HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	非線形非干渉制御理論による結合炉の制御
Author(s)	辻, 雅司; 小川, 雄一
Citation	北海道大學工學部研究報告, 86, 33-43
Issue Date	1978-02-03
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41448
Type	departmental bulletin paper
File Information	86_33-44.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第86号（昭和53年）

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 86 (1978)

非線形非干渉制御理論による結合炉の制御

辻　雅司*　小川雄一*

（昭和52年8月31日受理）

Application of the Nonlinear Decoupling Theory to the Control of the Coupled Core Reactor

Masashi TSUJI　Yuichi OGAWA

(Received August 31, 1977)

Abstract

In this paper, the decoupling theory for a nonlinear time invariant system is introduced to the power change problem of a coupled core reactor. Application of this theory allows us to deal with the power change problem, the power regulating problem for a system subject to a large perturbation and the improvement problem of dynamic characteristics which can not be treated by the decoupling theory for a linear time invariant system. But, this decoupling theory can not be applied immediately because the theory requires that all state variables are available and, in general, a reactor has some nonmeasurable state variables such as the concentration of the delayed neutron precursor. In this paper, this difficulty is overcome by using the observer theory for a nonlinear system.

From simulated dynamic behaviors of the coupled core reactor having the decoupling controller and observer, it was found that the decoupling controller can control the coupled core reactor in a decoupling manner and give the desired dynamic characteristics of each core and the observer can estimate nonmeasurable state variables with a high convergence rate.

1. はじめに

今日，大型化の傾向にある発電用原子炉，あるいは結合炉のような原子炉において，空間的な効果を持に考慮に入れた制御が，安全面ばかりでなく，これらの原子炉の機能を十分に発揮させる上でも必要である。このような事情に即応した幾かの制御理論の研究が進められてきたが，本稿で取り上げた非干渉制御理論も注目して良い制御理論の一つである。

非干渉制御理論は，Falb, Wolovich[1]らによって，線形時定系に対する非干渉制御の存在性に関する必要十分条件が与えられた以来，より一般的な系，たとえば，線形時変系[2]，遅れ時間を含む系[3]，さらに非線形時定系[4),5]へと理論の拡張が行なわれてきた。

この理論の研究の当初より，この分野の研究者たちによって，多入力多出力系である原子炉の制御へ非干渉制御理論の適用の可能性について示唆されてきた。また事実，すでに線形時定系に関する非干渉制御理論を原子炉，特に結合炉の出力制御に理論的に適用することを試みたとい

* 原子炉工学講座

う数例の報告[6),7),8)]が発表されている。しかし，これらの例は，線形な状態方程式で記述された原子炉へ線形系に関する非干渉制御理論を用いたものであるため，出力変更問題，大きな外乱に対する出力レギュレート問題など等の高度な，しかも原子炉制御の現場では度々必要となる問題を扱うことができず，その応用の分野を大きく制限している。

本稿では，出力変更問題を扱うために非線形状態方程式で記述されている結合炉に，非線形系に関する非干渉制御理論を適用し，結合炉を非干渉的に出力制御することを試みた。非干渉制御理論の結合炉への適用に際しては，全ての状態量が観測できることを前提としているこの理論を直接適用するために，遅発中性子先行核のような直接観測できない状態量を推定するため，非線形に系するオブザーバ理論[10)]を導入した。これらの理論から得られた非干渉制御系とオブザーバを持つ結合炉において，設計どおり非干渉的に出力変更制御が行なわれうることが，ディジタルシミュレイションより確められた。

高中性子束を生産を目的とする実験用原子炉の結合炉に，このような制御理論を適用することは，実験用原子炉などに要求される高度な運転性能を期待することができ，またこのような原子炉を制御するために熟練と経験を要する運転員の負担を大きく減じることになるであろう。

2. 理　　論

2.1 非線形系に関する非干渉制御[5)]

本稿で用いた Greg J. Schoenan らによる非線形系に対する非干渉制御の理論[5)]を以下に簡単に紹介しよう。

考えるべき対象となる系を次のように表わす。

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} &= a(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{u}\\ \boldsymbol{y} &= C(\boldsymbol{x})\end{aligned} \tag{1}$$

ここで，$\boldsymbol{x}$, $\boldsymbol{u}$, $\boldsymbol{y}$ は各々，状態，入力，出力を表わす n, m, m 次元のベクトル，$a(\boldsymbol{x})$, $C(\boldsymbol{x})$ は各々，$\boldsymbol{x}$ の n, m 次元のベクトル関数，$\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})$ は $\boldsymbol{x}$ の $n\times m$ のマトリックス関数を表わすものとする。$a(\boldsymbol{x})$, $C(\boldsymbol{x})$ は状態ベクトル $\boldsymbol{x}$ に関して連続な，あるいは微分可能な区間連続な要素を持っているとする。さらに，全てのベクトルの要素，マトリックス関数は，有限な $\boldsymbol{x}$ に関して有限とする。

そこで次の形をした非線形状態フィードバックを考える。

$$\boldsymbol{u} = f(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{w} \tag{2}$$

$f(\boldsymbol{x})$, $\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})$ は各々 $\boldsymbol{x}$ の，m 次元ベクトル関数，$m\times m$ マトリックス関数を表わすものとする。$\boldsymbol{w}$ は新しい m 次元の入力ベクトルとする。

今後の議論に必要な定義について述べておく。

定義 1

系(1)は，i 番目の出力 y_i が，初期状態 $x^0{}_i$ と入力 w_i のみの関数で表わされるならば，すなわち，y_i が入力 w_1, w_2, …, w_{i-1}, w_{i+1}, …, w_m に関して不変であれば非干渉化されたと定義する。

定義 2

定数 ρ_1, …, ρ_m を

$$\nabla y_i^{(\alpha-1)}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}) \neq \boldsymbol{0} \qquad \alpha = 1,\ 2,\ \cdots,\ m \tag{3}$$

であるような α の最小の値の数とする。但し，すべての α 関して $\nabla y_i^{(\alpha-1)}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})=\boldsymbol{0}$ であるとき，α を 0 としよう。ここで ∇ は

$$\nabla=\left[\frac{\partial}{\partial x_1},\quad \frac{\partial}{\partial x_2},\quad \cdots,\quad \frac{\partial}{\partial x_n}\right]$$

とし，$y_i^{(\alpha-1)}$は出力ベクトル$\boldsymbol{y}$のi番目の要素の時間に関する$(\alpha-1)$次の全微分を表わすものとする。

以上の準備により，非線形系に関する非干渉制御の存在についての定理を述べることができる。

定理1

系(1)が定義されている空間において，$\det \boldsymbol{D}^*(\boldsymbol{x})\neq 0$であるときのみ，系(1)をその空間において非干渉化するm次元のベクトル関数$f^*(\boldsymbol{x})$，$m\times m$マトリックス関数$\boldsymbol{G}^*(\boldsymbol{x})$が存在する。ここで

$$\boldsymbol{D}^*(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\nabla y_1^{(\rho_1-1)}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\\ \nabla y_2^{(\rho_2-1)}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\\ \vdots\\ \nabla y_m^{(\rho_m-1)}\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\end{bmatrix} \tag{4}$$

また$f^*(\boldsymbol{x})$，$\boldsymbol{G}^*(\boldsymbol{x})$は次式によって与えられる。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{G}^*(\boldsymbol{x})&=\ \boldsymbol{D}^{*-1}(\boldsymbol{x})\\ f^*(\boldsymbol{x})&=-\boldsymbol{D}^{*-1}a^*(\boldsymbol{x})\end{aligned} \tag{5}$$

ここで

$$a^*(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\nabla y_1^{(\rho_1-1)}a(\boldsymbol{x})\\ \nabla y_2^{(\rho_2-1)}a(\boldsymbol{x})\\ \vdots\\ \nabla y_m^{(\rho_m-1)}a(\boldsymbol{x})\end{bmatrix} \tag{6}$$

上記の定理1において，$\boldsymbol{D}^*(\boldsymbol{x})$マトリックス関数は，制御に関連した(2)の$f(\boldsymbol{x})$，$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})$に対して不変であり，系の固有の性質のみに依存することに注意すべきである。

制御設計の問題に関して次のことが言える。非線形系(1)へ次のような$f(\boldsymbol{x})$，$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})$をもつ非線形状態フィードバック(2)を加えることによって，系を非干渉化し，かつ非干渉化された各々のサブシステムに対して入出力関係の上で望みの動特性を与えることができる。

$$\begin{aligned}\boldsymbol{G}(\boldsymbol{x})&=-\boldsymbol{D}^*(\boldsymbol{x})\\ f(\boldsymbol{x})&=\ \boldsymbol{D}^*(\boldsymbol{x})\ (R(\boldsymbol{x})-a^*(\boldsymbol{x}))\end{aligned} \tag{7}$$

ここで　$R(\boldsymbol{x})$はi番目の要素として

$$R_i(\boldsymbol{x})=m_{i0}C(\boldsymbol{x})+\sum_{\nu=1}^{\rho_i-1}m_{i\nu}\nabla y_i^{(\nu-1)}a(\boldsymbol{x}) \tag{8}$$

をもつm次元ベクトル関数である。またm_{ij}は適当に選択される定数である。

簡単な計算より，$\nabla y_i^{(\nu)}a(\boldsymbol{x})=y_i^{(\nu+1)}$であり，非干渉化された$i$番目のサブシステムの出力$y_i$は次のように入力$w_i$によって表わされることを示すことができる。

$$y_i^{(\rho_i)}=m_{i0}y_i+m_{i1}y_i^{(1)}+\cdots+m_{i(\rho_i-1)}y_i^{(\rho_i-1)}+w_i,\qquad i=1,\ 2,\ \cdots,\ m \tag{9}$$

すなわち，非干渉化されたi番目のサブシステムは(9)のように表わされ，適当なm_{ij}を選ぶことによって任意の動特性を与えることができる。

この非干渉制御の理論の望ましい点は，対象となる(1)の系が非線形系であっても，(7)のような非線形状態フィードバックの附加により，非干渉化されたサブシステムは，入出力関係にお

いて線形な関係となっている所である。このことは，非干渉化されたサブシステムの制御設計を容易にしている。

最後に，この理論は $m+\sum_{i=1}^{m}(\rho_i-1)=n$ の場合を除いて，非干渉制御系を含む全体の系の安定性を保証することができない点を指摘しておく。したがって，この非干渉制御理論を実際に系に適用する前に，この制御系を含めた全体の系の安定性についてあらかじめ考えておく必要がある。

2.2 非線形系に関するオブザーバ理論[10]

非線形系内に存在する直接観測できない状態量の推定を目的とするオブザーバ理論を紹介しよう。ただし，議論をオブザーバ理論を適用しようとする非線形系を記述する非線形状態方程式に表われる非線形項が，観測できる状態量のみで表わすことができる場合に限ろう。この理論は，上記の特殊な場合に限らず，より一般的な場合にも適用できる。この特殊な場合においては，オブザーバの収束性がいつも保証されている。

次の直接観測できない状態を含む非線形系を考える。

$$\dot{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+f_1(\boldsymbol{y}')+f_2(\boldsymbol{u}) \tag{10}$$

ここで $\boldsymbol{x}$ は n 次元状態ベクトル，$\boldsymbol{A}$ は $n\times n$ マトリックス，f_1 は n 次元の $\boldsymbol{y}'$ の非線形ベクトル関数，f_2 は n 次元の $\boldsymbol{u}$ に関するベクトル関数，$\boldsymbol{y}'$ は n' 次元の観測できる状態量から成る状態ベクトルとする。但し $\boldsymbol{y}'$ と $\boldsymbol{x}$ の間には次のような関係があるものとする。

$$\boldsymbol{y}'=\boldsymbol{H}\boldsymbol{x} \tag{11}$$

ここで $\boldsymbol{H}$ は $n'\times n$ マトリックスとする。

系(10)には結局 $n-n'$ 個の観測されない状態量が含まれており，これらを観測するために次のようなオブザーバを考える。

$$\dot{\boldsymbol{z}}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{z}+g_1(\boldsymbol{y}')+\boldsymbol{K}\boldsymbol{y}'+g_2(\boldsymbol{u}) \tag{12}$$

ここで $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{K}$ は各々 $(n-n')\times(n-n')$, $(n-n')\times n'$ マトリックス，g_1, g_2 は $(n-n')$ 次元のベクトル関数とし，設計によって適当に決定されるものである。$\boldsymbol{z}$ はオブザーバの出力で，これより状態ベクトル $\boldsymbol{x}$ を推定する。

そこで，もし次のような関係が成り立つような $(n-n')\times n$ マトリックス $\boldsymbol{T}$ が存在するとき

$$\boldsymbol{T}\boldsymbol{A}-\boldsymbol{P}\boldsymbol{T}=\boldsymbol{K}\boldsymbol{H} \tag{13}$$

$$\boldsymbol{T}f_1(\boldsymbol{y}')=g_1(\boldsymbol{y}') \tag{14}$$

$$\boldsymbol{T}f_2(\boldsymbol{u})=g_2(\boldsymbol{u}) \tag{15}$$

$n-n'$ 次元のオブザーバ出力 $\boldsymbol{z}$ と観測可能な n' 次元の $\boldsymbol{y}'$ とを次のように結びつけることができる。

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{z}\\ \cdots\\ \boldsymbol{y}'\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{T}\\ \cdots\\ \boldsymbol{H}\end{bmatrix}\hat{\boldsymbol{x}}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{e}\\ \cdots\\ \boldsymbol{o}\end{bmatrix}\quad t\to\infty:\ \boldsymbol{e}\to\boldsymbol{o} \tag{16}$$

したがって状態ベクトルの推定値 $\hat{\boldsymbol{x}}$ は次のように与えることができる。

$$\hat{\boldsymbol{x}}=\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{z}+\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{y}' \tag{17}$$

ただし，$\boldsymbol{L}_1$, $\boldsymbol{L}_2$ は次の関係を満足する $n\times(n-n')$, $n\times n'$ マトリックス。

$$[\boldsymbol{L}_1\ \vdots\ \boldsymbol{L}_2]=\begin{bmatrix}\boldsymbol{T}\\ \cdots\\ \boldsymbol{H}\end{bmatrix}^{-1} \tag{18}$$

(17)式で推定された状態ベクトル $\hat{\boldsymbol{x}}$ は，対象としていた系(10)に含まれる状態量の全てを推定したものであるから，オブザーバによって推定しようとした直接観測できない状態量に対応

するものを $\hat{x}$ より選び出す必要がある。

オブザーバの構造を決定する未知の要素より成る $\boldsymbol{T}$, $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{K}$ マトリックスは，一般にそれらの未知の要素の数がこれらを関係づける代数方程式の数よりも多いため，一意に決定されない。したがって，オブザーバの設計という問題が生じる。設計に限しては，オブザーバが安定に作動し，その収束が事情が許す限り速くなるようにし，加えて構造も簡単であるように，それらの未知の要素が決定される。

3. 非干渉制御系とオブザーバの設計

3.1 結合炉の非干渉制御

結合炉のモデルとして，定常値よりの変動が下記のような関係式で記述できる2つの core から成るものを用いた。非線形効果は，反応度が炉心温度と制御棒位置に依存している事より生じる。これらの状態の変動が微小である場合は，一般に線形近似で十分であるが，本稿では出力変更問題を考えているので，非線形項を保存しておかなければならない。

$$
\begin{aligned}
\dot{x}_i &= \left(\frac{-\gamma_{ii}-\beta_i}{\Lambda_i} - \frac{a_i}{\Lambda_i}\, x_{i+4} + \frac{1}{\Lambda_i}\, x_{i+6}\right) x_i + \frac{\gamma_{ij}}{\Lambda_j}\, x_j \\
&\quad + \lambda_i\, x_{i+2} + \frac{a_i\, x_i^0}{\Lambda_i}\, x_{i+4} + \frac{x_i^0}{\Lambda_i}\, x_{i+6} \\
\dot{x}_{i+2} &= \frac{\beta_i}{\Lambda_i}\, x_i - \lambda_i\, x_{i+2} \\
\dot{x}_{i+4} &= l_i\, x_i - m_i\, x_{i+4} \\
\dot{x}_{i+6} &= x_{i+8} \qquad\qquad i,\ j=1,\ 2,\ i\neq j \\
\dot{x}_{i+8} &= u_i - \alpha_i\, x_{i+8}
\end{aligned}
\tag{19}
$$

ただし　x_i ; Core i の中性子出力

x_{i+2}; Core i の遅発中性子先行核密度

x_{i+4}; Core i の炉心温度

x_{i+6}; Core i の印加反応度

x_{i+8}; Core i の制御棒挿入速度

u_i ; Core i の制御棒駆動装置の入力　　$i=1,\ 2$

また上式で用いた各パラメータはそれぞれ次のものを表わす。

γ_{ij}; Core j から i への結合係数

γ_{ii}; Core i の自己結合係数

β_i; Core i の遅発中性子発生比率

Λ_i; Core i の即発中性子寿命 (sec)

λ_i; Core i の遅発中性子先行核の崩壊定数 (/sec)

x_i^0; Core i の初期定常出力値 (Mw)

a_i; Core i の反応度の温度係数 (/deg)

l_i; Core i の出力から温度へのフィードバック係数 (deg/Mw･sec)

m_i; Core i の熱除去係数 (/sec)

α_i; Core i の制御棒駆動装置の時定数の逆数 (/sec)

非干渉したい出力は core 1, 2 の中性子出力とし，各々の core の遅発中性子先行核密度は直接観測できないものとしオブザーバによって推定されるものとする。

ここで計算の便宜上，上記の方程式を式のようにベクトルの型で書かれたものに変換する。すなわち

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{x}} &= a(\boldsymbol{x})+\boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\,\boldsymbol{u}\\ \boldsymbol{y} &= C(\boldsymbol{x})\end{aligned} \tag{20}$$

まず，非干渉制御に関する計算を**定義2**で定義された ρ_1, ρ_2 の決定より始める。$y_1=x_1$ であるから。

$$\nabla y_1\boldsymbol{B}=\nabla x_1\boldsymbol{B}=[0,\ 0]$$

$$\nabla \dot{y}_1\boldsymbol{B}=\nabla \dot{x}_1\boldsymbol{B}=[0,\ 0]$$

$$\nabla \ddot{y}_1\boldsymbol{B}=\nabla \ddot{x}_1\boldsymbol{B}=\left[\frac{a_1}{A_1}(x_1^0+x_1),\ 0\right]\neq[0,\ 0]$$

となり，定義より $\rho_1=3$ が得られる。$y_2(=x_2)$ にも同様な計算を行うと，$\rho_2=3$

$$\nabla \dddot{y}_2\boldsymbol{B}=\left[0,\ \frac{b_2}{A_2}(x_2^0+x_2)\right]\neq[0,\ 0]$$

という結果が得られる。したがって $\boldsymbol{D}^*(\boldsymbol{x})$ マトリックスを(4)式に従って構成すると

$$\boldsymbol{D}^*(\boldsymbol{x})=\begin{bmatrix}\dfrac{b_1}{A_1}(x_1^0+x_1), & 0\\ 0 & \dfrac{b_2}{A_2}(x_2^0+x_2)\end{bmatrix} \tag{21}$$

となり，$(x_1^0+x_1)=0$, あるいは $(x_2^0+x_2)=0$ とならない限り正則であり，定理1より非干渉制御が可能であることが判る。非干渉制御に必要な非線形フィードバックは，(6), (7), (8)式によって計算を行うと得られる[9]。非干渉化された各々のサブシステムは，次のような3次の微分方程式で表わされる。

$$\dddot{y}_i-m_{i2}\,\ddot{y}_i-m_{i1}\,\dot{y}_i-m_{i0}\,y_i=w_i \qquad i=1,\ 2 \tag{22}$$

このような方程式で記述されるサブシステムにおける入力と出力の伝達関数の極を P_{ij}, $j=1,\ 2,\ 3$ とすれば，$m_{i2}=P_{i1}+P_{i2}+P_{i3}$, $m_{i1}=-(P_{i1}P_{i2}+P_{i2}P_{i3}+P_{i3}P_{i1})$, $m_{i0}=P_{i1}P_{i2}P_{i3}$ という根と係数の関係より，適当な極を選ぶことによって任意の動特性を与えることができる。今回の計算では，単位入力 w_i によって中性子出力が約1分で30 Mwから40 Mwへ上昇できるように極を，-0.01, -3.0, -4.0 と選んだ。

最後に，前章でも述べたように $m+\sum_{i=1}^{m}(\rho_i-1)=6\neq 10(=n)$ であるから，以上のように設計された非干渉制御系を持つ結合炉の安定性について調べておく必要がある。しかし，非干渉制御に要する制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ は非常に複雑な非線形性を有しているため，このような制御系を持つ結合炉の安定性解析を従来用いられている Liaponov や Popov 等の方法を用いて行うのは事実上困難である。そこで，本稿では安定性の問題について次のように考えた。

結合炉を記述する方程式の中で中性子出力に関するもののみに非線形項が含まれるが，中性子出力は，非干渉制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ によってその動特性が(22)式のように非常に簡単な線形方程式に表わされるようになり，かつ適当な m_{ij} を選択し，任意に安定な極を与えるようにすることによって安定化できる。また遅発中性子先行核密度，炉心温度等を記述する方程式から，中性子出力が安定であり，またフィードバックの効果が負に働く限り，これらの状態量も安定であることが判る。このことより，結合炉は非干渉制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ によって安定に非干渉制御されることが可能であると言える。最後に残された問題は，非干渉制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ は実現可能なものであるかという問題で

ある。すなわち，非干渉制御を行い，かつ非干渉化された中性子出力が安定な動特性を持つようにする $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が非現実的な制御系によってしか実現できないならば，このような制御が見かけ上結合炉を安定に非干渉制御を行っているものの実際は実行不可能である。したがって非干渉制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ は制御として許容できるものでなければならない。

非干渉制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ は直接中性子出力に作用するのではなく，制御棒駆動装置に対する入力となっており，中性子出力はこの制御棒の作動によって非干渉制御を受けている。中性子出力を記述する(19)式を見ると，炉心温度の反応度に対する寄与は負側に働いており(式ではパラメータで与えているが後に寄与が負側に働くように与えられる)，また炉心温度，その他の状態量も安定な動特性を持っているため，中性子出力が安定に非干渉制御を受けていることは，制御棒が現実的に工学的に適当な作動をしている結果と考えられる。同時に，制御棒にそのような動作を行なわせている非干渉制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ も妥当なものであり，前述の意味で制御として許容できるものであると言える。

以上の議論より，中性子出力の動特性が安定になるように適当な m_{ij} を選ぶ限り，制御として許容できる $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ によって，結合炉を安定に非干渉制御が可能であることが判った。

3.2 オブザーバの設計

直接観測できる状態量は，遅発中性子先行核密度を除いた全てであるから(11)式の $\boldsymbol{H}$ マトリックスは10×10の単位マトリックスから3, 4番目の行を除いた8×10マトリックスとなる。さて，オブザーバの設計は，(19)式によって表わされる結合炉を(10)式のような線形，非線形，外力項に分けて表わすことより始める。この系(10)に対するオブザーバは(12)式のように表わされ，(13)～(15)の関係を用いて，未知の要素から成るマトリックス $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{T}$ を決定しなければならない。オブザーバの次元は2であるから，マトリックス $\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{T}$ は，それぞれ2×2, 2×8, 2×10のマトリックスである。したがって，$\boldsymbol{P}$, $\boldsymbol{K}$, $\boldsymbol{T}$ マトリックスを関係づける(13)式において40個の未知数に対して20本の代数方程式しか存在しないから，これらの要素は一意には求まらず任意性がある。本稿では，これらの要素の決定には，**2.2**で述べられた事柄を考慮して，オブザーバの固有値が -11λ (λ; 遅発中性子先行核の崩壊定数) であるように行なった。得られた結果の一部を以下に示す。

$$\boldsymbol{P}=\begin{bmatrix} -11\lambda, & 0 \\ 0 & , \quad -11\lambda \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix} -2.5, & -2 & , & 0.25, & 0.2 & , & 0, & \cdots, & 0 \\ -2.0, & -0.2, & 0.2 & , & 0.25, & 0, & \cdots, & 0 \end{bmatrix}$$

また得られた $\boldsymbol{T}$ より，$g_1(\boldsymbol{y}')$, $g_2(\boldsymbol{u})$ が次のように求めることができる。

$$g_1(\boldsymbol{y}')=\boldsymbol{T}f_1(\boldsymbol{y}')$$

$$g_2(\boldsymbol{u})\ =\boldsymbol{T}f_2(\boldsymbol{u})=\boldsymbol{O}$$

以上によってオブザーバの設計が終った。状態ベクトルの推定 $\hat{\boldsymbol{x}}$ は(17)のように表わされるが，興味があるのは直接観測できない遅発中性子先行核密度であるから，$\hat{\boldsymbol{x}}$ の3, 4番目の要素だけに注目すれば良い。したがって遅発中性子先行核密度の推定は次式によって行なわれる。

$$\begin{bmatrix} \hat{x}_3 \\ \hat{x}_4 \end{bmatrix}=\boldsymbol{L}_1\boldsymbol{z}+\boldsymbol{L}_2\boldsymbol{y}'$$

ここで

$$L_1=\begin{bmatrix}11.11, & 8.89\\ 8.89, & 11.11\end{bmatrix},\qquad L_2=\begin{bmatrix}1.0, & 0, & \cdots, & 0\\ 0, & 1.0, & \cdots, & 0\end{bmatrix}$$

4. シミュレイション

計算は，結合炉の各パラメータを次のようなものを用いて行なった。

$$\beta=0.049\quad,\quad a=0.001/\mathrm{deg},\quad \lambda=0.44/\mathrm{sec}$$
$$x^\circ=30\ \mathrm{Mw}\quad,\quad \Lambda=0.0001\mathrm{sec},\quad \gamma=0.018$$
$$l=10\ \mathrm{deg/(Mw\cdot sec)},\quad \alpha=14.0/\mathrm{sec}\quad,\quad m=10.0/\mathrm{sec}$$

まず最初に，非干渉制御系を用いない場合で，core 1 の制御棒駆動装置へのみ単位入力の電気信号を加えたときの，core 1，core 2 の中性子出力の挙動を図 1 に示す。明らかに core 2 に core 1 よりの中性子の洩れによる影響が顕著に表われている。

このような結合炉に，計算より得られた非干渉制御系を導入する。但し，今の所，オブザーバは導入しておらず，すべての状態量は観測されているとする。この制御系の入力は電気信号 w_i で，出力は各々の core の制御棒駆動装置への電気信号 u_i とする。図 2～図 4 は，core 1 に入力 w_1 のみにステップ状の単位入力を投下し，core 2 には何らの入力も加えない場合の core 1, 2 の中性子出力，印加反応度，制御棒駆動装置への信号 u_i の挙動を示した。これらの図より，w_1 は core 2 の中性子出力に何らの影響も与えていなく，非干渉制御が設計どおり行なわれていることが判る。すなわち，core 1 の出力の上昇による影響を打ち消し，core 2 の出力が一定に保つように core 2 の制御棒が挿入されているのが見られる。次に，core 1 に単位入力 w_1 を加えた後 5 秒後に core 2 に単位入力 w_2 を加えた場合について図 5～図 7 に示した。この場合も良く非干渉制御が行なわれていることが判る。

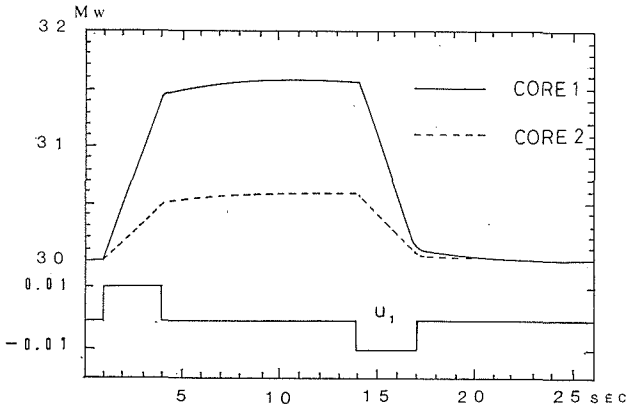

図 1 The dynamic behaviours of the power levels of each core without the decoupling controller when only the step input u_1 is applied.

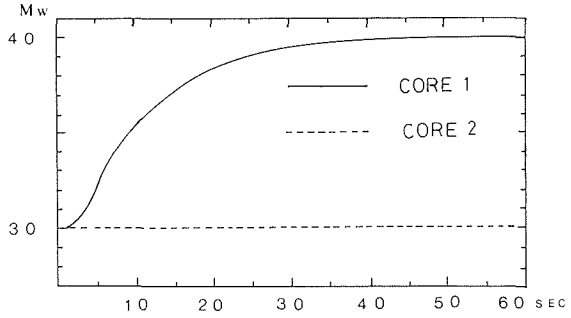

図 2 The dynamic behaviours of the power levels of each core with the decoupling controller when the unit step input w_1 is applied but w_2 remains zero (case I).

これらの 2 つの場合の制御棒駆動装置への入力 u_i の図において，全体的には滑らかではあるが局所的にかなり変動しているのが

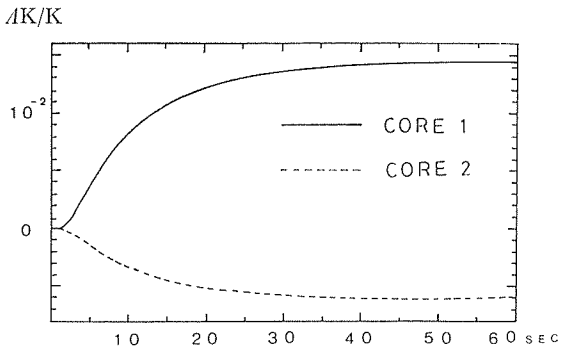

図3 Reactivity inputs of each core in the case I.

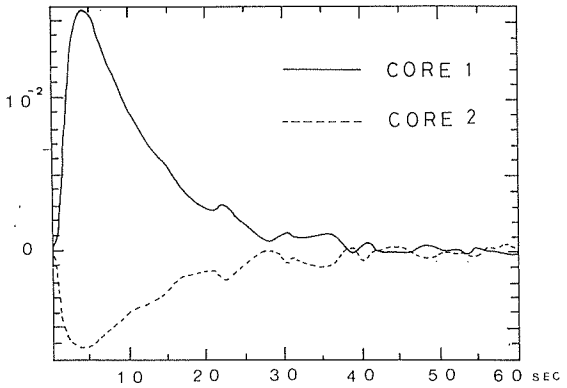

図4 Inputs to the control rod drivers of each core in the case I.

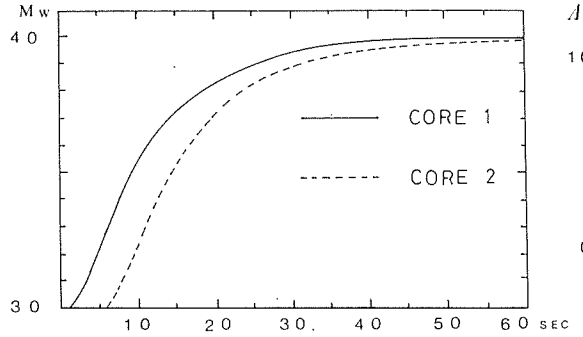

図5 The dynamic behaviours of the power levels of each core with the decoupling controller when the unit step input w_1 is applied and after 5 second, the unit step input w_2 is appllied (case II).

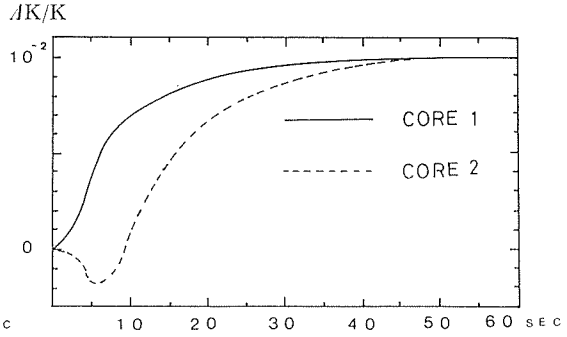

図6 Reactivity inputs of each core in the case II.

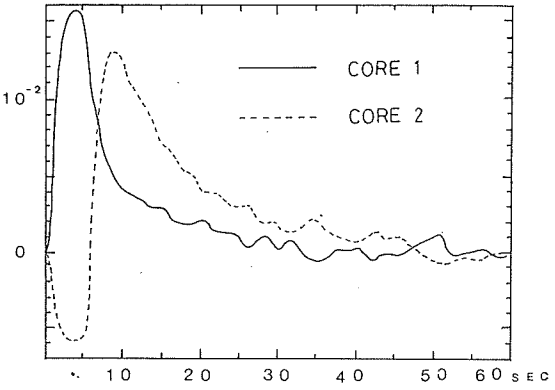

図7 Inputs of the control rod drivers of each core in the case II.

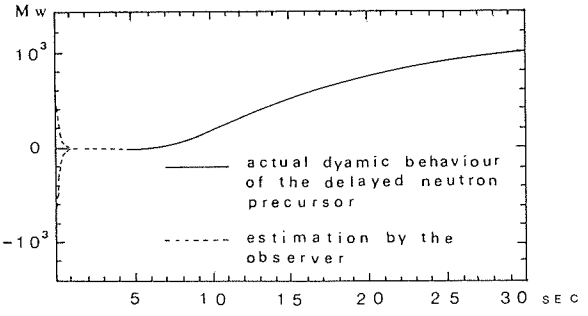

図8 Convergence of the Observer from various initial condition.

見られる。結合炉の各状態量が定常値に近づくにつれて，u_i は0に漸近していかなければならないが，特にこの部分で0を中心に変動している。この原因は，u_i は(7)式に示すように非常な複雑な式に従っての演算の結果0となるために，この演算の過程においてディジタル計算機のまるみの誤差が生じるのを避けることができないためと考えられる。これらの変動が比較的小さければ，中性子出力における影響は今回の場合のように無視できるが，大きくなると中性子出力に変動を起こさせる危険性がある。あとでも述べるように実際に非干渉制御を行うのはアナログ制御系で行なわれアナログ制御系は今回 u_i を計算するために用いたディジタル計算ほどは精度が良くないため，非干渉制御の実際の適用に際しては，この種の問題が重要となってくるであろう。

今までの計算は，全ての状態量が観測できるものとして行ったが，実際には core 1, 2 の遅発中性子先行核密度は直接観測できない。この状態量を推定するために前章で得られたオブザーバを導入し，その収れん特性を図8に示す。オブザーバのいずれの初期値においても1秒以内で観測すべき状態量へ収束することが示されている。

オブザーバを導入した場合についてもう一度上記と同じ制御を行なうと図2～図7に示された挙動と全く一致する結果が得られた。

以上の計算より，非線形方程式で記述される結合炉を，オブザーバの助けを借りた非線形状態フィードバックによる非干渉制御が実行可能であることが確められた。

5. おわりに

本論文は，結合炉を表わすモデルを簡単にするために，結合係数が出力変更の間においても一定であり，制御棒位置と印加反応が比例の関係にあると仮定し，core と core 間の通常減速材より成っている buffer 領域の影響を考慮に入れなかったが，これらの効果が微分可能な連続関数によって表現できるならば，計算が複雑になる点を除いて，本稿と同様な議論を進めて行くことができ，本稿の議論は一般性を失なっていないと考えられる。

これまで述べられてきた非干渉制御は，非線形状態フィードバックによる閉ループ制御であった。しかし，非干渉制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ が解析的，あるいは数値的に時間の関数としてあらかじめ解くことができるならば，この結果を対象となる系に加えることによって開ループ制御による非干渉制御も可能である。事実，(19)式で与えられている結合炉モデルにおいて，非線形微分方程式によって記述されている中性子出力は非干渉制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ によって(22)式のような非常に簡単な線形微分方程式で表わすことができ，m_{ij} を与えるとこの方程式を他の状態量に関係なく単独に解くことができる。解いた結果を遅発中性子先行核密度，炉心温度を表わす微分方程式内に存在する中性子出力の項に代入すれば，これらの状態量も簡単に解くことができる。またこれらの結果を非干渉制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ を表わす(7)式に代入し，これと制御棒駆動装置の作動を記述する方程式と連立させることによって非干渉制御 $\boldsymbol{u}(t)$ を解くことができる。非干渉制御 $\boldsymbol{u}(t)$ が解析的に解けない場合，非線形状態フィードバックによる非干渉制御をあらかじめディジタルミシュレイションしておき，得られた結果を非干渉制御 $\boldsymbol{u}(t)$ として用いるのも可能であると考える。

開ループ制御による非干渉制御は，本稿で用いたような特別な非線形状態フィードバックによる非干渉制御系，あるいは直接観測できない状態量の推定のためのオブザーバなども必要なく比較的簡単な制御系で行なえるが反面，系の外乱に対して対処できない欠点を持っている。

本稿で用いた非干渉制御系はアナログ制御系であったことに注意すべきである。非干渉制御は前にも述べたように精度の高い演算が要求され，また原子炉を記述する方程式が複雑になるほど複雑な演算が要求される。他方，アナログ機器は本質的に高い演算精度は望めなく，その構造

が複雑につれて増々高い演算精度が期待できない。したがって，原子炉を完全に記述しようとする試みと，そのアナログ非干渉制御系の演算精度を上げようとすることは相矛盾する。

この問題に対処する一つの方策として，アナログ制御の代りに，高い演算精度が望めるディジタル制御 (DDC) の導入を計ることが考えられる。すなわち，精度の高い計算が要求される非干渉制御 $\boldsymbol{u}(\boldsymbol{x})$ をディジタル計算機によって計算し，これを制御として用いるものである。このためには，離散系に関する非干渉制御の理論が必要となる。線形離散系の非干渉制御理論は，線形時定系の非干渉制御理論より容易に導出できるが，ディジタル計算機の高い演算能力を十分に発揮させる上で，より高度な問題を扱うことのできる非線形離散系に関する非干渉制御理論を開発することが今後望まれるであろう。DDC の制御性から見た矛軟な高い制御能力，また日進月歩のディジタル計算機の開発によるコストの低下などから，非干渉制御へのアプローチとして，DDC の導入を計ることは，極めて有望な方策の一つと考えられる。

非干渉制御理論の結合炉への実際の応用によって蓄積される技術や経験は，大型原子炉の領域制御に直接用いることができるであろう。大型原子炉で問題となると思われる出力の方位角方向の空間変動と，それに付随する Xe 振動等に対する制御に，他の領域に影響を与えずに制御が行なえるという利点を持つ非干渉制御理論の適用は，この種の制御において有力な方式の一つと思われる。非干渉制御の大型原子炉への実際の適用に際しては解決しなければならない多くの問題があり，今後より一層，非干渉制御の実行に即した研究というものが必要となるであろう。

参 考 文 献

1) Falb, P. L. and Wolovich, W. A.: IEEE Trans. Auto. Contr. AC-12 (1969), No. 6, p. 651.
2) Viswanadham, N. and Taylor, J. H.: Int. J. Contr., Vol-17 (1973), No. 4, p. 869.
3) Tzafestas, S. G. and Paraskevopoulos, P. N.: Int. J. Contr., Vol-17 (1973), No. 2, p. 405
4) Majumdan, A. K. and Choudhury, A. K.: Int. J. Contr., Vol-16 (1972), No. 4, p. 705.
5) Schoenau, G. J. and Limbert, D. E.: Pre. Prints Tech. Papars Joint Autom. Contr. Conf. Am. Autom. Contr. Counc., 140 (1973), p. 65.
6) Raju, G. V. S. and Stelzer, M. A.: IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-17 (1970), No. 1, p. 541.
7) Raju, G. V. S. and Fadra, U. G.: IEEE Trans. Nucl. Sci., NS-20 (1973), No. 1, p. 668.
8) 辻 雅司・小川雄一：北海道大学工学部研究報告，第 78 号 (昭和 51 年), p. 107.
9) Tsuji, M. and Ogawa, Y.: J. Nucl. Sci. Technol., Vol-14, No. 12 (1977).
10) Thau, F. E.: Int. J. Contr., Vol-17 (1973), No. 3, p. 471.