



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	可撓円筒残留応力測定理論 : 加圧X線法, 加圧歪ゲージ法
Author(s)	土肥, 修; Doi, Osamu; 熊田, 成人 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 85, 33-42
Issue Date	1977-09-16
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41432
Type	departmental bulletin paper
File Information	85_33-42.pdf



可撓円筒残留応力測定理論

— 加圧X線法, 加圧歪ゲージ法 —

土肥 修*, 熊田成人**

(昭和52年3月30日受理)

Theories of Residual Stress Measurements in a Flexible Pipe

— Pressure X-Ray Method, Pressure Strain Gauge Method —

Osamu DOI, Shigeto KUMADA

(Received March 30, 1977)

Abstract

A pipe with large flexibility can hardly satisfy the assumption of rotational symmetry around the longitudinal axis for its easy deformability, so that the usual X-Ray Method and Strain Gauge Method are not applicable to measure the residual stress distributions in the cross section.

The authors submit the theories of Pressure X-Ray Methods and Pressure Strain Gauge Methods for residual stress measurements under the restricted state by proper internal pressure.

1. はし が き

等方性円筒の3主軸方向残留応力測定法には, 歪ゲージを用いるものとして Sachs 法¹⁾, それを(等方性)多層円筒に拡張した土肥・鶴飼・大槻の方法²⁾, 極異方性円筒に対する土肥・片岡の方法³⁾, またX線を用いるものとして土肥・鶴飼・大槻の方法⁴⁾がある。これらは円筒の外面又は内面から薄層を除去し, 非除去面の歪又は除去面或は非除去面の表面応力を測定して全断面に亘る残留応力分布を計算するものである。

しかし, 肉厚が非常に薄いか, 弾性係数が極めて小さい材料の場合には, 円筒の剛性は極めて小さく, 容易に弾性変形して形状が不安定となり, 軸対称性が満足されず, 従来の測定法をそのまま適用することが出来ない。

本論文では, このように可撓性の大きい円筒に対して, 円筒の外面又は内面から薄層を除去し, 形状を安定させて軸対称性を満足させるため, 円筒に適当な内圧を加えて自由な変形を拘束した状態でX線又は歪ゲージにより, 除去面或は非除去面の表面応力又は非除去面の歪を測定し, 全断面の残留応力分布を計算する加圧X線法及び加圧歪ゲージ法の測定理論を提唱する。

理論解析に当り, 次の仮定を設ける。

- (1) 可撓円筒は均質等方性とする。
- (2) 残留応力の分布は軸対称で, 軸方向には一様とする。

* 機械設計学講座

** 日立製作所

(3) 残留主応力軸は円筒の幾何学的軸と一致する。

(4) 歪ゲージ法においては、歪ゲージの剛性が円筒の剛性に比べて極めて小さく、無視できるとする。

記 号

σ_t, σ_r : 残留3主応力

σ_L, σ_T : X線による測定応力(表面法)

$\bar{\sigma}_L, \bar{\sigma}_T$: X線による測定応力(裏面法)

$\bar{\sigma}_{L0}, \bar{\sigma}_{T0}$: X線による測定初期応力(裏面法)

$\tilde{\sigma}_L, \tilde{\sigma}_T$: 歪ゲージにより測定される歪変化に対応する応力変化(歪ゲージ法)

$\varepsilon_L, \varepsilon_T$: 歪ゲージによる測定歪

σ'_L, σ'_T : 層除去による面内力に基づく応力(表面法)

σ_{lp}, σ_{tp} : 内圧による応力(表面法)

p : 内 圧

r_1, r_2 : 円筒の内, 外半径

E : 縦弾性係数

ν : ポアソン比

添字 $L, l; T, t; r$: 軸, 周, 半径方向

*: 測定応力について加圧面における測定値を示す

2. 加 圧 X 線 法

加圧 X 線法は、可撓性の大きい円筒の外表面又は内表面から順次薄層を除去し、その都度円筒に適当な内圧を加えて形状を安定させ乍ら、円筒の外表面又は内表面において X 線を用いて測定される軸方向及び周方向表面応力から全断面に亘る残留応力分布を計算する方法である。この方法には、円筒の外表面に X 線を照射する方法と、内面に照射する方法が考えられ、さらにそれぞれ、層除去面に照射する表面法と、非除去面に照射する裏面法がある。然しこのうち内圧をかけた状態で内面に X 線を照射する方法は種々の困難を伴い、実用的でないが、外面照射法は十分実用になる。

2.1 外面除去外面照射法(表面法)

軸方向にも圧力の影響が及ぶ構造について、外半径 r_2 から任意の半径 r まで層除去し、内圧をかけた状態で除去外表面において測定される応力 $\sigma_L(r)$ は(図 1(a))

$$\sigma_L(r) = \sigma_t(r) + \sigma'_L(r) + \sigma_{lp}(r) \quad (2.1)$$

層除去による残り円筒の応力変化 $\sigma'_L(r)$ は $r \leq \rho \leq r_2$ において

$$\sigma'_L(r) = -\frac{2}{r^2 - r_1^2} \int_{r_2}^r \rho \sigma_t(\rho) d\rho \quad (2.2)$$

内圧 p による残り円筒外表面の応力 $\sigma_{lp}(r)$ は

$$\sigma_{lp}(r) = pr_1^2 / (r^2 - r_1^2) \quad (2.3)$$

式(2.1), (2.2), (2.3)から

$$\sigma_L(r) = \sigma_t(r) - \frac{2}{r^2 - r_1^2} \int_{r_2}^r \rho \sigma_t(\rho) d\rho + \frac{r_1^2}{r^2 - r_1^2} p \quad (2.4)$$

第2種 Volterra 型積分方程式 (2.4) の解として、軸方向残留応力は

$$\sigma_L(r) = \sigma_L(r) + 2 \int_{r_2}^r \frac{\rho \sigma_L(\rho)}{\rho^2 - r_1^2} d\rho - \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} p \quad (2.5)$$

周方向についても同様に、除去面において測定される応力 $\sigma_T(r)$ は (図 1(b))

$$\sigma_T(r) = \sigma_L(r) + \sigma'_L(r) + \sigma_{Tp}(r) \quad (2.6)$$

r までの層除去による半径方向残留応力 $\sigma_r(r)$ の消失は、外圧 $\sigma_r(r)$ の付与に相当するから、除去面の応力変化 $\sigma'_L(r)$ は

$$\sigma'_L(r) = -\sigma_r(r) \cdot (r^2 + r_1^2)/(r^2 - r_1^2) \quad (2.7)$$

円筒の半径方向の力の釣合から

$$\sigma_r(r) = \frac{1}{r} \int_{r_2}^r \sigma_L(\rho) d\rho \quad (2.8)$$

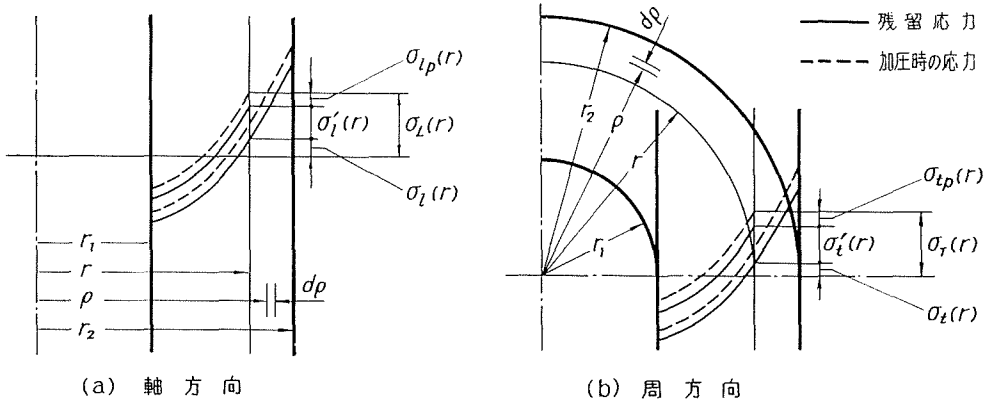


図1 外面除去外面照射法

内圧 p による残り円筒の外表面の応力 $\sigma_{Tp}(r)$ は

$$\sigma_{Tp}(r) = 2pr_1^2/(r^2 - r_1^2) \quad (2.9)$$

式 (2.6), (2.7), (2.8), (2.9) から

$$\sigma_T(r) = \sigma_L(r) - \frac{r^2 + r_1^2}{r(r^2 - r_1^2)} \int_{r_2}^r \sigma_L(\rho) d\rho + \frac{2r_1^2}{r^2 - r_1^2} p \quad (2.10)$$

第2種 Volterra 型積分方程式 (2.10) の解として、周方向残留応力は

$$\sigma_T(r) = \sigma_T(r) + \frac{r^2 + r_1^2}{r^2} \int_{r_2}^r \frac{\rho \sigma_T(\rho)}{\rho^2 - r_1^2} d\rho - \frac{r_1^2(r^2 + r_2^2)}{r^2(r_2^2 - r_1^2)} p \quad (2.11)$$

半径方向残留応力は、式 (2.8) から

$$\sigma_r(r) = \frac{r^2 - r_1^2}{r^2} \int_{r_2}^r \frac{\rho \sigma_T(\rho)}{\rho^2 - r_1^2} d\rho - \frac{r_1^2(r^2 - r_2^2)}{r^2(r_2^2 - r_1^2)} p \quad (2.12)$$

2.2 内面除去外面照射法 (裏面法)

内半径 r_1 から任意の半径 r まで層除去し、内圧をかけた時、非除去外表面において測定される軸方向応力 $\bar{\sigma}_L(r)$ は (図 2(a))

$$\bar{\sigma}_L(r) = \sigma_L(r_2) + \bar{\sigma}_L(r) + \bar{\sigma}_{Tp}(r) \quad (2.13)$$

初期状態においては

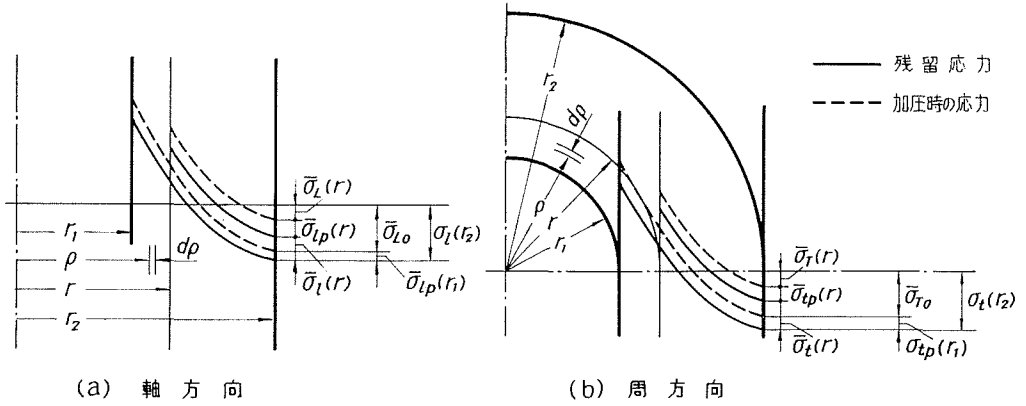


図2 内面除去外面照射法

$$\bar{\sigma}_{L0} = \sigma_L(r_2) + \bar{\sigma}_{Lp}(r_1) \quad (2.14)$$

式(2.13), (2.14)から

$$\bar{\sigma}_L(r) - \bar{\sigma}_{L0} = \bar{\sigma}_t(r) + \bar{\sigma}_{Lp}(r) - \sigma_{Lp}(r_1) \quad (2.15)$$

層除去による残り円筒の応力変化 $\bar{\sigma}_t(r)$ は $r_1 \leq \rho \leq r$ において

$$\bar{\sigma}_t(r) = -\frac{2}{r^2 - r_2^2} \int_{r_1}^r \rho \sigma_t(\rho) d\rho \quad (2.16)$$

内圧 p による残り円筒の外表面の応力 $\bar{\sigma}_{Lp}(r)$, $\bar{\sigma}_{Lp}(r_1)$ は

$$\bar{\sigma}_{Lp}(r) = -pr^2/(r^2 - r_2^2), \quad \bar{\sigma}_{Lp}(r_1) = -pr_1^2/(r_1^2 - r_2^2) \quad (2.17)$$

式(2.15), (2.16), (2.17)から

$$\bar{\sigma}_L(r) - \bar{\sigma}_{L0} = -\frac{2}{r^2 - r_2^2} \int_{r_1}^r \rho \sigma_t(\rho) d\rho - \frac{r_2^2(r^2 - r_1^2)}{(r^2 - r_2^2)(r_1^2 - r_2^2)} p \quad (2.18)$$

第1種 Volterra 型積分方程式(2.18)の解として、軸方向残留応力は

$$\sigma_L(r) = -\frac{r^2 - r_2^2}{2r} \frac{d\bar{\sigma}_L(r)}{dr} - \left(\bar{\sigma}_L(r) - \bar{\sigma}_{L0} \right) - \frac{r_2^2}{r^2 - r_1^2} p \quad (2.19)$$

次に非除去面において測定される周方向応力 $\bar{\sigma}_r(r)$ は (図2(b))

$$\bar{\sigma}_r(r) = \sigma_t(r_2) + \bar{\sigma}_t(r) + \bar{\sigma}_{Lp}(r) \quad (2.20)$$

初期状態では

$$\bar{\sigma}_{r0} = \sigma_t(r_2) + \bar{\sigma}_{Lp}(r_1) \quad (2.21)$$

式(2.20), (2.21)から

$$\bar{\sigma}_r(r) - \bar{\sigma}_{r0} = \bar{\sigma}_t(r) + \bar{\sigma}_{Lp}(r) - \bar{\sigma}_{Lp}(r_1) \quad (2.22)$$

層除去による半径方向残留応力 $\sigma_r(r)$ の消失は、内圧 $\sigma_r(r)$ の付与に相当するから、非除去面の応力変化 $\bar{\sigma}_t(r)$ は

$$\bar{\sigma}_t(r) = -2\sigma_r(r) \cdot r^2/(r^2 - r_2^2) \quad (2.23)$$

内圧 p による非除去面の応力 $\bar{\sigma}_{Lp}(r)$, $\bar{\sigma}_{Lp}(r_1)$ は

$$\bar{\sigma}_{Lp}(r) = -2pr^2/(r^2 - r_2^2), \quad \bar{\sigma}_{Lp}(r_1) = -2pr_1^2/(r_1^2 - r_2^2) \quad (2.24)$$

式(2.22), (2.23), (2.24)から半径方向残留応力は

$$\sigma_r(r) = -\frac{r^2 - r_2^2}{2r^2} \left(\bar{\sigma}_r(r) - \bar{\sigma}_{r0} \right) - \frac{r_2^2(r^2 - r_1^2)}{r^2(r_2^2 - r_1^2)} p \quad (2.25)$$

半径方向の力の釣合から

$$\sigma_t(r) = \frac{d}{dr} \left(r\sigma_r(r) \right) \quad (2.26)$$

周方向残留応力は式(2.25), (2.26)から

$$\sigma_t(r) = -\frac{r^2 - r_2^2}{2r} \frac{d\bar{\sigma}_r(r)}{dr} - \frac{r^2 + r_2^2}{2r^2} \left(\bar{\sigma}_r(r) - \bar{\sigma}_{r0} \right) - \frac{r_2^2(r^2 + r_1^2)}{r^2(r_2^2 - r_1^2)} p \quad (2.27)$$

2.3 外面除去内面照射法(裏面法)

非除去面の軸方向測定応力 $\bar{\sigma}_L^*(r)$ は(図3(a))

$$\bar{\sigma}_L^*(r) = \sigma_t(r_1) + \bar{\sigma}_t(r) + \bar{\sigma}_{Lp}(r) \quad (2.28)$$

初期状態においては

$$\bar{\sigma}_{L0}^* = \sigma_t(r_1) + \bar{\sigma}_{Lp}(r_2) \quad (2.29)$$

式(2.28), (2.29)から

$$\bar{\sigma}_L^*(r) - \bar{\sigma}_{L0}^* = \bar{\sigma}_t(r) + \bar{\sigma}_{Lp}(r) - \bar{\sigma}_{Lp}(r_2) \quad (2.30)$$

層除去による応力変化 $\bar{\sigma}_t(r)$ は

$$\bar{\sigma}_t(r) = -\frac{2}{r^2 - r_1^2} \int_{r_2}^r \rho \sigma_t(\rho) d\rho \quad (2.31)$$

内圧 p による応力 $\bar{\sigma}_{Lp}(r)$, $\bar{\sigma}_{Lp}(r_2)$ は

$$\bar{\sigma}_{Lp}(r) = pr_1^2/(r^2 - r_1^2), \quad \bar{\sigma}_{Lp}(r_2) = pr_1^2/(r_2^2 - r_1^2) \quad (2.32)$$

式(2.30), (2.31), (2.32)から

$$\bar{\sigma}_L^*(r) - \bar{\sigma}_{L0}^* = -\frac{2}{r^2 - r_1^2} \int_{r_2}^r \rho \sigma_t(\rho) d\rho - \frac{r_1^2(r^2 - r_2^2)}{(r^2 - r_1^2)(r_2^2 - r_1^2)} p \quad (2.33)$$

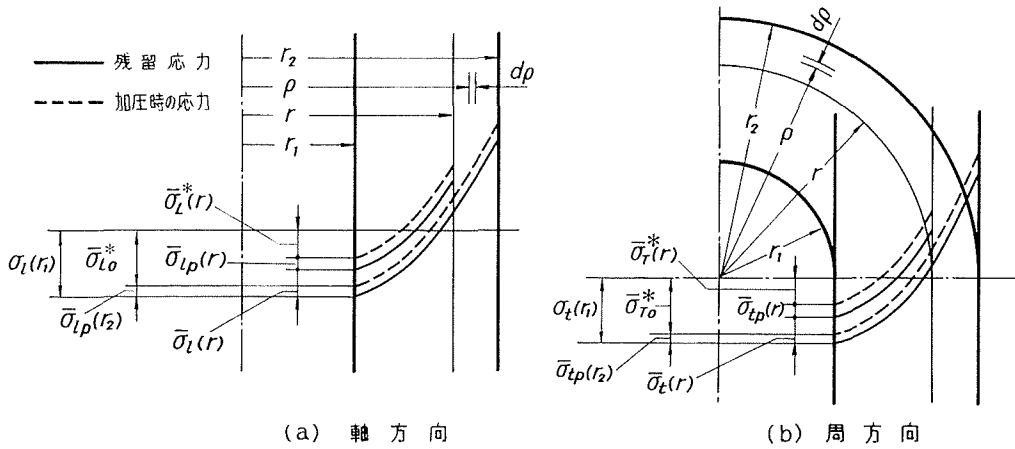


図3 外面除去内面照射法

注. 内圧 p が作用する内表面の X 線測定応力 $\sigma^*(\sigma_L^*, \sigma_T^*, \bar{\sigma}_L^*, \bar{\sigma}_T^*)$ は次式によって計算される。

$$\sigma^* = \frac{E}{1+\nu} \frac{\partial \varepsilon_{\phi\phi}}{\partial \sin^2 \phi} - p = -\frac{E}{2(1+\nu)} \cot \theta_0 \frac{\pi}{180} \frac{\partial 2\theta_{\phi\phi}}{\partial \sin^2 \phi} - p \quad (\sin^2 \phi \text{ 法})$$

第1種 Volterra 型積分方程式 (2.33) の解として, 軸方向残留応力は

$$\sigma_z(r) = -\frac{r^2 - r_1^2}{2r} \frac{d\bar{\sigma}_z^*(r)}{dr} - \left(\bar{\sigma}_z^*(r) - \bar{\sigma}_{z0}^* \right) - \frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} p \quad (2.34)$$

次に非除去面の周方向測定応力 $\bar{\sigma}_r^*(r)$ は (図 3 (b))

$$\bar{\sigma}_r^*(r) = \sigma_r(r_1) + \bar{\sigma}_t(r) + \bar{\sigma}_{t_p}(r) \quad (2.35)$$

初期状態では

$$\bar{\sigma}_{r0}^* = \sigma_r(r_1) + \bar{\sigma}_{t_p}(r_2) \quad (2.36)$$

式 (2.35), (2.36) から

$$\bar{\sigma}_r^*(r) - \bar{\sigma}_{r0}^* = \bar{\sigma}_t(r) + \bar{\sigma}_{t_p}(r) - \bar{\sigma}_{t_p}(r_2) \quad (2.37)$$

層除去による非除去面の応力変化 $\bar{\sigma}_t(r)$ は

$$\bar{\sigma}_t(r) = -2\sigma_r(r) \cdot r^2 / (r^2 - r_1^2) \quad (2.38)$$

内圧 p による応力 $\bar{\sigma}_{t_p}(r)$, $\bar{\sigma}_{t_p}(r_2)$ は

$$\bar{\sigma}_{t_p}(r) = p(r^2 + r_1^2) / (r^2 - r_1^2), \quad \bar{\sigma}_{t_p}(r_2) = p(r_2^2 + r_1^2) / (r_2^2 - r_1^2) \quad (2.39)$$

式 (2.37), (2.38), (2.39) から半径方向残留応力は

$$\sigma_r(r) = -\frac{r^2 - r_1^2}{2r^2} \left(\bar{\sigma}_r^*(r) - \bar{\sigma}_{r0}^* \right) - \frac{r_1^2(r^2 - r_2^2)}{r^2(r_2^2 - r_1^2)} p \quad (2.40)$$

周方向残留応力は式 (2.26), (2.40) から

$$\sigma_t(r) = -\frac{r^2 - r_1^2}{2r} \frac{d\bar{\sigma}_r^*(r)}{dr} - \frac{r^2 + r_1^2}{2r} \left(\bar{\sigma}_r^*(r) - \bar{\sigma}_{r0}^* \right) - \frac{r_1^2(r^2 + r_2^2)}{r^2(r_2^2 - r_1^2)} p \quad (2.41)$$

2.4 内面除去内面照射法 (表面法)

除去面の軸方向測定応力 $\sigma_z^*(r)$ は (図 4 (a))

$$\sigma_z^*(r) = \sigma_z(r) + \sigma'_z(r) + \sigma_{t_p}(r) \quad (2.42)$$

層除去による応力変化 $\sigma'_z(r)$ は

$$\sigma'_z(r) = -\frac{2}{r^2 - r_2^2} \int_{r_1}^r \rho \sigma_z(\rho) d\rho \quad (2.43)$$

内圧 p による応力 $\sigma_{t_p}(r)$ は

$$\sigma_{t_p}(r) = -pr^2 / (r^2 - r_2^2) \quad (2.44)$$

式 (2.42), (2.43), (2.44) から

$$\sigma_z^*(r) = \sigma_z(r) - \frac{2}{r^2 - r_2^2} \int_{r_1}^r \rho \sigma_z(\rho) d\rho - \frac{r^2}{r^2 - r_2^2} p \quad (2.45)$$

第2種 Volterra 型積分方程式 (2.45) の解として, 軸方向残留応力は

$$\sigma_z(r) = \sigma_z^*(r) + 2 \int_{r_1}^r \frac{\rho \sigma_z^*(\rho)}{\rho^2 - r_2^2} d\rho - \left(\frac{r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} + \ln \frac{r^2 - r_2^2}{r_1^2 - r_2^2} \right) p \quad (2.46)$$

除去面の周方向測定応力 $\sigma_r^*(r)$ は (図 4 (b))

$$\sigma_r^*(r) = \sigma_r(r) + \sigma'_r(r) + \sigma_{t_p}(r) \quad (2.47)$$

層除去による除去面の応力変化 $\sigma'_r(r)$ は

$$\sigma'_r(r) = -\sigma_r(r) \cdot (r^2 + r_2^2) / (r^2 - r_2^2) \quad (2.48)$$

内圧 p による応力 $\sigma_{t_p}(r)$ は

$$\sigma_{tp}(r) = -p(r^2 + r_2^2)/(r^2 - r_2^2) \quad (2.49)$$

式(2.8), (2.47), (2.48), (2.49)から

$$\sigma_T^*(r) = \sigma_t(r) - \frac{r^2 + r_2^2}{r(r^2 - r_2^2)} \int_{r_1}^r \sigma_t(\rho) d\rho - \frac{r^2 + r_2^2}{r^2 - r_2^2} p \quad (2.50)$$

第2種 Volterra 型積分方程式(2.50)の解として, 周方向残留応力は

$$\sigma_t(r) = \sigma_T^*(r) + \frac{r^2 + r_2^2}{r^2} \int_{r_1}^r \frac{\rho \sigma_T^*(\rho)}{\rho^2 - r_2^2} d\rho - \frac{r^2 + r_2^2}{2r^2} \left(\frac{2r_1^2}{r_2^2 - r_1^2} - \ln \frac{r^2 - r_2^2}{r_1^2 - r_2^2} \right) p \quad (2.51)$$

半径方向残留応力は, 式(2.8)から

$$\sigma_r(r) = \frac{r^2 - r_2^2}{r^2} \int_{r_1}^r \frac{\rho \sigma_T^*(\rho)}{\rho^2 - r_2^2} d\rho - \frac{r^2 - r_2^2}{2r^2} \left(\frac{2r_2^2(r^2 - r_1^2)}{(r_2^2 - r_1^2)(r^2 - r_2^2)} - \ln \frac{r^2 - r_2^2}{r_1^2 - r_2^2} \right) p \quad (2.52)$$

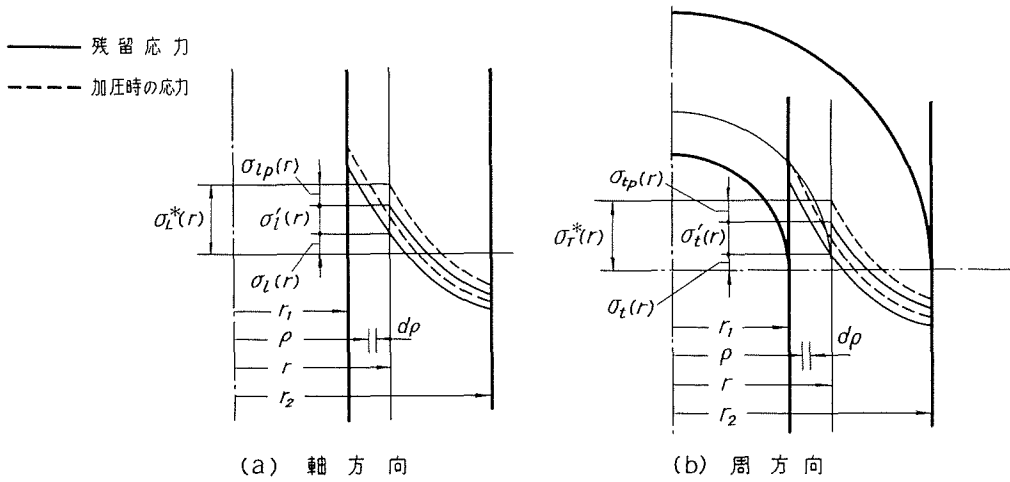


図4 内面除去内面照射法

3. 加圧歪ゲージ法

加圧歪ゲージ法は, 可撓性の大きい円筒の内表面又は外表面の軸方向, 周方向に歪ゲージを貼布し, 外面又は内面から薄層を除去し, その都度, 円筒に適当な内圧を加えて形状を安定させ乍ら, 非除去面に貼布した歪ゲージで測定される歪変化から全断面に亘る残留応力分布を計算する方法である。この方法には, 外面除去法と内面除去法があり何れも実用出来る。

3.1 外面除去法

軸方向にも圧力の影響が及ぶ構造について, 外半径 r_2 から任意の半径 r まで層除去し, 内圧 p をかけた時, 非除去面の歪ゲージに現れる測定歪から計算される応力変化 $\tilde{\sigma}_t^*(r)$ は (図5(a))

$$\tilde{\sigma}_t^*(r) = \tilde{\sigma}_t(r) + \tilde{\sigma}_{tp}(r) \quad (3.1)$$

層除去による非除去面の応力変化 $\tilde{\sigma}_t(r)$ は $r \leq \rho \leq r_2$ において

$$\tilde{\sigma}_t(r) = -\frac{2}{r^2 - r_1^2} \int_{r_2}^r \rho \sigma_t(\rho) d\rho \quad (3.2)$$

内圧 p による円筒内表面の応力 $\tilde{\sigma}_{tp}(r)$ は

$$\tilde{\sigma}_{tp}(r) = pr_1^2/(r^2 - r_1^2) \quad (3.3)$$

式(3.1), (3.2), (3.3)から

$$\bar{\sigma}_L^*(r) = -\frac{2}{r^2 - r_1^2} \int_{r_2}^r \rho \sigma_t(\rho) d\rho + \frac{r_1^2}{r^2 - r_1^2} p \quad (3.4)$$

第1種 Volterra 型積分方程式 (3.4) の解として、軸方向残留応力は

$$\sigma_t(r) = -\frac{r^2 - r_1^2}{2r} \frac{d\bar{\sigma}_L^*(r)}{dr} - \bar{\sigma}_L^*(r) \quad (3.5)$$

ここで、内圧 p が作用する内表面の歪ゲージに現れる歪 $\varepsilon_L, \varepsilon_r$ と応力 $\bar{\sigma}_L^*, \bar{\sigma}_r^*$ の関係は

$$\bar{\sigma}_L^*(r) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_L(r) + \nu\varepsilon_r(r)) - \frac{\nu}{1-\nu} p, \quad \bar{\sigma}_r^*(r) = \frac{E}{1-\nu^2} (\varepsilon_r(r) + \nu\varepsilon_L(r)) - \frac{\nu}{1-\nu} p \quad (3.6)$$

従って

$$\sigma_t(r) = -\frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{r^2 - r_1^2}{2r} \frac{d}{dr} (\varepsilon_L(r) + \nu\varepsilon_r(r)) + (\varepsilon_L(r) + \nu\varepsilon_r(r)) \right\} + \frac{\nu}{1-\nu} p \quad (3.7)$$

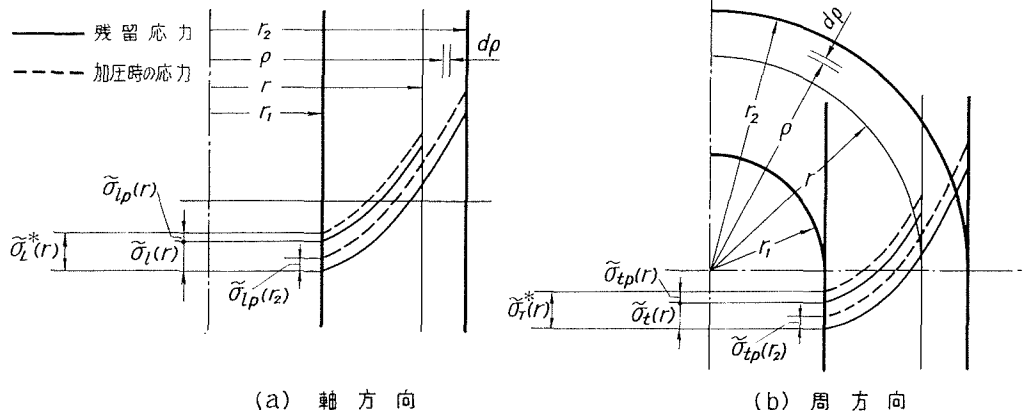


図5 外面除去法

周方向について、半径 r まで層除去し、内圧 p をかけた時、非除去内表面の歪ゲージに現れる測定歪から求められる応力変化 $\bar{\sigma}_r^*(r)$ は (図5 (b))

$$\bar{\sigma}_r^*(r) = \bar{\sigma}_t(r) + \bar{\sigma}_{t\nu}(r) \quad (3.8)$$

層除去による、 r の半径方向残留応力 $\sigma_r(r)$ の消失は、外圧 $\sigma_r(r)$ の付与に相当するから、非除去面の応力変化 $\bar{\sigma}_t(r)$ は

$$\bar{\sigma}_t(r) = -2\sigma_r(r) \cdot r^2 / (r^2 - r_1^2) \quad (3.9)$$

内圧 p による内表面の応力 $\bar{\sigma}_{t\nu}(r)$ は

$$\bar{\sigma}_{t\nu}(r) = p(r^2 + r_1^2) / (r^2 - r_1^2) \quad (3.10)$$

式 (3.8), (3.9), (3.10) から半径方向残留応力は

$$\sigma_r(r) = -\frac{r^2 - r_1^2}{2r^2} \bar{\sigma}_r^*(r) + \frac{r^2 + r_1^2}{2r^2} p \quad (3.11)$$

式 (3.6) から

$$\sigma_r(r) = -\frac{E}{1-\nu^2} \frac{r^2 - r_1^2}{2r^2} (\varepsilon_r(r) + \nu\varepsilon_L(r)) + \frac{r^2 + (1-2\nu)r_1^2}{2(1-\nu)r^2} p \quad (3.12)$$

半径方向の力の釣合式 (2.26) から周方向の残留応力は

$$\sigma_t(r) = -\frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{r^2-r_1^2}{2r} \frac{d}{dr} \left(\varepsilon_r(r) + \nu \varepsilon_L(r) \right) + \frac{r^2+r_1^2}{2r^2} \left(\varepsilon_r(r) + \nu \varepsilon_L(r) \right) \right\} + \frac{r^2-(1-2\nu)r_1^2}{2(1-\nu)r^2} p \quad (3.13)$$

3.2 内面除去法

軸方向について、内半径 r_1 から任意の半径 r まで層除去し、内圧 p をかけた時、非除去外表面の歪ゲージに現れる測定歪から計算される応力変化 $\tilde{\sigma}_L(r)$ は (図 6 (a))

$$\tilde{\sigma}_L(r) = \tilde{\sigma}_t(r) + \tilde{\sigma}_{tp}(r) \quad (3.14)$$

層除去による非除去面の応力変化 $\tilde{\sigma}_t(r)$ は $r_1 \leq \rho \leq r$ において

$$\tilde{\sigma}_t(r) = -\frac{2}{r^2-r_2^2} \int_{r_1}^r \rho \sigma_t(\rho) d\rho \quad (3.15)$$

内圧 p による円筒外表面の応力 $\tilde{\sigma}_{tp}(r)$ は

$$\tilde{\sigma}_{tp}(r) = -pr^2/(r^2-r_2^2) \quad (3.16)$$

式 (3.14), (3.15), (3.16) から

$$\tilde{\sigma}_L(r) = -\frac{2}{r^2-r_2^2} \int_{r_1}^r \rho \sigma_t(\rho) d\rho - \frac{r^2}{r^2-r_2^2} p \quad (3.17)$$

第 1 種 Volterra 型積分方程式 (3.17) の解として、軸方向残留応力は

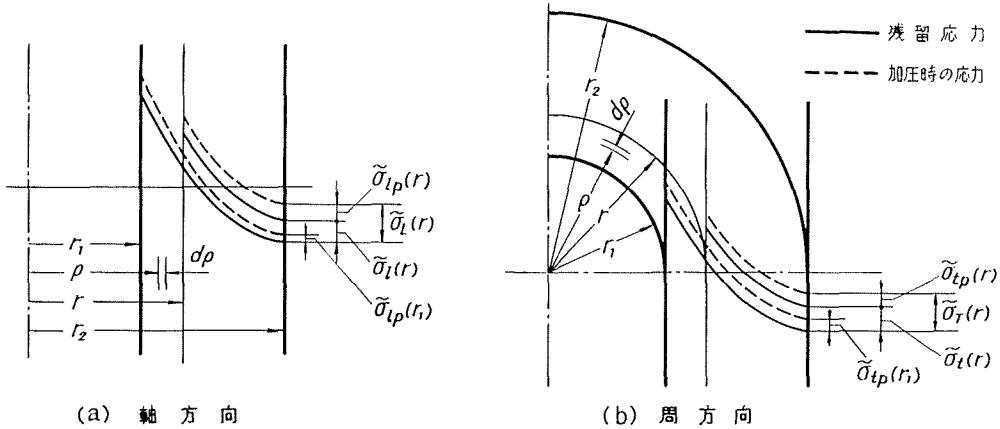


図 6 内面除去法

$$\sigma_t(r) = -\frac{r^2-r_2^2}{2r} \frac{d\tilde{\sigma}_L(r)}{dr} - \tilde{\sigma}_L(r) - p \quad (3.18)$$

ここで、圧力の作用しない外表面の歪 $\varepsilon_L, \varepsilon_r$ と応力 $\tilde{\sigma}_L, \tilde{\sigma}_T$ の関係は

$$\tilde{\sigma}_L(r) = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\varepsilon_L(r) + \nu \varepsilon_r(r) \right), \quad \tilde{\sigma}_T(r) = \frac{E}{1-\nu^2} \left(\varepsilon_r(r) + \nu \varepsilon_L(r) \right) \quad (3.19)$$

従って

$$\sigma_t(r) = -\frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{r^2-r_2^2}{2r} \frac{d}{dr} \left(\varepsilon_L(r) + \nu \varepsilon_r(r) \right) + \left(\varepsilon_L(r) + \nu \varepsilon_r(r) \right) \right\} - p \quad (3.20)$$

周方向について、半径 r まで内層を除去し、内圧 p をかけた時、非除去外表面の歪ゲージに現れる測定歪から求められる応力変化 $\tilde{\sigma}_T(r)$ は (図 6 (b))

$$\tilde{\sigma}_T(r) = \tilde{\sigma}_t(r) + \tilde{\sigma}_{tp}(r) \quad (3.21)$$

層除去による非除去面の応力変化 $\bar{\sigma}_t(r)$ は

$$\bar{\sigma}_t(r) = -2\sigma_r(r) \cdot r^2 / (r^2 - r_2^2) \quad (3.22)$$

内圧 p による外表面の応力 $\bar{\sigma}_{tp}(r)$ は

$$\bar{\sigma}_{tp}(r) = -2pr^2 / (r^2 - r_2^2) \quad (3.23)$$

式 (3.21), (3.22), (3.23) から, 半径方向残留応力は

$$\sigma_r(r) = -\frac{r^2 - r_2^2}{2r^2} \bar{\sigma}_T(r) - p \quad (3.24)$$

式 (3.19) から

$$\sigma_r(r) = -\frac{E}{1-\nu^2} \frac{r^2 - r_2^2}{2r^2} \left(\varepsilon_T(r) + \nu\varepsilon_L(r) \right) - p \quad (3.25)$$

式 (2.26) から, 周方向の残留応力は

$$\sigma_t(r) = -\frac{E}{1-\nu^2} \left\{ \frac{r^2 - r_2^2}{2r} \frac{d}{dr} \left(\varepsilon_T(r) + \nu\varepsilon_L(r) \right) + \frac{r^2 + r_2^2}{2r^2} \left(\varepsilon_T(r) + \nu\varepsilon_L(r) \right) \right\} - p \quad (3.26)$$

4. 結 言

(1) 形状が不安定で, 従来の X 線法及び歪ゲージ法がそのまま適用できない可撓性の大きい円筒の残留応力測定法として, 外面又は内面から薄層を除去し, 適当な内圧を加えて自由な変形を拘束した状態で測定する加圧 X 線法と加圧歪ゲージ法の測定理論を提唱した。

(2) 加圧 X 線法としては, 外面除去外面照射法, 内面除去外面照射法, 外面除去内面照射法, 内面除去内面照射法の 4 法を提唱したが, このうち外面照射法が実用的である。

(3) 加圧 X 線内面照射法によって表面応力を測定する場合には, 照射面は内圧 p が作用して三軸応力状態となっているので, 平面応力状態を仮定した従来の X 線応力計算式で求められる値に $(-p)$ の補正を施さなければならない。

(4) 加圧歪ゲージ法としては, 外面除去法, 内面除去法の 2 法を提唱したが, 何れも実用的である。

(5) 加圧歪ゲージ法の外層除去法においては, 歪ゲージを貼布した内面は内圧 p が作用して三軸応力状態になっているので, 測定歪から応力を算出する際には, 平面応力状態を仮定した従来の応力計算式に $(-p \cdot \nu / (1-\nu))$ の補正項を加えなければならない。

文 献

- 1) G. Scahs: Z. Metallkde., 19 (1927), p. 352.
- 2) 土肥, 鶴飼, 大槻: “電着多層円筒の残留応力測定”. 日本機械学会論文集, 40-329 (昭49-1), p. 132.
- 3) 土肥, 片岡: “直交異方性板の残留主応力測定法—木材平板の残留主応力—”. 日本機械学会論文集, 33-249 (昭42-5), p. 673.
- 4) 土肥, 鶴飼, 大槻: “X 線による多層円筒残留応力測定法”. 日本機械学会論文集, 41-341 (昭50-1), p. 72.