



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ベクトル解法によるリンク機構の図式総合
Author(s)	土肥, 修; Doi, Osamu; 鶴飼, 隆好 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 95, 11-18
Issue Date	1979-08-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41571
Type	departmental bulletin paper
File Information	95_11-18.pdf



ベクトル解法によるリンク機構の図式総合

土肥 修 鷓飼隆好 小寺真人

(昭和54年3月31日受理)

Syntheses of Linkage Mechanisms by Geometric Method with Vector Equations

Osamu DOI Takayoshi UKAI Masando KODERA

(Received March 31, 1979)

Abstract

The authors developed a method of synthesis on four-bar linkages by geometric method with vector equations. As mechanisms are analyzed by solving vector equations, the authors analyzed four-bar linkages with vector analysis. Four-bar linkages are classified into nine models according to the type of motion of the driver and follower.

In this paper, vector equations are applied to synthesis of mechanisms and relations are introduced at the accuracy points for function generator and path generator of four-bar linkage. Numerical results may be drawn on a X-Y plotter, then efficiency and accuracy of synthesis are improved and parameters may be changed easily.

1. は し が き

リンク機構は種々の特徴を有するので、自動機械の中の間欠運動、直線運動、平行運動、早戻り運動等の複雑な機構に用いられる。また機械を構成する要素をモデル化してリンクに置換えれば、機構はすべて等価なリンク機構として解析し、総合することができるので、リンク機構設計の研究は機械設計上重要な課題である。機構の解析は機構を表すベクトル方程式を解くことに帰するが、一つの機構を一つの式で表すと非常に複雑となるので、平面リンク機構を基本的な平面三角形の組み合わせとして解析する方法をとる。

本論文では、ベクトルによる解法を機構の図式総合に適用し、リンク機構の基本である平面4節リンク機構を整理分類し、ベクトル方程式による総合公式を与え、計算機を用いて解いた図式総合の結果をX-Yプロッタに描かせる方法を提唱した。

2. ベクトル解法

2.1 平面ベクトルの分類

ベクトルは大きさや方向を持つ量で、平行移動しても値を変えないから、ベクトルで表現される図形の移動は回転中心の位置によらず、回転角の値のみで示される。表1は平面ベクトルを長さや方向の組み合わせによって分類したものである。

表1 平面ベクトルの分類

記号	極形式	説明	終点	未知数
C	$ce^{j\theta}$	長さ・方向共既知のベクトル	定点	0
B	$be^{j\theta}$	長さ既知, 方向未知のベクトル	円周上の点	1
L	$le^{j\theta}$	方向既知, 長さ未知のベクトル	直線上の点	1
P	$pe^{j\theta}$	長さ・方向共未知のベクトル	平面上の点	2

2.2 平面三角の解法¹⁾

ベクトル方程式(1)は図1に示す三角形の3辺の関係を表す。

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{R}_c &= \mathbf{R}_b + \mathbf{R}_a \\ r_c e^{j\theta_c} &= r_b e^{j\theta_b} + r_a e^{j\theta_a} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

平面ベクトル $\mathbf{R}(r, \theta)$ の変数は2個あるから, 式(1)の変数は $r_c, \theta_c, r_b, \theta_b, r_a, \theta_a$ の6個である。ベクトル方程式(1)が解けるためには, 未知数が2個以内でなければならず, 3個以上の場合は不定となる。原動節(入力節)の運動に対して従動節(出力節)に所定の運動を行わせることは, 入・出力の間に関数関係を与えることに相当する。式(1)における6個の変数, 即ち3個の長さ と3個の角のうち2個以内の未知数によって解法が異なり, 表-2のように分類される。

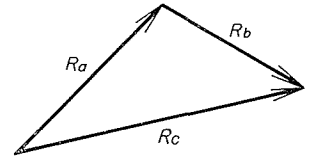


図2 平面三角形

表2 平面三角の解法

分類	ベクトル方程式	幾何学的説明	解の数
I	$\mathbf{P}_c = \mathbf{C}_b + \mathbf{C}_a$	ベクトルの和	1
II	$\mathbf{L}_c = \mathbf{L}_b + \mathbf{C}_a$	直線と直線の交点	1
III	$\mathbf{L}_c = \mathbf{B}_b + \mathbf{C}_a$	直線と円の交点	2
IV	$\mathbf{B}_c = \mathbf{B}_b + \mathbf{C}_a$	円と円の交点	2

I: 未知数は p_c, θ_c である。

$$p_c = c_b \cos(\theta_b - \theta_c) + c_a \cos(\theta_a - \theta_c), \quad \tan \theta_c = \frac{c_b \sin \theta_b + c_a \sin \theta_a}{c_b \cos \theta_b + c_a \cos \theta_a} \quad (2)$$

$\tan \theta_c$ の分母, 分子の正負零を判定して θ_c の値を求める。電子計算機の FORTRAN 言語により \tan の逆関数は ATAN 2 (倍精度なら DATAN 2) となる。

II: 未知数は l_b, l_c である。

$$l_b = \frac{-c_a \sin(\theta_a - \theta_c)}{\sin(\theta_b - \theta_c)}, \quad l_c = \frac{c_a \sin(\theta_a - \theta_b)}{\sin(\theta_c - \theta_b)} \quad (3)$$

III: 未知数は l_c, θ_b である。

$$l_c = b_b \cos(\theta_b - \theta_c) + c_a \cos(\theta_a - \theta_c), \quad \tan(\theta_b - \theta_c) = \frac{\sin(\theta_b - \theta_c)}{\cos(\theta_b - \theta_c)} \quad (4)$$

$$\sin(\theta_b - \theta_c) = \frac{-c_a \sin(\theta_a - \theta_c)}{b_b}, \quad \cos(\theta_b - \theta_c) = \pm \sqrt{1 - \sin^2(\theta_b - \theta_c)} \quad (5)$$

IV: 未知数は θ_b, θ_c である。

$$\tan(\theta_b - \theta_a) = \frac{\sin(\theta_b - \theta_a)}{\cos(\theta_b - \theta_a)}, \quad \tan \theta_c = \frac{b_b \sin \theta_b + c_a \sin \theta_a}{b_b \cos \theta_b + c_a \cos \theta_a} \quad (6)$$

$$\cos(\theta_b - \theta_a) = \frac{b_c^2 - b_b^2 - c_a^2}{2b_b c_a}, \quad \sin(\theta_b - \theta_a) = \pm \sqrt{1 - \cos^2(\theta_b - \theta_a)} \quad (7)$$

3. 機構の解析

3.1 4節リンク機構の解析

4節リンク機構の解析は総合の結果を評価するためのもので、入・出力と中間節曲線の二つに分けて考える。入・出力は原動節と従動節の回転角の関係であり、中間節曲線は中間節上の1点が描く軌跡である。

(1) 入・出力

図2の4節リンク機構で、各節の長さを静止節 a 、原動節 b 、中間節 c 、従動節 d とする。ベクトル方程式は

$$\mathbf{C}_1 = \overrightarrow{O_4 O_2}, \quad \mathbf{B}_2 = \overrightarrow{O_2 A}, \quad \mathbf{P}_3 = \overrightarrow{O_4 A}, \quad \mathbf{B}_4 = \overrightarrow{O_4 B}, \quad \mathbf{B}_5 = \overrightarrow{AB} \quad (8)$$

図3から

$$\mathbf{B}_2 = \mathbf{C}_2, \quad \mathbf{P}_3 = \mathbf{B}_2 + \mathbf{C}_1 \quad (\text{I}), \quad \mathbf{B}_4 = \mathbf{B}_5 + \mathbf{P}_3 \quad (\text{IV}) \quad (9)$$

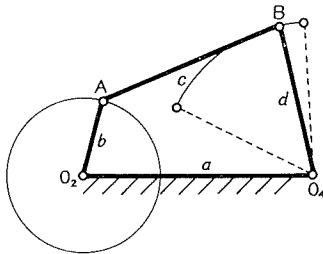


図2 入・出力の解析

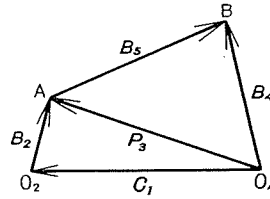


図3 ベクトル図

式(9)第1式は $b_2 = b$ (既知)、 θ_2 (未知) の原動節ベクトル \mathbf{B}_2 が入力角変位として与えられ、既知ベクトル \mathbf{C}_2 になることを示す。第2式は I により \mathbf{P}_3 を、また第3式は IV により解き、最終的に出力角変位 θ_4 が求まる。式(9)における $c_1 = a$ 、 θ_1 、 $b_2 = b$ 、 $b_5 = c$ 、 $b_4 = d$ は最初に与えられる。

(2) 中間節軌跡

図4の4節リンク機構において、C点は中間節上の定点である。ベクトル \mathbf{B}_6 、 \mathbf{B}_7 を加え、

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= \overrightarrow{O_4 O_2}, & \mathbf{B}_2 &= \overrightarrow{O_2 A}, & \mathbf{P}_3 &= \overrightarrow{O_4 A}, & \mathbf{B}_4 &= \overrightarrow{O_4 B}, \\ \mathbf{B}_5 &= \overrightarrow{AB}, & \mathbf{B}_6 &= \overrightarrow{AC}, & \mathbf{B}_7 &= \overrightarrow{BC}, & \mathbf{P}_8 &= \overrightarrow{O_4 C} \end{aligned} \quad (10)$$

$c_1 = a$ 、 θ_1 、 $b_2 = b$ 、 $b_5 = c$ 、 $b_4 = d$ 、 $b_6 = e$ 、 $b_7 = f$ を与えて、

$$\begin{aligned} \mathbf{B}_2 &= \mathbf{C}_2, & \mathbf{P}_3 &= \mathbf{B}_2 + \mathbf{C}_1 \quad (\text{I}), & \mathbf{B}_4 &= \mathbf{B}_5 + \mathbf{P}_3 \quad (\text{IV}), \\ \mathbf{B}_6 &= \mathbf{B}_7 + \mathbf{B}_5 \quad (\text{IV}), & \mathbf{P}_8 &= \mathbf{B}_7 + \mathbf{B}_4 \quad (\text{I}) \end{aligned} \quad (11)$$

\mathbf{P}_8 から C 点の座標を求める。

3.2 4節リンク機構の分類

図2は回転-揺動機構で、各節の長さにより2重回転、

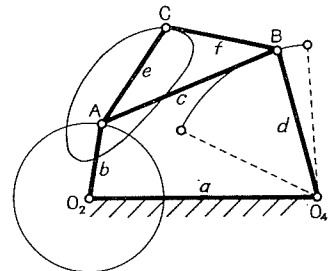


図4 中間節軌跡の解析

表3 4節リンク機構の分類

大分類	中分類	小分類	備考		
$a+c>b+d$	$ a-c < b-d $	$b<d$	$C-L$	a と c の大小に関係なし	
		$b>d$	$L-C$	a と c の大小に関係なし	
	$ a-c > b-d $	$a>c$	$L-L_{i-i}$	b と d の大小に関係なし	
		$a<c$	$L-L_{o-o}$	b と d の大小に関係なし	
	$ a-c = b-d \neq 0$	$b<d$	$C-L$	$a>c$ ならば $L-L_{i-i}$, $a<c$ ならば $L-L_{o-o}$	
		$b>d$	$L-C$	$a>c$ ならば $L-L_{i-i}$, $a<c$ ならば $L-L_{o-o}$	
$ a-c = b-d =0$	(平行リンク) $\alpha C-C$		$a=c>b=d$		
$a+c<b+d$	$ a-c > b-d $	$a>c$	$\alpha L-L$	b と d の大小に関係なし	
		$a<c$	$C-C$	b と d の大小に関係なし	
	$ a-c < b-d $	$b<d$	$L-L_{o-i}$	a と c の大小に関係なし	
		$b>d$	$L-L_{i-o}$	a と c の大小に関係なし	
	$ a-c = b-d \neq 0$	$a>c$	$b<d$	$L-L_{o-i}$	$\alpha L-L$ でもよい
			$b>d$	$L-L_{i-o}$	$\alpha L-L$ でもよい
$a<c$	$C-C$		$b<d$ ならば $L-L_{o-i}$, $b>d$ ならば $L-L_{i-o}$		
$ a-c = b-d =0$	(平行リンク) $\alpha C-C$		$a=c<b=d$		
$a+c=b+d$	$ a-c < b-d $	$b<d$	$C-L$	$L-L_{o-i}$ でもよい	
		$b>d$	$L-C$	$L-L_{i-o}$ でもよい	
	$ a-c > b-d $	$a>c$	$L-L_{i-i}$	$\alpha L-L$ でもよい	
		$a<c$	$C-C$	$L-L_{o-o}$ でもよい	
	$ a-c = b-d \neq 0$ (二等辺機構)	$a>c$	$b<d$	$C-L$	$a=d>b=c$ $L-L_{o-i}$ でもよい
			$b>d$	$L-C$	$a=b>c=d$ $L-L_{i-o}$ でもよい
$a<c$	$\alpha C-C$		$a=d<b=c$ $a=b<c=d$		
$ a-c = b-d =0$	(平行リンク) $\alpha C-C$		$a=b=c=d$		

2重揺動となる。回転原動節では入力角変位 θ_2 は 0° から 360° まで、揺動原動節では死点から死点まで変化するから、原動節、従動節の回転、揺動(揺動範囲)によって4節リンク機構を分類する。

$C-L$ は回転原動節一揺動従動節(Crank-Lever), $L-C$ は揺動原動節一回転従動節(Lever-Crank), $L-L$ は原動節、従動節共揺動(Lever-Lever), $C-C$ は原動節、従動節共回転(Crank-Crank)を表す。また $L-L$ と $C-C$ では性質の異なるものがあり、 α を付けて区別した。 $L-L$ の添字記号 i, o は原動節と従動節の揺動の向きを示し、 i は静止節に対して内側、 o は外側で揺動するものである。以上により平面4節リンク機構は9種類に分類できる。

4. 機構の総合

機構の総合には関数創成と径路創成の2種類があり、いずれも与えられた理想関数あるいは理想径路について複数の「厳正点」を満足するいわゆる多数厳正点総合の方法を用いるが、本論

文では関数創成機構については2点, 3点, 4点総合, 径路創成機構については3点, 4点, 5点および極三角形による3点総合を示す。

4.1 関数創成機構

(1) 2点総合

原動節 $\overline{O_2A_1}$ の角変位を ϕ_{12} , 従動節 $\overline{O_4B_1}$ を ϕ_{12} とする図5²⁾ の4節リンク機構を総合する。

ベクトル方程式は

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= \overrightarrow{O_4O_2}, & \mathbf{B}_2 &= \overrightarrow{O_2A_1}, & \mathbf{P}_3 &= \overrightarrow{O_4A_1}, \\ \mathbf{B}_4 &= \overrightarrow{O_4B_1}, & \mathbf{B}_5 &= \overrightarrow{O_2A_2}, & \mathbf{P}_6 &= \overrightarrow{O_4A_2}, \\ \mathbf{P}_7 &= \overrightarrow{O_4A'_2}, & \mathbf{P}_8 &= \overrightarrow{A_1A'_2}, & \mathbf{P}_9 &= \overrightarrow{A_1C}, \\ \mathbf{P}_{10} &= \overrightarrow{O_4C}, & \mathbf{P}_{11} &= \overrightarrow{CB_1}, & \mathbf{B}_{12} &= \overrightarrow{A_1B_1} \end{aligned} \quad (12)$$

与えられる数値は ϕ_{12} , ϕ_{12} , パラメータ c_1 , θ_1 , b_2 , θ_2 および b_{12} , b_4 , θ_4 の中の一つである。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_3 &= \mathbf{B}_2 + \mathbf{C}_1 \quad (\text{I}), & \theta_5 &= \theta_2 + \phi_{12}, \\ \mathbf{P}_6 &= \mathbf{B}_5 + \mathbf{C}_1 \quad (\text{I}), & p_7 &= p_6, \\ \theta_7 &= \theta_6 - \phi_{12}, & \mathbf{P}_8 &= \mathbf{P}_7 - \mathbf{P}_3 \quad (\text{I}), \\ p_9 &= p_8/2, & \theta_9 &= \theta_8, \\ \mathbf{P}_{10} &= \mathbf{P}_9 + \mathbf{P}_3 \quad (\text{I}), & \theta_{11} &= \theta_9 - \pi/2 \end{aligned} \quad (13)$$

中間節の長さ b_{12} を与えると,

$$\mathbf{P}_{11} = \mathbf{B}_{12} - \mathbf{P}_9 \quad (\text{III}), \quad \mathbf{B}_4 = \mathbf{P}_3 + \mathbf{B}_{12} \quad (\text{I}) \quad (14)$$

従動節の長さ b_4 を与えると,

$$\mathbf{P}_{11} = \mathbf{B}_4 - \mathbf{P}_{10} \quad (\text{III}), \quad \mathbf{B}_{12} = \mathbf{B}_4 - \mathbf{P}_3 \quad (\text{I}) \quad (15)$$

従動節の角 θ_4 を与えると,

$$\mathbf{P}_{11} = \mathbf{B}_4 - \mathbf{P}_{10} \quad (\text{II}), \quad \mathbf{B}_{12} = \mathbf{B}_4 - \mathbf{P}_3 \quad (\text{I}) \quad (16)$$

(2) 3点総合

原動節の角変位 ϕ_{12} , ϕ_{23} , 従動節を ϕ_{12} , ϕ_{23} とする図6²⁾ の4節リンク機構を総合する。2点総合(図5)においては3変数 b_{12} , b_4 , θ_4 の一つを与えて B_1 点を決定したが, 3点総合の場合は2点総合の最後の条件は不要となる。

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= \overrightarrow{O_4O_2}, & \mathbf{B}_2 &= \overrightarrow{O_2A_1}, & \mathbf{P}_3 &= \overrightarrow{O_4A_1}, & \mathbf{P}_4 &= \overrightarrow{O_4B_1}, & \mathbf{B}_5 &= \overrightarrow{O_2A_2}, \\ \mathbf{B}_6 &= \overrightarrow{O_2A_3}, & \mathbf{P}_7 &= \overrightarrow{O_4A_2}, & \mathbf{P}_8 &= \overrightarrow{O_4A_3}, & \mathbf{P}_9 &= \overrightarrow{O_4A'_2}, & \mathbf{P}_{10} &= \overrightarrow{O_4A'_3}, \\ \mathbf{P}_{11} &= \overrightarrow{A_1A'_2}, & \mathbf{P}_{12} &= \overrightarrow{A_2A'_3}, & \mathbf{P}_{13} &= \overrightarrow{CD}, & \mathbf{P}_{14} &= \overrightarrow{DB_1}, & \mathbf{P}_{15} &= \overrightarrow{CB_1}, \\ \mathbf{P}_{16} &= \overrightarrow{O_4C}, & \mathbf{P}_{17} &= \overrightarrow{A_1B_1} \end{aligned} \quad (17)$$

与えられる数値は ϕ_{12} , ϕ_{32} , ϕ_{12} , ϕ_{23} , パラメータ c_1 , θ_1 , b_2 , θ_2 であり, ベクトル方程式は

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_3 &= \mathbf{B}_2 + \mathbf{C}_1 \quad (\text{I}), & \theta_5 &= \theta_2 + \phi_{12}, & \mathbf{P}_7 &= \mathbf{B}_5 + \mathbf{C}_1 \quad (\text{I}), & \theta_6 &= \theta_5 + \phi_{23}, \\ \mathbf{P}_8 &= \mathbf{B}_6 + \mathbf{C}_1 \quad (\text{I}), & p_9 &= p_7, & \theta_9 &= \theta_7 - \phi_{12}, & p_{10} &= p_8, & \theta_{10} &= \theta_8 \\ & -(\phi_{12} + \phi_{23}), & \mathbf{P}_{11} &= \mathbf{P}_9 - \mathbf{P}_3 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{12} &= \mathbf{P}_{10} - \mathbf{P}_9 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{13} &= \mathbf{P}_{12}/2 \\ & + \mathbf{P}_{11}/2 \quad (\text{I}), & \theta_{14} &= \theta_{12} - \pi/2, & \theta_{15} &= \theta_{11} - \pi/2, & \mathbf{P}_{15} &= \mathbf{P}_{14} + \mathbf{P}_{13} \quad (\text{II}), \\ \mathbf{P}_{16} &= \mathbf{P}_3 + \mathbf{P}_{11}/2 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_4 &= \mathbf{P}_{15} + \mathbf{P}_{16} \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{17} &= \mathbf{P}_4 - \mathbf{P}_3 \quad (\text{I}) \end{aligned} \quad (18)$$

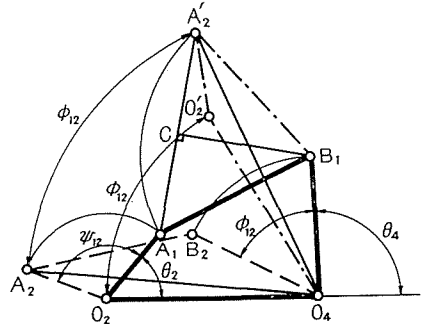


図5 関数創成機構の2点総合

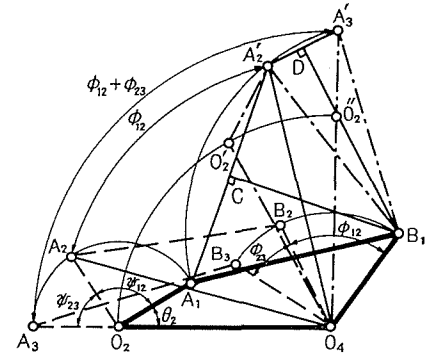


図6 関数創成機構の3点総合

(3) 4点総合

図7で A_1 と A_2 が対称となるように O_2 から直線を引き、 $\angle A_1O_2A_2 = \phi_{12}$ となる O_4 をとって静止節の長さを決め、 A_1, A_3, A_4 について3点総合を行う²⁾。即ち、改めて

$$\begin{aligned} \psi_{12} &= \psi_{12} + \psi_{23}, & \psi_{23} &= \psi_{34}, & \phi_{12} &= \phi_{12} + \phi_{23}, \\ \phi_{23} &= \phi_{34} \end{aligned} \tag{19}$$

とおき

$$\mathbf{C}_{17} = \overrightarrow{O_2A_2}, \quad \mathbf{L}_{18} = \overrightarrow{A_2O_4}, \quad \mathbf{L}_{19} = \overrightarrow{O_2O_4} \tag{20}$$

から、

$$\begin{aligned} c_{17} &= b_2, & \theta_{17} &= \psi_{12}/2, & \theta_{18} &= \theta_1 - \phi_{12}/2, \\ \theta_{19} &= \theta_1 - \pi, & \mathbf{L}_{19} &= \mathbf{L}_{18} + \mathbf{C}_{17} \end{aligned} \tag{I} \tag{21}$$

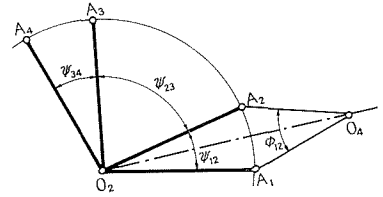


図7 4点総合を3点総合で行う方法

式(21)に式(19)を加え、3点総合の式(18)により4点総合が完成する。

4.2 径路創成機構

(1) 3点総合

原動節の回転入力により中間節上の1点Cが平面上の与えられた3点を通る4節リンク機構は、与えられた3点を通る円の中心を O_4 、半径を従動節の長さとして総合される。図8の C_1, C_2, C_3 が与えられると、

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= \overrightarrow{OC_1}, & \mathbf{C}_2 &= \overrightarrow{OC_2}, & \mathbf{C}_3 &= \overrightarrow{OC_3}, & \mathbf{P}_4 &= \overrightarrow{C_1C_2}, & \mathbf{B}_5 &= \overrightarrow{DO_4}, & \mathbf{P}_6 &= \overrightarrow{C_1O_4}, \\ \mathbf{B}_7 &= \overrightarrow{O_4A_1}, & \mathbf{B}_8 &= \overrightarrow{C_1A_1}, & \mathbf{P}_9 &= \overrightarrow{C_2O_4}, & \mathbf{B}_{10} &= \overrightarrow{O_4A_2}, & \mathbf{B}_{11} &= \overrightarrow{C_2A_2}, & \mathbf{P}_{12} &= \overrightarrow{A_1A_2}, \\ \mathbf{P}_{13} &= \overrightarrow{EO_2}, & \mathbf{B}_{14} &= \overrightarrow{A_1O_2}, & \mathbf{P}_{15} &= \overrightarrow{O_4O_2}, & \mathbf{P}_{16} &= \overrightarrow{C_2C_3}, & \mathbf{P}_{17} &= \overrightarrow{C_3O_4}, & \mathbf{P}_{18} &= \overrightarrow{O_2C_3}, \\ \mathbf{B}_{19} &= \overrightarrow{C_3A_3}, & \mathbf{B}_{20} &= \overrightarrow{O_2A_3}, & \mathbf{P}_{21} &= \overrightarrow{A_3O_4}, & \mathbf{B}_{22} &= \overrightarrow{A_1C_3}, & \mathbf{B}_{23} &= \overrightarrow{C_1C_3}, & \mathbf{P}_{24} &= \overrightarrow{O_4C_3}, \\ \mathbf{B}_{25} &= \overrightarrow{O_4B_1}, & \mathbf{P}_{26} &= \overrightarrow{FB_1}, & \mathbf{P}_{27} &= \overrightarrow{C_1B_1}, & \mathbf{P}_{28} &= \overrightarrow{A_1B_1} \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_4 &= \mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_1 \text{ (I)}, & \theta_5 &= \theta_4 - \pi/2, & \mathbf{P}_6 &= \mathbf{P}_5 + \mathbf{P}_4/2 \text{ (I)}, & \mathbf{B}_8 &= \mathbf{B}_7 + \mathbf{P}_6 \text{ (IV)}, & \mathbf{P}_9 &= \mathbf{P}_6 \\ & - \mathbf{P}_4 \text{ (I)}, & \mathbf{B}_{11} &= \mathbf{B}_{10} + \mathbf{P}_9 \text{ (IV)}, & \mathbf{P}_{12} &= \mathbf{B}_{10} - \mathbf{B}_7 \text{ (I)}, & \theta_{13} &= \theta_{12} - \pi/2, & \mathbf{P}_{13} &= \mathbf{B}_{14} \\ & - \mathbf{P}_{12}/2 \text{ (III)}, & \mathbf{P}_{15} &= \mathbf{B}_{14} + \mathbf{B}_7 \text{ (III)}, & \mathbf{P}_{16} &= \mathbf{C}_3 - \mathbf{C}_2 \text{ (I)}, & \mathbf{P}_{17} &= \mathbf{P}_9 - \mathbf{P}_{16} \text{ (I)}, & \mathbf{P}_{18} &= \\ & - \mathbf{P}_{15} - \mathbf{P}_{17} \text{ (I)}, & b_{20} &= b_{14}, & b_{19} &= b_8, & \mathbf{B}_{20} &= \mathbf{B}_{19} + \mathbf{P}_{18} \text{ (IV)}, & \mathbf{P}_{21} &= \mathbf{P}_{17} - \mathbf{B}_{19} \text{ (I)}, \\ b_{22} &= p_{21}, & b_{23} &= p_{17}, & \mathbf{B}_{23} &= \mathbf{B}_{22} + \mathbf{B}_8 \text{ (IV)}, & \mathbf{P}_{24} &= \mathbf{B}_{22} + \mathbf{B}_7 \text{ (I)} \end{aligned} \tag{23}$$

$$\theta_{26} = \theta_{24} - \pi/2, \quad \mathbf{P}_{26} = \mathbf{B}_{25} - \mathbf{P}_{24}/2 \text{ (III)}, \quad \mathbf{P}_{27} = \mathbf{P}_6 + \mathbf{B}_{25} \text{ (I)}, \quad \mathbf{P}_{28} = \mathbf{P}_{27} - \mathbf{B}_8 \text{ (I)} \tag{24}$$

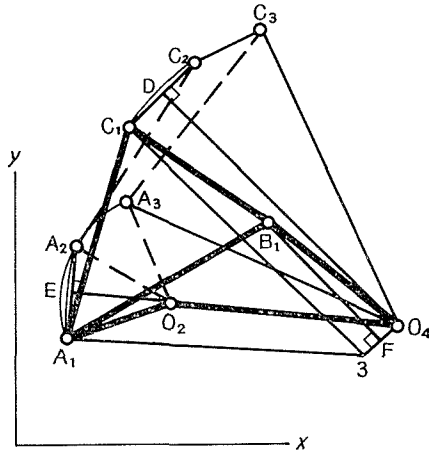


図8 径路創成機構の3点総合

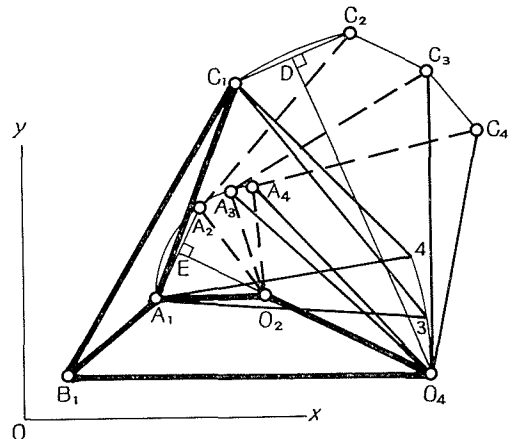


図9 径路創成機構の4点総合

与えられる数値は3点 C_1, C_2, C_3 , パラメータ $b_5, b_7=b_{10}, b_8=b_{11}, b_{14}, b_{25}$ である。

(2) 4点総合

径路創成機構の4点総合は図9に示す²⁾。3点総合で b_{25} を与えて B_1 点を決定したのに対し、リンクの長さ b_{25} の代りに C_4 を加え、計算によって求める。

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{29} &= \overrightarrow{OC_4}, & \mathbf{P}_{30} &= \overrightarrow{C_3C_4}, & \mathbf{P}_{31} &= \overrightarrow{C_4O_4}, & \mathbf{P}_{32} &= \overrightarrow{O_2C_4}, & \mathbf{B}_{33} &= \overrightarrow{C_4A_4}, \\ \mathbf{B}_{34} &= \overrightarrow{O_2A_4}, & \mathbf{P}_{35} &= \overrightarrow{A_4O_4}, & \mathbf{P}_{36} &= \overrightarrow{C_1A_4}, & \mathbf{P}_{37} &= \overrightarrow{A_1A_4}, & \mathbf{P}_{38} &= \overrightarrow{A_4B_1} \end{aligned} \quad (25)$$

4点総合ベクトル方程式は式(23)に次の式を加える。

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_{30} &= \mathbf{C}_{29} - \mathbf{C}_3 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{31} &= \mathbf{P}_{17} \\ -\mathbf{P}_{30} & \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{32} &= -\mathbf{P}_{15} - \mathbf{P}_{31} \quad (\text{I}), \\ b_{33} &= b_{19}, & b_{34} &= b_{20}, & \mathbf{B}_{34} &= \\ \mathbf{B}_{33} + \mathbf{P}_{32} & \quad (\text{IV}), & \mathbf{P}_{35} &= \mathbf{P}_{31} - \mathbf{B}_{33} \\ (\text{I}), & p_{36} &= p_{31}, & p_{37} &= p_{35}, \\ \mathbf{P}_{36} &= \mathbf{P}_{37} + \mathbf{B}_8 \quad (\text{IV}), & \mathbf{P}_{38} &= \mathbf{B}_{22} \\ -\mathbf{P}_{37} & \quad (\text{I}) \end{aligned} \quad (26)$$

$O_4, 3, 4$ の3点を通る円の半径 b_{25} を求める。

与えられる数値は4点 $C_1 \sim C_4$, パラメータ $b_5, b_7=b_{10}, b_8=b_{11}, b_{14}$ である。

(3) 5点総合

図10は径路創成機構の5点総合を示す²⁾。5点 $C_1 \sim C_5$ が与えられ、

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_1 &= \overrightarrow{OC_1}, & \mathbf{C}_2 &= \overrightarrow{OC_2}, & \mathbf{C}_3 &= \overrightarrow{OC_3}, & \mathbf{C}_4 &= \overrightarrow{OC_4}, & \mathbf{C}_5 &= \overrightarrow{OC_5}, & \mathbf{P}_6 &= \overrightarrow{C_5C_1}, \\ \mathbf{P}_7 &= \overrightarrow{C_1C_2}, & \mathbf{P}_8 &= \overrightarrow{C_2C_3}, & \mathbf{P}_9 &= \overrightarrow{DC_2}, & \mathbf{P}_{10} &= \overrightarrow{DE}, & \mathbf{L}_{11} &= \overrightarrow{EO_4}, & \mathbf{L}_{12} &= \overrightarrow{DO_4}, \\ \mathbf{P}_{13} &= \overrightarrow{C_2O_4}, & \mathbf{P}_{14} &= \overrightarrow{C_1O_4}, & \mathbf{L}_{15} &= \overrightarrow{O_4O_2}, & \mathbf{B}_{16} &= \overrightarrow{C_2A_2}, & \mathbf{L}_{17} &= \overrightarrow{O_4A_2}, & \mathbf{B}_{18} &= \overrightarrow{C_1A_1}, \\ \mathbf{L}_{19} &= \overrightarrow{O_4A_1}, & \mathbf{P}_{20} &= \overrightarrow{A_1A_2}, & \mathbf{P}_{21} &= \overrightarrow{O_4F}, & \mathbf{L}_{22} &= \overrightarrow{FO_2}, & \mathbf{P}_{23} &= \overrightarrow{O_2A_1}, & \mathbf{P}_{24} &= \overrightarrow{C_3O_4}, \\ \mathbf{P}_{25} &= \overrightarrow{C_3O_2}, & \mathbf{B}_{26} &= \overrightarrow{O_2A_3}, & \mathbf{B}_{27} &= \overrightarrow{C_3A_3}, & \mathbf{P}_{28} &= \overrightarrow{C_3C_4}, & \mathbf{P}_{29} &= \overrightarrow{C_4O_4}, & \mathbf{P}_{30} &= \overrightarrow{C_4O_2}, \\ \mathbf{B}_{31} &= \overrightarrow{O_2A_4}, & \mathbf{B}_{32} &= \overrightarrow{C_4A_4}, & \mathbf{P}_{33} &= \overrightarrow{C_5O_4}, & \mathbf{P}_{34} &= \overrightarrow{C_5O_2}, & \mathbf{B}_{35} &= \overrightarrow{O_2A_5}, & \mathbf{B}_{36} &= \overrightarrow{C_5A_5}, \\ \mathbf{B}_{37} &= \overrightarrow{A_1A_2}, & \mathbf{B}_{38} &= \overrightarrow{C_1A_2}, & \mathbf{P}_{39} &= \overrightarrow{O_4A_4}, & \mathbf{B}_{40} &= \overrightarrow{A_1A_4}, & \mathbf{B}_{41} &= \overrightarrow{C_1A_4}, & \mathbf{B}_{42} &= \overrightarrow{O_4B_1}, \\ \mathbf{P}_{43} &= \overrightarrow{O_4A_4}, & \mathbf{B}_{44} &= \overrightarrow{4B_1}, & \mathbf{P}_{45} &= \overrightarrow{A_1B_1}, & \mathbf{P}_{46} &= \overrightarrow{C_1B_1} \end{aligned} \quad (27)$$

ベクトル方程式は

$$\begin{aligned} \mathbf{P}_6 &= \mathbf{C}_5 - \mathbf{C}_1 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_7 &= \mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_1 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_8 &= \mathbf{C}_3 - \mathbf{C}_2 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_9 &= \mathbf{P}_7 + \mathbf{P}_6/2 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{10} &= \\ \mathbf{P}_8/2 + \mathbf{P}_9 \quad (\text{I}), & \theta_{11} &= \theta_8 - \pi/2, & \theta_{12} &= \theta_6 + \pi/2, & \mathbf{L}_{12} &= \mathbf{L}_{11} + \mathbf{P}_{10} \quad (\text{II}), & \mathbf{P}_{13} &= \mathbf{L}_{11} \\ + \mathbf{P}_8/2 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{14} &= \mathbf{L}_{12} - \mathbf{P}_6/2 \quad (\text{I}), & \theta_{17} &= \theta_{15} + |\theta_{13} - \theta_{11}|, & \mathbf{L}_{17} &= \mathbf{B}_{16} - \mathbf{P}_{13} \quad (\text{III}), & \theta_{19} &= \\ \theta_{15} + |\theta_{14} - \theta_{12}|, & \mathbf{L}_{19} &= \mathbf{B}_{18} - \mathbf{P}_{14} \quad (\text{III}), & \mathbf{P}_{20} &= \mathbf{L}_{17} - \mathbf{L}_{19} \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{21} &= \mathbf{P}_{20}/2 + \mathbf{L}_{19} \quad (\text{I}), \\ \theta_{22} &= \theta_{20} - \pi/2, & \mathbf{L}_{15} &= \mathbf{L}_{22} + \mathbf{P}_{21} \quad (\text{II}), & \mathbf{P}_{23} &= \mathbf{L}_{19} - \mathbf{L}_{15} \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{24} &= \mathbf{P}_{13} - \mathbf{P}_8 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{25} &= \\ \mathbf{L}_{14} + \mathbf{P}_{24} \quad (\text{I}), & b_{26} &= p_{23}, & \mathbf{B}_{27} &= \mathbf{B}_{26} + \mathbf{P}_{25} \quad (\text{IV}), & \mathbf{P}_{28} &= \mathbf{C}_4 - \mathbf{C}_3 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{29} &= \mathbf{P}_{24} - \mathbf{P}_{28} \quad (\text{I}), \\ \mathbf{P}_{30} &= \mathbf{P}_{29} + \mathbf{L}_{15} \quad (\text{I}), & b_{31} &= p_{23}, & \mathbf{B}_{32} &= \mathbf{B}_{31} + \mathbf{P}_{30} \quad (\text{IV}), & \mathbf{P}_{33} &= \mathbf{P}_{14} + \mathbf{P}_6 \quad (\text{I}), & \mathbf{P}_{34} &= \\ \mathbf{L}_{15} + \mathbf{P}_{33} \quad (\text{I}), & b_{35} &= p_{23}, & \mathbf{B}_{36} &= \mathbf{B}_{35} + \mathbf{P}_{34} \quad (\text{IV}), & b_{37} &= l_{17}, & b_{38} &= p_{13}, & \mathbf{B}_{38} &= \\ \mathbf{B}_{37} + \mathbf{B}_{18} \quad (\text{IV}), & \mathbf{P}_{39} &= \mathbf{B}_{31} + \mathbf{L}_{15} \quad (\text{I}), & b_{40} &= p_{39}, & b_{41} &= p_{29}, & \mathbf{B}_{41} &= \mathbf{B}_{40} + \mathbf{B}_{18} \quad (\text{IV}) \end{aligned} \quad (28)$$

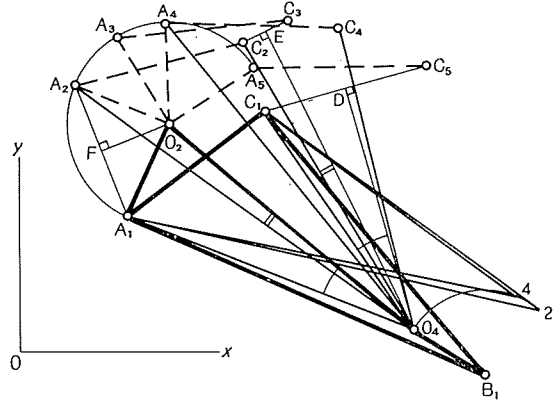


図10 径路創成機構の5点総合

$O_4, 2, 4$ の 3 点を通る円の半径 b_{42} を求める。

$$\begin{aligned} P_{43} &= B_{40} + L_{19} \quad (\text{I}), & b_{44} &= b_{42}, \\ B_{42} &= B_{44} + P_{43} \quad (\text{IV}), & P_{45} &= B_{42} \\ & - L_{19} \quad (\text{I}), & P_{46} &= P_{45} + B_{18} \quad (\text{I}) \quad (29) \end{aligned}$$

与えられる数値は 5 点 $C_1 \sim C_5$, パラメータ $\theta_{15}, b_{16} = b_{18} = b_{27} = b_{32} = b_{36}$ である。

(4) 極三角形による三点総合

図 11 は極三角形による径路創成機構の 3 点総合を示す³⁾, 前述(1)の 3 点総合とは方法, 与えられる条件とも異なる。ベクトルを式(30)で定義すれば, ベクトル方程式(31)が得られる。

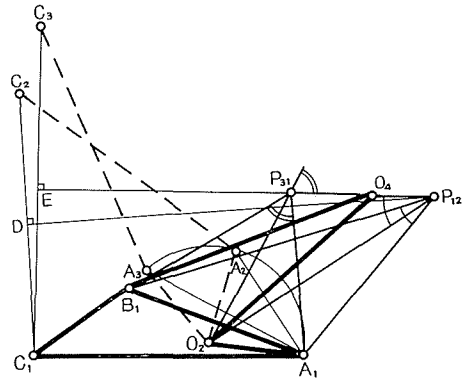


図 11 極三角形による 3 点総合

$$\begin{aligned} C_1 &= \overrightarrow{O_2 O_4}, & B_2 &= \overrightarrow{O_2 A_1}, & C_3 &= \overrightarrow{A_1 C_1}, & P_4 &= \overrightarrow{O_2 C_1}, & B_5 &= \overrightarrow{O_2 A_2}, & C_6 &= \overrightarrow{A_2 C_2}, \\ P_7 &= \overrightarrow{O_2 C_2}, & B_8 &= \overrightarrow{O_2 A_3}, & C_9 &= \overrightarrow{A_3 C_3}, & P_{10} &= \overrightarrow{O_2 C_3}, & P_{11} &= \overrightarrow{C_1 C_2}, & P_{12} &= \overrightarrow{O_2 D}, \\ L_{13} &= \overrightarrow{D P_{12}}, & L_{14} &= \overrightarrow{O_2 P_{12}}, & P_{15} &= \overrightarrow{C_1 C_3}, & P_{16} &= \overrightarrow{O_2 E}, & L_{17} &= \overrightarrow{E P_{31}}, & L_{18} &= \overrightarrow{O_2 P_{31}}, \\ P_{19} &= \overrightarrow{O_4 P_{12}}, & P_{20} &= \overrightarrow{O_4 P_{31}}, & P_{21} &= \overrightarrow{P_{12} A}, & P_{22} &= \overrightarrow{P_{31} A_1}, & P_{23} &= \overrightarrow{P_{12} P_{31}}, & L_{24} &= \overrightarrow{P_{31} B_1}, \\ L_{25} &= \overrightarrow{P_{12} B_1}, & P_{26} &= \overrightarrow{O_4 B_1}, & P_{27} &= \overrightarrow{B_1 A_1}, & P_{28} &= \overrightarrow{B_1 C_1} \quad (30) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \theta_2 &= \theta_1 + \psi, & P_4 &= C_3 + B_2 \quad (\text{I}), & \theta_5 &= \theta_2 + \psi_{12}, & P_7 &= C_6 + B_5 \quad (\text{I}), & \theta_8 &= \theta_5 + \psi_{23}, \\ P_{10} &= C_9 + B_8 \quad (\text{I}), & P_{11} &= P_7 - P_4 \quad (\text{I}), & P_{12} &= P_{11}/2 + P_4 \quad (\text{I}), & \theta_{13} &= \theta_{11} - \pi/2, & \theta_{14} &= \\ \theta_2 + \psi_{12}/2, & L_{14} &= L_{13} + P_{12} \quad (\text{II}), & P_{15} &= P_{10} - P_4 \quad (\text{I}), & P_{16} &= P_{15}/2 + P_4 \quad (\text{I}), & \theta_{17} &= \\ \theta_{15} - \pi/2, & \theta_{18} &= \theta_2 + \psi_{12}/2 + \psi_{23}/2, & L_{18} &= L_{17} + C_{16} \quad (\text{II}), & P_{19} &= L_{14} - C_1 \quad (\text{I}), & P_{20} &= \\ L_{18} - C_1 \quad (\text{I}), & P_{21} &= B_2 - L_{14} \quad (\text{I}), & P_{22} &= B_2 - L_{18} \quad (\text{I}), & P_{23} &= P_{20} - P_{19} \quad (\text{I}), & \theta_{21} &= \\ \theta_{22} - \theta_{18} + \theta_{20} + \pi, & \theta_{25} &= \theta_{21} - \theta_{14} + \theta_{19}, & L_{25} &= L_{24} + P_{23} \quad (\text{II}), & P_{26} &= L_{24} + P_{20} \quad (\text{I}), \\ P_{27} &= P_{22} - L_{24} \quad (\text{I}), & P_{28} &= C_3 + P_{27} \quad (\text{I}) \quad (31) \end{aligned}$$

与えられる数値は $\psi, \psi_{12}, \psi_{23}$, 静止節の長さ c_1 , 角 θ_1 , 原動節長さ $b_2 = b_5 = b_8$, 中間節上の 1 点を決める $c_3 = c_6 = c_9$ とそれらの角 $\theta_3, \theta_6, \theta_9$ である。

5. む す び

(1) ベクトル方程式を用いて 4 節リンク機構の図式総合公式を求め, プログラムを作成して数値計算を行い, X-Y プロッタに描かせた上で解析する方法を提唱した。

(2) 機構総合の能率と精度は向上し, 図に表すことにより総合の過程が容易に理解でき, 理想関数或は理想径路を得るためのパラメータの変更が容易になる。

(3) リンク機構の総合には内挿法を使うため, 総合された機構が理想関数或は理想径路を必ずしも満足するとは限らないので, 多数厳正点総合においては総合の結果を判定, 評価する必要がある。

文 献

- 1) 牧野 洋: 自動機械機構学(昭 51), p. 51, 日刊工業.
- 2) J. E. Shigley: Kinematic Analysis of Mechanisms 2nd Edition (1969), p. 326, McGraw Hill.
- 3) 小川 潔: リンク・カムの設計(昭 42), p. 92, オーム社.