



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	等速度運動による劣化画像の復元についての考察 : インパース・フィルタリング
Author(s)	石川, 達也; Ishikawa, Tatsuya; 下野, 哲雄 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 95, 75-80
Issue Date	1979-08-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41577
Type	departmental bulletin paper
File Information	95_75-80.pdf



等速度運動による劣化画像の復元についての考察

— インパース・フィルタリング —

石川達也* 下野哲雄*
北島秀夫* 黒部貞一*

(昭和54年3月31日受理)

Consideration on Restoration of Linear Motion Degraded Images

— Inverse Filtering —

Tatsuya ISHIKAWA Tetsuo SHIMONO
Hideo KITAJIMA Teiichi KUROBE

(Received March 31, 1979)

Abstract

This paper is concerned with the inverse filtering technique for restoration of motion degraded images. Consideration is restricted to degradations arising from a uniform relative translation between the camera and the object being photographed.

We show that the inverse filtering by Discrete Fourier Transform DFT is, in general, impossible without the limitation to the object size. However, when the recorded image extends over an infinite interval in space, inverse filtering by (DFT) is applicable. The importance of the infinite interval condition is demonstrated by computer simulated examples.

1. 序 論

物体を写真などの画像として記録するとき、その記録の過程で様々な劣化が生ずることが考えられ、この劣化を取り除くために多くの方法が検討されている。本論文では、これらの方法の中から Inverse Filtering について考察し、この方法の欠点が空間周波数領域における PSF (Point Spread Function) の zero の点による影響及び、これに関連するノイズの増大だけではなく、被写体の大きさの制限という致命的な欠点を持つことを明らかにする。

劣化現象としては等速度運動によるブレを取り上げ、discrete 系のみについて考える。また計算機シミュレーションにより、Inverse Filtering が有効な場合と、そうでない場合について、これらの結果を示す。一般的な場合において被写体の大きさの制限(物体が十分小さいという条件)は満足されず、Inverse Filtering は不可能という結論が導びかれる。

2. Inverse Filtering の原理

本論文中で考える劣化現象は露出時間中の被写体とカメラの間の等速度相対運動によるもの

* 電子工学科電子回路工学講座

である。記述の簡単のために以下の式はすべて一次元で表わす。

discrete-discrete 系において劣化画像は、

$$f(X) = \frac{1}{K+1} \sum_{k=0}^K g(X-k) \quad 0 \leq X \leq N-1 \quad (1)$$

となる。ただし $f(X)$, $g(X)$ はそれぞれ劣化画像と原画像であり, K はブレ幅 (画素の個数で表わされる) である。 N はフィルムの長さと考えられるものである。

ここで $0 \leq X \leq N-1$ の $f(X)$ には, $0 \leq X \leq N-1$ 以外の $g(X)$ の影響があることに注意されたい。

(1) のように等速度運動によるブレは, Linear Shift Invariant (LSI) である。上式は次のように書くこともできる。

$$\left. \begin{aligned} f(X) &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_K(k) \cdot g(X-k) & 0 \leq X \leq N-1 \\ h_K(X) &= \begin{cases} \frac{1}{K+1}, & 0 \leq X \leq K \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

$h_K(X)$ がこの場合の PSF であり, 劣化システムを表わすと考えることができる。

このように LSI における場合, 劣化画像は原画像と劣化システムの PSF のコンボリューションで表わされる。故に空間周波数領域では積となることが予想され, $f(X)$, $g(X)$, $h_K(X)$ のそれぞれのフーリエ変換を $F(u)$, $G(u)$, $H_K(u)$ とすれば,

$$F(u) = G(u) \cdot H_K(u) \quad (3)$$

となり, 原画像のフーリエ変換 $G(u)$ を次のように求められると考えられていた。

$$G(u) = F(u)/H_K(u) \quad (4)$$

($G(u)$ を逆変換することにより, $g(X)$ を得る)

このように Inverse Filtering は極めて簡単な理論によるものであり, これを実行するの他の方法に比べて容易である。従来指摘されていたこの方法の欠点は $H(u)$ が zero 点を持つ場合であり, このとき計算機処理が可能のように zero 点に任意の値を代入しなければならず誤差の発生する原因となることである。さらに劣化画像にアダプティブ・ノイズがある場合は, 前述の誤差と同時に, このノイズの影響も急激に大きくなり良質の復元画像を得られないことだけが注目されていた。確かに (4) を見れば, 以上の欠点は当然のことである。しかし Inverse Filtering を用いる場合に我々は次のことを忘れてはならない。即ち, discrete 系において, フーリエ変換は Discrete Fourier Transform (DFT) であり線形コンボリューションは一般に DFT 領域で積の形には表わされないことである。循環コンボリューションなるものが DFT 領域での積に対応する。

3. DFT を用いた線形コンボリューション

循環コンボリューションは N を法とするとき, 次のような形で表わされる。 $f_c(X)$ を循環コンボリューションの結果とすると,

$$\left. \begin{aligned} f_c(X) &= \left[\sum_{k=0}^{N-1} \tilde{h}_K(k) \cdot \tilde{g}(X-k) \right] \cdot R_N(X) \\ \tilde{g}(X) &\equiv \sum_{r=-\infty}^{\infty} g(X+rN), \quad \tilde{h}_K(X) \equiv \sum_{r=-\infty}^{\infty} h(X+rN) \\ R_N(X) &= \begin{cases} 1, & 0 \leq X \leq N-1 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ただし r は整数。 $g(X)$ 及び $h_K(X)$ は $0 \leq X \leq N-1$ の区間のみで nonzero の値をもつシーケンスとする。(このようなとき、シーケンスの長さが N であるとする)

(5) と (2) の違いは明らかであり、(2) において Inverse Filtering は不可能である。しかし、ある条件を加えることにより (5) と (2) の結果を等価なものとするができる。即ち、(2) を DFT 領域の積の形 (3) と対応させることができる。

(2) において $h_K(X)$, $g(X)$ なるシーケンスの長さを N とする。結果として $f(X)$ は $2N-1$ 個の nonzero 点をもちうるということがわかる。DFT を用いて同様の結果を得るためには、DFT 及び Inverse DFT の計算の際に $2N-1$ を法としなければならないのである。即ち、

$$\left. \begin{aligned} G(u) &= \sum_{X=0}^{2N-2} g(X) W_{2N-1}^{uX} \\ H_K(u) &= \sum_{X=0}^{2N-2} h_K(X) W_{2N-1}^{uX}, \quad W_N = \exp\left(-j \frac{2\pi}{N}\right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$G(u)$ と $H_K(u)$ の積を $2N-1$ を法として IDFT を行なう。

$$f_c(X) = \frac{1}{2N-1} \left[\sum_{u=0}^{2N-2} G(u) \cdot H(u) W_{2N-1}^{-uX} \right] \cdot R_{2N-1}(X) \quad (7)$$

(7) は $2N-1$ を法とする循環コンボリューションによって得られるものと同じ結果になり、(5) において N を $2N-1$ で置き換えたものと同じなのである。 $h_K(X)g(X)$ も長さは N としているから、 $2N-1$ を法とする循環コンボリューションは線形コンボリューションと全く同じになる。即ち、(5) 及び (7) の $f_c(X)$ は (2) の $f(X)$ と等価になる。以上のことは $2N-1$ 以上の数を法とした場合にも成立するが、 $2N-1$ 未満の数では成立しない。

$h_K(X)$, $g(X)$ なるシーケンスの長さが異なる場合にも全く同様である。 2つのシーケンスの長さを、それぞれ N_1 , N_2 とすると、これらの線形コンボリューションは N_1+N_2-1 の長さとなる。この場合、 $N \geq N_1+N_2-1$ なる N を法として計算すれば、循環コンボリューションは線形コンボリューションと等価になる。故に DFT 領域上での積を、線形コンボリューションと対応させることができ、Inverse Filtering の可能性を、ある条件の下で論ずることができる。

4. 被写体の制限

以上のことを実際の画像について物理的意味を考える。理論上 $f(X)$ が無限又は半無限の長さを有しているならば、これまでの説明や条件は不要であろう。しかし実際には無限長のフィルムなどあり得ない。(もし無限の範囲で $f(X)$ が存在するならば、シーケンスの長さなどは、無意味である) $f(X)$ は、既に我々が手にしているものであり、その長さとはフィルムの長さに対応しているから、 $f(X)$ の長さに注目しても意味がない。次に $h_K(X)$ は (2) にあるように、ブレ幅 K に依存する長さをもつシーケンスである。故に $h_K(X)$ の長さは、劣化が生じたときに既に決定されている。 $g(X)$ は原画像であり、本来無限の区間において存在する。ただし、(1) を見ればわかるように、 $-K \leq X \leq N-1$ で定義されていれば十分である。この区間をもつ被写体を、一般的な場合の被写体と考えることができる。即ち、特定の制限により被写体を区別することはない。

一般的な被写体について；

$$N < (N+K) + (K+1) - 1 (=N+2K) \quad (8)$$

(8) の右辺第一項は被写体の長さであり、第三項は PSF の長さである。循環コンボリューションと線形コンボリューションが等価になり、故に線形コンボリューションが領域 DFT における積と対応するためには (8) の不等号の向きが逆である。結果として Inverse Filtering は、不可能で

ある。

ここで被写体の長さを L とする。循環コンボリューションと線形コンボリューションが等価となるために、

$$N \geq L + (K + 1) - 1 = L + K \quad (9)$$

$$\therefore L \leq N - K \quad (10)$$

とする。この場合、Inverse Filtering は可能である。(10) の物理的意味を考えると次のようになる。まず、原画像は背景と被写体の2つの部分から構成されているとする。(一般的な場合においては原画像と被写体を同じものとして扱えるが、ここではこのようにする必要があるのである) 背景とは zero レベル又は既知である部分とする。興味がある部分だけを被写体と考える。例えば、天体写真において天体のみを興味ある部分とし、周囲の暗い部分は背景とするのである。原画像が劣化したものがフィルムに記録されているとき、このフィルムに被写体が全て含まれているならば(10)を満足する。(即ち、被写体のブレたものがフィルムから、はみ出ない) 故にフィルムに含まれない範囲においては被写体の影響はどこにも現われない。背景が、zero レベルならば、原画像も劣化画像も $-\infty \leq X \leq \infty$ で定義することができる。結局、(10) は $f(X)$ を無限の区間で定義することになり、我々は劣化画像 $f(X)$ を無限の区間で既知とできるのである。

以上の説明で明らかなように Inverse Filtering が適用できる範囲は極めて狭い。ブレ幅が大きい程、被写体の大きさは小さくしなければならず、適用範囲は増々狭くなってしまふのである。

5. シミュレーション

図-2 及び 図-3 に Inverse Filtering により復元が不可能な場合と可能な場合の2通りのシミュレーションが 64×64 のデジタル画像により示してある。(ノイズは考えていない)

原画像において (3-a) は右端が暗くなっている。(zero レベルに対応する背景である) 写真には現われていないが、左方の部分も同様に zero レベルである。ブレ幅は両方とも 10 画素とし、図-3 では $L = N - K$ とするので $L = 54$ となる。(2-a) は図-1 の中の一部分と考えられ、劣化するときには (2-a) に含まれない画素の影響も受ける。次に劣化画像を比較してみる。ブレ幅は 10 画素で水平方向(右方向)にぶらしたものである。(2-b) は目の一部などを見るとわかるように、写真からはみ出てぶれているのに対して、(3-b) は (3-a) の背景のためにぶれた被写体が写真の中にすべて収まっている。劣化画像自身から $L \leq N - K$ を満足するか否かの判断については、その可能性があることが示されている¹⁾。劣化過程について十分な知識をもつものとして Inverse Filtering を行なう。この結果は (2-c) 及び (3-c) である。前者は全く復元されていない。一般的な原画像に対して結果はほとんど全て、このような縞模様が見られる。後者はかなり良質な復元が行なわれる。(背景などに不完全なところがあるが、これは PSF が DFT 領域で持つ zero 点のためと考えて良い)

(3-b) のような劣化画像に対して、実は Inverse Filtering を用いるまでもなく、画素の値を順次引いていけば復元画像は得られる。故に



図-1 原画像 (全体像)



(2-a) 原画像



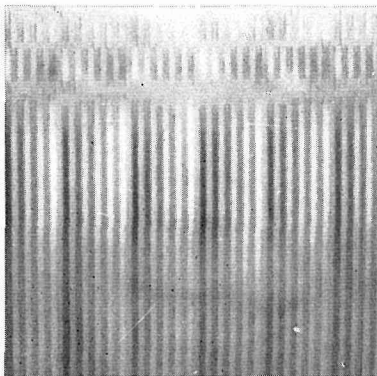
(3-a) 原画像



(2-b) 劣化画像



(3-b) 劣化画像



(2-c) 処理後の画像

図-2 Inverse Filtering が不可能な場合



(3-c) 復元画像

図-3 Inverse Filtering が可能な場合

Inverse Filtering を今までのような考え方で使う限り、決して有効な復元法とは言えないのである。

6. 結 論

Inverse Filtering は決定論的復元法の中でも、極めて単純な理論に基づくものである。シミュレーションを行なうにも DFT のプログラムが用意されていれば十分である。しかしながら、この方法が使える劣化画像の範囲が極めて狭いのは前述の通りである。何らかの改善が行なわれない限り、即ち一般的な劣化画像に対しても用いることができるようにならない限り、この方法を実際に使う機会は限られているのである。

参 考 文 献

- 1) David Slepian: "Restoration of Photographs Blurred by Image Motion", Bell Sys. Tech. J., (1967), p. 2353-2362.
- 2) Alan V. Oppenheim and Ronald W. Schaffer: Digital Signal Processing, (1975), p. 8-121.