HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	軸継手を有する回転軸の横振動
Author(s)	土肥, 修; 大桃, 光晴
Citation	北海道大學工學部研究報告, 89, 43-49
Issue Date	1978-11-02
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41492
Type	departmental bulletin paper
File Information	89_43-50.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第89号（昭和53年）

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 89 (1978)

軸継手を有する回転軸の横振動

土肥　修*　大桃光晴**

（昭和53年3月31日受理）

Lateral Vibration of Rotational Shaft with Coupling

Osamu Doi　Mitsuharu Ohmomo

(Received March 31, 1978)

Abstract

The authors have analyzed the lateral vibration of a shaft-disk system with a flexible coupling. First the critical speeds and modes of vibration were obtained in consideration to the distributed mass of shaft, gyromoment and supporting condition. Then the amplitude of the forced vibration arising from an unbalanced mass was introduced. The results of the analysis are as follows.

(1) In a symmetric set of coupling, two modes of vibration are present. One is affected by the shear rigidity of the coupling and the other is affected by the flexual rigidity.

(2) In an unsymmetric set, the first critical speed is higher than that of symmetric set.

(3) In forced vibration with an unbalanced mass of coupling, the critical speed without resonance may exist for a certain phase angle of unbalanced mass and for a small or no damping of coupling.

1. はしがき

軸継手にも種々あるが，中でもゴム軸継手は偏心，偏角の許容値が他にくらべて大きいので組立てが容易であり，振動，衝撃の吸収効果が大きいなどの利点を有し，欠点とされていた耐久性についても改善せられ広く使用されている。

機械の性能と効率の向上，小型化，高速化に伴い危険速度が問題となり，ゴム軸継手を有する軸系の振動の解析は重要な課題であるが，従来，ねじり振動については考慮されながら，横振動についてはあまり配慮されていなかった。これはゴム軸継手が，横振動について殆んど考慮する必要のない低速域の使用に限られていたからである。

本論文は，ゴム軸継手の持つ特性とジャイロ効果，軸の分布質量，支持条件を考慮して，回転軸系の横振動に関する理論解析を行い，ゴム軸継手が回転軸系の動特性に与える影響を明らかにしたものである。

*　機械設計学講座
**　(株) 石川島播磨重工業

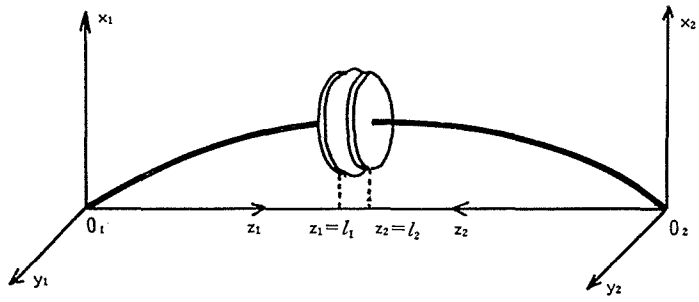
記号の定義

M ： 軸継手の質量の 1/2
ρ ： 軸の密度
I ： 軸の断面2次モーメント
A ： 軸の断面積
E ： 軸の縦弾性係数
$\dot{\Theta}$ ： 軸の回転角速度
J_P ： 軸継手フランジ部片側の重心を通る回転軸まわりの慣性モーメント
J ： 軸継手フランジ部片側の重心を通り回転軸に垂直な軸まわりの慣性モーメント
P ： 系の固有振動数
λ_2 ： 支持端の剪断剛性の無次元量
μ ： 軸と軸継手の質量比
Ω ： $\dot{\Theta}$ の無次元量
μ_1 ： J_P の無次元量
ω ： P の無次元量
μ_2 ： J の無次元量
W ： 軸の振動振幅の無次元量
κ ： 軸継手の曲げ剛性の無次元量
δ_1, δ_2 ： フランジ重心の偏心量
λ ： 軸継手の剪断剛性の無次元量
ψ ： 左右フランジ重心の位相角
τ ： 軸継手取付け位置の無次元量
w ： 変位の複素数表示
κ_2 ： 支持端の曲げ剛性の無次元量

2. 自由振動

2.1 基礎式

図-1 のように軸継手をはさみ，左右軸支持端 O_1, O_2 を原点とする静止座標系を，左側を x_1, y_1, z_1 右側を x_2, y_2, z_2 とする。z_1, z_2 軸は軸の偏心やたわみのないときの回転軸中心線に一致する。理論解析にあたり，(1) 軸のねじり変形と曲げ変形は互いに無関係に存在する，(2) 軸力（スラスト）と曲げ変形も無関係である，(3) 軸及び軸継手に偏心がない，ものと仮定する。回転軸の $x_j, y_j (j=1,2)$ 方向変位成分 $x_j(z_j, t)$, $y_j(z_j, t)$ を複素数表示により，



図—1　座　標　系

$$w_j = x_j + iy_j \qquad (j = 1, 2,\ i = \sqrt{-1}) \tag{1}$$

軸の横振動方程式は

$$\frac{\partial^4 w_j}{\partial z_j^4} = -\frac{\rho A}{EI}\frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} \tag{2}$$

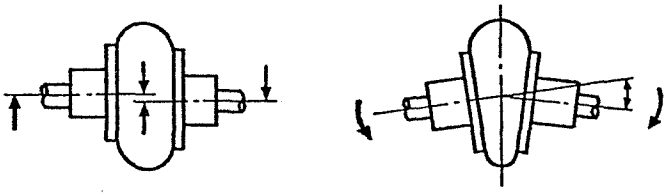
一般解は

$$w_j = (a_j \sin kz_j + b_j \cos kz_j + c_j \sinh kz_j + d_j \cosh kz_j)\, e^{iPt} \tag{3}$$
$$k = \sqrt[4]{\rho AP^2/EI}$$

但し，a_j, b_j, c_j, d_j=任意定数

2.2 境界条件

支持端の境界条件は一般に固定支持と単純支持の中間にあると考えられるので，両端弾性支持とし，曲げモーメントに関するばね定数 K_b，剪断力に関するばね定数 H_b を用い，$z_j=0$ で



図—2 ゴム軸継手

$$\left.\begin{aligned} \frac{\partial w_j}{\partial z_j} - \frac{EI}{K_b}\frac{\partial^2 w_j}{\partial z_j^2} &= 0 \\ w_j - \frac{EI}{H_b}\frac{\partial^3 w_j}{\partial z_j^3} &= 0 \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

$K_b\to\infty$, $H_b\to\infty$ は固定支持，$K_b\to 0$, $H_b\to\infty$ は単純支持である。軸継手の境界条件は図-2 のタイヤ型ゴム軸継手の場合，剪断力と偏心，曲げモーメントと偏角の間に比例関係があると考えられるので，偏心のばね定数 H，偏角のばね定数 K を用い，$z_j=l_j$ で

$$\left.\begin{aligned} -J\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial w_j}{\partial z_j}\right) + iJ_P\frac{d}{dt}\left\{\left(\frac{\partial w_j}{\partial z_j}\right)\dot{\Theta}\right\} &= EI\frac{\partial^2 w_j}{\partial z_j^2} + K\left(\frac{\partial w_j}{\partial z_j} + \frac{\partial w_{3-j}}{\partial z_{3-j}}\right) \\ M\frac{\partial^2 w_j}{\partial t^2} &= EI\frac{\partial^3 w_j}{\partial z_j^3} + H(w_{3-j} - w_j) \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

2.3 式の無次元化

式 (3), (4), (5) から任意定数 a_j, b_j, c_j, d_j に関する係数行列式を 0 と置いて振動数方程式が得られるが，その前に各量の無次元化を行う。まず，$l_1+l_2=2l$ とし，自由端に質量 M を有する長さ l の片持ばりの固有振動数 P_0 が，はりの質量を無視すれば $P_0=\sqrt{3EI/Ml^3}$ で表されることを考慮して，

$$\omega = \frac{P}{P_0},\ \Omega = \frac{\dot{\Theta}}{P_0},\ \mu = \frac{\rho Al}{M},\ \mu_1 = \frac{J_P}{Ml^2},\ \mu_2 = \frac{J}{Ml^2},\ \kappa = \frac{Kl}{3EI},\ \lambda = \frac{Hl^3}{3EI}$$
$$\varepsilon = \sqrt[4]{3\mu},\ \tau = \frac{l_1}{l},\ \frac{\kappa_2}{1-\kappa_2} = \frac{K_b l}{3EI},\ \frac{\lambda_2}{1-\lambda_2} = \frac{H_b l^3}{3EI} \tag{6}$$

式 (6) の最後の 2 式により K_b, H_b の 0〜∞ の変化を，κ_2, λ_2 の 0〜1 までの変化に置換えることができる。式 (3), (4), (5) から任意定数に関する行列式の要素 a_{mn} $(m, n=1, 2, \cdots, 8)$ を無次元量で示すと，

$$a_{11}=1,\ a_{12}=(1-\kappa_2)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}/\kappa_2,\ a_{13}=1,\ a_{14}=(1-\kappa_2)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}/\kappa_2,\ a_{15}=a_{16}=a_{17}=a_{18}=0$$
$$a_{21}=a_{22}=a_{23}=a_{24}=0,\ a_{25}=1,\ a_{26}=(1-\kappa_2)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}/\kappa_2,\ a_{27}=1,\ a_{28}=(1-\kappa_2)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}/\kappa_2$$

$$a_{31}=-(1-\lambda_2)\,\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/\lambda_2,\ a_{32}=1,\ a_{33}=(1-\lambda_2)\,\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/\lambda_2,\ a_{34}=1,\ a_{35}=a_{36}=a_{37}=a_{38}=0$$

$$a_{41}=a_{42}=a_{43}=a_{44}=0,\ a_{45}=-(1-\lambda_2)\,\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/\lambda_2,\ a_{46}=1,\ a_{47}=(1-\lambda_2)\,\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/\lambda_2,\ a_{48}=1$$

$$a_{51}=(\mu_2\omega^2-\mu_1\Omega\omega-\kappa)\cos\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}+(\varepsilon\sqrt{|\omega|}/3)\sin\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{52}=(-\mu_2\omega^2+\mu_1\Omega\omega+\kappa)\sin\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}+(\varepsilon\sqrt{|\omega|}/3)\cos\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{53}=(\mu_2\omega^2-\mu_1\Omega\omega-\kappa)\cosh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}-(\varepsilon\sqrt{|\omega|}/3)\sinh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{54}=(\mu_2\omega^2-\mu_1\Omega\omega-\kappa)\sinh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}-(\varepsilon\sqrt{|\omega|}/3)\cosh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{55}=-\kappa\cos(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{56}=\kappa\sin(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{57}=-\kappa\cosh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{58}=-\kappa\sinh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{61}=-\kappa\cos\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{62}=\kappa\sin\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{63}=-\kappa\cosh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{64}=-\kappa\sinh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{65}=(\mu_2\omega^2-\mu_1\Omega\omega-\kappa)\cos(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}+(\varepsilon\sqrt{|\omega|}/3)\sin(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{66}=(-\mu_2\omega^2+\mu_1\Omega\omega+\kappa)\sin(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}+(\varepsilon\sqrt{|\omega|}/3)\cos(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{67}=(\mu_2\omega^2-\mu_1\Omega\omega-\kappa)\cosh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}-(\varepsilon\sqrt{|\omega|}/3)\sinh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{68}=(\mu_2\omega^2-\mu_1\Omega\omega-\kappa)\sinh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}-(\varepsilon\sqrt{|\omega|}/3)\cosh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{71}=(-\omega^2+\lambda)\sin\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}+(\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/3)\cos\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{72}=(-\omega^2+\lambda)\cos\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}-(\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/3)\sin\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{73}=(-\omega^2+\lambda)\sinh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}-(\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/3)\cosh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{74}=(-\omega^2+\lambda)\cosh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}-(\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/3)\sinh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{75}=-\lambda\sin(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{76}=-\lambda\cos(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{77}=-\lambda\sinh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{78}=-\lambda\cosh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{81}=-\lambda\sin\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{82}=-\lambda\cos\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{83}=-\lambda\sinh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|},\ a_{84}=-\lambda\cosh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{85}=(-\omega^2+\lambda)\sin(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}+(\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/3)\cos(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{86}=(-\omega^2+\lambda)\cos(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}-(\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/3)\sin(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{87}=(-\omega^2+\lambda)\sinh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}-(\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/3)\cosh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}$$

$$a_{88}=(-\omega^2+\lambda)\cosh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}-(\varepsilon^3\sqrt{|\omega^3|}/3)\sinh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\omega|}\qquad(7)$$

$[a_{mn}]=0$ から系の固有振動数が求まる。特に危険速度を求める場合には $\Omega=\omega$ と置けばよい。

2.4 計算と結果

計算例は次に示す諸元を有する軸及び継手について各無次元量の値を求め，次にそれらの値を変化させて危険速度，振動モードの検討を行った。

$$M=5.1\times10^{-5}\ \mathrm{kg\,sec^2/mm},\ J_P=4.3\times10^{-2}\ \mathrm{kg\,mm\,sec^2},\ J=2.7\times10^{-2}\ \mathrm{kg\,mm\,sec^2}$$

$$K=9.55\times10^{3}\ \mathrm{kg\,mm/rad},\ H=20.0\ \mathrm{kg/mm},\ d=10\ \mathrm{mm},\ l=500\ \mathrm{mm}$$

$$\rho=8.08\times10^{-10}\ \mathrm{kg\,sec^2/mm^4},\ E=2.1\times10^{4}\ \mathrm{kg/mm^2}$$

各無次元量は，

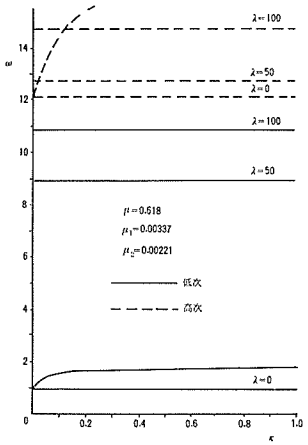
$$\mu=0.618,\ \mu_1=0.00337,\ \mu_2=0.1544,\ \lambda=80.84$$

まずジャイロモーメントは，回転速度がさほど高くなく，μ_1 の値も小さいので三次以上の高次の危険速度にしか影響していない。

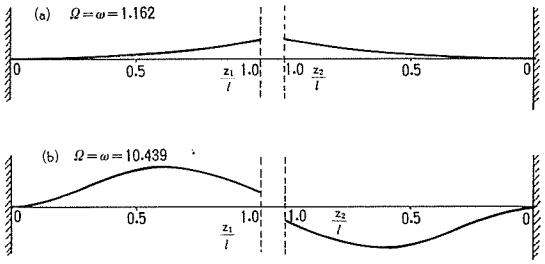
次に，両端が固定 ($\kappa_2=\lambda_2=1$) で軸継手を中央に取付けた場合 κ，λ が危険速度に及ぼす影響は図-3 のように，κ に対して変化しない危険速度と，λ について変化しない危険速度がある。これは，軸継手のばね定数 K，H が同時に影響するような危険速度が存在しない事を示している。振動モードの結果が図-4 で，(a) が λ に無関係な振動，(b) が κ に無関係な振動を示す。(a) の振動モードは左右面対称で偏心がなく，そのため λ に無関係となり，(b) では点対称のため偏角が

ないのでκに無関係となる。

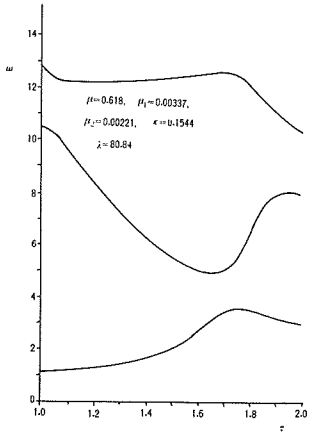
軸継手を非対称($\tau \neq 1$)に取付けた場合，τが危険速度に及ぼす影響を図-5に示す。一次危険速度に関しては，τの増加に従って上昇するが極大値が存在し，二次危険速度については逆に降下してある点で極小となる。この傾向はκ，λを変化させても変らず，一次危険速度のみ考慮する限り，軸継手は非対称に取付ける方が有利なことを示す。



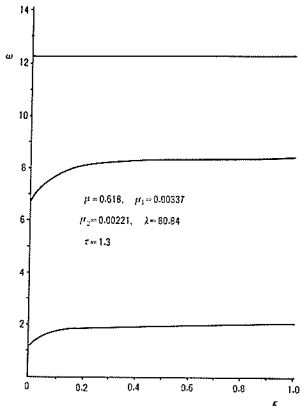
図—3 固有振動数 (1)



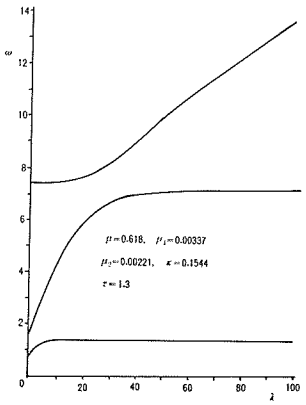
図—4 振動モード



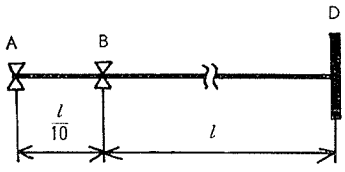
図—5 固有振動数 (2)



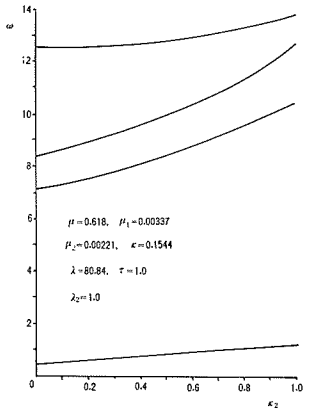
図—6 固有振動数 (3)



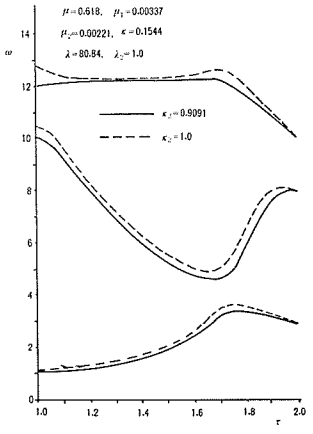
図—7 固有振動数 (4)



図—8 支持状態



図—9 固有振動数 (5)



図—10 固有振動数 (6)

次に $\tau=1.3$ として κ, λ の危険速度に及ぼす影響を計算した結果が図-6, 7 である。図-6 から，一次危険速度だけについて言えば，$\kappa=0.2$ 以下にしかその影響が現れない。実際には軸継手の偏角に対する許容値を大きくするため，κ の値は小さく，0.07～0.02 の範囲にあるので，一次危険速度を考慮するなら，κ の値の大きな軸継手を用いる方がよい。図-7 から，λ の実用範囲が 20～100 であるから，その間では一次，二次危険速度はほぼ一定であり，特に一次危険速度に関しては殆んど影響がないことがわかる。

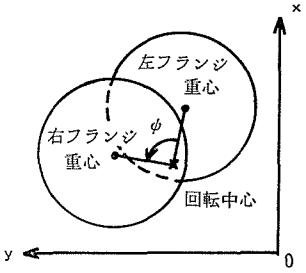
固定支持と弾性支持の差異を検討する。まず，弾性支持のばね定数 H_b についてはほぼ無限大と考えられるので $\lambda_2=1$ とし，K_b については図-8 のような支持状態を考えて，B 点の傾き角に対するばね定数を求め，$\kappa_2=0.9091$ を採用した。

図-9 は κ_2 に対する危険速度で，$\kappa_2=0.9$ 以上なら固定支持と弾性支持との差は 5% 程度であることがわかる。実際は κ_2 の値は図-8 の計算値より大きいので，固定支持として解析しても差支えないと考えられる。但し，図-8 で，κ_2 の値は $\overline{AB}/\overline{BD}$ の比だけで決り，$\overline{AB}=\overline{BD}$ で $\kappa_2=0.5$ となるから，大きな κ_2 の値を必要とする場合，支点の数を増すか，$\overline{AB}/\overline{BD}$ の比を変えなければならないが，K_b の値がある程度大きくなると κ_2 の値は殆んど変化しなくなる点に注意しなければならない。図-10 は $\kappa_2=0.9091$ と $\kappa_2=1.0$ が危険速度に及ぼす影響を比較したものであるが，変化の傾向はほぼ一致している。

3. 強 制 振 動

3.1 理 論 式

一般に軸及び軸継手には不釣合質量があるが，この不釣合質量が回転に伴い，起振力として作用する場合について検討する。



図—11 重心の位相角

図-1 の軸継手左右フランジ部重心の回転中心に対する偏心量を δ_1, δ_2 とし，偏心の位相は右フランジが左フランジに対して回転方向に ψ だけ進んでいるとする（図-11 参照）。偏心によって軸の受ける力は，$z_1=l_1$ で $M\dot{\Theta}^2\delta_1\exp(i\dot{\Theta}t)$, $z_2=l_2$ で $M\dot{\Theta}^2\delta_2\exp(i\dot{\Theta}t+\psi)$, さらにゴムの内部減衰を考慮して，速度，角速度に比例した減衰力が働くものとし，減衰係数を c_s, c_m とすれば，$z_j=l_j$ の境界条件は

$$-J\frac{d^2}{dt^2}\left(\frac{\partial w_j}{\partial z_j}\right)+iJ_P\frac{d}{dt}\left\{\left(\frac{\partial w_j}{\partial z_j}\right)\dot{\Theta}\right\}=EI\frac{\partial^2 w_j}{\partial z_j^2}+K\left(\frac{\partial w_j}{\partial z_j}+\frac{\partial w_{3-j}}{\partial z_{3-j}}\right)+c_m\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial w_j}{\partial z_j}+\frac{\partial w_{3-j}}{\partial z_{3-j}}\right)$$

$$M\frac{d^2w_1}{dt^2}=EI\frac{\partial^3 w_1}{\partial z_1^3}+H(w_2-w_1)+c_s\frac{d}{dt}(w_2-w_1)+M\dot{\Theta}^2\delta_1 e^{i\dot{\theta}t}$$

$$M\frac{d^2w_2}{dt^2}=EI\frac{\partial^3 w_2}{\partial z_1^3}+H(w_1-w_2)+c_s\frac{d}{dt}(w_1-w_2)+M\dot{\Theta}\delta_2 e^{(i\dot{\theta}t+\psi)} \qquad (8)$$

支持端の境界条件には式 (4) を用いる。式 (8) の境界条件を満足する式 (2) の解は

$$w_j=(a_j\sin kz_j+b_j\cos kz_j+c_j\sinh kz_j+d_j\cosh kz_j)e^{i\dot{\theta}t},\quad k=\sqrt[4]{\rho A\dot{\Theta}^2/EI} \qquad (9)$$

但し a_j, b_j, c_j, d_j は位相差を考慮して複素数とする。式 (4), (8) に (9) を代入して a_j, b_j, c_j, d_j から振幅が求まる。マトリックス表示を用い，a_j, b_j, c_j, d_j, $(j=1,2)$ を順に $\{\boldsymbol{R}_m+i\boldsymbol{S}_m\}$, $(m=1,2,\cdots,8)$ 係数行列を $[\boldsymbol{a}_{mn}+i\boldsymbol{b}_{mn}]$, $(m,n=1,2,\cdots,8)$, 定数項マトリックスを，$\{\boldsymbol{f}_m+i\boldsymbol{g}_m\}$ とする。式 (4), (8) に (9) を代入すれば，

$$[\boldsymbol{a}_{mn}+i\boldsymbol{b}_{mn}]\{\boldsymbol{R}_m+i\boldsymbol{S}_m\}=\{\boldsymbol{f}_m+i\boldsymbol{g}_m\} \qquad (10)$$
$$m,n=1,2,\cdots,8$$

さらに実部，虚部に分けたマトリックス表示を一本化すると

$$\begin{bmatrix} (\boldsymbol{a}_{mn}) & (-\boldsymbol{b}_{mn}) \\ (\boldsymbol{b}_{mn}) & (\boldsymbol{a}_{mn}) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \boldsymbol{R}_m \\ \boldsymbol{S}_m \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{f}_m \\ \boldsymbol{g}_m \end{Bmatrix} \tag{11}$$

ここで $(\boldsymbol{a}_{mn})$ は式 (7) で $\omega=\Omega$ と置いた式に等しく，他については無次元量 $\eta_m=c_m/MP_0^2l^2$, $\eta_s=c_s/MP_0$, $\delta=\delta_2/\delta_1$ を用いて，

$b_{11}=b_{21}=-\eta_m\Omega\cos\tau\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$, $b_{12}=b_{22}=\eta_m\Omega\sin\tau\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$, $b_{13}=b_{23}=-\eta_m\Omega\cosh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$

$b_{14}=b_{24}=-\eta_m\Omega\sinh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$, $b_{15}=b_{25}=-\eta_m\Omega\cos(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$, $b_{16}=b_{26}=\eta_m\Omega\sin(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$

$b_{17}=b_{27}=-\eta_m\Omega\cosh(2-\tau)\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$, $b_{18}=b_{28}=-\eta_m\Omega\sinh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$, $b_{31}=-b_{41}=\eta_s\Omega\sin\tau\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$

$b_{32}=-b_{42}=\eta_s\Omega\cos\tau\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$, $b_{33}=-b_{43}=\eta_s\Omega\sinh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$, $b_{34}=-b_{44}=\eta_s\Omega\cosh\tau\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$

$b_{35}=-b_{45}=-\eta_s\Omega\sin(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$, $b_{36}=-b_{46}=-\eta_s\Omega\cos(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$

$b_{37}=-b_{47}=-\eta_s\Omega\sinh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$, $b_{38}=-b_{48}=-\eta_s\Omega\cosh(2-\tau)\,\varepsilon\sqrt{|\Omega|}$

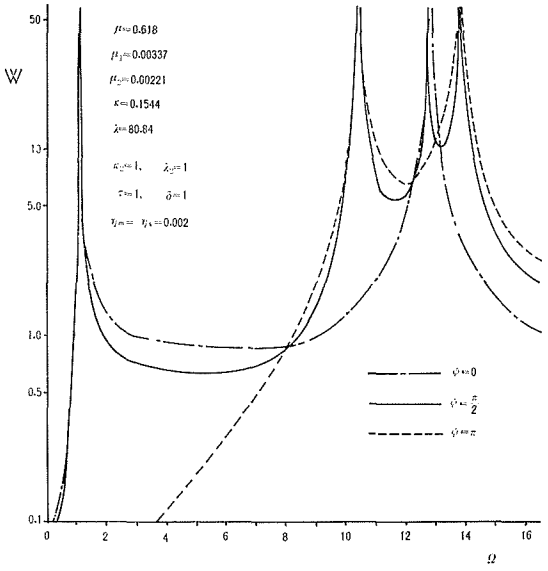
$b_{mn}=0$, $(m=5,6,7,8,\ n=1,2,3,\cdots,8)$, $f_1=f_2=0$, $f_3=\Omega^2$

$f_4=\Omega^2\delta\cos\psi$, $f_5=f_6=f_7=f_8=0$, $g_1=g_2=g_3=0$, $g_4=\Omega^2\delta\sin\psi$

$g_5=g_6=g_7=g_8=0$ (12)

3.2 計算と結果

図-12 は $\eta_m=\eta_s=0.002$, $\delta=1$ として，振幅 W と回転角速度 Ω との関係を $\psi=0$, $\pi/2$, π の場合について計算した結果である。$\psi=\pi/2$ ではすべての危険速度で振幅がピークを示し，$\psi=0$ では一次，三次の危険速度しか表れず，$\psi=\pi$ では二次，四次の危険速度しか表れないのは，振動モードと不釣合質量の位相差との関係によるものである。これは減衰が小さいか，ない場合であって，減衰が大きくなると $\psi=0$ でも二次，四次の危険速度が表れる。



図—12 振動振幅

4. むすび

可撓軸継手を有する回転軸系の横振動について理論解析を行い，次の点を明らかにした。

(1) 軸継手を対称に取付けた場合，軸継手の剪断剛性が影響しない振動と，曲げ剛性が影響しない振動が存在する。

(2) 軸継手を非対称に取付けた場合は，対称の場合より一次危険速度は上昇する。

(3) 不釣合質量による強制振動では，軸継手の減衰が小さいか又はない時，不釣合質量の位相角により現れない危険速度が存在する。