



Title	モード結合のある光ファイバの伝送損失と帯域
Author(s)	立蔵, 公一; Takekura, Kohichi; 伊藤, 精彦 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 94, 53-59
Issue Date	1979-06-29
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41558">https://hdl.handle.net/2115/41558</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	94_53-60.pdf



## モード結合のある光ファイバの伝送損失と帯域

立 蔵 公 一\* 伊 藤 精 彦\* 松 本 正\*

(昭和53年12月28日受理)

### Transmission Loss and Capacity of Mode-Coupled Optical Fibers

Kohichi TATEKURA, Kiyohiko ITOH and Tadashi MATSUMOTO

(Received December 28, 1978)

#### Abstract

Properties of optical fibers are characterized mainly by the transmission loss and bandwidth, and these fundamental factors are dependent upon Rayleigh scattering and near-infrared absorption, and refractive-index profile and material dispersion, respectively, if optical fibers are with perfect configurations.

However, realistic optical fibers suffer geometrical distortions in the processes of manufacturing, cabling and installation, and transmission characteristics change in a complicated way. The phenomena due to geometrical or material distortions in the characteristics of optical fibers are referred to as mode-coupling effect in the wave theory.

This report calculates the transmission loss and bandwidth of mode-coupled optical fibers assuming that random bends of the fiber axis are the mostly dominant among the possible sources of mode coupling, and investigates mode-coupling phenomena in detail.

#### 1. 緒 言

光通信システムの伝送媒体である光ファイバは、伝送損失と伝送容量の両面から特徴づけることができる。光ファイバが理想的な場合には、伝送損失は Rayleigh 散乱と近赤外吸収によって決まり<sup>1)</sup>、光源の中心周波数に強く依存する。現在のところ、数 dB/km 程度の光ファイバが実用化されつつある。一方、伝送帯域は、コアの屈折率分布や材料の分散特性等によって決まり、32 Mb/s の 50 km 無中継伝送実験はすでに成功している<sup>2)</sup>。

しかしながら、光ファイバは、その構造のために、幾何学的変形を必然的に伴う。その結果、ファイバ中を伝搬するモード間で電力の変換・再変換が生じ、伝送損失・伝送帯域には大きな特性変化がみられる。これらの現象を波動理論の立場からモード結合と呼んでいる。

本報告では、モード結合が存在するファイバの平均的な伝送特性を推定することを目的として、モード結合の最大の要因であるファイバ軸のランダムな曲りに焦点を当て、伝送損失並びに伝送帯域を詳しく調べている。2節では解析に使用される結合方程式を簡単に説明し、3節では軸曲りを数学的に定式化している。さらに、4節では、2と3節の結果から、損失・帯域を定量的に評価し、モード結合の効果について検討している。

\* 電子工学科

## 2. 結合方程式

光ファイバ中を伝搬する信号電力は結合方程式で記述され、この方程式は次の固有値方程式に帰着することができる<sup>3),4)</sup>。

$$(U + i\omega T + A)a(\omega) = \Gamma(\omega)Sa(\omega) \quad (1)$$

$i$ : 虚数単位,  $\omega$ : 信号のベースバンド周波数,  $a(\omega)$ : 上式の固有ベクトル,  $\Gamma(\omega)$ : 上式の固有値。さらに,  $U, T, A, S$  は行列であり, その  $(\nu, \mu)$  成分は以下の式で定義されている。

$$\left. \begin{aligned} U_{\nu\mu} &= \int mh(m)u'_\nu(m)u'_\mu(m)dm \\ U_{\nu\mu} &= \int m\tau(m)u_\nu(m)u_\mu(m)dm \\ A_{\nu\mu} &= \int m\gamma(m)u_\nu(m)u_\mu(m)dm \\ S_{\nu\mu} &= \int mu_\nu(m)u_\mu(m)dm \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$m$ : 主モード変数<sup>5)</sup>,  $h(m)$ : 結合係数<sup>3)</sup>,  $\tau(m)$ : モード  $m$  の群遅延,  $\gamma(m)$ : モード  $m$  の減衰定数,  $u_\nu(m)$ : モード変数  $m$  が定義されている領域で完備な関数系,  $'$ :  $m$  に関する微分

(1) と (2) 式を用いると, 信号電力のベースバンドにおける周波数特性は次の通りになる。

$$p_T(\omega, z) = \sum_{k \geq 1} \frac{(a_k, b)(a_k, b_1)}{(a_k, Sa_k)} \exp(-\Gamma_k z) \quad (3)$$

$p_T$ : 信号電力のベースバンド応答,  $z$ : ファイバの軸方向位置座標,  $a_k$ :  $k$  番目の固有ベクトル,  $\Gamma_k$ :  $k$  番目の固有値。さらに, ベクトル  $b$  と  $b_1$  は, それぞれ, 入力端  $z=0$  の励振状態と, モードの縮退度から定まる。

$$\left. \begin{aligned} b_\nu &= \int m p_{z=0} u_\nu(m) dm \\ (b_1)_\nu &= \int W(m) u_\nu(m) dm \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

$p_{z=0}$ : 入力端  $z=0$  におけるモード分布,  $W(m)$ : モード変数  $m$  で規定されるモードの数。

(1)~(4) 式の誘導および詳しい解説は参考文献 [3], [4] で行なわれている。著者等は, この結合方程式を用いて種々の伝送パラメータを計算し, 理論と実験の良好な一致を確かめている。

## 3. ファイバ軸のランダムな曲り

この節では, 結合方程式 (1) を解くために, 結合係数, 群遅延, 減衰定数を決定する。そのためにはファイバの種類を定める必要があるが, 本報告では他の多くの報告に従って,  $\alpha$  形屈折率ファイバ<sup>6)</sup>について考察する。

$$n(r) = \begin{cases} n_1 [1 - 2\Delta(r/a)^\alpha]^{1/2}, & r \leq a \\ n_1 [1 - 2\Delta]^{1/2} = n_2, & r > a \end{cases} \quad (5)$$

$n(r)$ : ファイバの屈折率分布,  $n_1$ : 軸上の屈折率値,  $n_2$ : クラッドの屈折率値,  $r$ : ファイバの動径座標,  $a$ : コアの半径,  $\Delta = (n_1^2 - n_2^2)/2n_1^2$ ,  $\alpha$ : 屈折率分布を規定するパラメータ。

(5) 式で表わされるファイバは製作加工が比較的容易であり, また実際に使用されるファイバの大部分を含んでいる。また, 伝送特性を研究する上で, 他にはみられない種々の利点を有している<sup>5),6)</sup>。 $\alpha$  形屈折率分布ファイバの伝搬定数  $\beta$ , 群遅延  $\tau$  は WKB 法によって求められている<sup>5),6)</sup>。

$$\beta(m) = n_1 k \left[ 1 - 2 \Delta \left( \frac{m}{M} \right)^{2\alpha/\alpha+2} \right]^{1/2} \quad (6)$$

$$\tau(m) = \frac{n_1}{c} \left[ 1 + \frac{\alpha-2}{\alpha+2} \Delta \left( \frac{m}{M} \right)^{2\alpha/\alpha+2} + \frac{1}{2} \frac{3\alpha-2}{\alpha+2} \Delta^2 \left( \frac{m}{M} \right)^{4\alpha/\alpha+2} + 0(\Delta^3) \right] \quad (7)$$

$k$ : 自由空間における波数,  $M$ :  $m$  の最大値,  $c$ : 自由空間における光速,  $0$ : ランダウの記号。

ガラス材料に特有な吸収・散乱損失はモード結合現象とは別途に考慮することができるので、これらの損失を零であると仮定すると、減衰定数  $\gamma$  は次式で表わすのが一般的である<sup>7)</sup>。

$$\gamma(m) = \begin{cases} 0, & m < M \\ \infty, & m \geq M \end{cases} \quad (8)$$

(8) 式は、導波モードの放射損は零で、カットオフ以下の電磁界はクラッド内で完全に減衰することを示している。従って、漏洩モードは存在しないと仮定している。

結合係数はファイバのひずみの性質から決定される量であり、一般的な表現は次式で与えられる<sup>8)</sup>。

$$h(m) = |K(m)|^2 C(\Delta\beta) \quad (9)$$

$K(m)$  はファイバ固有のモード分布から定まる量であり、Olshansky<sup>5)</sup> によると、 $\alpha$  形屈折率分布ファイバの場合には次の形で表わされる。

$$|K(m)|^2 = \frac{1}{8} (n_1 k a)^2 \left( \frac{m}{M} \right)^{4/\alpha+2} \quad (10)$$

また、隣り合うモード間の伝搬定数差  $\Delta\beta$  は (6) 式から

$$\Delta\beta(m) = -\frac{2\sqrt{\Delta}}{a} \left( \frac{\alpha}{\alpha+2} \right)^{1/2} \left( \frac{m}{M} \right)^{\alpha-2/\alpha+2} \quad (11)$$

となる。 $C(\Delta\beta)$  はファイバのひずみを記述する関数 (定常的なランダム変数と考えることができる) のパワースペクトルであり、ひずみの性質そのものを記述する量である。この量を決定するためには、モード結合の原因について、比較検討しなければならない。

モード結合の主な原因は、コア径のランダムな変動、屈折率分布のゆらぎ、ファイバ軸のランダムな曲りとされている。コア径の変動の場合には、モード間の結合および放射損はモード次数とともに急激に増加する。その結果、高次モードの電力は低次のものより速く放射され、放射パターンは伝搬距離が増すにつれて狭くなる<sup>3)</sup>。しかしながら、この現象は観測されていないのであるから、コア半径の変動はモード結合の主要因でないと思われる。屈折率分布のゆらぎが主要因であると仮定すると、結合損 (モード結合の存在によって生じる追加損失) と結合長 (後で記述する) の積は 50-500 km・dB/km となる<sup>9)</sup>。一般のファイバの結合損は 1 dB/km 程度であるから<sup>10)</sup>、結合長は 50-400 km となってしまう、観測されている値の数 km とは大きく異なる。従って、この種のゆらぎもモード結合の主要因でない。ランダムな軸曲りは、ファイバの製造過程、ケーブル化や設置等を通じて必然的に生じるもので、モード結合の主要因であることが報告されている<sup>10)</sup>。また、著者等もこの事実を確認している<sup>11)</sup>。

以上の理由から、本報告では、ファイバ軸のランダムな曲りについて検討する。この場合については、パワースペクトル  $C(\Delta\beta)$  が近似的にガウス形で表わされることが、階段形ファイバ ( $\alpha = \infty$ ) において実測されている<sup>12)</sup>。このことは、曲りの相関々数がガウス形であることを示している。従って、この事実と (9) 式の形から、任意の屈折率こう配  $\alpha$  について次式が成立すると仮定してよい<sup>4)</sup>。

$$C(\Delta\beta) = \frac{\sqrt{\pi} D}{R^2} \exp \left[ -\left( \frac{D}{2} \right)^2 (\Delta\beta)^2 \right] \quad (12)$$

$D$ : 曲りの相関長,  $R$ : 曲りの平均曲率半径。

(10)-(12) 式から, 結合係数の最終形は次式の通りである。

$$h(m) = \frac{1}{8} (n_1 k a)^2 \left(\frac{m}{M}\right)^{4\alpha+2} \cdot \frac{\sqrt{\pi} D}{R^2} \cdot \exp\left[-\frac{\alpha}{\alpha+2} \Delta \left(\frac{D}{a}\right)^2 \cdot \left(\frac{m}{M}\right)^{2(\alpha-2)/\alpha+2}\right] \quad (13)$$

以上までで, ファイバ軸のランダムな曲りに関する種々のパラメータは完全に定められた。次節では, 2と3節の結果を用いて, 損失および帯域(信号パルスの広がり)を計算している。ただし,  $a=60 \mu\text{m}$ ,  $\Delta=1\%$ ,  $R=5 \text{ m}$  の値が使用されている。これらの値の使用は4節で得られる結果の一般性を損うものでなく, 単に座標のスケールを定めるだけである。

#### 4. 結合損・帯域

光ファイバの伝送特性は, 損失と帯域とによってほぼ決定される。基本的な損失特性は波長依存性があり, レーリー散乱と近赤外吸収の影響によってV字曲線を描く<sup>1)</sup>。これに対して, モード結合によって生じる結合損は, 多モードファイバの場合には周波数特性がほとんどなく(W型などの特種なファイバでは成立しない<sup>13)</sup>), 従って, 全伝送損失は, 光源の中心周波数によって決まる基本損失に結合損をDCレベルで加算したものになる。帯域は, 低損失化が実現されつつある現在では, 最も重要なパラメータであり, モード結合の影響が顕著に現われる。本節では, 結合損と帯域を, 相関長  $D$  と屈折率こう配  $\alpha$  をパラメータとして, 定量的に計算している。

計算結果を示す前に, 固有値方程式 (1) の固有値  $\Gamma_k(\omega)$  を次のように表現しておく。

$$\Gamma_k(\omega) = \gamma_k + i\omega\tau_k + \frac{1}{2} \sigma_k^2 \omega^2 + \dots \quad (14)$$

ここに,  $\gamma_k$ ,  $\tau_k$ ,  $\sigma_k$  はベースバンド周波数  $\omega$  とは独立な実数である。

##### I. 結合 損

モード結合は, 伝搬モード間で生じるもの(電力の拡散過程とみなすことができる)と, 高次のモードと放射場の間で生じるものに大別できる。後者が結合損に直接関係しており, モード結合がある場合には必然的に生じる。図1は単位長当たりの損失  $\gamma(z)$  を計算したものである。この計算において, 入力における励振分布はガウス関数であると仮定しており,  $D_g$  はその半値幅である。この図から,  $z < 1 \text{ km}$  での損失は入力での励振分布に大きく左右され, 一意的に決まらないことが分る。この領域を transient state といい, 伝搬モードが互いに異なる減衰を受けるために生じる現象である。これに対して,  $z > 1 \text{ km}$  では, 励振状態によらず, ひずみの性質とファイバの屈折率分布によって損失が決まってしまう。この状態を steady state といい, 通常の場合, 結合損とはこの状態における損失を指している。また, steady state に達するまでの距離を結合長という。今, (14) 式中の  $\gamma_k$  の最小値を  $\gamma_1$  とすると, CW における結合損は  $\gamma_1$  で与えられる ( $\gamma_2 < \gamma_3 < \dots$  である時に,  $z$  が大きくなると (3) 式における  $k \geq 2$  の項は  $k=1$  の項に比べて大きく減衰するので, 初項のみが残ることになる。この状態では, 損失  $\gamma(z)$  は  $\gamma_1$  に近づき, 一定値となるのは明らかである)。図2は曲りの相関長  $D$  をパラメータとして,  $\alpha$  について結合損を計算したものである。この図から, 次の2つの事実が明らかである。i) 集束型ファイバ ( $\alpha \simeq 2$ ) の結合損は階段形 ( $\alpha = \infty$ ) よりも大きい。ii) 結合損の  $\alpha$  依存性は  $D$  が増大すると同時に強くなる。i) と ii) から, 集束型ファイバは曲りの影響を受けやすいことが明らかとなった。また, 相関長  $D$  が小さくなるに従って結合損が増大するのは, ファイバの軸曲りのランダムネスが増大することを考えると当然の帰結である。しかしながら,  $\alpha < 1.6$  での結合損についてはこれらの事情が当てはまらない。 $\alpha < 1.6$  では, モード結合による損失よりも漏洩損

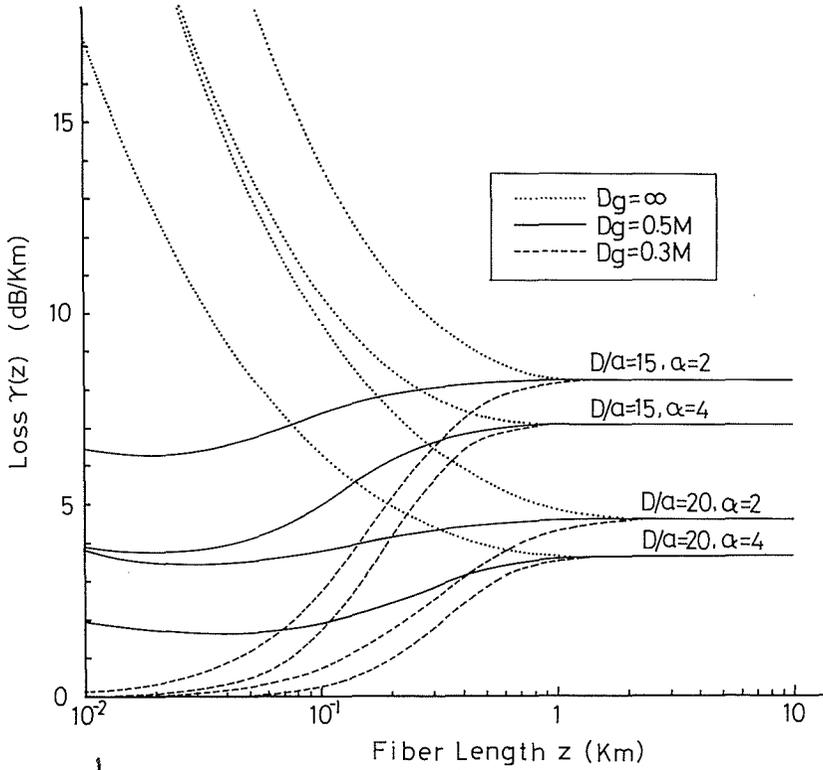


図1 伝搬距離と損失の関係

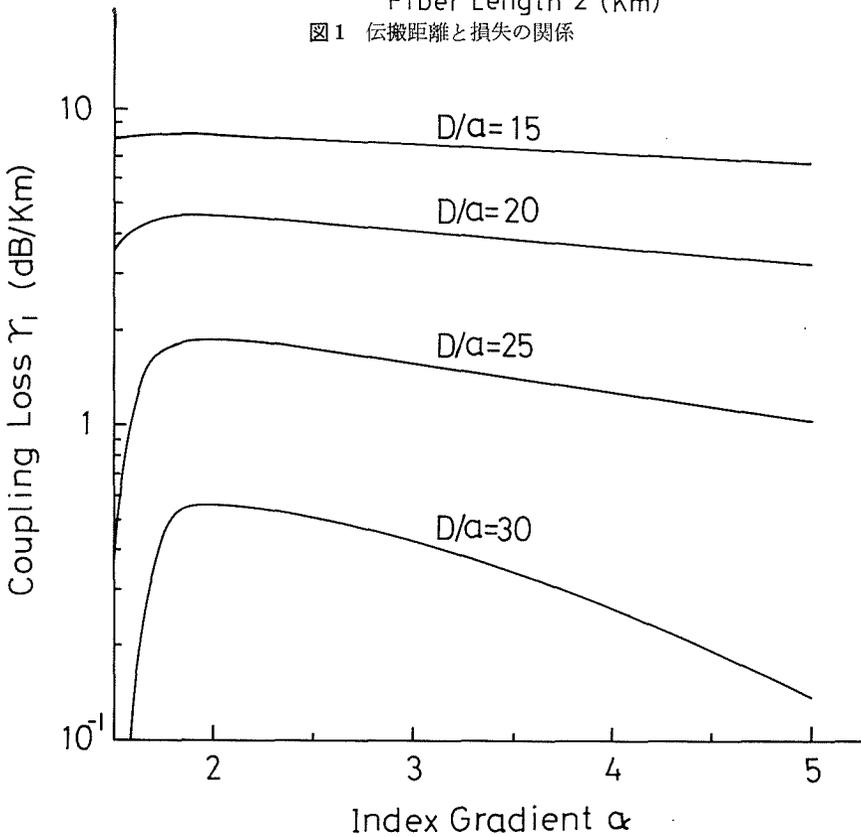


図2 屈折率こう配  $\alpha$  と結合損  $\gamma_1$  の関係

(leaky mode attenuation) が支配的であると考えられ、この範囲のファイバについては、別の評価法を採用すべきである。

II. 帯 域

高次モードと放射場の結合が損失を生じるのに対し、導波モード間の結合はファイバの伝送容量を増大させるという有益な働きをする。以下に簡単にこの現象について説明する。ファイバの形状が理想的な場合には、伝搬モードは各自の固有群速度で伝搬し、出力端における信号幅は“伝搬距離”×“群遅延の最大最小の差”で決まってしまう。これに対して、モード結合がある場合には種々のモード間で電力の変換・再変換が起こり、モード分散（群速度の異なるモードが伝搬するために生じる信号の広がり）が緩和される。この時の信号の広がりが伝搬距離の平方根に比例することは、理論的<sup>14)</sup>にも実験的<sup>15)</sup>にも確認されている。このことを数式でまとめると以下のようなになる。

結合がない場合のパルスの広がり  $\sigma(z)$  :

$$\left. \begin{aligned} \sigma(z) &= \sigma_u(\alpha) n_1 \Delta \frac{z}{c} \\ \sigma_u(\alpha) &= \frac{\alpha}{[(\alpha+2)(3\alpha+2)]^{1/2}} \left[ \frac{(\alpha-2)^2}{(2\alpha+2)^2} + \Delta \frac{(\alpha-2)(3\alpha-2)}{(4\alpha+2)(\alpha+1)} + \Delta^2 \frac{(3\alpha-2)^2}{(5\alpha+2)(3\alpha+2)} \right]^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

結合がある場合のパルスの広がり  $\sigma_s(z)$  :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_s^2(z) &= \sigma_1(\alpha) z^{1/2} \\ \sigma_1^2(\alpha) &= \frac{2}{(a_1, Sa_1)} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(a_1, Ta_k)^2}{(r_k - r_1)(a_k, Sa_k)} \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

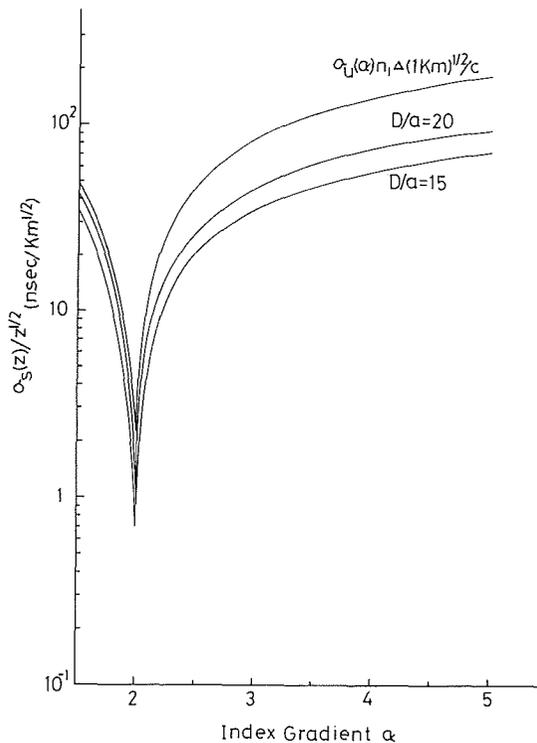


図3 屈折率こう配と信号の RMS 幅の関係、最上部の曲線は結合がない場合における信号の RMS 幅である（伝搬距離は 1 km である）

ただし、 $\sigma_s(z)$  は steady state におけるパルスの広がりであり、transient state では損失と同様に信号パルスの広がりも励振状態によって変化する。伝送帯域は  $\sigma(z)$ ,  $\sigma_s(z)$  の逆数で与えられる。図3は  $\sigma(z)$ ,  $\sigma_s(z)$  を  $z^{1/2}$  で正規化したものであり、iii)「帯域は  $\alpha \simeq 2$  で最大となる。 $\alpha=2$  からのずれは光源の中心周波数と材料分散に依存しており、そのオーダーは  $L$  の数倍程度である。さらに、モード結合が生じている場合には、最適値  $\alpha$  が右側にシフトする。」iv)「相関長  $D$  が小さいほど帯域は増大する。」ことが示されている。

## 5. 結 論

本報告では、光ファイバにおけるモード結合の主要因であるランダムな軸曲りについて検討した。まず、ランダムな軸曲りの相関々数がガウス形であると仮定し、 $\alpha$  形屈折率分布を有するファイバの結合係数を決定した。次いで、モード結合によって生じる追加損（結合損）と信号パルスの広がり（帯域）を定量的に計算した。数値計算の結果によると、結合損は階段形よりも集束形ファイバの方が大きく、帯域を最大にする屈折率こう配の最適値  $\alpha$  はモード結合のない場合と異なることが明らかにされた。

## 参 考 文 献

- 1) 田中満雄, 伊沢達夫, “光ファイバ伝達の基礎 [III]”, 電子通信学会誌, 60, 7, p. 783 (昭51-07).
- 2) 相田一夫, 竹本憲治, 首藤晃一, “光ファイバによる 50 km 無中継伝送実験”, 昭和53年度電子通信学会通信部門全国大会, 459.
- 3) K. Tatekura, K. Itoh and T. Matsumoto, “Techniques and Formulations for Mode Coupling of Multimode Optical Fibers”, IEEE Trans. on Microwave Theory Tech., Vol. MTT-26, No. 7, July 1979, p. 487.
- 4) K. Tatekura, K. Itoh, and T. Matsumoto, “Variational Solution of the Power Flow Equation and Its Numerical Results for Random Bends in Graded-Index Optical Fibers”, Trans. IECE Tapan, E-61, 5, March 1978, p. 355.
- 5) R. Olshansky, “Mode Coupling Effects in Graded-Index Optical Fibers”. Appl. Opt., Vol. 14, No. 4, April 1975, p. 935.
- 6) D. Gloge and E. A. J. Marcatili, “Multimode Theory of Graded-Core Fibers”, Bell Syst. Tech. J., Vol. 52, No. 9, November 1973, p. 1563.
- 7) D. B. Keck, “Spatial and Temporal Power Transfer Measurements on a Low-Loss Optical Waveguide”, Appl. Opt., Vol. 13, No. 8, August 1974, p. 1882.
- 8) D. Marcuse, “Coupled Mode Theory of Round Optical Fibers”, Bell Syst. Tech. J., Vol. 52, No. 6, July-August 1973, p. 817.
- 9) H. Tokiwa, Y. Suematsu and J. Nayyer, “On Relation between Coupling Length and Coupling Loss of Multi-Mode Optical Fibers”, 51 National Conv. Rec. of IECE, March 1976.
- 10) Y. Suematsu and H. Tokiwa, “Transmission Characteristics of Mode-Coupled Graded-Index Multimode Optical Fibers”, Trans. IECE Japan, E-61, 5, May 1978, p. 355.
- 11) K. Tatekura, K. Itoh, and T. Matsumoto, “Quantitative Estimations of Mode-Coupling Mechanisms in a Optical Fiber”, to be published in Electron, Lett..
- 12) L. Jeunhomme and J. P. Pocholle, “Angular Dependence of the Mode Coupling in a Multimode Fibre,” *ibid*, Vol. 11, No. 8, September 1975, p. 425.
- 13) K. Mikoshihira and H. Kajioka, “Transmission Characteristics of Multimode W-type Optical Fiber: Experimental Study of the Intermediate Layer”, Appl. Opt., Vol. 17, September 1978, p. 2836.
- 14) S. D. Personick, “Time Dispersion in Dielectric Waveguide”, Bell Syst. Tech. J., Vol. 50, No. 3, March 1971, p. 843.
- 15) E. L. Chinnock et al., “The Length Dependence of Pulse Spreading in the CGW-Bell-10 Optical Fiber,” Proc. IEEE (Letter), Vol. 61, No. 10, October 1973, p. 1499.