



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	光ファイバ内のモード結合に関する定式化と軸曲がりへの応用
Author(s)	立蔵, 公一; Tatekura, Kohichi; 伊藤, 精彦 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 89, 77-85
Issue Date	1978-11-02
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41490
Type	departmental bulletin paper
File Information	89_77-86.pdf



光ファイバ内のモード結合に関する 定式化と軸曲がりへの応用

立 蔵 公 一* 伊 藤 精 彦* 松 本 正*

(昭和 53 年 3 月 27 日受理)

Formulation for Mode Coupling in Optical Fibers and its Application to Random Bends

Kohichi TATEKURA Kiyohiko ITOH Tadashi MATSUMOTO

(Received March 27, 1978)

Abstract

In optical fibers, mode coupling is caused by random irregularities of the fiber wall or random bends of the fiber axis. The effects of mode coupling in multimode optical fibers have been reported using coupled power equations or power flow equations. Although mode coupling mechanism is very complicated, these equations have been applied only to simple theoretical models up to the present. Based on the above, it would be useful to develop general methods to analyze power flow equations for a random mode coupling mechanism.

This paper deals with a general solution of the above mentioned equation, and application of the obtained results were applied to Jeunhomme and Pocholle's experimental results. A good agreement between the theoretical and experimental results shows that our method is a useful description of mode coupling in multimode optical fibers.

1. 緒 言

1960年に発明されたレーザによって、マイクロ波より $10^4 \sim 10^5$ 倍も高周波のコヒーレントな光の発生が可能となった。レーザの登場以来、この光を大容量伝送に応用しようとする試みが続けられて来たが、実際の通信システムを考えるときには、レーザ自身をより使い易くする問題、変調、復調、伝送路の信頼性を高め損失を下げる問題などの課題があった。しかし、'70年になって、それまで有力な光伝送路の1つとして考えられてきたにもかかわらず損失が多かったガラス光ファイバの損失を著るしく減少させるのに成功した。また同年に、光通信用の光源として考えられて来た半導体レーザの室温連続動作が可能となった。このようにして、その後の半導体レーザの長寿命化と光ファイバの低損失化の研究とによって光通信が実用化の段階へと発展して来ている。

光ファイバを用いる通信方式は各種考えられて来た光通信方式のうちで最も光を用いる特徴が生かされ得るものであり、次のような特徴をもっている。

* 電子工学科

- 低損失である
- 広帯域である
- 電磁誘導の影響を受けない
- ガラス材料の資源が豊富である

この他に、曲げやすいこと、断面積が小さく軽いこと、漏話が少くないこと、高熱に耐えられることなどである。このように伝送路としての優れた特徴をもっているが、まだ明らかになっていない点も多い。たとえば

- 屈折率分布の最終形
- 帯域の限界
- 曲げなどの物理的外因による特性変化
- ケーブル化と接続の技術的問題

などである。(以上参考文献[1])

光ファイバの種類は表-1に示してあるように、基本的には単一のモードが伝播する単一モードファイバと数百から数千のモードが同時に伝播する多モードファイバとに分類される。単一モードファイバは理論的に光通信システムで最適な伝送媒体である。すなわち、単一のモードのみが存在するために非常に広帯域であり、無中継で長距離伝送が可能である。しかし、コアの半径が数 μm であるために半導体光源との結合効率が悪く、また接続の技術的問題がある。それに対して多モードファイバは半導体光源との結合が良く、またコア半径が数十 μm であるために製作上信頼性が高く接続も比較的容易である。これらの理由のために、現在のところ多モードファイバを用いた通信システムの開発が主流である。

しかしながら、多モードファイバでは互いに群速度の異なる多数のモードが伝播するために、いわゆるモード分散が生じる。また、光ファイバはその構造上、曲がり、ファイバ壁のランダムな歪、屈折率のゆらぎ等の影響を大きく受け、それによってモード間にランダムな結合が生じる。このランダムなモード結合に伴う損失、帯域の制限等の評価が現在の光ファイバ伝送研究における大きなテーマの1つになっている。

先に述べたように、多モードファイバでは同時に数百から数千のモードが伝播するために、モード結合が伝送特性に及ぼす影響を定量的に解析することは非常に難しい。しかし、今までの伝送媒体では搬送波の波形そのものの解析が必要であったのに対して、光ファイバでは波形の

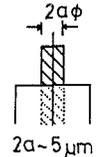
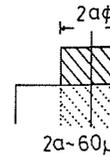
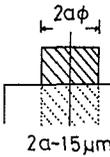
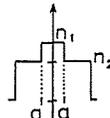
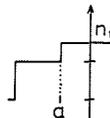
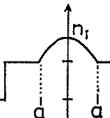
types of fiber	single mode	multimode	
		step-index	graded-index
longitudinal cross section	 2a~5 μm	 2a~60 μm	 2a~15 μm
index profile			

表-1 光ファイバの種類

包絡線の解析が必要である²⁾。上述の理由から Marcuse³⁾ は各モードの平均電力だけを記述する電力結合方程式を導いた。しかし、Marcuse の固有値方程式⁴⁾ の次数は伝播する導波モード数に等しく、多数のモードが伝播する多モードファイバを解析するには適していない。Gloge⁵⁾ はモード結合を電力の拡散と考え、電力結合方程式から偏微分方程式(拡散方程式)を導いた。この拡散方程式は広い適用範囲⁶⁾を持っており、一般の多モードファイバを解析するのに適しているが、距離・時間・空間分布を同時に記述しているために解析が非常に困難である。

本論文では、拡散方程式の一般的な解法⁷⁾について詳しく述べられている。得られた結果は広い屈折率分布をもつ光ファイバ並びに任意のモード結合機構に適用できる。2章では拡散方程式と軸対称な屈折率分布が調べられており、3章では2章の結果を基に拡散方程式の解法及び一般解が述べられている。最後に4章では、3章の結果に基づいてモード結合により引き起こされる損失⁸⁾が計算されている。

2. 屈折率分布及び拡散方程式

多モードファイバにおける分散とモード結合を調べるために、軸対称な屈折率分布⁹⁾が良く研究されている。

$$n(r) = \begin{cases} n_1 \left[1 - 2d \left(\frac{r}{a} \right)^\alpha \right]^{1/2}, & r < a \\ n_1 (1 - 2d)^{1/2} = n_2 & r > a \end{cases} \quad (1)$$

ここで、 n_1 : コア軸上の屈折率、 n_2 : クラッド部の屈折率、 a : コア半径、 α : 屈折率勾配、 d : 比屈折率差

屈折率分布(1)が良く研究される理由は、製作加工が比較的容易であること、この分布の中にモード分散を最小にする α が存在すること、伝播するモード群にある近似的な縮退が存在し理論的扱いが簡単になること等によるが、最後の特性を以下に説明する。光ファイバ内を伝播する各モードは、2つの変数 μ (動径方向のモード変数)と ν (半径方向のモード変数)によって規定されるが、(1)の光ファイバでは近似的に1つの主モード変数 m で規定できることが知られている^{5),6)}。

$$m = 2\mu + \nu \quad (2)$$

光ファイバにはモード結合が存在し、これを記述する基本方程式は電力結合方程式であることはすでに述べた通りである。

$$\frac{\partial}{\partial z} p + j\omega\tau p = -\gamma p + \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial m} \left[mh \frac{\partial}{\partial m} p \right] \quad (3)$$

ここで、 z : ファイバ長、 ω : ベースバンド角周波数、 p : モード電力のベースバンド応答、 τ : 群遅延、 γ : 減衰定数、 h : 結合係数。群遅延、減衰定数、結合係数は主モード変数 m の関数であり、モード電力 p は ω , m , z についての関数である。

(3)式の導出において Gloge⁵⁾は次の2つの条件を仮定している。(イ)多モードファイバでは

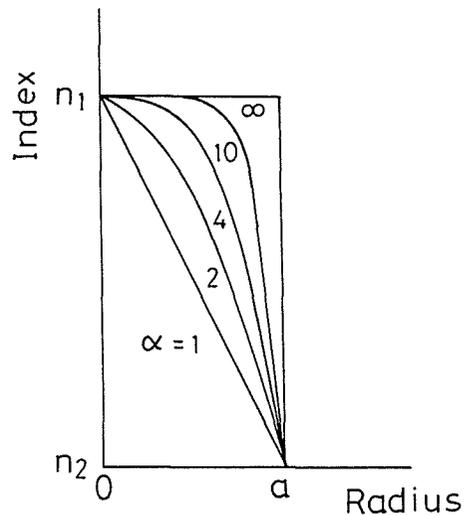


図-1 屈折率分布

同時に数多くのモードが伝播し、伝播定数の差は小さいのでモード変数 m を準連続変数と考える。(ロ)ファイバ内の電力分布を測定した結果によると電力が中心軸からゆっくり周囲に移っていくことが分かる。それゆえ、モード結合を電力の拡散と見做すことができる。

近年、モード結合の影響に関する研究が盛んであり、多くの報告が出されているが、理論値と測定値とが良く一致していることから拡散方程式(3)の有用性が明らかになって来ている。本論文の主な目的は拡散方程式の一般的な解法を発展させることであり、次章ではその解法の説明がなされている。

3. 拡散方程式の一般的な定式化

前章の方程式(3)は各モードの群遅延・減衰定数・結合係数が定まれば解析することができるが、一般的には解くことができない。また最近では、これらのパラメータに対する測定が進み実験的に決定できるようになって来ているが^{10),11)}現在のところこれらのデータを直接利用する方法は非常に少ない。我々はこれらの状況からみて拡散方程式の一般的な解法を研究することが重要であると考えた。この方程式を解くことの意義は非常に大きく、簡単に説明すると以下の通りである。すなわち、ファイバの1地点でCW励振された場合の電力パターン及び損失が測定された時に、任意のベースバンド周波数に対する応答・損失が任意のファイバ長について決定できる。本章では、拡散方程式の解法と一般解⁷⁾とが詳しく調べられており、得られた結果は任意のモード結合機構及び任意の励振条件に対して同一の手順で適用できる。

方程式(3)を解くために、まず次の形式の試験関数を考えるのが一般的である。

$$p(\omega, m, z) = g(\omega, m) \cdot \exp[-\Gamma(\omega)z] \quad (4)$$

(4)式を(3)式に代入すると g と Γ に関する微分方程式が得られる。

$$\frac{1}{m} \frac{d}{dm} \left[mh \frac{d}{dm} g \right] + (\Gamma - j\omega\tau - \tilde{\gamma}) g = 0 \quad (5)$$

パラメータ Γ は微分方程式(5)の固有値になっており、境界条件が定まるとある離散的な値を取ることには良く知られている。境界条件は以下の通りである。

$$\left[\frac{d}{dm} g \right]_{m=m_0} = [g]_{m=M} = 0 \quad (6)$$

ここで、 m_0 と M はモード変数 m の最小値と最大値である。これらの境界条件は基本モードでは電力の拡散は停留すること (dg/dm は拡散速度を決定する)、カットオフモードは電力を運ばないことを示している¹²⁾。

変数分離法によると(3)の完全解は試験関数(4)の重畳で与えられる。すなわち、(5)式の固有関数 g_k からモード電力が決定される。

$$p(\omega, m, z) = \sum_{k \geq 1} C_k(\omega) g_k(\omega, m) \exp[-\Gamma_k(\omega)z] \quad (7)$$

C_k は入力端 $z=0$ での入射条件から決定される量である。

与えられた $\tau(m)$, $\tilde{\gamma}(m)$, $h(m)$ に対してモード電力は上式で表わされるが、固有値方程式(5)が解析的に解ける場合は非常に少ない。しかも、 C_k は時間及び空間の励振状態により大きく左右され、その表現は極めて複雑である。従って、(5)式を直接解くことは得策でない。

固有値方程式(5)は Sturm-Liouville 形の微分方程式¹³⁾といわれ変分学における基礎方程式になっている。そこで本論文では、変分法における直接法の1つである Ritz 法¹³⁾を用いて解くことにする。まず、関数 g を区間 $[m_0, M]$ で完備な関数系 $\{u_s\}$ で展開する。

$$g(\omega, m) = \sum_{s \geq 1} a^s(\omega) u_s(m) \quad (8)$$

次に、すべての変分法に共通しているように、微分方程式 (5) に代わる変分表現を見い出さねばならない。関数 g とパラメータ Γ とに対する変分表現は次式で与えられる。

$$\Gamma(\omega, g) = \left[\int m h (g')^2 dm + j\omega \int m \tau g^2 dm + \int m \tilde{r} g^2 dm - 2(m h g g')_{m=M} \right] / \int m g^2 dm \quad (9)$$

ここで、記号' は m に関する微分を表わし、積分は区間 $[m_0, M]$ で行なわれる。

この表現が Γ と g に関して正しい解を与えていることを確かめるために、 g が δg だけ摂動した時の 1 次変分 $\delta \Gamma$ を計算する。結果は、

$$\delta \Gamma \int m g^2 dm = -2 \int \left[(m h g')' + (\Gamma - j\omega\tau - \tilde{r}) m g \right] \delta g dm - 2 \left[(m h g' \delta g)_{m=m_0} + (m h g \delta g')_{m=M} \right] \quad (10)$$

上式から $\delta g, \delta g'$ に関係なく g が (5) 式と (6) 式を満足する時のみ $\delta \Gamma = 0$ となることが確かめられる。従って、(9) 式は Γ と g に関する正しい変分表現を与えている。

最後の手続きは、(8) 式を (9) 式に代入し

$$\Gamma \int \sum_s \sum_l a^s a^l m u_s u_l dm = \int \sum_s \sum_l a^s a^l m h u'_s u'_l dm + \int \sum_s \sum_l a^s a^l (\tilde{r} + j\omega\tau) m u_s u_l dm \quad (11)$$

停留条件からパラメータ a^s を決定することである。ここに基底関数 u_s として境界条件 (6) 式を満足する関数が選ばれているので、(9) 式の境界項は消えている。 Γ を最小にする停留条件はすべての a^l について次式が成立することである。

$$\frac{\partial}{\partial a^l} \Gamma = 0, \quad l \geq 1 \quad (12)$$

または、(11) 式を (12) 式に代入すると

$$\Gamma \int \sum_s a^s m u_s u_l dm = \int \sum_s a^s m h u'_s u'_l dm + j\omega \int \sum_s a^s m \tau u_s u_l dm + \int \sum_s a^s m \tilde{r} u_s u_l dm \quad (13)$$

これらの代数方程式は行列形式で表現することができる。

$$(\underline{U} + j\omega \underline{T} + \underline{A}) \underline{a}(\omega) = \Gamma(\omega) \underline{S} \underline{a}(\omega) \quad (14)$$

$$U_{sl} = \int m h u'_s u'_l dm \quad (15)$$

$$T_{sl} = \int m \tau u_s u_l dm \quad (16)$$

$$A_{sl} = \int m \tilde{r} u_s u_l dm \quad (17)$$

$$S_{sl} = \int m u_s u_l dm, \quad s, l \geq 1 \quad (18)$$

\underline{U} , \underline{T} , \underline{A} の各行列は物理的な意味を持っており、それぞれ結合、群遅延、減衰の状態から決定される。また \underline{S} は基底関数を正規化する行列である。 \underline{a} は a^s の列ベクトルである。(14) 式の解を用いると、モード電力のベースバンド応答は次の表現になる。

$$p(\omega, m, z) = \sum_{k \geq 1} C_k(\omega) \left[\sum_{s \geq 1} a_k^s(\omega) u_s(m) \right] \cdot \exp \left[-\Gamma_k(\omega) z \right] \quad (19)$$

$C_k(\omega)$ は励振条件から決定されるべき量であり、以下の手順から求まる。まず、 $z=0$ における (19) 式の両辺に $m \sum_l a_l^l u_l$ を乗じて、 m について積分すると

$$\begin{aligned} \int m [p]_{z=0} \sum_l a_r^l u_l dm &= \sum_k C_k \int m \left[\sum_s a_k^s u_s \right] \left[\sum_l a_r^l u_l \right] dm \\ &= \sum C_k (a_k, S a_r) \end{aligned} \quad (20)$$

行列の対称性と方程式 (14) から固有ベクトル間に直交性

$$(a_k, S a_r) = 0, \quad k \neq r \quad (21)$$

が成立するから, (20) 式に (21) 式を用いると C_k が求まる。

$$C_k(\omega) = \frac{(a_k, b)}{(a_k, S a_k)} \quad (22)$$

ここで, ベクトル b は次式で定義されている。

$$b_l = \int m [p]_{z=0} u_l dm, \quad l \geq 1 \quad (23)$$

また, (20)~(23) 式において記号 (\cdot) は内積を表わしている。

上式まででモード電力は完全に得られたが, 光通信システムにおいて検波される量はモード電力それ自体ではなくモード電力の総和である。一般に, ある伝送路を伝播する電力は線形性を満足しないが, 光ファイバ中の電力については近似的に線形性が成立することが知られている¹⁴⁾。従って, 全電力 p_T はモード電力の線形和として求まる。

$$\begin{aligned} p_T(\omega, z) &= \int 2(m+1) P(\omega, m, z) dm \\ &= \sum_k C_k \left[\sum_s a_k^s \int 2(m+1) u_s dm \right] e^{-\Gamma_k z} \end{aligned} \quad (24)$$

モード変数 m を連続変数と見做すのと同様の理由で和は積分に置きかえられている。また, $2(m+1)$ はモード変数 m で規定されるモードの縮退数である^{5),6)}。(24) 式を簡単にするために, 次のベクトル b_1 を定義する。

$$(b_1)_l = \int 2(m+1) u_l dm, \quad l \geq 1 \quad (25)$$

(22)~(25) 式を用いると全電力 P_T は次のようになる。

$$p_T(\omega, z) = \sum_{k \geq 1} \frac{(a^k, b)(a^k, b_1)}{(a_k, S a_k)} \exp(-\Gamma_k z) \quad (26)$$

固有値方程式 (13) 又は (14) は, Marcuse の固有値方程式とは異なりモード電力それ自体ではなくモード電力の和である包絡線を決定するために, 数多くのモードが伝播する多モードファイバを解析するのに適している。また, 全電力に対する表現は任意のモード結合並びに励振条件について常に同一であり, このことは解析を非常に簡明にする。

4. 具体的なモード結合への適用

前章で発展された方法及び公式は任意の屈折率分布, ランダムなモード結合に適用できるものであるが, 本章では階段形屈折率ファイバについて軸のランダムな曲がりについて検討する。この理由は階段形ファイバの特性は実験的に良く理解されており, またファイバ軸のランダムな曲がり曲がりがモード結合の最大の原因であることによる。

光ファイバの伝送特性の中で最も特徴ある量は減衰量であり, 他の導波路には見られない種々の性質を持っている。そこで, 本章では減衰特性について調べることにする。従って光源は CW であると仮定してよく, 基本方程式 (3) のベースバンド周波数 ω を零とおける。

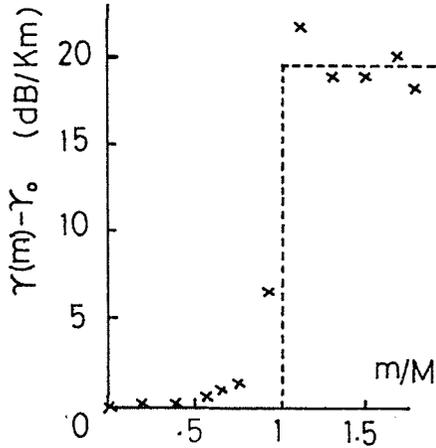


図-2 減衰定数の測定値

解析を始める前にモード電力の減衰定数及び結合係数を決定しなければならないが、これらの量は Jeunhomme と Pocholle¹¹⁾ の測定結果を用いることにする。まず減衰定数は図-2 (×印が測定値) に示されているが、数学的には次式で表現されるのが一般的である⁶⁾。

$$\gamma(m) = \begin{cases} \gamma_0 = \text{const}, & m < M \\ \infty, & m > M \end{cases}$$

すなわち、導波モードについては減衰定数は一定で、放射モードについては無限大とみなすのである。 γ_0 はガラスに特有な吸収散乱による減衰を表わすもので $\exp(-\gamma_0 z)$ の形で考慮される。次に結合係数は図-3 の実線で示されている。ただし実線にみられるスパイクはファイバからの放射パターンをデジタル的に処理したために生じている。本論文では最小自乗法によりこの曲線を近似しており、この結果が図-3 上の破線で示されている。尚、図-2 及び 3 のデータは測定波長 $0.82 \mu\text{m}$ において、コア半径 $40 \mu\text{m}$ 、開口数 0.196 の Corning 光ファイバについて得られている。

図-4 は上記のファイバについて単位長当たりの電力損失 $\gamma(z)$ を計算したものである。ただし、 $\exp(-\gamma_0 z)$ の項は簡単のために省略してある。ここで、入力ビームはガラス形 $\exp[-(m/D_0 \cdot M)^2]$ であると仮定しており、 D_0 は正規化されたポットサイズである。図-4 に示されているように、電力損失 $\gamma(z)$ の変化から大きく 2 つの領域があることがわかる⁸⁾。

- (I) transient state; 損失は励振条件にも影響を受け、ファイバ長とともに変化する。
- (II) steady state; ある距離に達すると損失は一定値に達し、それ以後は dB 相加が成立する。

損失が距離とともに変化するの、総ての光導波路に当てはまることであるが、各モードが異なる減衰を受けるからである。しかし、モード間で電力の変換、再変換が進むにつれて、すべての

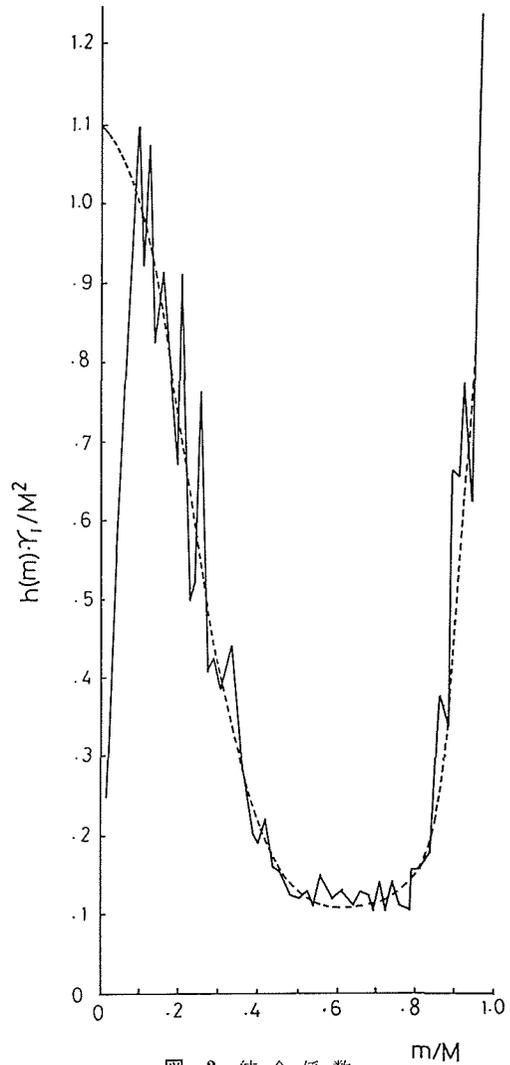


図-3 結合係数

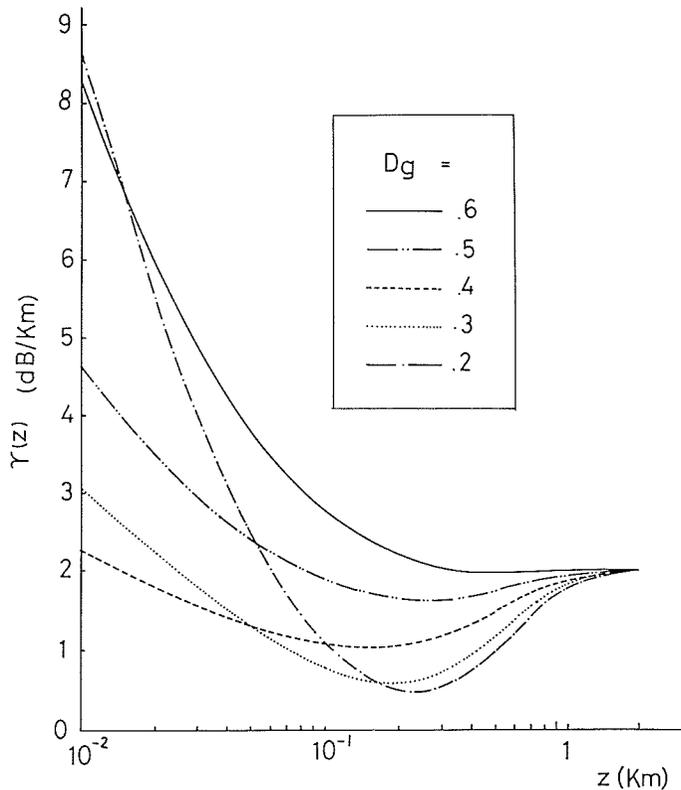


図-4 単位長当たりの電力損

モード電力が近似的にある平均速度で伝播するようになり動的平衡に達する。それ以後は等価的に単一のモードが伝播するようになるのである。この様子は(26)式から容易に理解できる。

$$p_T(0, z) \longrightarrow \frac{(a_1, b)(a_1, b_1)}{(a_1, S a_1)} \exp(-\Gamma_1 z) \quad (28)$$

$$\text{if } \exp[\Gamma_1 - \Gamma_2] z \ll 1$$

ただし、 $\Gamma_k < \Gamma_s (k < s)$ を仮定している。(28)式が成立するファイバ長以後では明らかに損失 $\gamma(z)$ は一定であり、 Γ_1 で与えられる。また、定常状態に達するまでの距離は Γ_1 と Γ_2 の比較によって求めることができる。表-2に Γ_1 から Γ_5 までの値を表してある。Jeunhomme等の測定によると定常状態での損失は2 dB/kmであったが、表-2によると2.02 dB/kmであり、誤差は1%である。また、定常状態に達する距離 L_s を $\exp[(\Gamma_1 - \Gamma_2)L_s] = 5\%$ で定義すると、 $L_s \cong 1$ kmになりこの値は実験値と良く一致している¹⁵⁾。この結果は階段形ファイバのみならず、他のファイバにも適用されるであろう。

本章で示された理論値と測定値との良い一致は本方法の妥当性を明らかにするものである。

5. 結 言

本論文で、光ファイバに生じるランダムなモード結合の解析のための基本方程式である拡散方程式の一般的な解法が調べられた。得られた結果は広い範囲の光ファイバに適用できるもので

表-2 固有値 $\Gamma_k (k=1, 5)$

Order k	Eigenvalue Γ^k (dB/km)
1	2.02
2	1.48×10
3	4.02×10
4	7.51×10
5	1.19×10^2

あり、従来利用できなかった結合係数等に関する測定データを数学的モデルと同様に処理することができる。本解析法の確立の意義は大きく、ある1地点(ただし定常状態に達した地点)で測定された光ファイバからの放射パターンに関するデータを用いて、光ファイバの損失、ベースバンド周波数応答などを任意の地点で決定できる。また、4章で述べられているように理論値と測定値との良い一致は本解析法の妥当性を示している。より具体的な問題(ファイバ壁の歪、ファイバ軸の曲がり、集束型ファイバへの適用等)については別に報告する予定である。なお、本論文の概略は参考文献[15]に述べられており、本論文はその詳しい解説になっている。

参 考 文 献

- 1) 未松安晴, 伊賀健一, 光ファイバ通信入門. オーム社, pp.2-11.
- 2) M. Koyama and I. Kobayashi, "Transmission Tneory of Multimode Fibers Based upon a Perturbation Method," Trans. IECE of Japan, Vol. J60-B, No. 6, June, 1977, pp.395-402.
- 3) D. Marcuse, "Derivation of Coupled Power Equations," Bell Syst. Tech. J., Vol. 51, No. 1, January, 1972, pp.229-237.
- 4) D. Marcuse, "Pulse Propagation in Multimode Dielectric Wareguide," *ibid*, Vol. 51, No. 6, June-August, 1972, pp.1199-1232.
- 5) D. Gloge, "Optical Power Flow in Multimode Fibers," *ibid*., Vol. 51, No. 8, October, 1972, pp.1765-1783.
- 6) R. Olshansky, "Mode Coupling Effects in Graded-Index Opitcal Fibers," Appl. Opt., Vol. 14, No. 4, April, 1975, pp.935-945.
- 7) K. Tatekura, K. Itoh and T. Matsumoto, to be published in IEEE Trans. Microwave Theory Tech., July. 1978.
- 8) D. Marcuse, Theory of Dielectric Optical Waveguide, New York: Academic Press, 1974.
- 9) D. Gloge and E. A. J. Marcatili, "Multimode Theory of Graded-Core Fibers," Bell Syst. Tech. J., Vol. 52, No. 9, November, 1973, pp.1563-1579.
- 10) L. Jeunhomme and J. P. Pocholle, "Angular Dependence of the Mode Coupling in a Multimode Fiber," Electron. Lett., 1975, 11, pp.425-426.
- 11) S. Kawakami, "New Principle to Measure Loss and Mode-Conversion Parameters of Multimode Fibers," *ibid*, 1977, 13, pp.706-707.
- 12) D. Marcuse, "Losses and Impulse Response of a Parabolic Index Fiber with Random Bends," Bell Syst. Tech. J., Vol. 52, No. 8, October, 1973, pp.1423-1437.
- 13) 林 毅, 村 外志夫, 変分法. コロナ社, 1975.
- 14) S. D. Personick, "Time bispersion in Dielectric Waveguide," Bell. Syst. Tech. J., Vol. 50, March, 1971, pp.843-859.
- 15) K. Tatekura, K. Itoh and T. Matsumoto, "Power Loss Caused by Random Mode Coupling in a Multimade Optical Fibre," Electron. Lett., 1977, 13, pp.767-768.