HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	旋削における自励びびり振動の発生限界
Author(s)	五十嵐, 悟; 福田, 彰
Citation	北海道大學工學部研究報告, 87, 85-95
Issue Date	1978-06-05
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41461
Type	departmental bulletin paper
File Information	87_85-96.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第87号 (昭和53年)

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University No. 87 (1978)

旋削における自励びびり振動の発生限界

五十嵐 悟* 福田 彰**

(昭和52年9月30日受理)

Stability Limits of Regenerative Chatter in Turning

Satoru IGARASHI Akira FUKUDA

(Received September 30, 1977)

Abstract

Stability limits of self-excited regenerative chatter in turning are investigated. A method by which stability limits of regenerative chatter can be predicted theoretically while taking into account the variations of the cutting parameters during cutting is presented. It is assumed in analysis that static (steady state) cutting force equations can be used for dynamic cases when instantaneus values are adopted as the cutting parameters in the equations.

In order to show the validity of this approach, a tool-holder flexible in only one direction is manufactured, and stability charts calculated by applying the method to this simplified tool system are compared with those obtained from experiments in which the end of a tubular steel workpiece is cut using this tool-holder. The data necessary for numerical calculation of stability limits are prepared from steady state quasi-orthogonal cutting tests of steel.

Agreement between theoretical and experimental results is good, and thus the validity of the method presented is confirmed.

1. 緒 言

切削作業中工作機械に発生する振動はびびり振動（あるいは単にびびり）と呼ばれ，加工精度を低下させ，仕上面あらさと工具の損耗を増大させる作業上好ましくない現象の一つである。びびり振動には，工作機械各部の不つり合いや，歯車のかみ合い不良などに基づく周期的な強制外力が原因となって起る強制びびり振動と，振動自体が起振力発生の原因となり，振動系にエネルギーを取り入れて持続する自励びびり振動とがある。この内強制びびり振動は，比較的容易にその原因をつきとめてこれを取り除いたり，あるいは防振対策を立てることができる。一方，自励びびり振動は，強制びびり振動に比較して振幅が大きく，またその発生原因は複雑であって防振対策が難しい。通常の切削作業はびびり振動の発生しない条件の下で行なわなければならないから，自励びびり振動を防止あるいは抑制する方法の研究と共に，自励びびり振動の発生限界を正確に予測する方法の研究が必要となる。

* 精密工学科 精密機器学第二講座
** 沖電気 (株)

自励びびり振動の発生限界については，Merritt[1] が線型理論に基づいて再生効果を伴う場合の解析の基礎づけを行なって以来，Das, Tobias[2] や Knight[3),4)] 等によって解析が行なわれている。これらの解析結果は，実験結果と定性的には一致するが，定量的に満足できる精度で一致するには到っていない。切削中に工具—被削材間に相対運動が起ると切削パラメータが変動し，したがって切削抵抗が変動する。自励びびり振動は，その結果，切削過程から振動系にエネルギーを取り入れて持続する振動であるから，その発生限界の解析に当っては，工具と被削材が相対運動している場合の動的切削抵抗を如何に表わすかが重要である。しかし，従来の解析では，工具—被削材間の相対運動に伴う切削パラメータの変動を充分に考慮しているとはいえず，このことが理論値と実験値が一致しない主な原因の一つと考えられる。すなわち，従来の解析では切削パラメータの変動のうち，切込みと切込速度の変動だけが考慮されているにすぎない。ところが工具—被削材間に相対運動が起れば，すくい角と切削速度も変動し，切削条件によってはこれらの変動がびびり振動の発生限界に大きな影響を与えるはずである。

本報告では，切削パラメータとして切込みおよび切込速度の外に，すくい角と切削速度をとり，切削中のこれらパラメータの変動を考慮してびびり振動の発生限界を求める計算式を導く。解析に当って，静的な切削抵抗式の切削パラメータに瞬間値を用いれば，動的な切削抵抗式が得られると仮定する。また，この解析方法が有効であることを確かめるために，びびりの発生し易い工具系を構成し，この工具系についてびびり振動の発生限界を与える切削幅（限界切削幅）を上記の計算式を使って数値計算によって求め，一方，この工具系を用いて鋼の二次元切削を行ない限界切削幅の実験値を求めて両者を比較する。

2. 自励びびり振動の発生条件

与えられた切削条件の下で自励びびり振動が発生するかどうかを調べる方法として，従来系の平衡点が微小な外乱に対して動的に安定であるかどうかを調べる方法がとられてきた。すなわち，平衡点の近傍の微小運動を仮定して系を線型化し，この線型系の動的不安定条件を自励びびり振動の発生条件とする方法である。したがって，この方法では，系の非線型性に基づく現象，例えば，平衡点が微小な外乱に対して安定であっても，ある程度大きな外乱が作用したときにびびり振動が発生する現象[5] などは説明できない。しかし，通常の旋削作業では，一定の切削条件の下で連続的に切削が行なわれており，特殊な場合を除けば大きな外乱が作用することはないので，上述の線型系の解析が有効である。本報告でもこの解析方法を採用する。

説明を簡単にするために，二次元切削の場合を考え，工具—被削材間の相対変位は工具系の変位によるものとし，工具系を一自由系と仮定する。系の運動方程式は次式で表わされる。

$$m\ddot{x}+f(x,\dot{x})=-dF_x \tag{2-1}$$

ここで，x は平衡位置から測った工具刃先の切込方向への変位，m は工具系の有効質量であり，dF_x は工具—被削材間の相対運動による切削抵抗の変動分の x 方向成分を表わす。負の符号は dF_x の正の向きが x の正の向きと逆であることを示す。また，・は時間微分を表わす。変位 (x) と速度 $(\dot{x})$ の関数 $f(x,\dot{x})$ は工具系の特性によってその関数形が決まるものとする。切削抵抗は切削パラメータ（切込み (s), 切削速度 (V) 等）の関数であるから，変動分 (dF_x) は切削パラメータの変動 $(ds,\ dV$ 等$)$ によって表わされる。一方，切削パラメータの変動は，工具と被削材の相対運動によって生じるから，dF_x は結局 $x, \dot{x}$ 等の関数となる。パラメータの変動の内切込みの変動 (ds) は $x-\mu x_\tau$ で表わされる。ここで，$x_\tau=x(t-\tau)$ は前回（τ だけ前の時刻）の切削での変位であり，$\mu(0\leqq\mu\leqq1)$ は重畳係数と呼ばれ，現在の切削と前回の切削跡の重なりの程度（前歴効果

の大小) を表わし，切削方式によって決まる定数である。$\mu=0$ の場合に発生するびびり振動を再生効果（前歴効果）を伴なわないびびり (Primary Chatter)，$\mu\neq0$ の場合に発生するびびり振動を再生びびり (Regenerative Chatter) と呼ぶ。本報告では後者を扱う。

$f(x, \dot{x})$, dF_x を x, $\dot{x}$, x_τ の一次の微小量で近似し，式 (2-1) を線型化すれば次式を得る。

$$m\ddot{x}+C\dot{x}+K_1x+K_2x_\tau=0 \tag{2-2}$$

ここで，C, K_1, K_2 は切削パラメータの関数である。式 (2-2) で表わされる系の動的安定限界，すなわち，自励びびり振動の発生限界は，系の全減衰 ($C\dot{x}+K_2x_\tau$ によって決る) が 0 となる切削条件によって与えられる。したがって，C, K_2 が切削パラメータによってどのように表わされるかを知ることが必要であり，そのためには，切削抵抗の変動分を切削パラメータの変動を適切に取り入れて表現する必要がある。本章では，まず，これらのパラメータの変動を充分に考慮した切削抵抗式を導き，次に，この抵抗式を用いて自励びびり振動の発生限界を求める方法について述べる。

2-1 切削抵抗式の導出

切削モデルとしてせん断面切削モデルを採用し，図 2-1 に示すように座標系をとり，振動は xy 平面内で起るものとする。解析に当って次の仮定をおく。

1) 切りくずは流れ型である。
2) 切削抵抗はせん断面面積に比例する。
3) 切削抵抗は，切削幅 (w)，切込み (s)，切込速度 ($\dot{r}$)，すくい角 (α)，切削速度 (V) の関数とする。
4) 工具と被削材は切削中に離れることがない。
5) 工具逃げ面と切削面の間の干渉はない。
6) 構成刃先は存在しない。

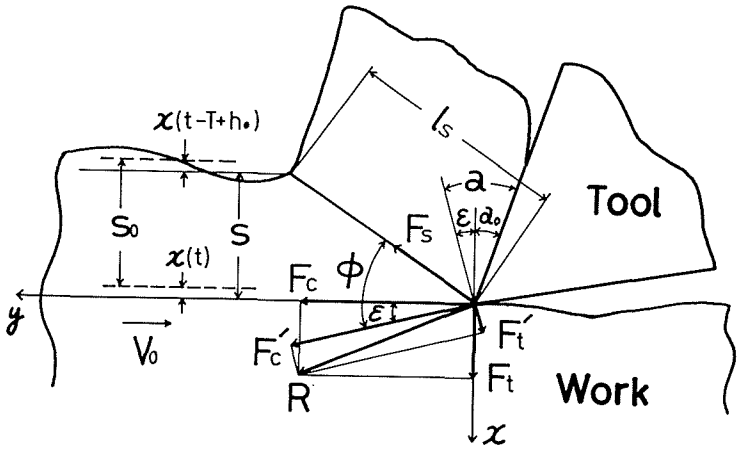

図 2—1 切 削 モ デ ル

仮定 3) から切削抵抗 F_s は次式で表わされる。

$$F_s=\tau_s w l_s \tag{2-3}$$

ここで，τ_s はせん断面せん断応力，w は切削幅，l_s はせん断長さである。瞬間切削方向，およびこれに垂直な方向の分力を，それぞれ F_c', F_t' とすれば，

$$F'_c = K_c w l_s \tag{2-4}$$

$$F'_t = K_c w l_s \tan(\beta-\alpha) \tag{2-5}$$

と表わされる。ここで，βはすくい面摩擦角，αはすくい角であり，K_c, l_sはそれぞれ，

$$K_c = \frac{\tau_s \cos(\beta-\alpha)}{\cos(\phi+\beta-\alpha)}, \qquad l_s = \frac{s}{\sin(\phi-\varepsilon)}$$

で与えられる。ここで，ϕはせん断角，sは切込み，εはy方向（相対運動がない場合の切削方向）と瞬間切削方向の間の角度である。工具と被削材の間の相対変位が小さいとして，$\varepsilon=\tan^{-1}(\dot{x}/V)\simeq\dot{x}/V$を考慮すれば，$y$方向および$x$方向の切削抵抗の成分は次式で表わされる。

$$F_c = F'_c - \varepsilon F'_t \tag{2-6}$$

$$F_t = F'_t + \varepsilon F'_c \tag{2-7}$$

いま，振動を伴なわない静切削時のパラメータの値に添字0をつけ，振動切削時のパラメータの値を$s=s_0+ds$等とおき，$dw=0$, $\gamma_0=0$, $d\gamma=\dot{x}$を考慮して切削抵抗の変動分dF_c, dF_tをパラメータの一次の微小量で表わせば次式を得る。

$$dF_c = K_0\left\{\frac{ds}{s_0}+\frac{\kappa_1 d\gamma}{V_0}+(\kappa_1+\kappa_2)(d\beta-d\alpha)+\kappa_2 d\phi\right\} \tag{2-8}$$

$$dF_t = K'_0\left\{\frac{ds}{s_0}+\frac{\kappa_3 d\gamma}{V_0}+(\kappa_2+\kappa_3)(d\beta-d\alpha)+\kappa_2 d\phi\right\} \tag{2-9}$$

ここで，$K_0=K_{c0}ws_0/\sin\phi_0$, $K'_0=K_0\tan(\beta_0-\alpha_0)$, $\kappa_1=\cot\phi_0-\tan(\beta_0-\alpha_0)$, $\kappa_2=\tan\psi_0-\cot\phi_0$, $\kappa_3=\cot\phi_0+\cot(\beta_0-\alpha_0)$, $\psi_0=\phi_0+\beta_0-\alpha_0$とおいた。

さらに，せん断角（ϕ）とすくい面摩擦角（β）を，すくい角（α）と切削速度（V）の関数と考えて，$d\phi=\Phi_\alpha d\alpha+\Phi_V dV$, $d\beta=B_\alpha d\alpha+B_V dV$とおく。また，すくい角（$\alpha$）の変動を実際に工具が傾いたことによる変動分$d\alpha_r$と，相対運動による見かけの変動分$\varepsilon$との和と考えて，$d\alpha=d\alpha_r+\varepsilon\simeq d\alpha_r+d\gamma/V_0$と表わす。式(2-8)と式(2-9)は次式で表わされる。

$$dF_c = K_0\left(\frac{ds}{s_0}+C_\gamma\frac{d\gamma}{V_0}+C_\alpha d\alpha_r+C_V dV\right) \tag{2-10}$$

$$dF_t = K'_0\left(\frac{ds}{s_0}+T_\gamma\frac{d\gamma}{V_0}+T_\alpha d\alpha_r+T_V dV\right) \tag{2-11}$$

ここで，$C_\gamma=\kappa_1+C_\alpha$, $C_\alpha=(\kappa_1+\kappa_2)(B_\alpha-1)+\Phi_\alpha\kappa_2$, $C_V=(\kappa_1+\kappa_2)B_V+\kappa_2\Phi_V$, $T_\gamma=\kappa_3+T_\alpha$, $T_\alpha=(\kappa_2+\kappa_3)(B_\alpha-1)+\Phi_\alpha\kappa_2$, $T_V=(\kappa_2+\kappa_3)B_V+\kappa_2\Phi_V$とおいた。

2-2 自励びびり振動の発生限界

切削パラメータの変動と工具—被削材間の相対運動との関係は，次の各式で与えられる。

$$\left.\begin{aligned} ds &= x(t)-\mu x(t-T+h_0)\\ d\gamma &= \dot{x}(t)\\ d\alpha_r &= A_\alpha y(t)\\ dV &= \dot{y}(t)\end{aligned}\right\} \tag{2-12}$$

ここで，$T=2\pi R/V_0$（Rは被削材の半径）は被削材の回転周期であり，$h_0=s_0\cos\phi_0/V_0$である。また，A_αは工具の形状と寸法によって決る定数である。式(2-12)を式(2-10), (2-11)に代入すれば次式を得る。

$$dF_c = K_0\left\{\frac{1}{s_0}(x-\mu x_T)+\frac{C_\gamma}{V_0}\dot{x}+C_\alpha A_\alpha y+C_V\dot{y}\right\} \tag{2-13}$$

$$dF_t = K_0' \left\{ \frac{1}{s_0}(x-\mu x_T) + \frac{T_r}{V_0}\dot{x} + T_\alpha A_\alpha y + T_r \dot{y} \right\} \tag{2-14}$$

ただし，$x_T = x(t-T+h_0)$ とおいた。

びびり振動は振動の方向によって，図 2-2 に示すように A，B 2 つの型に分類される[6]。次にこれら 2 つの型のびびり振動について，びびりの振動数の近似値と，びびり振動の発生限界を与える切削幅（限界切削幅）を求める方法を述べる。

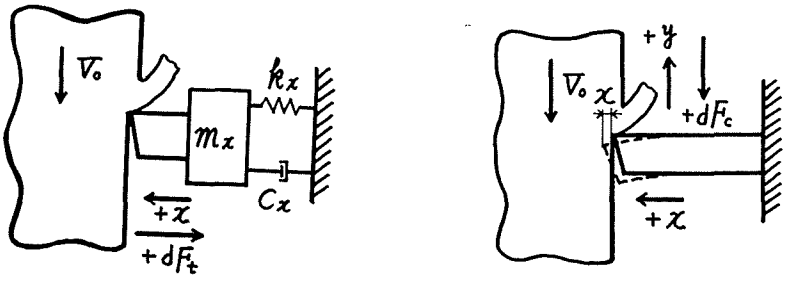

図 2—2 びびり振動の 2 つの型

1) A 型： 振動が切削方向に直角な平面内で起る場合。

振動系の有効質量を m，粘性減衰係数を c，ばね定数を k とすれば，運動方程式は次式で与えられる。

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = -dF_t \tag{2-15}$$

この場合，$y=0$，$\dot{y}=0$ であることを考慮して，式 (2-14) の dF_t を式 (2-15) に代入して整理すれば次式を得る。

$$m\ddot{x} + \left(c + K_0' \frac{T_r}{V_0}\right)\dot{x} + \left(k + \frac{K_0'}{s_0}\right)x - \frac{K_0'}{s_0}x_T = 0 \tag{2-16}$$

式 (2-16) に $x = x_0 \exp(i\omega t)$ (i を虚数単位，ω を角振動数とする）を代入して，実数部と虚数部についてまとめると次の二式を得る。

$$\frac{\sin\phi}{K_{c0} w \tan(\beta_0-\alpha_0)} = -\left\{1-\mu\cos\omega(T-h_0)\right\}p + \left\{\mu\sin\omega(T-h_0)+\omega s_0\frac{T_r}{V_0}\right\}q \tag{2-17}$$

$$0 = \left\{1-\mu\cos\omega(T-h_0)\right\}q + \left\{\mu\sin\omega(T-h_0)+\omega s_0\frac{T_r}{V_0}\right\}p \tag{2-18}$$

ただし，p，q は系の x 方向の自己リセプタンス ($p+iq$) の実部と虚部であり，それぞれ次式で表わされる。

$$p = \frac{1}{k}\frac{1-(\omega/\omega_n)^2}{\{1-(\omega/\omega_n)^2\}^2+(2\zeta\omega/\omega_n)^2} \tag{2-19}$$

$$q = -\frac{1}{k}\frac{2\zeta\omega/\omega_n}{\{1-(\omega/\omega_n)^2\}^2+(2\zeta\omega/\omega_n)^2} \tag{2-20}$$

ここで，$\omega_n = \sqrt{k/m}$，$\zeta = c/2\sqrt{mk}$ とおいた。

与えられた切削条件の下で式 (2-18) を ω について解けば，びびりの振動数が求まる。この ω を式 (2-17) の右辺に代入して，限界切削幅 (w) が求められる。

2) B 型： 振動が切削方向に起り，その結果切削厚さが変動する場合。

ここでは工具の曲げ振動を考える。この場合，x と y との間には $x=\delta y$ なる比例関係がある

ものとする。系を一自由度系で近似すれば，次の運動方程式を得る。

$$m\ddot{y}+c\dot{y}+ky=-dF_c \tag{2-21}$$

式(2-13)を，$x=\delta y$ なる関係を考慮して，式(2-21)に代入して整理すれば次式を得る。

$$m\ddot{y}+\left(c+C_V+\delta\frac{C_T}{V_0}\right)\dot{y}+\left(k+C_\alpha A_\alpha+\delta\frac{K_0}{s_0}\right)y-\delta\frac{K_0}{s_0}y_T=0 \tag{2-22}$$

式(2-22)の左辺に $y=y_0\exp(i\omega t)$ を代入して，実数部と虚数部をそれぞれ0とおけば次式が得られる。

$$\frac{\sin\phi_0}{K_{c0}w}=-\left[\delta\left\{1-\mu\cos\omega(T-h_0)\right\}+s_0A_\alpha C_\alpha\right]g+\left[\delta\mu\sin\omega(T-h_0)+\omega s_0\left(\delta\frac{C_T}{V_0}+C_V\right)\right]h \tag{2-23}$$

$$0=\left[\delta\left\{1-\mu\cos\omega(T-h_0)\right\}+s_0A_\alpha C_\alpha\right]h+\left[\delta\mu\sin\omega(T-h_0)+\omega s_0\left(\delta\frac{C_T}{V_0}+C_V\right)\right]g \tag{2-24}$$

ただし，g, h は系の y 方向の自己リセプタンス $(g+ih)$ の実部と虚部で，それぞれ(2-19)式と式(2-20)の右辺で表わされる。

A型の場合と同様に，与えられた条件に対して式(2-24)を ω について解けばびびりの振動数が求まり，この ω の値を式(2-23)に代入すれば限界切削幅 (w) が求められる。

上述の方法によってびびり振動の発生限界を求めるには，切削抵抗に含まれる定数 $(C_\alpha, C_V$ 等) の値が分っていなければならない。これらの定数の値は，ϕ と β がともに α と V の関数として与えられれば決定できる。従来から，ϕ と β について幾つかの理論式と実験式が提出されているが定説はない。そこで，次章に述べるように，鋼の準二次元切削を行なって ϕ と β の実験式を求め，びびり振動の発生限界の計算に必要な係数を α と V の関数として表わした。

3. 切 削 実 験

3-1 実験方法と解析方法

$\phi(\alpha, V)$ と $\beta(\alpha, V)$ の実験式を求めるために，炭素鋼 (S45C) 中実丸棒の準二次元切削実験を行なった。工具は超硬工具 (P10 右片刃3型) を使用し，横すくい角を 0°, 10°, 15°, 25° の4種類とし，上すくい角 0°，前および横逃げ角 5°，前切れ刃角 5°，横切れ刃角 0°，ノーズ半径は約 0.3 mm とした。工作機械は昌運カズヌーブ HB 500 を使用した。切削条件は，送り 0.1 mm/rev，切込み 1 mm，切削速度 10～250 m/min とした。切削中工具に作用する切削抵抗の二分力 (主分力 F_c, 送り分力 F_t) を，工具台に組み込まれた動力計 (抵抗線ひずみゲージ使用) で検出し，ひずみ計で増幅した後平衡型記録計で記録した。

実験は，一つの工具 (すくい角) に対して，約20点の切削速度をランダムに選び出して行ない，精度を上げるためにこの実験を3回くり返した。切削速度 (V) は，ストロボによる回転数 (N) の測定と，ノギスによる被削材外径 $(2R)$ の測定から，$V=2\pi RN$ を計算して求めた。また，排出された切りくずの厚さ (s_0') をマイクロメータによって測定し，切削比 $r=s_0/s_0'$ を求めた。r と ϕ の間には，

$$\tan\phi=r\cos\alpha/(1-r\sin\alpha) \tag{3-1}$$

なる関係があり，この式を使ってせん断角 (ϕ) を求めた。F_c, F_t と β との間には，

$$\tan(\beta-\alpha)=F_t/F_c \tag{3-2}$$

なる関係がある（式(2-4), (2-5)参照)。式(3-2)を使って，F_c, F_t の測定値からすくい面摩擦角 (β) を求めた。なお，解析ではせん断応力 (τ_s) は一定と仮定したが，測定した F_c と F_t および上に求まった ϕ を用いて次式を計算して τ_s を求めることができる。

$$\tau_s = (\sin\phi/ws_0)(F_c\cos\phi - F_t\sin\phi) \tag{3-3}$$

3-2 実験結果

前述の方法で求めたせん断角 (ϕ) と，すくい面摩擦角 (β) を図 3-1 と図 3-2 に示す。せん断角 (ϕ) はすくい角 (α) が増すと増加し，実験範囲内の切削速度では，切削速度の増加と共にゆる

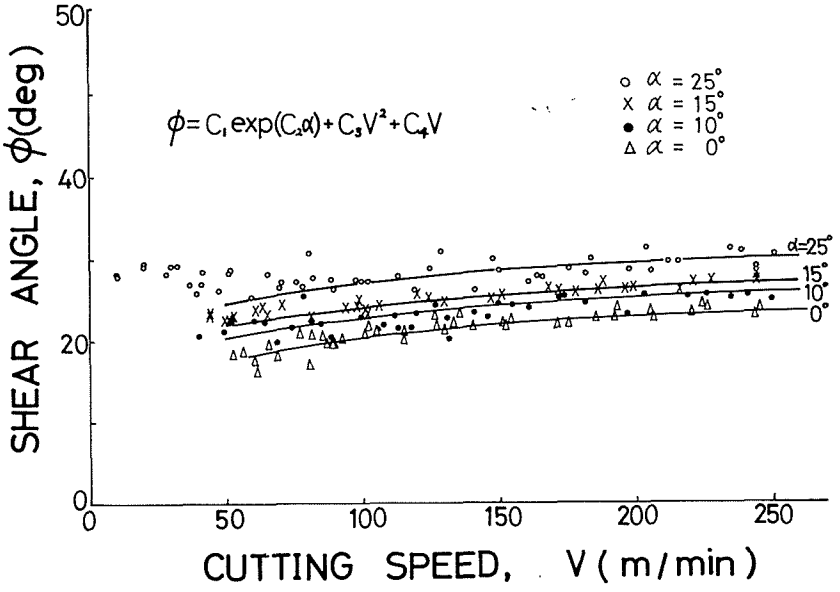

図3—1 せん断角 (ϕ) と切削速度 (V) の関係

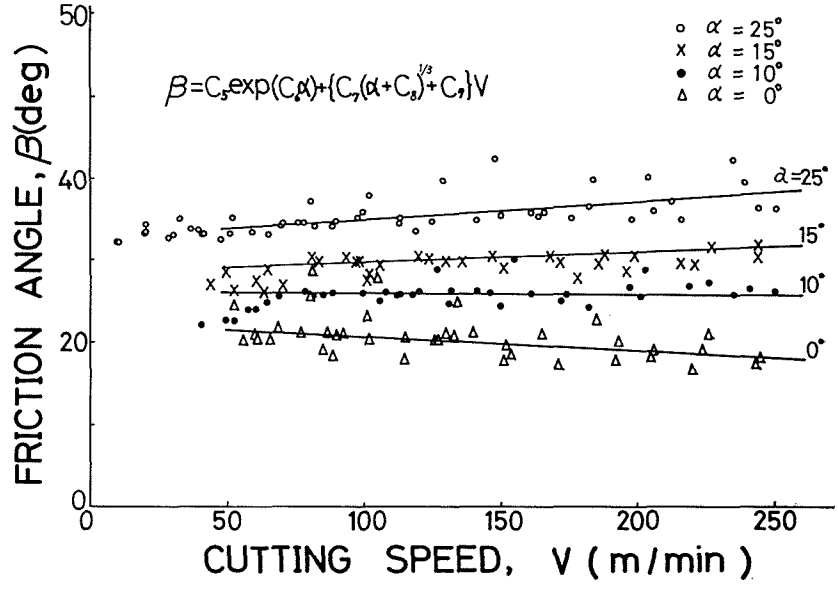

図3—2 すく面摩擦角 (β) と切削速度 (V) の関係

やかに増加する。すくい面摩擦角 (β) もすくい角 (α) の増加に対して増加する。切削速度 (V) による摩擦角 (β) の変化は，すくい角 (α) によって異なり，$\alpha=10°$ ではほとんど速度の影響がなく，これより大きなすくい角 ($\alpha=15°$, $25°$) では切削速度の増加と共にほぼ直線的に増加し，すくい角 $\alpha=0°$ の場合には逆に直的線に減少する傾向がある。これらの結果をまとめて，実験式を次の形で表わした。

$$\phi = C_1 \exp(C_2\alpha) + C_3 V^2 + C_4 V \tag{3-4}$$

$$\beta = C_5 \exp(C_6\alpha) + \left\{ C_7(\alpha + C_8)^{1/3} + C_9 \right\} V \tag{3-5}$$

係数の値は，$C_1=0.270$, $C_2=0.821$, $C_3=-2.00\times10^{-6}\ \mathrm{min^2/m^2}$, $C_4=1.05\times10^{-3}\ \mathrm{min/m}$, $C_5=-0.390$, $C_6=0.864$, $C_7=5.65\times10^{-4}\ \mathrm{min/m}$, $C_8=-0.175$, $C_9=1.71\times10^{-5}\ \mathrm{min/m}$ である。式 (3-4) と式 (3-5) から，びびりの発生限界の計算に必要な係数が次のように求められる。

$$\left.\begin{aligned} \Phi_\alpha &= \partial\phi/\partial\alpha = C_1C_2\exp(C_2\alpha) \\ \Phi_V &= \partial\phi/\partial V = 2C_3V + C_4 \\ B_\alpha &= \partial\beta/\partial\alpha = C_5C_6\exp(C_6\alpha) + C_7(\alpha+C_8)^{-2/3}V/3 \\ B_V &= \partial\beta/\partial V = C_7(\alpha+C_8)^{1/3} + C_9 \end{aligned}\right\} \tag{3-6}$$

なお，切削速度が約 50 m/min 以下の場合には構成刃先の存在が認められたので，実験式は 50～250 m/min の速度範囲について適用する。また，式 (3-3) から求めたせん断応力は，すくい角 0° の場合にばらつきが大きく，すくい角と切削速度によってわずかに変化したが，ここでは一定 ($\tau_s \fallingdotseq 85\ \mathrm{kg/mm^2}$) とみなした。

α, V を決めれば，式 (3-4), (3-5) から ϕ と β，式 (3-6) から Φ_α, Φ_V 等が求まり，これらの値を使って，びびり振動発生限界の計算に必要な係数 (C_α, C_V 等) の値が求まる。

4. 自励びびり振動の発生限界の予測結果と実験結果との比較

2 章で述べた解析方法がびびり振動の発生限界の予測法として有効であり，従来の方法と比較してより正確な予測を与えるかどうかを検討した。解析ではすくい角 (α) と切削速度 (V) の変動を重視したので，これらの効果が良く表われる B 型びびりについて比較を行なった。

4-1 工具系とその特性

解析で考慮しなかった現象の影響を避け，びびり振動発生の確認を容易にするために，特殊な工具保持具を製作し，切削中に B 型びびりが発生し易い工具系を構成した (図 4-2 参照)。この工具系について，静荷重に対する工具先端のたわみを測定し，また自由曲げ振動曲線を解析して，その特性を調べた。まず，工具先端に静荷重を加え，工具先端の荷重方向 (y 方向) およびこれと直角方向 (x 方向) の変位を測定して，工具系の曲げ変形に対するばね定数 (k) と，比例定数 (δ, A_α) を求めた。得られた値は，$k=3.58\times10^5\ \mathrm{kg/m}$, $\delta=-0.149$, $A_\alpha=1.01\times10^2\ \mathrm{1/m}$ である。次に，工具に衝撃を与えて自由曲げ振動を起こさせ，工具先端の振動変位を容量型変位計によって検出し電磁オシログラフで記録した。記録された減衰振動曲線から，工具系を一自由度系で近似して，その振動数 (ω_n) と減衰比率 (ζ) を求め，$\omega_n=2.29\times10^3\ \mathrm{1/s}$, $\zeta=0.0695$ を得た。

4-2 自励びびり振動の発生限界の予測

上述の特性をもつ工具系について，3 章で求めた係数を使って式 (2-23), (2-24) を数値計算によって ω と w について解き，びびりの振動数と限界切削幅を求めた。切削条件は，送りを一定 ($s_0=0.1\ \mathrm{mm/rev}$) としてすくい角 (α) と切削速度 (V) を変化させた。計算結果を図 4-1 に示す。限界切削幅は切削速度に対してローブ (lobes) を描く ($\alpha=25°$ の場合についてその一部を示し

た)。図中の実線はこれらのローブの先端を結んだ包絡線であり，実質的にはこの曲線が限界切削幅を与える。この曲線で与えられる切削幅よりも大きな切削幅で自励びびり振動が発生する。すなわち，曲線より上の領域が自励びびりの発生する不安定領域であり，曲線より下の領域がびびりの発生しない安定領域である。計算した切削速度範囲 (50～250 m/min) では，切削速度の低下に対して限界切削幅は低下する傾向を示す。また，すくい角の増加に対しては安定領域が広がる傾向がみられる。$\alpha=0°$ の曲線と $\alpha=10°$ の曲線が交差するのは，摩擦角 (β) の切削速度 (V) への依存がすくい角 (α) によって変化するためである (3-2 参照)。びびりの振動数は，一つのローブについて切削速度の増加と共に直線的に増加し，すくい角が変化してもほとんど変化しない。限界切削幅を与える隣合ったローブと対応させて考えると，発生限界近くでのびびりの振動数は，ほぼ 330～350 Hz の範囲にある。

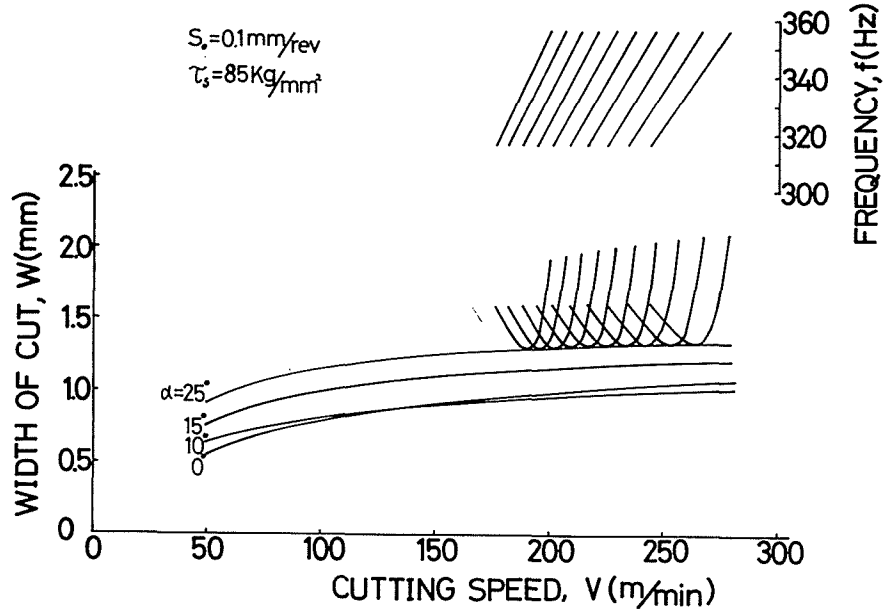

図 4—1 自励びびり振動発生の限界切削幅とびびり振動数 (計算結果)

4-3 実験結果と予測結果との比較

炭素鋼 (S45C) の円筒端面を，4-1 で述べた工具系に固定した工具で二次元切削し，びびり振動の発生限界を求める実験を行なった (図 4-2)。使用した工作機械と工具は，3 章の切削実験で使用したものと同じである。切削条件は送り (二次元切削であるからこれが切込み (s_0) となる) を 0.1 mm/rev (一定) とし，円筒の厚さ (切削幅 w) は 0.5～1.5 mm の間で，切削速度 (V) は 50～250 m/min の間で変化させた。すくい角 (α) は 10° と 15° の 2 種類とした。切削中の工具の変位を容量型変位検出器で検出して電磁オシログラフで記録し，びびり振動の発生を確認すると共に，びびりの振動数を測定した。

実験結果を数値計算による予測結果と共に図 4-3 に示す。図中，○，△，× 印が実験点であり，○ はびびり振動が発生しなかったことを，× はびびりが発生したことを，△ はびびりが発生したり消滅したりしたことを示す。また，実線で描いた曲線が 4-2 で述べた数値計算結果である。さらに，Das, Tobias と書かれた曲線 (以下 D-S 曲線と呼ぶ)，および Knight と書かれた曲線 (以下 K 曲線と呼ぶ) は，比較のために，文献 2) および文献 3), 4) による方法を，それぞれこ

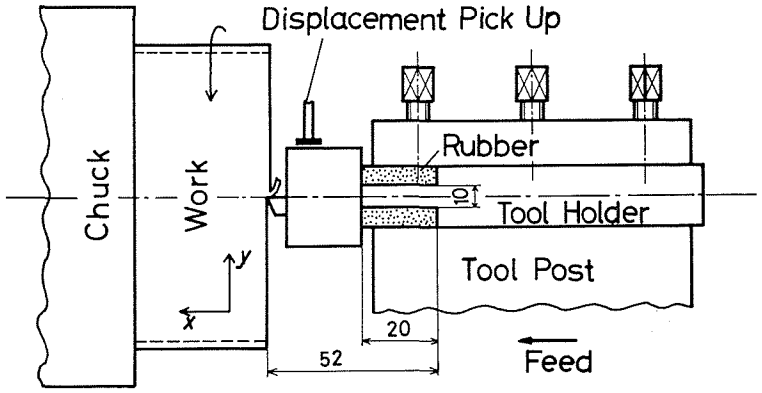

図 4—2 鋼管端面の二次元切削実験の概要

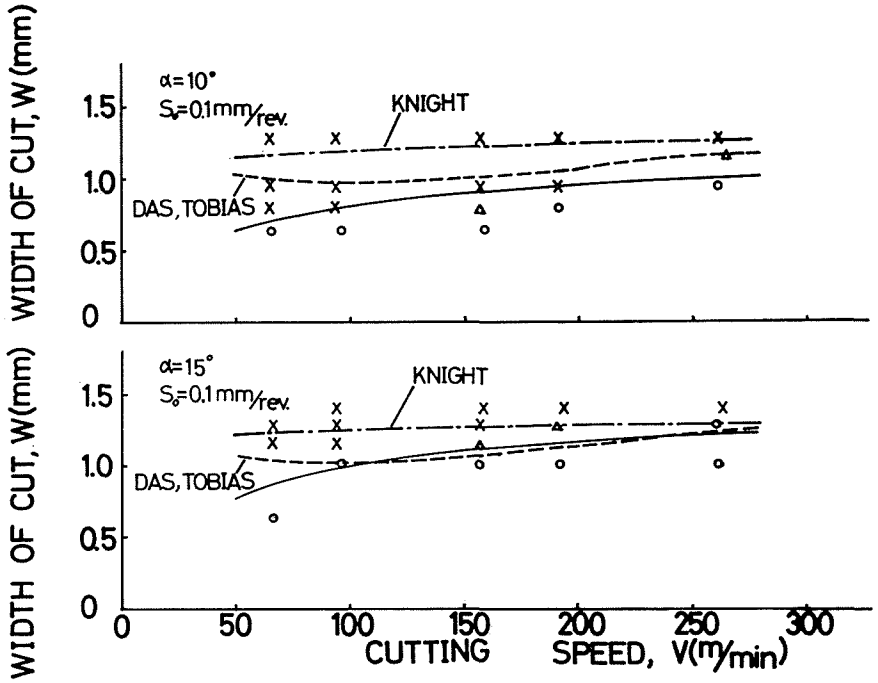

図 4—3 限界切削幅の予測結果と実験結果の比較

こで使用した工具系に適用して限界切削幅を数値計算によって求めた結果である。これらの方法は切削抵抗の変動に切込みと切込速度の変動のみを考慮しているので，式(2-8)，(2-9)右辺の第2項までをとった場合に相当し，さらに，K_0，K_0'が切削パラメータによらない定数としたのがDas, Tobias の方法，K_0，K_0'が切削速度によって変るとしたのが Knight の方法である。

図 4-3 から，いずれの場合にも，本報告で述べた方法による予測結果（実線）が実験結果と良く一致していることが分る。すくい角が 15° の場合には，低切削速度領域を除けば，D-S 曲線と実線とはほぼ同じ限界切削幅を与えている。しかし，すくい角が 10° の場合には，三本の曲線の中では実線が最も良い予測結果を与えており，他の二曲線は実験結果よりも大きな限界切削幅を与えている。K 曲線は D-S 曲線よりも常に大きな限界切削幅を与える。これは，Knight の方法では抵抗式に含まれる係数が切削速度によって変ることだけを考慮して，相対運動による切削

速度の変動の影響を考慮していないことによるものである。

なお，図 4-3 には示さなかったが，発生限界でのびびりの振動数はいずれの方法でもほぼ同じ計算結果 (330～350 Hz) が得られた。実験で観測されたびびりの振動数は 345～360 Hz の範囲にあり，計算で求めた振動数より幾分高い値であった。

5. 結　　言

旋削における再生型自励びびり振動の発生限界を正確に予測するには，工具—被削材間の相対運動による切削パラメータの変動を適切に考慮して，振動系の安定解析を行なう必要がある。本報告では，工具—被削材間の相対運動に伴なう切込み，切込速度，すくい角，および切削速度の変動を考慮して，再生型自励びびり振動の発生限界を求める方法を提出した。解析に当って，振動を伴なう動的な切削時の切削抵抗は，定常切削時の切削抵抗式のパラメータの値に瞬間値を用いれば得られると仮定した。したがって，この方法には，複雑な装置を使い，特別な工夫を伴なう動的な切削実験によるデータを必要とせず，定常切削時の切削データだけを使って，自励びびり振動の発生限界を求めることができるという利点がある。

この方法が自励びびり振動の発生限界の予測法として有効であることを確かめるために，次のような実験と数値計算を行なった。まず，この方法を使って自励びびりの発生限界を求める際に必要な切削データを得る目的で，炭素鋼の定常二次元切削実験を行ない，せん断角とすくい面摩擦角の実験式を求めて，切削抵抗式に含まれる係数をすくい角と切削速度の関数として表わした。次に，びびりを発生し易い構造をもった工具系を構成し，この工具系を用いて炭素鋼を二次元切削する場合について上述の方法を適用し，前記の係数と工具系の特性を使って自励びびり振動の発生限界を与える切削幅 (限界切削幅) を数値計算によって求めた。一方，この工具系を使って，実際に炭素鋼の二次元切削を行ない，限界切削幅を求めて先の計算結果と比較した。その結果，本報告で提出した方法は従来の方法に比較して限界切削幅のより正確な予測を与えることが分り，びびり振動の発生限界の予測法として有効であることが確かめられた。

参 考 文 献

1) H. E. Merritt: Trans. ASME, B, **87**, 4 (1965), 447.
2) M. K. Das and S. A. Tobias: Int. J.M.T.D.R, **7** (1967), 63.
3) W. A. Knight: Int. J.M.T.D.R. 8 (1968) 1.
4) W. A. Knight: Int. J.M.T.D.R, **12** (1972), 201.
5) N. H. Hanna and S. A. Tobias: Trans. ASME, B, **96**, 1 (1974), 247.
6) S. A. Tobias and W. Fishwick: Trans. ASME, **80**, 5 (1958) 1079.