



Title	同期発電機の動的状態推定 : カルマンフィルタ適用のための定式化
Author(s)	西谷, 健一; Nishiya, Ken-ichi; 栗野, 量一郎 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 87, 109-122
Issue Date	1978-06-05
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41463
Type	departmental bulletin paper
File Information	87_109-122.pdf



同期発電機の動的状態推定

— カルマンフィルタ適用のための定式化 —

西谷 健一* 粟野量一郎**

長谷川 淳* 小池東一郎*

(昭和 52 年 9 月 30 日受理)

Dynamic State Estimation for a Synchronous Generator

— The Formulation to Apply the Kalman Filter —

Ken-ichi NISHIYA Ryoichiro AWANO

Jun HASEGAWA Toichiro KOIKE

(Received September 30, 1977)

Abstract

It is important for the control and stability prediction in an electrical power system to determine how to estimate the states of synchronous generators. In designing an estimator, inner magnetic flux linkages are basic state variables because the dynamic behavior of a synchronous machine is defined by them, and these cannot be measured directly. Miller and Lewis proposed a method which applied the Kalman filter to the state equations obtained by Park's two-reaction theory. But they neglected nonlinear terms in the differential equations and only flux linkages are incorporated into the state vector.

In this paper a more detailed model is used, in which the nonlinear terms are included and the automatic voltage regulator, the speed governor and the swing equation are considered. Consequently the field voltage, the mechanical torque input to the rotor and the angular velocity of the rotor shaft are incorporated into the state vector as well as the flux linkages. The nonlinear state and observation equations are linearized by the Taylor's expansion in order to make the application of the Kalman filter possible.

1. 緒 言

電力系統は近年ますます大規模、複雑化する傾向にあり、制御用計算機の小型化に伴ない、局地的な制御システムが多方面で研究・開発される一方、大型計算機を中核としたいわゆる“総合自動化”が強力に推進されている。同時に最近、母線電圧を状態変数とする、系統の状態推定に関する研究が非常に盛んである^{4)~6)}。又、電力系統の安定度予測等のためには、各発電機の動作状態の正確な把握も必須のものであり、いくつかの手法が提案されている^{7)~9)}が、電気磁気

* 電気工学科 電力工学講座

** 東北電力株式会社

的な過渡現象を考慮するのであるから、高速のデータ処理が要求される。

同期発電機の動作を特徴づけているのは、内部の各鎖交磁束であり、多くの制御に際して状態変数として取り扱われる^{10),11)}。しかし、これらを直接測定することは不可能であり、従って同期機の状態推定においては、この鎖交磁束の推定が最も重要である。Miller 氏等は、Park 氏の二反作用理論^{12),13)}に基づき誘導される微分方程式を状態方程式とし、カルマンフィルタを適用する手法を提案した^{1),7)}。この方法の特徴は、非線形項を無視することにより、かつ電機子回路電圧及び界磁電圧を入力として扱うことにより、各鎖交磁束のみを状態変数とする、線形の状態方程式を採用していることである。更に、系統の負荷変動を反映する電機子回路電圧を既知のものとしており、このため、フィルタの構成は容易で計算負担も少ない。

本論文では、AVR (Automatic Voltage Regulator)、ガバナ (調速機)、同期機の運動方程式 (Swing Equation) を考慮することにより、界磁電圧、発電機への入力トルク、及び回転子角速度をも、状態変数ベクトルに組み入れている。つまり、Park の方程式中の非線形項を無視するのではなく、Miller 氏等によるものより、遥かに詳しい状態モデルを用いている。更に、電機子回路電圧については、その振舞を記述する方程式を仮定し、入力項のない状態方程式を得ている。微分方程式、観測方程式は共に非線形であるが、Taylor 展開により、カルマンフィルタの適用が可能である。

2. 発電機系のモデル化

対象とする発電機系を図-1に示す。発電機モデルは Park 氏の二反作用理論に基づくが、誘導に当り次の3つの仮定を置く。

- 1) 運動方程式中に制動項を置くことにより、制動巻線による効果を模擬する。
- 2) AVR, ガバナは簡単のために1次遅れで表現する。
- 3) 磁気飽和による影響は無視する。

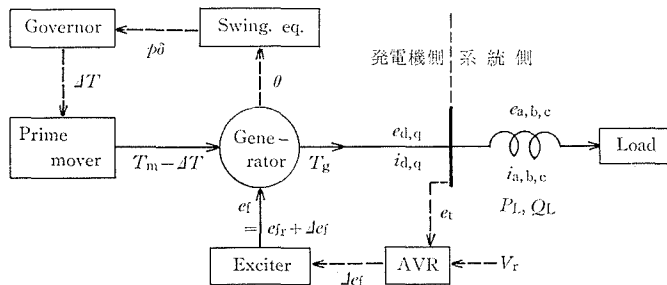


図-1 対象とする発電機系

2.1 発電機モデル²⁾

Park 氏の理論によると、同期機は図-2のようにモデル化され、その動的な振舞は単位法 (Per Unit) を用い次式で表わされる (付録参照)。

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= -x_d i_d + x_{afd} i_{fd} \\ \psi_{fd} &= -x_{afd} i_d + x_{ffd} i_{fd} \\ \psi_q &= -x_q i_q \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} e_a &= \frac{1}{\omega_r} p\psi_a - \frac{1}{\omega_r} \psi_q p\theta - r i_a \\ e_{fd} &= \frac{1}{\omega_r} p\psi_{fd} + r_{fd} i_{fd} \\ e_q &= \frac{1}{\omega_r} p\psi_q + \frac{1}{\omega_r} \psi_a p\theta - r i_q \end{aligned} \right\} (2)$$

更に界磁回路の変数に対して、次のような変換を行なう。

$$\left. \begin{aligned} i_f &= x_{afd} i_{fd} \\ e_f &= (x_{afd}/r_{fd}) e_{fd} \\ \psi_f &= (x_{afd}/x_{rfd}) \psi_{fd} \end{aligned} \right\} (3)$$

又、次式で定義される直軸過渡リアクタンス x'_d と直軸開路過渡時定数 T'_{d0} を導入する。

$$\left. \begin{aligned} x'_d &= x_d - (x_{afd}^2/x_{rfd}) \\ T'_{d0} &= x_{rfd}/r_{fd} \end{aligned} \right\} (4)$$

(3), (4) 式より, (1), (2) 式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= -x_d i_d + i_f \\ \psi_f &= -(x_d - x'_d) i_d + i_f \\ \psi_q &= -x_q i_q \end{aligned} \right\} (5)$$

$$\left. \begin{aligned} e_a &= p'\psi_a - \psi_q p'\theta - r i_a \\ e_f &= T'_{d0} p'\psi_f + i_f \\ e_q &= p'\psi_q + \psi_d p'\theta - r i_q \end{aligned} \right\} (6)$$

ここで時間 t を

$$\tau = \omega_r t \quad (7)$$

と変換し,

$$p' = d/d\tau = (1/\omega_r) d/dt = (1/\omega_r) p \quad (8)$$

としている。

(5) 式より電流 i_d, i_f, i_q を求めると

$$\left. \begin{aligned} i_d &= (\psi_f - \psi_d)/x'_d \\ i_f &= \{x_d \psi_f - (x_d - x'_d) \psi_d\}/x'_d \\ i_q &= -\psi_q/x_q \end{aligned} \right\} (9)$$

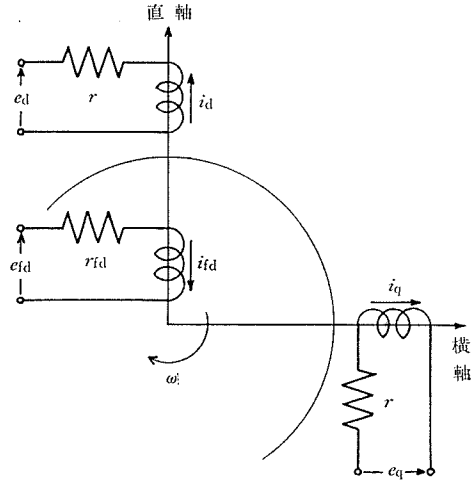
となり, これらを (6) 式に代入して次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} p'\psi_a &= e_a + \psi_q p'\theta + r(\psi_f - \psi_d)/x'_d \\ T'_{d0} p'\psi_f &= e_f + \{x_d \psi_f - (x_d - x'_d) \psi_d\}/x'_d \\ p'\psi_q &= e_q - \psi_d p'\theta - r\psi_q/x_q \end{aligned} \right\} (10)$$

更に

$$\theta = \omega_r t + \delta \quad (11)$$

$$e_f = e_{fr} + \Delta e_f \quad (12)$$



図—2 二反作用理論による同期発電機モデル

を用いると、結局以下の3本の微分方程式にまとめられる。

$$\left. \begin{aligned} p'\psi_a &= -\frac{r}{x'_d} \psi_a + \frac{r}{x'_d} \psi_f + \psi_q(1+p'\delta) + e_a \\ p'\psi_f &= \frac{1}{T'_{d0}} \left(\frac{x_d - x'_d}{x'_d} \psi_a - \frac{x_d}{x'_d} \psi_f + e_{fr} + \Delta e_f \right) \\ p'\psi_q &= -\frac{r}{x_q} \psi_q - \psi_d(1+p'\delta) + e_q \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

2.2 AVR, ガバナ, 運動方程式

AVR-励磁系 (Exciter) は、発電機端子電圧と基準電圧の差をもとに働くものとし、その方程式を1次遅れの系で表わす。

$$\Delta e_f = \frac{G_e}{1 + \tau_e p} (V_r - e_t) \quad (14)$$

$$e_t^2 = e_d^2 + e_q^2 \quad (15)$$

(14)式より次式が得られる。

$$p'\Delta e_f = \frac{1}{\tau'_e} \left\{ -\Delta e_f + G_e (V_r - e_t) \right\} \quad (16)$$

$$\tau'_e = \omega_r \tau_e \quad (17)$$

ガバナ-原動機 (Prime Mover) は、回転子の角速度の ω_r からの偏差 $p\delta$ をもとに働くものとして、その方程式を AVR 同様1次遅れの系で表わす。

$$\Delta T = \frac{G_g}{1 + \tau_g p} p\delta \quad (18)$$

$$p'\Delta T = \frac{1}{\tau'_g} (-\Delta T + G'_g p\delta) \quad (19)$$

$$\tau'_g = \omega_r \tau_g, \quad G'_g = \omega_r G_g \quad (20)$$

原動機-発電機の入出力に不平衡が生じたときには、発電機の慣性及び制動効果により、次の運動方程式が成立する。

$$Jp^2\delta + Dp\delta = T_m - \Delta T - T_g \quad (21)$$

$$T_g = \psi_d i_q - \psi_q i_d \quad (22)$$

(9)式を用いると(21)式は次式となる。

$$p'(p'\delta) = \frac{1}{J'} \left\{ -D'p'\delta + (T_m - \Delta T) - \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_q} \right) \psi_d \psi_q + \frac{1}{x'_d} \psi_f \psi_q \right\} \quad (23)$$

$$\left. \begin{aligned} D' &= \omega_r D \\ J' &= \omega_r^2 J \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

2.3 外部系統との関係

前節までに記述した方程式は、同期機自身の基準軸 (Machine Reference) に基づいているが、同期速度で回転している系統全体の基準軸 (Network Reference) との関係は次のようになる。

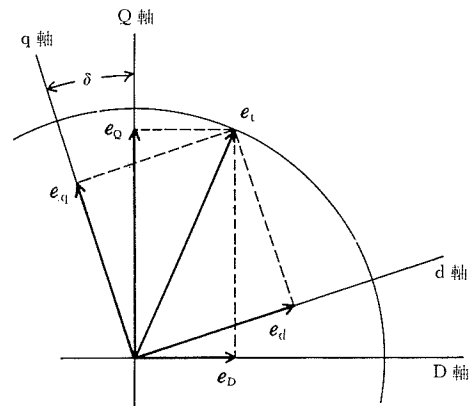


図-3 同期機と系統の基準軸の関係

$$\left. \begin{aligned} i_D &= i_d \cos \delta - i_q \sin \delta \\ i_Q &= i_d \sin \delta + i_q \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

$$\left. \begin{aligned} e_d &= e_D \cos \delta + e_Q \sin \delta \\ e_q &= -e_D \sin \delta + e_Q \cos \delta \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

ここで添字の大文字 D, Q は $n. r.$ を表わしており、図-3 にこれらの関係を示している。

3. 状態推定に対する定式化とモデルの線形化

3.1 状態方程式

前章の (13), (16), (19), (23) の 6 本の式で、発電機系の微分方程式が得られた。これらを状態変数ベクトル \mathbf{x} を用いて、簡単に次式で表わす。

$$\dot{\mathbf{x}}' = \mathbf{f}'(\mathbf{x}') + \mathbf{g}(\mathbf{u}) + \mathbf{c}' \quad (27)$$

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{x}' &= \left[\phi_d, \phi_f, \phi_q, \Delta e_f, \Delta T, p'\delta \right]^T \\ \mathbf{u} &= \left[e_d, e_q \right]^T \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

$$\mathbf{c}' = \left[0, \frac{e_{fr}}{T'_{d0}}, 0, \frac{G_e V_r}{\tau_e}, 0, \frac{T_m}{J'} \right]^T \quad (29)$$

(27) 式中 \mathbf{f}, \mathbf{g} は非線形関数ベクトル、 \mathbf{c}' は定数ベクトルである。

ところで、(28) 式中の入力ベクトル \mathbf{u} 、つまり電機子回路の電圧変動は、不規則変化であるところの系統の負荷変動を反映しているため、その値を完全に知ることも、又その振舞を正確に定式化することも不可能である。そこで本論文では、 e_d, e_q は次の微分方程式に従って変化するものと仮定する。

$$p' e_d = U_d, \quad p' e_q = U_q \quad (30)$$

U_d, U_q は定数とするが、その評価法については後述する。(30) 式の仮定により e_d, e_q を状態変数に組み入れると、(27) 式は次のように入力項を持たない状態方程式に書き換えられる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) + \mathbf{c} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \left[x_1, x_2, \dots, x_8 \right]^T \\ &= \left[\phi_d, \phi_f, \phi_q, \Delta e_f, \Delta T, p'\delta, e_d, e_q \right]^T \end{aligned} \quad (32)$$

尚 \mathbf{c} の要素には U_d, U_q が加わる。

3.2 観測方程式

観測変数は、 $i_d, i_f, i_q, e_v, \Delta e_f, \Delta T, p'\delta, T_g$ つまり電機子及び界磁電流、端子電圧の大きさ、界磁電圧の変化分、入力トルクの変化分、角速度の ω_r からの偏差、電気的出力トルク、更に発電機の有効無効出力電力 P_L, Q_L とする。上述の各変数のうち電機子及び界磁電流は、(9) 式で与えられ、 $\Delta e_f, \Delta T, p'\delta$ は状態変数そのものである。又、 e_v, T_g は (15), (22) 式より

$$e_v = \sqrt{e_d^2 + e_q^2} \quad (33)$$

$$T_g = \left\{ (1/x'_d) - (1/x_q) \right\} \phi_d \phi_q - \phi_f \phi_q / x'_d \quad (34)$$

であり、 P_L, Q_L は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} P_L &= e_d i_d + e_q i_q \\ &= e_d \psi_f/x'_d - e_d \psi_d/x'_d - e_q \psi_q/x_q \\ Q_L &= -e_d i_q + e_q i_d \\ &= e_d \psi_q/x_q + e_q \psi_f/x'_d - e_q \psi_d/x'_d \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

観測方程式は、観測変数ベクトルを \mathbf{z} とし、次式で表わされる。

$$\mathbf{z} = \mathbf{h}(\mathbf{x}) \quad (36)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z} &= [z_1, z_2, \dots, z_{10}]^T \\ &= [i_d, i_f, i_q, e_t, \Delta e_f, \Delta T, p'\delta, T_g, P_L, Q_L]^T \end{aligned} \quad (37)$$

非線形関数ベクトル \mathbf{h} は、状態変数 \mathbf{x} を用いて次のように示される。

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= -\frac{1}{x'_d} x_1 + \frac{1}{x'_d} x_2 \\ z_2 &= -\frac{x_d - x'_d}{x'_d} x_1 + \frac{x_d}{x'_d} x_2 \\ z_3 &= -\frac{1}{x_q} x_3 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

$$z_4 = \sqrt{x_7^2 + x_8^2} \quad (39)$$

$$z_5 = x_4, \quad z_6 = x_5, \quad z_7 = x_6 \quad (40)$$

$$z_8 = \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_q} \right) x_1 x_3 - \frac{1}{x'_d} x_2 x_3 \quad (41)$$

$$\left. \begin{aligned} z_9 &= -\frac{1}{x'_d} x_1 x_7 + \frac{1}{x'_d} x_2 x_7 - \frac{1}{x_q} x_3 x_8 \\ z_{10} &= -\frac{1}{x'_d} x_1 x_8 + \frac{1}{x'_d} x_2 x_8 + \frac{1}{x_q} x_3 x_7 \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

3.3 モデルの線形化

前節までで、(31)式の状態方程式と(36)式の観測方程式が得られたが、ここでカルマンフィルタを適用するために、モデルの線形化を行なう。まず、8本の状態方程式のうち元来線形である(13)の ψ_f の式、(19)、(30)式を除く残りの(13)、(16)、(23)式を、ある基準点 \mathbf{x}_s のまわりでTaylor展開し2次以上の項を無視すると、次の線形微分方程式が得られる。尚式中の添字 s は、各状態変数の基準値を示す。

$$\left. \begin{aligned} p'\psi_d &= -\frac{r}{x'_d} \psi_d + \frac{r}{x'_d} \psi_f + (1+p'\delta_s) \psi_q + \psi_{qs} p'\delta + e_d - \psi_{qs} p'\delta_s \\ p'\psi_q &= -(1+p'\delta_s) \psi_d - \frac{r}{x_q} \psi_q - \psi_{ds} p'\delta + e_q + \psi_{ds} p'\delta_s \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

$$p'\Delta e_f = \frac{1}{\tau'_e} \left(-\Delta e_f - \frac{G_e e_{ds}}{\sqrt{e_{ds}^2 + e_{qs}^2}} e_d - \frac{G_e e_{qs}}{\sqrt{e_{ds}^2 + e_{qs}^2}} e_q + G_e V_r \right) \quad (44)$$

$$\begin{aligned} p'(p'\delta) &= \frac{1}{J'} \left[-\left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_q} \right) \psi_{qs} \psi_d + \frac{1}{x'_d} \psi_{qs} \psi_f + \left\{ \frac{1}{x'_d} \psi_{fs} - \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_q} \right) \psi_{ds} \right\} \psi_q \right. \\ &\quad \left. - D' p'\delta - \Delta T + T_m + \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_q} \right) \psi_{ds} \psi_{qs} - \frac{1}{x'_d} \psi_{fs} \psi_{qs} \right] \end{aligned} \quad (45)$$

又10本の観測方程式のうち、非線形である(33)、(34)、(35)式を線形化すると、

$$e_t = \frac{e_{ds}}{\sqrt{e_{ds}^2 + e_{qs}^2}} e_d + \frac{e_{qs}}{\sqrt{e_{ds}^2 + e_{qs}^2}} e_q \quad (46)$$

$$T_g = \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_q} \right) \psi_{qs} \psi_d - \frac{1}{x'_d} \psi_{qs} \psi_f + \left\{ \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_q} \right) \psi_{ds} - \frac{1}{x'_d} \psi_{fs} \right\} \psi_q - \left(\frac{1}{x'_d} - \frac{1}{x_q} \right) \psi_{ds} \psi_{qs} + \frac{1}{x'_d} \psi_{fs} \psi_{qs} \quad (47)$$

$$\left. \begin{aligned} P_L &= -\frac{e_{ds}}{x'_d} \psi_d + \frac{e_{ds}}{x'_d} \psi_f - \frac{e_{qs}}{x_q} \psi_q - \frac{1}{x'_d} (\psi_{ds} - \psi_{fs}) e_d - \frac{\psi_{qs}}{x_q} e_q \\ &\quad + \frac{e_{ds}}{x'_d} (\psi_{ds} - \psi_{fs}) + \frac{1}{x_q} e_{qs} \psi_{qs} \\ Q_L &= -\frac{e_{qs}}{x'_d} \psi_d + \frac{e_{qs}}{x'_d} \psi_f + \frac{e_{ds}}{x_q} \psi_q + \frac{\psi_{qs}}{x_q} e_d - \frac{1}{x'_d} (\psi_{ds} - \psi_{fs}) e_q \\ &\quad + \frac{e_{qs}}{x'_d} (\psi_{ds} - \psi_{fs}) - \frac{1}{x_q} e_{ds} \psi_{qs} \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

となる。

以上の展開により、(43)式と(13)の ψ_f の式、(44)、(19)、(45)、(30)式は(31)式同様ベクトル形式で線形状態方程式に、又(38)、(46)、(40)、(47)、(48)式は線形の観測方程式にまとめられる。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}(\mathbf{x}_s) \mathbf{x} + \mathbf{B}(\mathbf{x}_s) \quad (49)$$

$$\mathbf{z} = \mathbf{H}(\mathbf{x}_s) \mathbf{x} + \mathbf{V}(\mathbf{x}_s) \quad (50)$$

ここで \mathbf{A} は8行8列、 \mathbf{H} は10行8列の係数行列であり、 \mathbf{B} は8行、 \mathbf{V} は10行の定数ベクトルである。それぞれの非零要素は次の通りである。尚

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= x_d - x'_d, & 1/\beta &= 1/x'_d - 1/x_q \\ e_{ts} &= \sqrt{e_{ds}^2 + e_{qs}^2} \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

としている。

$$\left. \begin{aligned} A_{11} &= -\frac{r}{x'_d} & A_{12} &= \frac{r}{x'_d} & A_{13} &= 1 + p'\delta_s & A_{16} &= \psi_{qs} & A_{17} &= 1 \\ A_{21} &= \frac{\alpha}{T'_{d0} x'_d} & A_{22} &= -\frac{x_d}{T'_{d0} x'_d} & A_{24} &= \frac{1}{T'_{d0}} & A_{31} &= -1 - p'\delta_s & A_{33} &= -\frac{r}{x_q} \\ A_{36} &= -\psi_{ds} & A_{38} &= 1 & A_{44} &= -\frac{1}{\tau'_e} & A_{47} &= -\frac{G_e e_{ds}}{\tau'_e e_{ts}} & A_{48} &= -\frac{G_e e_{qs}}{\tau'_e e_{ts}} \\ A_{55} &= -\frac{1}{\tau'_g} & A_{56} &= \frac{G'_g}{\tau'_g} & A_{61} &= -\frac{\psi_{qs}}{J'\beta} & A_{62} &= \frac{\psi_{qs}}{J' x'_d} & A_{63} &= \frac{1}{J'} \left(\frac{\psi_{fs}}{x'_d} - \frac{\psi_{ds}}{\beta} \right) \\ A_{65} &= -\frac{1}{J'} & A_{66} &= -\frac{D'}{J'} \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

$$\left. \begin{aligned} B_1 &= -\psi_{qs} p'\delta_s & B_2 &= \frac{e_{tr}}{T'_{d0}} & B_3 &= \psi_{ds} p'\delta_s & B_4 &= \frac{G_e V_r}{\tau'_e} \\ B_6 &= \frac{1}{J'} \left(T_m + \frac{\psi_{ds} \psi_{qs}}{\beta} - \frac{\psi_{fs} \psi_{qs}}{x'_d} \right) & B_7 &= U_d & B_8 &= U_q \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

$$\left. \begin{aligned} H_{11} &= -\frac{1}{x'_d} & H_{12} &= \frac{1}{x_d} & H_{21} &= -\frac{\alpha}{x_d} & H_{22} &= \frac{x_d}{x'_d} & H_{33} &= -\frac{1}{x_q} & H_{47} &= \frac{e_{ds}}{e_{ts}} \\ H_{48} &= \frac{e_{qs}}{e_{ts}} & H_{54} &= H_{65} = H_{76} = 1 & H_{81} &= \frac{\psi_{qs}}{\beta} & H_{82} &= -\frac{\psi_{qs}}{x'_d} & H_{83} &= \frac{\psi_{ds}}{\beta} - \frac{\psi_{fs}}{x'_d} \\ H_{91} &= -\frac{e_{ds}}{x'_d} & H_{92} &= \frac{e_{ds}}{x'_d} & H_{93} &= -\frac{e_{qs}}{x_q} & H_{97} &= -\frac{\psi_{ds} - \psi_{fs}}{x'_d} & H_{98} &= -\frac{\psi_{qs}}{x_q} \\ H_{10,1} &= -\frac{e_{qs}}{x'_d} & H_{10,2} &= \frac{e_{qs}}{x'_d} & H_{10,3} &= \frac{e_{ds}}{x_q} & H_{10,7} &= \frac{\psi_{qs}}{x_q} & H_{10,8} &= -\frac{\psi_{ds} - \psi_{fs}}{x'_d} \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

$$\left. \begin{aligned} V_8 &= -\frac{\psi_{ds}\psi_{qs}}{\beta} + \frac{\psi_{fs}\psi_{qs}}{x'_d} & V_9 &= \frac{e_{ds}}{x'_d}(\psi_{ds} - \psi_{fs}) + \frac{e_{qs}\psi_{qs}}{x_q} \\ V_{10} &= \frac{e_{qs}}{x'_d}(\psi_{ds} - \psi_{fs}) - \frac{e_{ds}\psi_{qs}}{x_q} \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

4. 状態推定アルゴリズム

本章では、同期発電機の状態推定を実際に行なうためのアルゴリズムについて述べる。推定計算に際してはカルマンフィルタを適用するが、そのためにまず、(49)式の状態方程式を離散形の遷移方程式に変換し、連続系のモデルをサンプル値系に直さなければならない。その変換方法及び推定アルゴリズムについては2節以降にゆずり、まず(30)式中の U_d, U_q の評価について述べる。

4.1 電圧変動の模擬法について

前章に記述したように、電機子回路の電圧 e_d, e_q は、本来状態方程式中の入力として取り扱われるべきものであるが、その振舞を把握できないため、(30)式に従うものと仮定した。本論文では U_d, U_q を、推定値に基づく現時点での変化分により評価することにする。つまり、推定値を $\hat{}$ を付けて表わし、次式で評価する。

$$\left. \begin{aligned} U_{d,k} &= (\hat{e}_{d,k} - \hat{e}_{d,k-1})/\Delta\tau \\ U_{q,k} &= (\hat{e}_{q,k} - \hat{e}_{q,k-1})/\Delta\tau \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

ここで、サンプル時点を k で表わしており、 $\Delta\tau$ はサンプリング間隔である。

4.2 状態方程式のサンプル値系への変換

微分形で表わされている(49)式の状態方程式から、差分形の遷移方程式への変換は次のように与えられる。まず両者を

$$\dot{\mathbf{x}}(\tau) = \mathbf{A}\mathbf{x}(\tau) + \mathbf{B} \quad (49)$$

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{F}\mathbf{x}_k + \mathbf{W} \quad (57)$$

と書くが、 \mathbf{A}, \mathbf{B} は状態ベクトルの基準値 \mathbf{x}_s の関数であるから、 \mathbf{F}, \mathbf{W} も又 \mathbf{x}_s の関数である。その \mathbf{F}, \mathbf{W} は、 k 時点から $(k+1)$ 時点の間 \mathbf{A}, \mathbf{B} が一定であれば、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{F} &= \exp[\mathbf{A}\Delta\tau] = \sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{A}^n (\Delta\tau)^n / n! \\ \mathbf{W} &= \left\{ \int_0^{\Delta\tau} \exp[\mathbf{A}(\Delta\tau - \tau)] \mathbf{B} d\tau \right\} \\ &= \left[\sum_{n=0}^{\infty} \mathbf{A}^n (\Delta\tau)^{n+1} / (n+1)! \right] \mathbf{B} \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

\mathbf{F} は遷移行列 (Transition Matrix) と呼ばれる。

ここで、行列 A , F ベクトル B , W を次のように分割しよう。

$$A = \left[\begin{array}{c|c} A_a & A_b \\ \hline 0 & 0 \end{array} \right] \quad B = \left[\begin{array}{c} B_a \\ B_e \end{array} \right] \quad F = \left[\begin{array}{c|c} F_a & F_b \\ \hline F_c & F_e \end{array} \right] \quad W = \left[\begin{array}{c} W_a \\ W_e \end{array} \right] \quad (59)$$

F_a は 6 行 6 列, F_e は 2 行 2 列の正方行列であり, A , B , W の分割も同様である。すると, A の第 7, 8 行つまり e_d, e_q に関する状態方程式は, 明らかに

$$\left. \begin{array}{l} e_{d,k+1} = e_{d,k} + U_d \Delta\tau \\ e_{q,k+1} = e_{q,k} + U_q \Delta\tau \end{array} \right\} \quad (60)$$

となるから,

$$\left. \begin{array}{l} F_c = 0, \quad F_e = I \\ W_e = \left[U_d \Delta\tau, \quad U_q \Delta\tau \right]^T \end{array} \right\} \quad (61)$$

であり, 計算しなければならないのは F_a, F_b, W_a だけである。 F_a, W_a は (58) 式と同様の式で得られる。

$$\left. \begin{array}{l} F_a = \exp \left[A_a \Delta\tau \right] \\ W_a = \left\{ \int_0^{\Delta\tau} \exp \left[A_a \tau \right] d\tau \right\} B_a = \left[F_a - I \right] A_a^{-1} B_a \end{array} \right\} \quad (62)$$

次に, (27) 式中の $g(u)$ に対応する (49) 式中の $A_b [e_d, e_q]^T$ の項は, 再び x' の系における入力とみなすことができる。今, k 時点と $(k+1)$ 時点の間 e_d, e_q は一定であると仮定すると,

$$F_b = \left[F_a - I \right] A_a^{-1} A_b \quad (63)$$

となり, 結局 (61)~(63) 式によっても, (57) 式の遷移方程式を得ることができる。

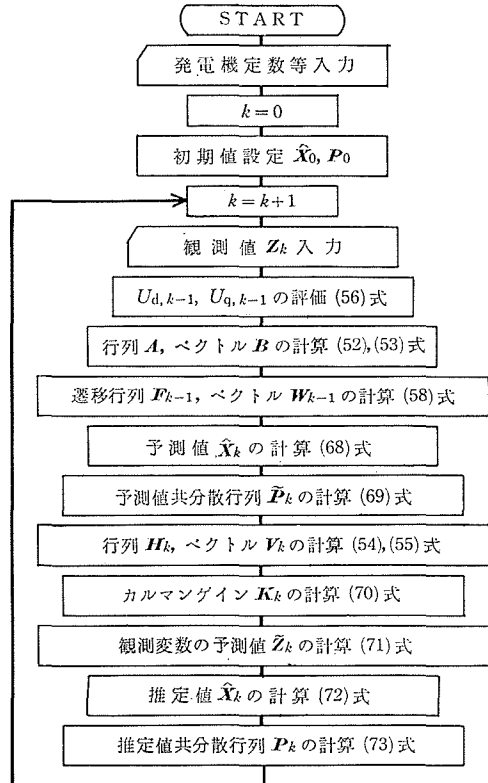
ところで, 上述の仮定は (30) 式と矛盾している。つまり (30) 式では, e_d, e_q が一定の割合で増加又は減少するのであるから, (63) 式による評価はあくまでも近似値となる。従って次節に記述するが, その誤差を遷移方程式の系雑音として考慮する必要がある。近似値を採用しない方針をとるのであれば, (58) 式により F, W を評価しなければならない。

4.3 カルマンフィルタの適用

前節で得られた (57) 式の遷移方程式と, (50) 式の観測方程式にカルマンフィルタを適用する訳であるが, 雑音を考慮してそれらを再記すると次式となる。

$$\left. \begin{array}{l} x_{k+1} = F_k x_k + W_k + w_k \\ z_{k+1} = H_{k+1} x_{k+1} + V_{k+1} + v_{k+1} \end{array} \right\} \quad (64)$$

w, v はそれぞれ系雑音及び観測雑音のベクトル



図—4 状態推定フローチャート

ルであるが、状態変数 x_1 から x_6 の遷移に対して系雑音が存在するのは、前述したように、離散形への変換の際電圧変動に関する近似を採用した場合である。一方 U_d, U_q は (56) 式で評価されるが、この評価も実際には大きな誤差を含むと考えられる。従って、 e_d, e_q つまり、 x_7, x_8 の遷移に対しても、系雑音を必要とする。尚、(58) 式で F, W を計算する場合には、 $w_1 \sim w_6$ は零であってよい。

又、 F, W, H, V はすべて状態ベクトルの基準値 x_s の関数であったが、 F, W は前時点の推定値、 H, V は現時点の予測値を用いて評価する。つまり、予測値を \sim を付けて表わすと、

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{H}(x_s) &= \mathbf{H}(\tilde{x}_{k+1}) = \mathbf{H}_{k+1} \\ \mathbf{V}(x_s) &= \mathbf{V}(\tilde{x}_{k+1}) = \mathbf{V}_{k+1} \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

であり、 F_k, W_k は $A(\hat{x}_k), B(\hat{x}_k)$ から計算する。更に、(61) 式の W_e は

$$\mathbf{W}_{e,k} = \left[U_{d,k} \Delta\tau, U_{q,k} \Delta\tau \right]^T \quad (66)$$

である。

次に、雑音 w 及び v はガウス分布を持つ白色雑音ベクトルと仮定する。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E}[w_k] &= \mathbf{E}[v_k] = \mathbf{0} \\ \mathbf{E}[w_k w_j^T] &= \mathbf{Q} \delta_{kj} \\ \mathbf{E}[v_k v_j^T] &= \mathbf{R} \delta_{kj} \\ \mathbf{E}[w_k v_j^T] &= \mathbf{0} \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

ここで \mathbf{Q}, \mathbf{R} は雑音の共分散行列である。

(64) 式にカルマンフィルタを適用することにより、次の一連の推定理論式が得られる。

$$\tilde{x}_{k+1} = F_k \hat{x}_k + W_k \quad (\text{予測値}) \quad (68)$$

$$\tilde{P}_{k+1} = F_k P_k F_k^T + Q \quad (\text{予測値共分散行列}) \quad (69)$$

$$K_{k+1} = \tilde{P}_{k+1} H_{k+1}^T \left[R + H_{k+1} \tilde{P}_{k+1} H_{k+1}^T \right]^{-1} \quad (\text{カルマンゲイン}) \quad (70)$$

$$\tilde{x}_{k+1} = H_{k+1} \tilde{x}_{k+1} + V_{k+1} \quad (\text{観測変数の予測値}) \quad (71)$$

$$\hat{x}_{k+1} = \tilde{x}_{k+1} + K_{k+1} \left[z_{k+1} - \tilde{x}_{k+1} \right] \quad (\text{推定値}) \quad (72)$$

$$P_{k+1} = \left[I - K_{k+1} H_{k+1} \right] \tilde{P}_{k+1} \quad (\text{推定値共分散行列}) \quad (73)$$

以上のアルゴリズムにより、状態ベクトルの初期値 \hat{x}_0 と、その共分散行列 P_0 を与えることで、同期発電機の状態推定が可能となったが、そのフローチャートを図-4 に示す。

5. 考察と結言

本論文では、同期発電機の状態推定問題に関して、Miller 氏等の方法に基づいてはいるがより詳細なモデルのもとで、定式化を行なった。提案した手法の特徴は次の通りである。

- 1) AVR、ガバナ及び運動方程式を考慮している。
- 2) 非線形項は無視せず、線形化を行なっている。
- 3) 電機子回路電圧の振舞を記述する方程式を仮定している。

状態変数ベクトルは8次元となったが、鎖交磁束のみならず電機子及び界磁電圧、入力トルク、回転子角速度をも状態変数としており、高精度の状態推定が期待できる。

しかしながら、緒言中に記述したように、オンラインでの遂行に際しては高速のデータ処理が要求され、従って、計算時間短縮のため更に改善が必要であろう。筆者等は、遷移行列の評価法、推定に重要不可欠な観測変数の選択、サンプリング間隔の問題等を通し、上記改善策を検討している。これらを含め、シミュレーションの結果は別論文で発表したい。

尚本論文は、著者の一人栗野が本研究科修士課程に在学中行なった研究の一部と、その後の検討の結果をまとめたものである。

参 考 文 献

- 1) W. L. Miller: Dynamic State Estimation in Nonlinear Multimachine Power Systems., A Thesis for Ph. D. of the Pennsylvania State Univ. (1970).
- 2) C. Concordia: Synchronous Machines.-Theory and Performance- (1951), John Wiley and Sons.
- 3) 高橋安人: システムと制御 (昭43), 岩波書店.
- 4) F. C. Schweppe and E. J. Handschin: Proc. IEEE, **62** (1974), 7, p. 972.
- 5) 深尾 毅・豊田淳一: 電力システムへのコンピュータの応用 (昭47), p. 152-211, 産業図書.
- 6) 西谷健一・長谷川 淳: システムと制御, **19** (昭50), 10, p. 513.
- 7) W. L. Miller and J. B. Lewis: IEEE Trans., AC-16 (1971), 6, p. 841.
- 8) G. L. Park, *et al.*: IEEE Trans., PAS-92 (1973), 1, p. 98.
- 9) 上田隆三・他: 電気学会論文誌, 96-B (昭51), 1, p. 1.
- 10) K. Prabhaskar and W. Janischewsyj: IEEE Trans., PAS-87 (1968), 1, p. 73.
- 11) P. L. Dandeno, *et al.*: Proc. IEEE, **62** (1974), 7, p. 941.
- 12) R. H. Park: AIEE Trans., **48** (1929), p. 716.
- 13) R. H. Park: AIEE Trans., **52** (1933), p. 352.
- 14) A. W. Rankin: AIEE Trans., **64** (1945), p. 569.
- 15) A. W. Rankin: AIEE Trans., **64** (1945), p. 839.
- 16) 栗野量一郎・他: 電気四学会北海道支部連合大会 (昭49), 81.
- 17) 栗野量一郎・他: 電気学会全国大会 (昭50), 973.

付録 1. 同期機の方程式の単位法への変換^{14),15)}

本付録中でゴシック体の変数は、Per Unit 値ではなく実際の値を示す。又、添字 0 は、単位法における基準値 (Base Value) を示す。

Park 氏の理論によると、各変数の間には次のような関係がある。

$$\left. \begin{aligned} \phi_d &= -L_d i_d + L_{afd} i_{fd} \\ \phi_{fd} &= -(3/2) L_{afd} i_d + L_{ffd} i_{fd} \\ \phi_q &= -L_q i_q \end{aligned} \right\} \quad (74)$$

$$\left. \begin{aligned} e_d &= p\phi_d - \phi_q p\theta - r i_d \\ e_{fd} &= p\phi_{fd} + r_{fd} i_{fd} \\ e_q &= p\phi_q + \phi_d p\theta - r i_q \end{aligned} \right\} \quad (75)$$

ここで

$$I_{fd} = (2/3) i_{fd} \quad (76)$$

$$\left. \begin{aligned} M_{afd} &= (3/2) L_{afd} \\ L_{fd} &= (3/2) L_{ffd} \\ R_{fd} &= (3/2) r_{ffd} \end{aligned} \right\} \quad (77)$$

と置き換えると、(74)、(75) 式は次式になる。

$$\left. \begin{aligned} \phi_d &= -L_d i_d + M_{afd} I_{fd} \\ \phi_{fd} &= -M_{afd} i_d + L_{fd} I_{fd} \\ \phi_q &= -L_q i_q \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

$$\left. \begin{aligned} e_d &= p\phi_d - \phi_q p\theta - r i_d \\ e_{fd} &= p\phi_{fd} + R_{fd} I_{fd} \\ e_q &= p\phi_q + \phi_d p\theta - r i_q \end{aligned} \right\} \quad (79)$$

上式を単位法に変換するに際して、まず d, q 軸の電流及び自己インダクタンスの基準値として、それぞれ定格電流の peak 値と、電機子回路の自己インダクタンスの基準値を選ぶこととする。

$$\left. \begin{aligned} i_{d0} &= i_{q0} = i_{a0} = \sqrt{2} i_{ar} \\ L_{d0} &= L_{q0} = L_{a0} = r_0 / \omega_r = e_{ar} / i_{ar} \omega_r \end{aligned} \right\} \quad (80)$$

ここで r_0 は、電機子回路抵抗 r の基準値である。又、界磁電流の基準値を i_{fd0} 、すなわち $I_{fd0} = (2/3) i_{fd0}$ とすると、各インダクタンス及び鎖交磁束の基準値は、(78) 式より次の通りとなる。

$$\left. \begin{aligned} M_{afd0} &= L_{a0} i_{a0} / I_{fd0} = 3 e_{ar} / \sqrt{2} \omega_r i_{fd0} \\ L_{fd0} &= M_{afd0} i_{a0} / I_{fd0} = 9 e_{ar} i_{ar} / 2 \omega_r (i_{fd0})^2 \end{aligned} \right\} \quad (81)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{d0} &= \phi_{q0} = L_{a0} i_{a0} = \sqrt{2} e_{ar} / \omega_r \\ \phi_{fd0} &= M_{afd0} i_{a0} = 3 e_{ar} i_{ar} / \omega_r i_{fd0} \end{aligned} \right\} \quad (82)$$

界磁回路抵抗の基準値は、

$$R_{fd0} = (3/2) r_{fd0} = 3 \omega_r L_{ffd0} / 2 = \omega_r L_{fd0} = 9 e_{ar} i_{ar} / 2 (i_{fd0})^2 \quad (83)$$

となり、又各電圧の基準値は (79) 式より次の通りとなる。

$$\left. \begin{aligned} e_{d0} = e_{q0} = r_0 i_{a0} = \sqrt{2} e_{ar} \\ e_{fd0} = R_{fd0} I_{fd0} = 3 e_{ar} i_{ar}/i_{fd0} \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

(84)式を見ると, e_d, e_q の基準値は定格電圧の peak 値となっており, 又, 電圧と鎖交磁束の基準値との間には次の関係が成立している。

$$e_0 = \omega_r \phi_0 \quad (85)$$

$I_{fd}, M_{afd}, L_{fd}, R_{fd}$ については, 基準値に対しても (76), (77) 式の変換を行なうから, 例えば

$$I_{fd} = \frac{I_{fd}}{I_{fd0}} = \frac{(2/3) i_{fd}}{(2/3) i_{fd0}} = i_{fd} \quad (86)$$

となり, 変換の前後において同一の Per Unit 値となる。更に,

$$L = \frac{L}{L_0} = \frac{\omega_r L}{\omega_r L_0} = x \quad (87)$$

であるから, すべてのインダクタンスはリアクタンスの Per Unit 値に置き換えられる。

以上に与えた各変数の基準値及び (85)~(87) 式を用い, (78), (79) 式を単位法で表わすと, 結局次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \psi_d &= -x_d i_d + x_{afd} i_{fd} \\ \psi_{fd} &= -x_{afd} i_d + x_{ffd} i_{fd} \\ \psi_q &= -x_q i_q \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} e_d &= (1/\omega_r) p\psi_d - (1/\omega_r) \psi_q p\theta - r i_d \\ e_{fd} &= (1/\omega_r) p\psi_{fd} + r_{fd} i_{fd} \\ e_q &= (1/\omega_r) p\psi_q + (1/\omega_r) \psi_d p\theta - r i_q \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

尚, 単位法による記述は以上で完全であるが, (3) 式の変換により, 無負荷, 定格電圧で定常状態にあるときは, 界磁電流の基準 i_{fd0} の値によらず次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} e_q = \psi_d = i_f = e_f = \psi_f = p'\theta = 1 \\ e_d = \psi_q = i_d = i_q = 0 \end{aligned} \right\} \quad (88)$$

付録 2. 発電機系に関する記号

ω_r	: 発電機の定格 (Rated) 角速度
r	: 電機子 (Armature) 回路抵抗
e_d, e_q	: 直軸横軸 (Direct and Quadrature Axis) 電機子回路電圧
ψ_d, ψ_q	: 直軸横軸電機子回路の鎖交磁束 (Magnetic Flux Linkage)
i_d, i_q	: 直軸横軸電機子回路電流
r_{fd}	: 直軸界磁 (Field) 回路抵抗
e_{fd}	: 直軸界磁回路電圧
e_{fr}	: 定格界磁電圧の変換値
ψ_{fd}	: 直軸界磁回路の鎖交磁束
i_{fd}	: 直軸界磁回路電流
x_d, x_q	: 直軸横軸電機子回路の同期 (Synchronous) リアクタンス
x_{ffd}, L_{ffd}	: 直軸界磁回路の自己 (Self) リアクタンス及びインダクタンス
L_d, L_q	: 直軸横軸電機子回路の自己インダクタンス
x_{afd}, L_{afd}	: 直軸電機子回路と界磁回路の相互 (Mutual) リアクタンス及びインダクタンス
x'_d	: 直軸過渡 (Transient) リアクタンス
T'_{d0}	: 直軸開路過渡時定数
$p\theta$: 回転子 (Rotor) の瞬時角速度
$p\delta$: 回転子の角速度の ω_r からの偏差
e_t	: 発電機端子 (Terminal) 電圧の大きさ
V_r	: AVR における基準電圧
J	: 運動方程式における慣性定数
D	: 運動方程式における制動係数
T_m	: 回転子への機械的な入力トルク
ΔT	: ガバナによる入力トルクの変化分
T_g	: 発電機からの電気的な出力トルク
P_L, Q_L	: 発電機の有効無効出力電力
G_e, G_g	: AVR, ガバナのゲイン
τ_e, τ_g	: AVR, ガバナの時定数
e_{ar}	: 発電機の電機子定格電圧
i_{ar}	: 発電機の電機子定格電流