



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ファイバ壁のひずみの伝送特性に及ぼす影響
Author(s)	立蔵, 公一; Tatekura, Kohichi; 伊藤, 精彦 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 93, 1-10
Issue Date	1979-01-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41554
Type	departmental bulletin paper
File Information	93_1-10.pdf



ファイバ壁のひずみの伝送特性に及ぼす影響

立 蔵 公 一* 伊 藤 精 彦* 松 本 正*
(昭和53年9月29日受理)

Transmission Effects due to Random Distortions of Fiber Walls

Kohichi TATEKURA, Kiyohiko ITOH and Tadashi MATSUMOTO

(Received September 29, 1978)

Abstract

Recently, multimode fibers as an optical communication medium have been investigated and developed because of less stringent requirements of optical carriers and lower loss splices between fiber segments than single mode fibers. However, some problems remain not well understood. Mode coupling phenomenon is one of them, and is an important subject to be elucidated.

Mode coupling is caused by imperfections of the fiber geometry or material, that is, microbends of the fiber axis, irregularities of the core-cladding interface (wall distortions), fluctuations of the refractive index, and so on. To estimate the average transmission characteristics of optical fibers, it is very important to study the coupling efficiency (magnitude) of each coupling mechanism. But this is still not quantitatively understood.

Based on the above, this report examines the transmission effects due to wall distortions of step-index fibers among the above-mentioned coupling mechanisms, and a comparison of these properties with those due to other distortions was run and the results were examined in detail.

1. 緒 言

近年、光通信システムの伝送媒体として、光源に対する要求が比較的少なくまたファイバ間の接続 (splice) による挿入損が小さい等の理由で多モードファイバの開発研究が盛んに進められてきた。しかしながら、多モードファイバでは同時に多くのモードが異なる群速度で伝播するために、通信システムの伝送容量は単一モードファイバの場合よりも一桁小さい^{1),2)}。さらに、ファイバ内を伝搬する光信号の波長が $1\ \mu\text{m}$ 程度であるために、構造または材料の「ゆらぎ」による影響を大きく受ける。

ゆらぎの効果はモード結合として定式化されるが、それがファイバの伝送特性 (損失・分散等) に与える影響には他にはみられない種々の性質がある。本報告では、ゆらぎの一例としてファイバのコア・クラッド境界面のランダムなひずみをあげ、放射パターン・損失・遅延・分散について詳しく調べている。

2節では、モード結合を解析するための基本方程式を簡単に紹介し、3節ではファイバ壁のひずみを数学的にモデル化している。4節では、2, 3節の結果を基にして、モード結合による種々

* 電子工学科

の特性を具体的に計算し詳しく説明している。5節では、他のゆらぎ（ファイバ軸の曲がり等）または現実のゆらぎ（種々のゆらぎが同時に存在する場合）の効果と比較し、ファイバ壁のひずみの性質を検討している。最後に6節では、本報告で用いられた解析手法の精度を調べるために、解析的な解が得られているファイバ軸の曲がりについて、本手法から得られた計算結果と比較している。

2. 基本方程式

光ファイバにおいて、「ゆらぎ」の存在が引き起こす種々の現象は、モード結合理論によって説明することができる。特に、多モードファイバの場合には、モード間の結合は電力の拡散と考えることが可能であり、電力結合方程式で記述することができる^{1),2)}。この微分方程式は一般的に解析することが困難であるが、変分法における Rayleigh-Ritz 法を用いると、計算が非常に容易な代数方程式に変形することができる^{3),4)}。

$$\Gamma_k(\omega)Sa_k(\omega) = (U + j\omega T + A)a_k(\omega), \quad k \geq 1 \quad (1)$$

本報告では、固有値方程式(1)を基本方程式とし、後に調べる種々の特性はこの式の解に基づいて計算されている。ここに、行列 S , U , T , A の (ν, μ) 成分は以下に定義されている。

$$\left. \begin{aligned} S_{\nu\mu} &= \int mu_\nu u_\mu dm \\ U_{\nu\mu} &= \int mh(m)u'_\nu u'_\mu dm \\ T_{\nu\mu} &= \int m\tau(m)u_\nu u_\mu dm \\ A_{\nu\mu} &= \int mr(m)u_\nu u_\mu dm, \quad \nu, \mu \geq 1 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

m ; 伝播モードを規定するモード番号, $h(m)$; 結合係数, $\tau(m)$; 群遅延, $r(m)$; 減衰定数, $u_\nu(m)$; モード番号 m が定義されている区間内で完備系を作る任意の関数系。

U , T , A の各行列は特理的に明確な意味を持っており、それぞれ結合、遅延および減衰特性を記述している。また、行列 S は基底関数 $u_\nu (\nu \geq 1)$ を正規化する。(1)式の固有値 Γ_k , 固有ベクトル $a_k (k \geq 1)$ を用いると、モード電力のベースバンド応答 $p(\omega, m, z)$ は次のように表現することができる^{3),4)}。

$$p(\omega, m, z) = \sum_{k \geq 1} \frac{(a_k, b)}{(k \geq 1, Sa_k)} \left(\sum_{\nu \geq 1} a_k^{(\nu)} u_\nu \right) \exp(-\Gamma_k z) \quad (3)$$

ω ; ベースバンド周波数, z ; ファイバの伝播軸座標, $a_k^{(\nu)}$; ベクトル a_k の ν 成分, $(,)$; 内積, ベクトル b は $z=0$ における励振条件から決まり、次式で定義されている。

$$b_\nu = \int m p_{z=0} u_\nu dm, \quad \nu \geq 1 \quad (4)$$

上の2式によってモード電力の表現は完全に得られたが、光通信システムにおいて検波される量はモード電力自体ではなく、モード電力の総和である。全電力 $p_T(\omega, z)$ は近似的にモード電力の線形和として与えられ、次のようになる。

$$p_T(\omega, z) = \sum_{k \geq 1} \frac{(a_k, b)(a_k, b_1)}{(a_k, Sa_k)} \exp(-\Gamma_k z) \quad (5)$$

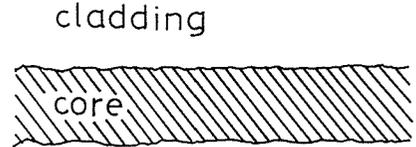
ここで、 b_1 は定ベクトルであり、伝播モードの縮退度 $W(m)$ によって決まる。

$$(b_1)_\nu = \int W(m) u_\nu dm \quad (6)$$

階段形コアファイバを含む α 乗コアファイバの場合には、 $W \cong 2(m+1)$ が成立する。

3. コア・クラッド境界面のゆらぎ

結合係数 h 、群遅延 τ 、減衰定数 γ が定まると、モード結合の効果を定量的に計算することができる。しかしながら、光ファイバのゆらぎは種々のランダムなひずみから形成されているので、これを数学的に定式化することは困難である。むしろ、これらのパラメータを実験的に決定する方が実際的である。しかし、光ファイバの平均的な伝送特性を予測するためには、ひずみの各成分が特性に与える寄与の大きさについて調べることも重要である。本報告では、後者の立場に重点を置き、ゆらぎの中で比較的重要なコア・クラッド境界面のランダムなひずみ (図1) について詳しく調べることにする。本節では、これに対する定式化を行なっている。結合係数、減衰定数に関する一般的表現は Marcuse⁵⁾ によって与えられている。



optical fiber with random distortion

図1 ファイバ壁のひずみ

$$\left. \begin{aligned} h(m) &= |K_{m,m\pm 1}|^2 F(\beta_m - \beta_{m\pm 1}) \\ \gamma(m) &= \sum_{\mu} \int_{-n_2 K}^{n_2 K} |K_{m,\mu}|^2 F(\beta_m - \beta) \frac{|\beta|}{\rho} d\beta \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$K_{m,m\pm 1}$; 伝播モード m と $m\pm 1$ の電磁界分布から定まる量, β_m ; 伝播モードの位相定数, $F(\phi)$; ゆらぎを記述する関数のパワースペクトラム, n_2 ; クラッドの屈折率, K ; 自由空間での波数, $K_{m,\mu}$; 伝播モード m と放射モード μ の電磁界分布から定まる量, ρ ; $\sqrt{(n_2 K)^2 - \beta^2}$, \sum_{μ} ; 種々の型の放射モードについての和を表す。

コア・クラッド境界面のひずみの場合には、幾つかの仮定の下で、(7) 式は次のように近似される^{3),6)}。

$$\left. \begin{aligned} h(m) &= \frac{M^2 (m/M)^2}{L_s} \\ \gamma(m) &= \frac{n_1 A M^2}{L_s} D \left(\frac{m}{M}\right)^2 \\ L_s &\triangleq \frac{a^2 D}{\sqrt{\pi} \sigma^2} \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

M ; m の最大値, n_1 ; コアの屈折率, D ; $1 - n_2/n_1$, A ; 近似的にひずみとは独立な定数, a ; コア半径, D ; ゆらぎの相関長, σ^2 ; ゆらぎの2乗平均値。

ゆらぎがコアとクラッドの境界に集中している場合には、モード間の結合は $r=a$ 付近の電磁界が大きな役割を果たす。また、高次のモードほど電磁界は $r=a$ 付近に大きな分布をすることを考えると、結合係数、減衰定数が m とともに増加することは定性的に妥当である。定量的には、境界面におけるモードの電力密度が近似的に $(m/M)^2$ に比例すること⁷⁾から予測できる。ただし、(8) 式はカットオフ付近 ($m/M \cong 1$) のモ

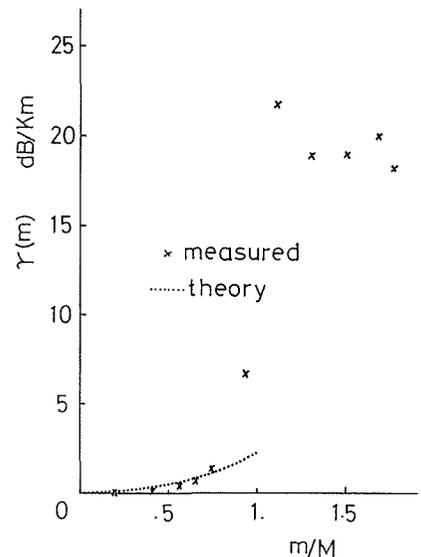


図2 減衰定数 $\gamma(m)$

ードについては良い近似とはいえない(図2)。図2は Jeunhomme 等⁹⁾が測定した減衰定数(×印が測定値)で、点線が理論値を示している。ただし、計算には $m < M$ の値が用いられるので、 $m > M$ でのずれは問題とならない。また、コア・クラッド境界面のひずみが単独に存在する場合についての結合係数の実測例はないが、(8)式の結合係数を仮定した時の伝送特性は実験結果と良く一致することが確認されている⁹⁾。

群遅延は、ゆらぎとは無関係に定まる量で、階段形ファイバについては次式が成立する¹⁾。

$$\tau(m) = \frac{n_1}{c} \left[1 + d \left(\frac{m}{M} \right)^2 \right] \quad (9)$$

c : 自由空間での光速。

(8)と(9)式によって、階段形ファイバの境界面ひずみの定式化されたが、この場合には後の議論のために(3)と(5)式を修正して次の表現をするのが良い。

$$\left. \begin{aligned} p(\omega, m, z) &= \exp[-(\gamma_0 + j\omega n_1/c)z] \cdot \sum_{k \geq 1} \frac{(a_k, b)}{(a_k, Sa_k)} \left(\sum_{\nu} a_k^{\nu} u_{\nu} \right) \exp(-\Gamma_k z/L_s) \\ p_T(\omega, z) &= \exp[-(\gamma_0 + j\omega n_1/c)z] \cdot \sum_{k \geq 1} \frac{(a_k, b)(a_k, b_1)}{(a_k, Sa_k)} \exp(-\Gamma_k z/L_s) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

ここに、 γ_0 はモードに依存しない減衰定数で、ガラス材料に特有な散乱吸収を表わしている。

4. 伝送特性

本節では、実際にモード分布、減衰特性、遅延および分散(パルスの広がり)特性を計算することによって、モード結合による特性変化を詳しく調べている。まず、そのための準備として、いくつかの量を定義すると都合が良い。(1)式の固有値 Γ_k は ω の関数であるが、 $\omega=0$ は特異点でないので、 $\omega=0$ を中心に Taylor 展開が可能であり、次のようにかくことができる。

$$\Gamma_k(\omega) = \gamma_k + j\omega\tau_k + \frac{1}{2}\sigma_k^2\omega^2 + \dots \quad (11)$$

γ_k , τ_k , σ_k^2 ($k > 1$) は ω とは独立な定数である。さらに、次式で集合平均 $\langle \rangle$ を定義する。

$$\left. \begin{aligned} \langle A \rangle &= \left(\sum_{k \geq 1} p_k A_k e^{-\Gamma_k z/L_s} \right) / \left(\sum_{k \geq 1} p_k e^{-\Gamma_k z/L_s} \right) \\ p_k &\triangleq \frac{(a_k, b)(a_k, b_1)}{(a_k, Sa_k)_{\omega=0}} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

ここで、 A_k は平均すべき量であり(例えば、 $A_k = \gamma_k, \tau_k, \sigma_k^2$ 等)、 $\langle A \rangle$ は定数ではなく軸座標 z に依存している。

図3に、CW 励振された時のモード電力分布 $P(0, m, z)/P(0, 0, z)$ が示されている。階段形ファイバの場合には、モード変数 m は光線が伝播軸となす角度に直接比例するので、この図は出力端 z からの放射パターンと見做すこともできる。パラメータは入力端 ($z=0$) での励振分布 $\exp[-(m/MD_g)^2]$ のスポットサイズ D_g であり、各 D_g について5つの正規化された伝播距離 z/L_s に関して計算されている。図3から、次の2つの現象を理解することができる。

- 高次のモードは低次のモードよりも大きな減衰を受ける。これは、高次のモードについてはコア・クラッド境界付近に分布する電力が大きいため、散乱の影響を強く受けるためである。このフィルタ効果は、境界面のゆらぎについて顕著である。
- 伝播距離が小さい範囲では、励振条件 D_g に強く影響されるが、 $z \gg L_s$ になるとモード分布は励振条件に関わらずある一定の分布に近づいて行く。この効果は、(10)式によって明確に示すことができる。

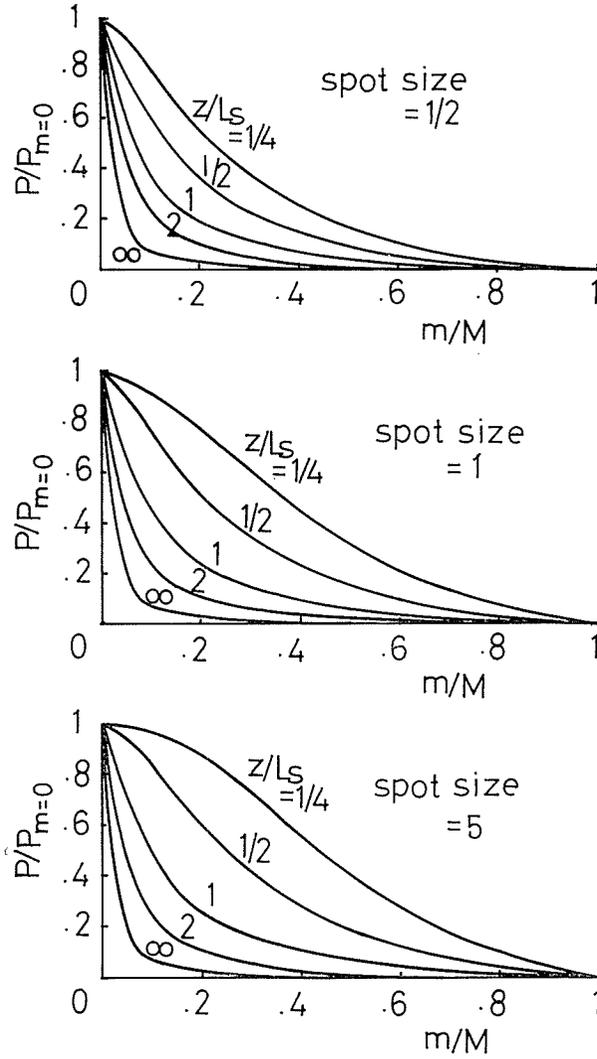


図3 モード分布

$$p(\omega, m, z) \propto \frac{(a_1, b)}{(a_1, S a_1)} \sum_{\nu=1}^{\infty} a_1^{(\nu)} u_{\nu}, \quad \text{for } z \gg L_s \text{ and if } \gamma_k < \gamma_l (k < l) \quad (13)$$

伝播モード間の結合は、必然的に伝播モードと放射モード ($m > M$) の結合を伴うから、追加損失を生じさせる。伝送損失は分散特性と並んで、光通信システムの特徴を決定する重要な因子であるから、詳しく調べる必要がある。単位長当たりの損失 $\gamma(z)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \gamma(z) &= -\frac{d}{p_T(0, z)} \frac{d}{dz} p_T(0, z) \\ &= \frac{1}{L_s} \langle \gamma \rangle \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

この結果は図4に示してある。単位長当たりの損失 $\gamma(z)$ は $z=0$ での励振状態に大きく影響される。 $D_g \geq 1$ では単調に減少して行くが、 $D_g < 1$ ではやや複雑な変化をしている。以下に、この曲線の変化について簡単に説明する。 $\gamma(z)$ が伝播距離 z とともに変化するのは、伝播するモードが互いに異なる減衰を受けるからである (総てのモードが同じ減衰を受けるならば、全電力

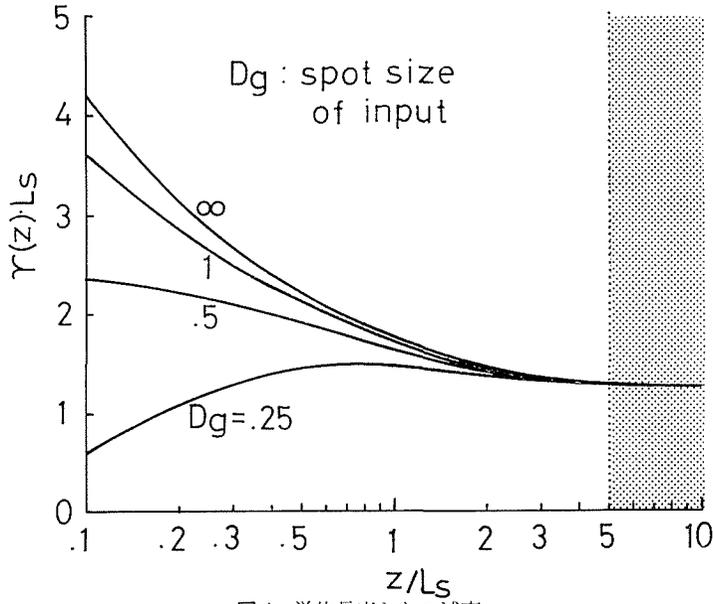


図4 単位長当たりの減衰

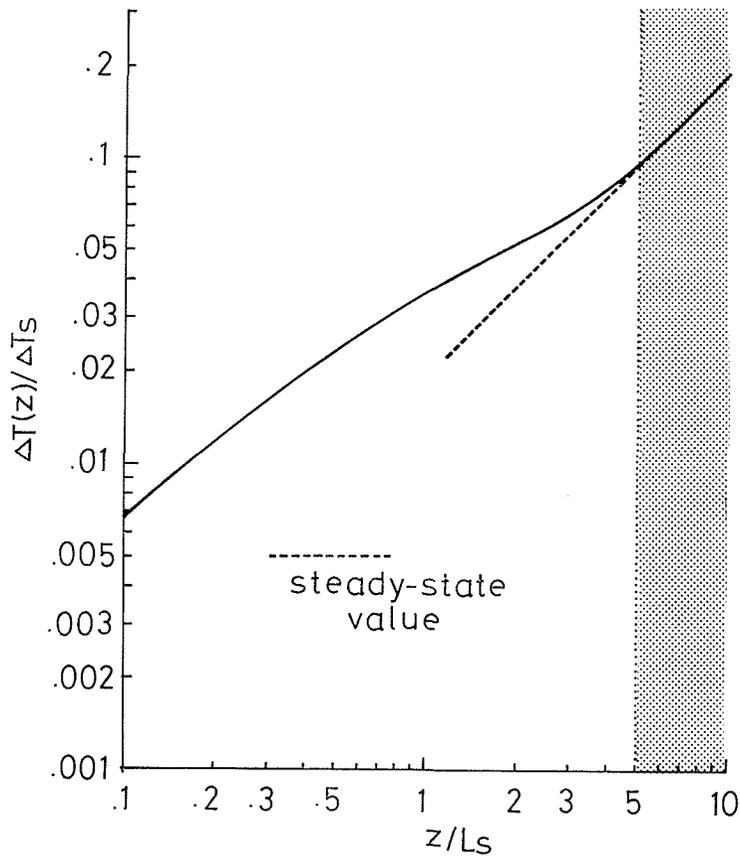


図5 遅延特性

p_T は $\exp(-\gamma z)$ の形で伝播するはずである。ただし、 γ は定数である)。この性質は differential attenuation¹⁰⁾ と呼ばれ、吸収散乱による損失と区別されている。 $D_g \geq 1$ の場合には、高次のモードが比較的多数励振されるために $z < L_S$ では強い減衰を受け続けるが、 $z \gg L_S$ では低次のモードが残るために減衰は小さくなってゆく。 $D_g < 1$ の場合には、低次のモードが多数励振されることから $z < L_S$ での減衰は小さい。しかしながら、モード結合効果（電力拡散）によって高次モードに電力が移って行き、この電力が放射されるために $\gamma(z)$ は増加して行く。さらに両者とも、 $z \gg L_S$ では、定常分布 (13) を作るために、一定値 r_1 (γ_k の最小値) に近づいて行く。

遅延と分散（パルスの広がり）特性には、モード結合の影響が強く現われ、興味深い性質がある。遅延 $T(z)$ と分散 $\sigma(z)$ は集合平均 $\langle \rangle$ の表現を用いると、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} T(z) &= \frac{n_1}{c} z + \Delta T(z) \\ \Delta T(z) &= \Delta T_S \cdot \frac{z}{L_S} \cdot \langle \tau \rangle \\ \sigma^2(z) &\simeq (\Delta T_S)^2 \left[\frac{z}{L_S} \langle \sigma \rangle + \left(\frac{z}{L_S} \right)^2 (\langle \tau^2 \rangle - \langle \tau \rangle^2) \right] \\ \Delta T_S &\triangleq \frac{n_1}{c} \Delta \cdot L_S \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

図5は $\Delta T(z)$ を示しているが、 $z \gg L_S$ では直線的に増加して行く（破線の傾きはほぼ1に等しい）。このことは、モード結合により電力の拡散が進行し、空間成分（モード電力）が混成された結果として、すべての電力が等価的にある平均速度で伝播するようになるからである。図6は、 $\sigma(z)$ について計算したものである。 $z \ll L_S$ ではモード結合の効果が十分に進んでいないために、 $\sigma(z)$ は最も速く伝播するモードと最も遅いモードの遅延時間差 $(n_1 - n_2)z/c$ で近似できる（破線 a の傾きはほぼ1である）。しかし、 $z \gg L_S$ になると分散の増加率は減少し、破線 b に漸近していく。この破線の傾きはほぼ $1/2$ であるので、 $\sigma(z) \propto \sqrt{z}$ が成立する。パルスの広がりが、伝播距離の平方根に比例する事実は理論的にも実験的にも確認されており、広く知られている。なお、図5、6の計算においては、入力端で総てのモードが等しく励振されると仮定している。

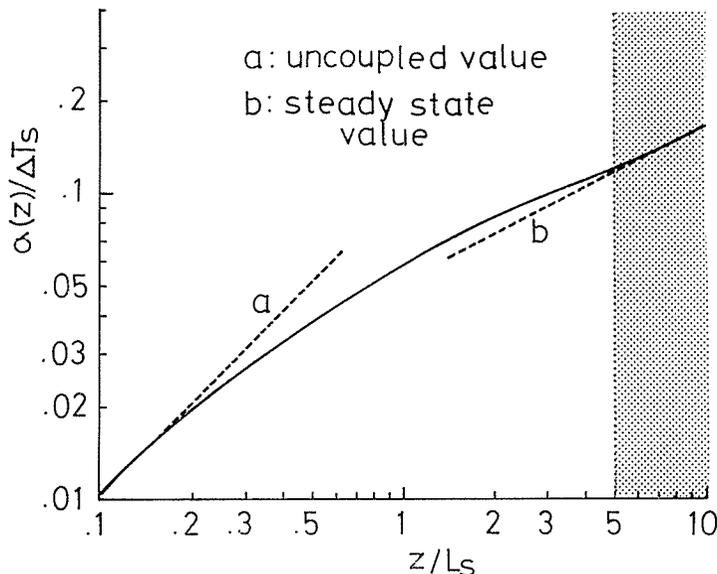


図6 分散特性

$z \gg L_s$ の時には、モード結合の効果が十分進み定常分布に達することが示されたが、我々は図 4~6 より、定常状態に達する距離を $z=5L_s$ と定義する。図 4~6 で、斜影の領域は定常状態を示している。この領域では、 $\gamma(z)$, $\Delta T(z)$, $\sigma(z)$ はある値に漸近し、(12) と (14), (15) 式から、

$$\begin{aligned} \gamma(z) &\simeq \gamma_1/L_s \\ \Delta T(z) &\simeq \Delta T_s \cdot \tau_1 \cdot z/L_s, \quad \text{for } z > 5L_s \\ \sigma(z) &\simeq \Delta T_s (\sigma_1 \cdot z/L_s)^{1/2} \end{aligned} \quad (16)$$

が成立する。

5. 検 討

この節では、前節の結果を簡単にまとめ、さらにファイバ壁（コア・クラッド境界面）のひずみに特有な性質に言及している。

単位長当たりの損失 $\gamma(z)$, 遅延 $\Delta T(z)$, 分散 $\sigma(z)$ の特性の変化の様子から、モード結合の進行状態には、遷移状態 (transient state) と定常状態 (steady state) の 2 つがあることは明白である。遷移状態ではモード結合が十分に進んでいないために、光ファイバの基本特性と結合による影響との両方の性質がみられる。例えば、 $\gamma(z)$ は励振条件 (launching condition) に大きく左右され、伝播するモードは未だ互いに分離されているために differential attenuation の効果により非線形に変化する。また、 $\sigma(z)$ は伝播距離の小さいところでは z に比例して増加する。一方、定常状態はモード結合によりモード間で電力の変換・再変換が十分に進んだ状態であり、電力は定常分布を作る（この時の電力は等価に 1 つのモードとして振る舞う）。この状態になると、もはや励振条件に関する情報は失われ、モード結合特有の効果が現われる。顕著な効果は分散 $\sigma(z)$ の \sqrt{z} 依存性であり（結合のない場合には、 z に比例して増加する）、種々の空間成分が混合された結果を表わしている。このように、モード結合は分散の改善という利点を有している。しかしながら、その改善のためには伝送損失の増加という代償を払わなければならない。すなわち、伝播モード間の結合は分散を改善するが、同時に伝播モードと放射モードの結合が生じ損失の増加が伴う。以上の事柄は総てのゆらぎについて成立する。

ファイバ壁のひずみ特有の性質は、図 3 に現われている。すなわち、定常状態でのモード分布では高次の電力は大きな減衰を受けており、

実効的な開口数 (effective numerical aperture) は非常に小さい。また、定常分布に達する距離が長いことも特色の 1 つである。Jeunhomme 等の報告によると、実際の放射パターンは Bessel 関数に近く、追加損失 ($\gamma(z)$, $z \rightarrow \infty$) は 2 dB/km で、定常分布に達する距離は 1~2 km であった¹¹⁾。今、ファイバ壁のひずみについて調べてみると、追加損失 γ_1/L_s が 2 dB/km であると仮定すると、 $L_s \simeq 2.78$ km (表 1 参照) となり、 $5L_s \simeq 13.9$ km となる。実際には、図 3 のパターンやこのように長い遷移状態は観測されていないのであるからファイバ壁のひずみはモード結合を生じさせる主要因ではないと思われる。事実、他のゆらぎ(ファイバ軸のランダムな曲がり)

表 1 固有値 γ_k

order k	eigenvalue γ_k
1	1.2789
2	2.2694
3	4.2889
4	7.6460
5	1.2628 x 10
⋮	⋮
⋮	⋮
⋮	⋮

と比較してみると、寄与の小さいことは定量的に示されている¹²⁾。ただし、このひずみは散乱損失が比較的大きいため、避けるべきである。

6. 計算精度の評価

4節で得られた結果は、(1)式の固有値方程式から計算されている。それらの信頼性を調べるためには、2節で示された計算手法の精度を確かめる必要がある。そのために、本節では結合方程式(微分方程式)の厳密解と本手法により得られた解とを比較する。微分方程式が解析的に解かれている問題にファイバ軸の曲がりがあり、かつ軸まがりにはゆらぎの中で最も重要であるので、以下ではこの問題について検討することにする。

階段形ファイバを含む α 乗コアファイバ¹³⁾が、ランダムな軸まがりを受けた場合のモード電力は次式で与えられる¹⁴⁾。ただし、CW励振の場合について考えている。

$$p(m, z) = \sum_{k \geq 1} \frac{2b_k}{J_{\rho+2}(u_{\rho k})} \left(\frac{m}{M}\right)^{-2/\alpha+2} J_{\rho} \left[u_{\rho k} \left(\frac{m}{M}\right)^{\alpha/\alpha+2} \right] \cdot \exp\left(-\frac{\alpha}{\alpha+2} u_{\rho k}^2 h_0 z\right), \quad (17)$$

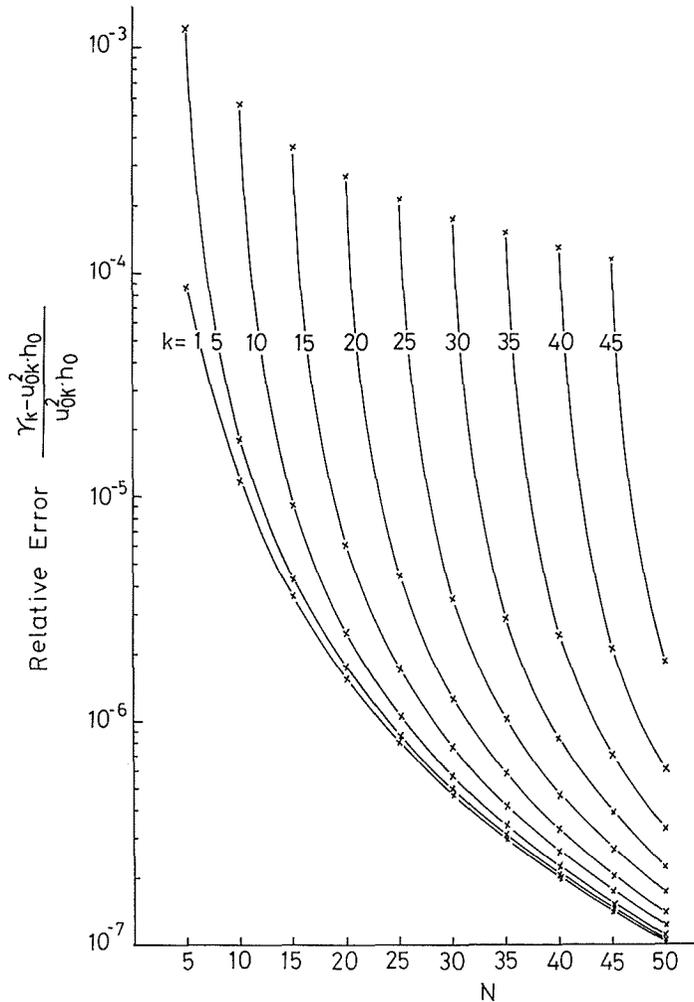


図7 固有値の精度

b_k ; 励振条件から定まる係数, α ; 屈折率分布を規定するパラメータ¹³⁾, ρ ; $2/\alpha$, J_ρ ; ρ 次の Bessel 関数, $u_{\rho k}$; J_ρ の k 番目の根, h_0 ; 曲がりの強度。

階段形ファイバは $\alpha = \infty$ の場合であり, (3) 式と (17) 式との比較より, $\gamma_k = h_0 u_{0k}^2$ が成立する。図 7 は基底関数として余弦関数を選んだ時の γ_k と厳密解 $h_0 u_{0k}^2$ との相対誤差を示したものであり, N は展開に用いた基底関数の個数である。 γ_1 (定常状態での損失) は $N=5$ で $10^{-2}\%$ であり, $N=50$ では $10^{-5}\%$ に達する。また, 高次の固有値についても精度が良く, $N=50$ における r_{45} は $2 \times 10^{-3}\%$ の精度を有している。図 7 の結果は, 本計算法の信頼性を保証するものである。なお, 本報告で $N=40$ を採用している。

7. 結 言

本報告では, 階段形ファイバのコア・クラッド境界面のひずみが伝送特性に与える影響について詳しく調べた。まず, ゆらぎのモデル (結合係数, 減衰定数) を数学的に定式化し, この定式化が物理的に妥当であることを確認した。次に, モード分布, 損失, 遅延, 分散を計算し, モード結合による効果について詳しく検討を加え, 遷移状態と定常状態の存在を明らかにした。またファイバ壁のひずみの特有の効果にも言及し, その結果このひずみは現実のファイバではモード結合の主要因でないことが示された。最後に, 本報告で用いられた計算手法の精度を調べ, 計算結果の信頼性を確認した。

参 考 文 献

- 1) D. Gloge, "Optical Power Flow in Multimode Fibers", Bell Syst. Tech. J., Vol 51, No. 8, October 1972, pp. 1765-1783.
- 2) R. Olshansky, "Mode Coupling Effects in Graded-Index Optical Fibers", Appl. Opt., Vol. 15, No. 4, April 1975, pp 935-945.
- 3) K. Tatekura, K. Itoh, and T. Matsumoto, "Techniques and Formulations for Mode Coupling of Multimode Optical Fibers", IEEE Trans. on Microwave Theory Tech., Vol. MTT-26, No. 7, July 1978, pp. 487-493.
- 4) K. Tatekura, K. Itoh and T. Matsumoto, "Variational Solution of the Power Flow Equation and Its Numerical Results for Random Bends in Graded-Index Optical Fibers", IECE of Japan, Vol. E 61, No. 10, October 1978, pp. 809-815.
- 5) D. Marcuse, "Coupled Mode Theory of Round Optical Fibers", Bell Syst. Tech. J., Vol. 52, No. 6, July-August 1973, pp. 817-841.
- 6) 立蔵, 伊藤, 松本. "クラッド型多状態ファイバの周波数応答", 51 年電気四学会道支部連合大会, pp. 176-177.
- 7) D. Gloge, "Weakly Guiding Fibers", Appl. Opt., Vol. 10, No. 10, October 1971, pp. 2252-2258.
- 8) L. Jeunhomme, M. Fraise and J. P. Pocholle, "Propagation Model for Long Step-Index Optical Fibers", Appl. Opt., Vol. 15, No. 12, December 1976, pp. 3040-3046.
- 9) 小山, 小林, "摂動法によるマルチモードファイバの伝送理論", 信学論 (B), 60-B, 6 (昭 52-6), pp. 395-402.
- 10) R. Olshansky and Susan M. Oaks, "Differential Mode Attenuation Measurements in Graded-Index Fibers", Appl. Opt., Vol. 17, No. 11, June 1978, pp. 1830-1835.
- 11) L. Jeunhomme and J. P. Pocholle, "Angular Dependence of the Mode Coupling in a Multimode Fiber", Electron. Lett., Vol. 11, No. 18, 4th September 1975, pp. 425-426.
- 12) 立蔵, 伊藤, 松本, "光ファイバ内の種々モード結合機構 (ゆらぎ) の定量的評価", 53 年電気四学会道支部連合大会, p. 37.
- 13) D. Gloge and E. A. T. Marcatili, "Multimode Theory of Graded-Core Fibers", Bell Syst. Tech. J., Vol. 52, No. 9, November 1973, pp. 1563-1579.
- 14) K. Tatekura, K. Itoh and T. Matsumoto, "Nylon Buffering Effects in Multimode Optical Fibres", Electron. Lett., Vol. 14, No. 14, 6th July 1978, pp. 441-442.