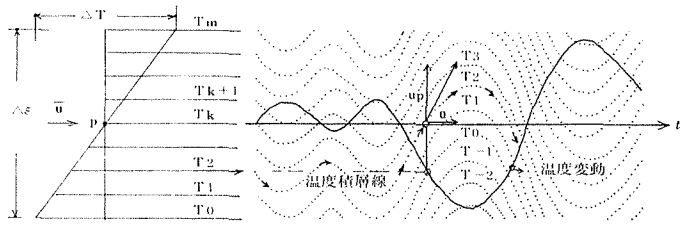

図 12　温度変動と温度積層線

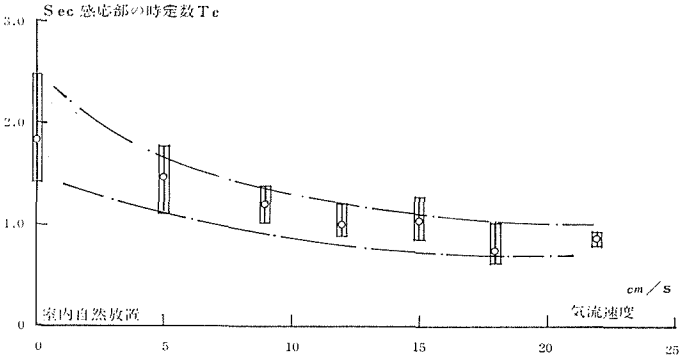

図 13　感応部の時定数（0.3ϕ cc を 0.04ϕ でハンダ付，倍起電力）

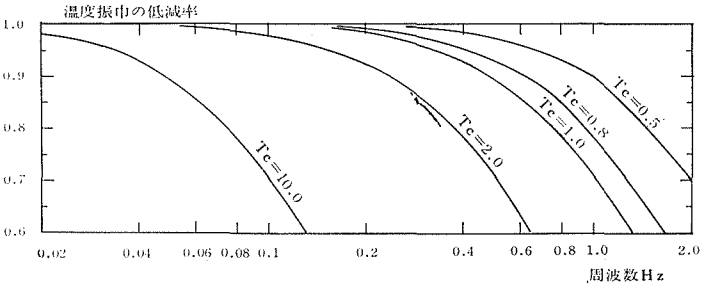

図 14　周波数と温度振幅出力の低減率

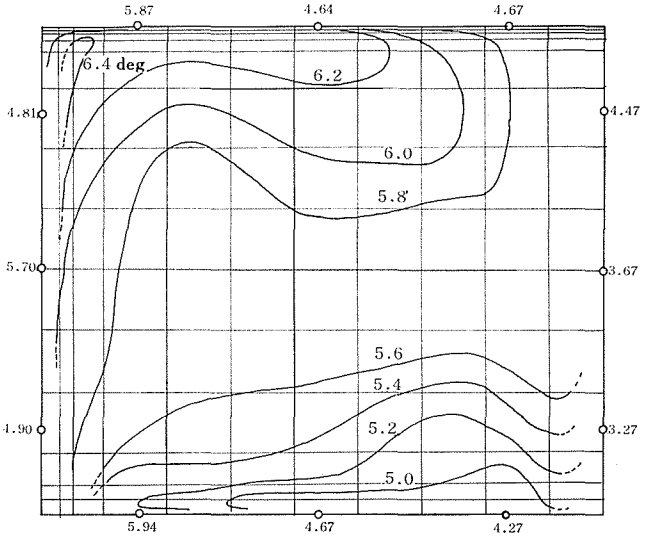

図 15　観測対象断面の温度分布（室外温度 0 として）

図12に示す如く，流れに直交する断面に於いて①その断面の温度傾度は時間平均で一定である；②その面内の点 p の温度変動波形を反転させたものを温度積層線とすれば，それは温度の軌跡子を載せた流線の一種である；③点 p での温度変動は，その温度積層線が点 p を通過したときの温度の時系列と考えられると云う仮定のもとで

$$(\Delta T_p/\Delta t)\text{：単位時間あたりの温度積層線通過密度} \qquad deg/h$$

$$(\Delta T/\Delta \xi)_p\text{：流れに直交する断面の温度積層線密度} \qquad deg/m$$

$$u_p=(\Delta T_p/\Delta t)/(\Delta T/\Delta \xi)_p=(dT_p/dt)/(\partial T/\partial \xi)_p \tag{10}$$

として流れに直交する方向成分の速度変動が与えられる。

4-2) 温度変動検出端子と推定速度変動について

今回製作した温度変動検出端子が，図13に示す（写真4参照）如く，時定数の短かいものであれば，図14に示すように，1 Hz 以下と云う実用範囲では温度の振巾低減の影響は，ほぼ無視しえよう。また，測定に際し，流速が速ければ変動の周波数が高く，遅ければ低周波に移行することも1つの有利な条件としてあげることも出来る。図15は，温度変動測定断面の温度分布である。図16には，上記検出端を用いて測定した温度変動の結果 a {($T_p/\Delta T_p$)，ΔT_pは($\Delta \xi=0.3$ m)

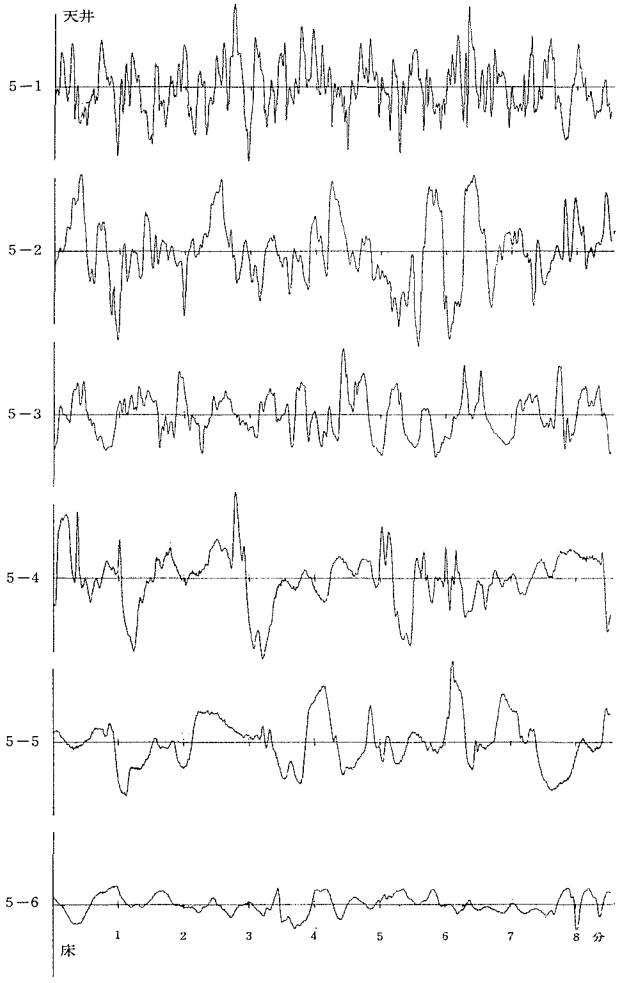

図 16-a 温度変動波形

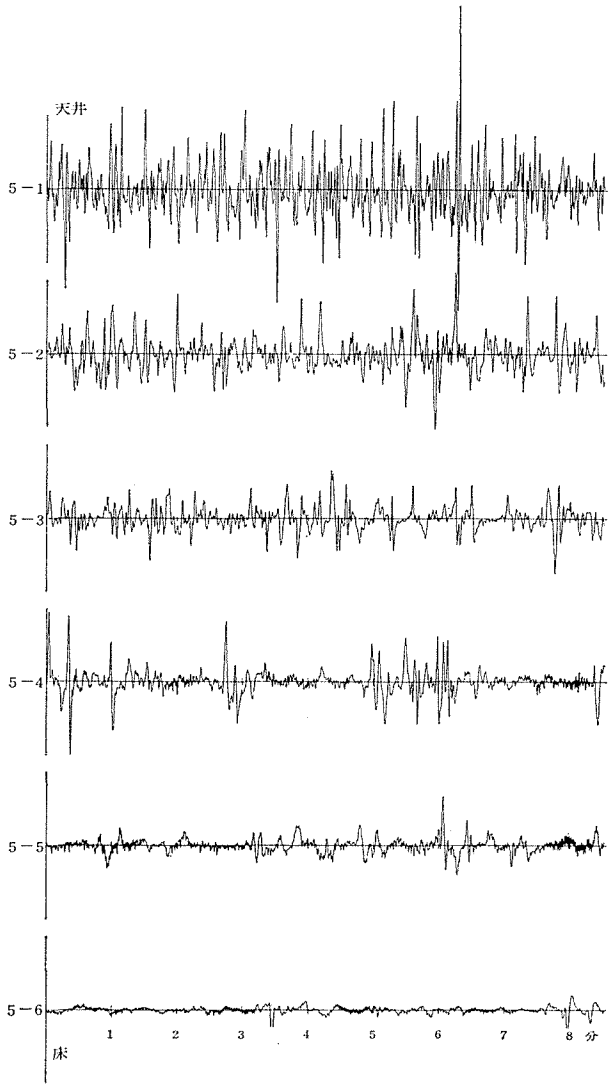

図 16-b　推定速度変動波形

での温度差〉とそれより推定した速度変動の一部 b ($\Delta t=0.05$ sec) を示した。これをみると天井に近い部分は，変動が早く，振巾も大きく，床面へ近づく程変動も緩やかで，小振巾になっているのが分る。

4-3)　自己相関関数，緩和時間，乱流強度

速度変動 u_p が得られれば，自己相関関数 ρ は次式より得ることができる。

$$\varphi=\frac{1}{\Delta t}\int_0^{\Delta t}\{u_p(t)\}^2dt,\qquad \rho_t(\tau)=\frac{1}{\varphi\Delta t}\int_0^{\Delta t}u_p(t)u_p(t+\tau)d\tau \tag{11}$$

(11) 式では $\tau=0$ のとき $\rho_t(0)=1$ で，このときの積分値 φ の値は速度変動の 2 剰平均値であるから 1 つの乱れの強さを示すものであろう。図 17 は，ほぼ中間領域での自己相関係数を示したものであるが，天井付近に近い所と室中央の気流の遅い部分では，前者が極端な変動を示し後者は緩慢であるなど，その様相はかなり異なっているようである。

図 18 には，乱れの強さの分布を示す。これとタンポポ冠毛片飛跡状況を整理した図 19 と比較

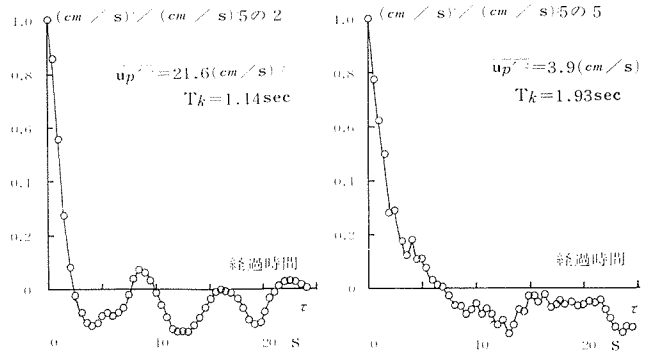

図 17　自己相関係数（1,024×0.5 sec で 80×0.5 sec）

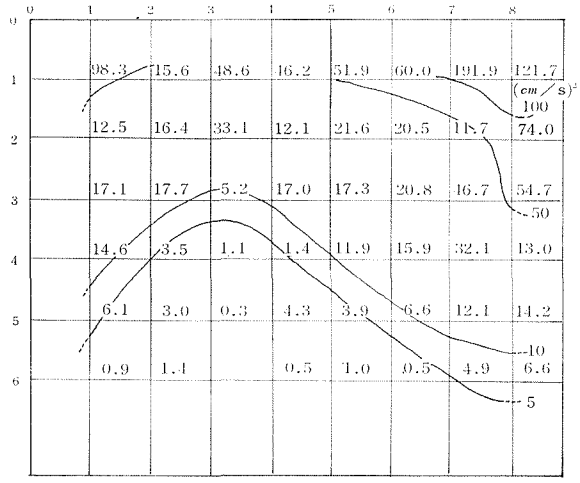

図 18　温度変動から推定した乱流強度分布

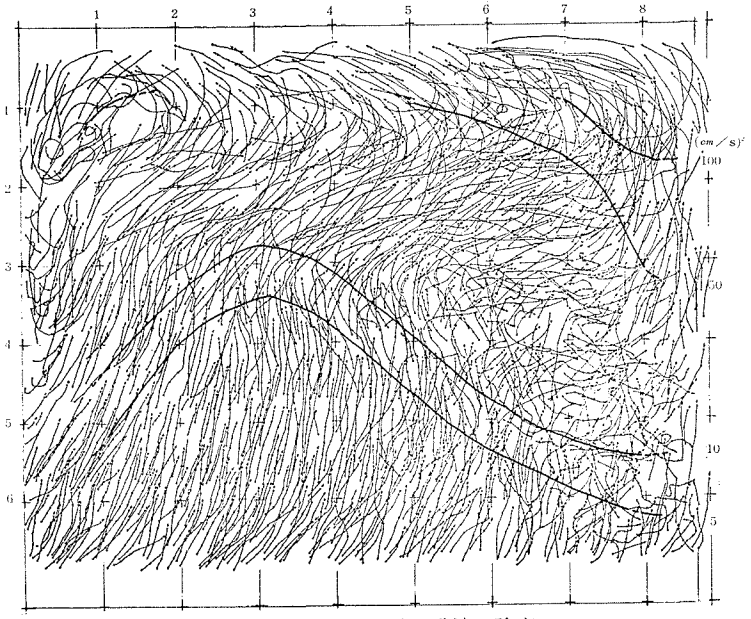

図 19　タンポポ飛跡と乱流の強度

すると，等強さ線と飛跡状況の間には，あきらかな対応関係のあることを認めて良いように思われる。これは，緩速気流場での速度変動推定に採用した直交断面規模，温度差の適否の検証ともなる。従って，実測量は増大しても，視観測の併用は省略できないと考えるものである。

4-4)　一様乱流と渦寸法

Kolmogoroff[9] によれば，大尺度の攪乱は非等方的であるが，それが微細になるに従って等方的に近づくと云う。その局所等方性成立の部分については，パワスペクトル F，エネルギ消散率 ε，波数 k の間に次式が成立し，スペクトル密度関数は，波数 $(k=2\pi f/\bar{u})$ の $-5/3$ に剰に比例す

$$F(k)\propto\varepsilon^{2/3}k^{-5/3} \tag{12}$$

ると云われている。ここで，波数と周波数 f との間には比例関係があるから高速フリエ変換後のスペクトル強度 S と周波数の間には下式が成立することになる。

$$S(f)\propto f^{-5/3} \tag{13}$$

図 20 は，図 16 に示した速度変動をフーリエ変換したものである。先の局所等方性の検討のために，図 20 に示したスペクトル強度の極大値をあたえる周波数 (fS_{max}) よりも高周波の部分に

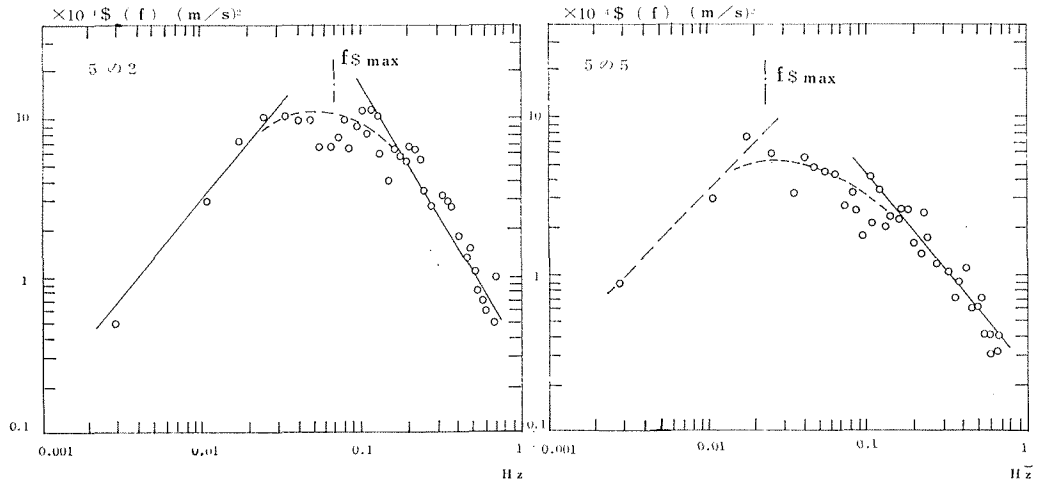

図 20　スペクトル強度と周波数（F. F. T 使用，データー数 1,024 ヶ，0.5 sec）

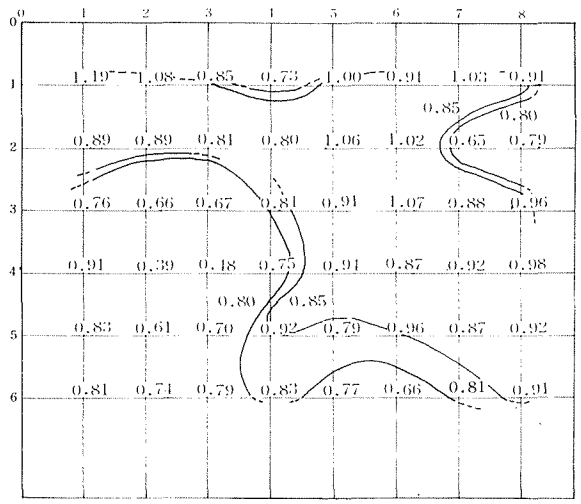

図 21　f^n の $\{m/(-5/3)\}$ の分布

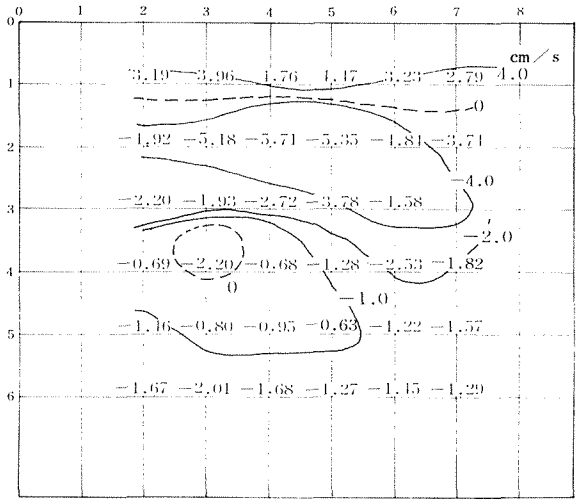

図 22　水平方向の時間の空間平均流速（cm/S）

適合する冪指数を求め，それを（−5/3）で除した値で記入したものが図21である。15%程度の差以内のものを有意なものとすれば，壁近傍に近い領域あるいは図18に示した乱流の強さ $\overline{u_p^2} \leqq 5(\mathrm{cm}/S)^2$ 以下の領域を除き，Kolmogoroff の局所等方性はほぼ満足されていると云えるであろう。従って，その局所等方性の成立している領域（$S \infty f^{-5/3}$, $f > f\mathrm{S}_{max}$）では f_{max} をもって分割距離を決定すれば良いことになろう。

図22には，タンポポ冠毛片飛跡，図19から求めた水平方向の時間・空間平均流速を示す。この流速と先の $f\mathrm{S}_{max}$ から渦寸法を次のように仮定し[10]整理したものが図23である。

$$\Lambda_x = \bar{u}_x / \pi f \mathrm{S}_{max} \tag{14}$$

空間の渦寸法は破線を施した床付近の領域を除き，室中央に向って増加傾向にあるのが分る。図24は，渦寸法 Λ_n がその位置から壁への垂直距離 L_n に規定されると考え整理したものである。勿論，先の（14）式が水平方向流についてのみ適用されるものであるから，水平方向流の卓越した部分に注目し，包絡上限で整理すると

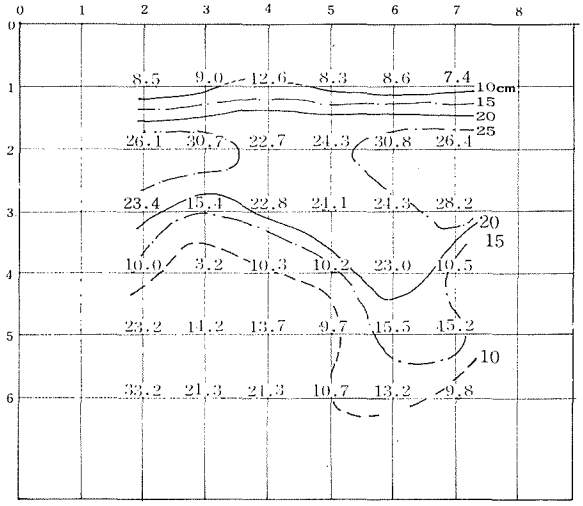

図23　渦寸法の分布（水平方向流 l, Λ_x: cm）

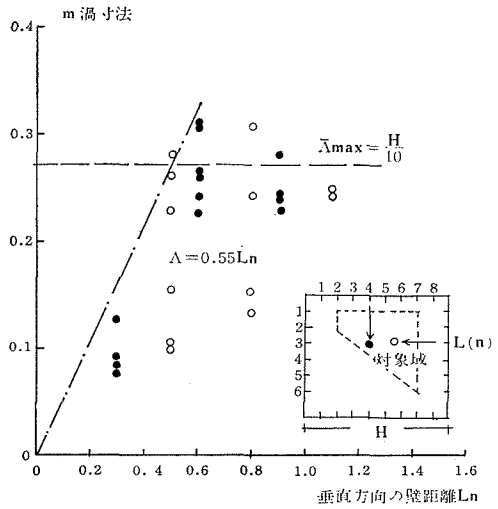

図24　壁面距離と渦寸法

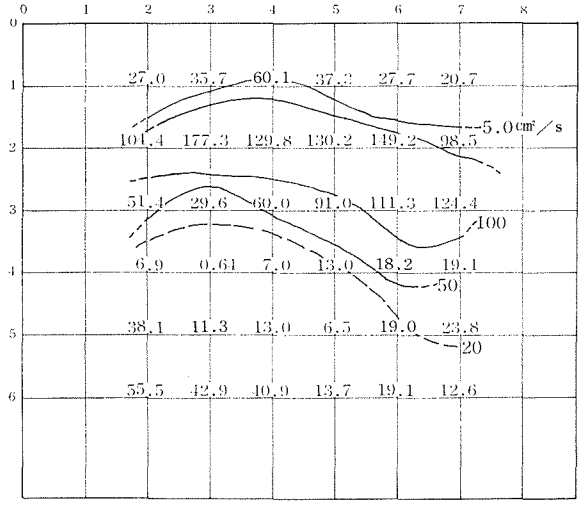

図25　水平方向平均速度，過寸法による拡散係数 $K_T(\Lambda_x)$

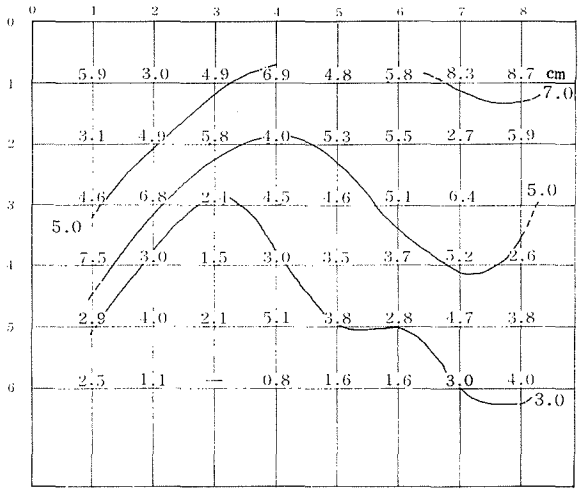

図26　混合距離の空間分布（l_K: cm）

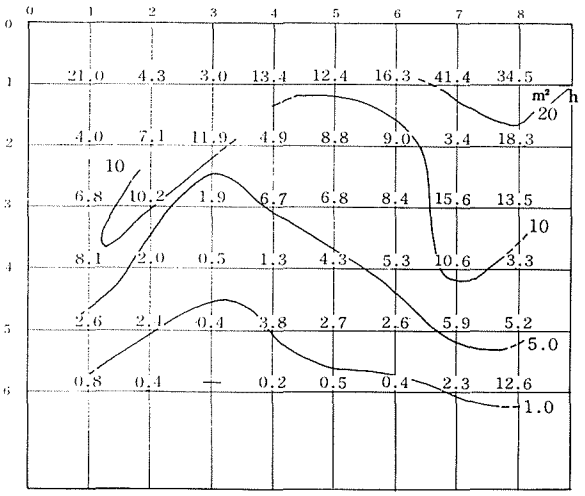

図 27　温度変動による速度変動に基づいた拡散係数

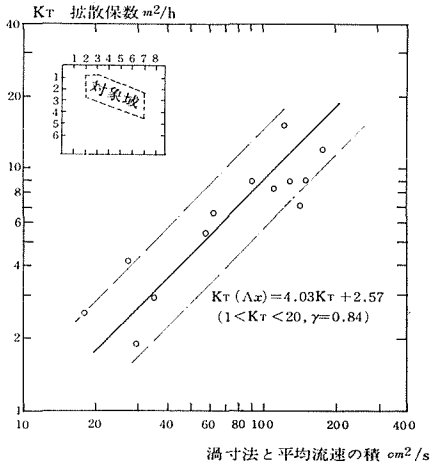

図 28　水平方向平均流での拡散係数と速度変動による拡散係数

$$\Lambda_n = 0.55 L_n, \qquad (\Lambda_n \leqq L_{max} \fallingdotseq H/10) \tag{15}$$

が成立し，室中央では，その増加に限度があり空間規模の約 1/10[11]の渦寸法にあると云って良いであろう。既に，拡散係数は，室寸法に比例すると云う結果を得ているが，乱流のエネルギーは平均流 $\bar{u}$ から補給を受け，その規模は渦寸法が関与するとし，次式を仮定する。

$$K_T(\Lambda_n) = \bar{u}\Lambda_u \tag{16}$$

図 25 は (16) 式を用いて x 方向成分についてのみ整理したものである。

4-5)　混合距離　拡散係数[11]との適用

流体内の変動成分の役割と個性は，さらに微細な尺度で生ずる渦動によって失なわれていくと云われているが，自己相関の方からその値が零になった時点でその個性が消失したとし，1 つの目安として

$$T_K = \int_0^{\tau^*} \rho(\tau) d\tau, \qquad \rho(\tau^*) = 0 \tag{17}$$

をその時間（緩和時間）とする。従って，混合距離は乱流速度（速度変動の 2 乗平均の平方根：$\sqrt{\overline{u_p^2}}$）の到達域（距離）と考えることによって，下式から得られる。図 26 は下式を用い

$$l_K = \sqrt{\overline{u_p^2}} \int_0^{\tau^*} \rho(\tau) d\tau, \qquad \rho(\tau^*) = 0 \tag{18}$$

て得た混合距離の分布である。先の渦寸法との対応はあるように見受けられる。

同様にして拡散係数は，その場所の乱流の強さが緩和時間内に伝達，消散する量として次式から得られるものとする。図 27 は温度変動から推定した速度変動による拡散係数 K_T の分布であ

$$K_T = \overline{u_p^2} \int_0^{\tau^*} \rho(\tau) d\tau, \qquad \rho(\tau^*) = 0 \tag{19}$$

るが，図 18，25 と良く対応し，卓越流域の天井付近は大きく，床付近は小になっている。

実際に数値解析にて得られる情報は，拡散係数代入法の場合，その格子点（又は小分割領域）の平均流速と壁面間との位置関係であって u_p や $\rho(\tau)$ に関しては入手できない。従って (16) 式から推定するのが最も簡便で妥当なものであろう。図 28 は (16)，(19) 式の関係をみたものである。本実測は水平方向成分のみに適用されれるものであることと，さらに局所等方性の成立領域に注目したことから，図 21，24と28 の注）に示した部分のみを整理の対象とした。

相当の離散をみせてはいるが，$K_T(A_n)$ と K_T の間には，一応直線的な対応を認めることができるであろう。因に最小2乗法にて近似したところ次の様になった。

$$K_T(A_n)=4.03K_T+2.57, \quad (\mathrm{m^2/h},\ 1<K_T<20, \gamma=0.84) \tag{20}$$

5. 結 び

小型模形，実大模形による以上の実験的検討から①タンポポ冠毛片による擬似2次元流の視観測法は，手画であっても有意性，再現性は認められ，緩速乱流空間の時間・空間平均流速は求め得る；②緩速気流変動は，流れに直交する断面の温度差，温度変動から，流れに直交する方向成分の変動として推定が可能である；③ Kolmogoroff の$-5/3$ 剰則は，室の中央領域で15%以内の範囲で成立し，スペクトル強度最大値を与える周波数から推定した渦寸法は室の基準寸法の約1/10 に規定される；④渦寸法最大値に至る尺度は，壁面間距離に比例し，拡散係数が室寸法に比例することと合わせて，数値解析時の分割格子距離を推定する根拠になる；⑤渦寸法，平均流速から推定した拡散係数は，乱流の強さ，緩和時間から推定した拡散係数に比例していることから，数値解析に於いては，拡散係数を場所の関数としての内挿が可能である を得た。

謝 辞

この報告研究を進めるにあたり，京大教授堀江悟郎博士の御教示をはじめ，青木武志，鶴井雅夫，下妻光夫の各氏の御示唆，前川公美夫，横山幸弘氏の協力がありました記して感謝します。

引用，参考文献

1) P. V. Nielsen: B. S. E, Vol (41), 1974-1, p. 219.
2) J. E. Fromm: N. B. S, BSS (39), 1971, p. 451.
3) 日野: 数理科学, No. 157, 1976-7, p. 12.
4) 堀江, 絵内他: 日本建築学会道支部 N 35, 昭46, p. 113.
5) 前田他: 日本建築学会研究報告, Vol 63, 昭34.
6) 絵内, 荒谷: 日本建築学会道支部, No. 38, 昭47, p. 241.
7) Daw: J. I. H. V. E, Vol (37), 1970, p. 241.
Carpenter: J. I. H. V. E, Vol (39), 1972, p. 279.
8) 絵内他: 空調学会道支部, No. 9, 昭50, p. 11.
9) 谷 一郎: 乱流理論, 金原出版, p. 140.
10) 絵内他: 日本建築学会大会（関東), 昭50, p. 267.
11) 勝田, 小林他: 東大生研研究速報, Vol 26, 1974, p. 184.