



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	等価仮想電圧源法によるサイリスタ回路の解析
Author(s)	伊藤, 雄三; Itoh, Yuzoh; 木村, 貢 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 95, 19-30
Issue Date	1979-08-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41579
Type	departmental bulletin paper
File Information	95_19-30.pdf



等価仮想電圧源法によるサイリスタ回路の解析

伊藤雄三* 木村 貢** 藤原 一*

(昭和54年3月31日受理)

The Analysis of Thyristor circuit using "the method of equivalent source"

Yuzoh ITOH Mitsugwu KIMURA Hajime FUJIWARA

(Received March 31, 1979)

Abstract

The thyristor switching has been applied to the electrical circuit in order to control the power input. In this paper the analytical technique named "the method of equivalent source", which is an application of the Law of superposition, is proposed to solve the circuit including thyristor or mechanical switch.

It is shown that the simple circuit models including the mechanical switch can be analysed by means of this technique, and that the solution is the same as the results of the conventional transient analysis. Also this method is applied to the ac circuit consisting thyristors for deciding the extinct angle and circuit currents. The calculated values are in good agreement with the measured.

It is significant to find the component of the residual voltage of load on the period of blocking mode of thyristor. Therefore, the manner of deciding the component is described in detail.

1. ま え が き

半導体素子サイリスタのスイッチング特性を利用して、電気機器を制御する方法が極めて日常的に見受けられる。従ってサイリスタを含む電気回路の解析が重要となり研究も盛んになってきている。サイリスタ回路解析の統一的手法として竹内氏の「 ϕ 関数法」¹⁾があり、整流回路を含む交流回転機制御まで広範囲に及んで解析されている。しかし近似化によって動作特性に実測との差が無視できないケースもあること、高調波成分に分解して数値解析を行うため取扱いに十分配慮しなければならないこと、そして誘導された式から動作の特徴を把握することが困難であること等いくつか解決すべき点が含まれている。また他の解析手法としてサイリスタを時変数抵抗として解析したり、非線形インピーダンスと見做して記述関数法を用いて解析したり²⁾、最近では状態変数法により解析する³⁾等があるが、サイリスタ回路の統一の解法はまだ十分に確立したものとはなっていない。

筆者等は電気磁気学でよく知られている「重畳の理」を応用した「等価仮想電圧源法」をサ

* 電気工学科電気機器学講座

** 電気工学専攻博士課程前期

イリスタ回路解析に適用し^{4,5)}、いくつかの回路例について解析を行い、実測との比較・検討を行って統一的解析法としての見通しを得たので報告する。解析にあたりサイリスタおよび回路定数について次のように仮定する。

- 1) サイリスタの G-K 間に点弧信号が入ると同時に導通状態となる。
- 2) サイリスタの順電流が零になると同時に非導通状態となる。
- 3) サイリスタの順方向電圧降下はないものとする。
- 4) もれ電流はないものとする。
- 5) 複数個のサイリスタを用いる場合特性は同一とする。
- 6) 負荷回路の定数はすべて線形とする。

2. 解析方法

2.1 スイッチと等価仮想電圧源

電気回路は一般に電源、スイッチ及び負荷回路から成り立っている。今図-1においてスイッチ SW をオン・オフさせた時その端子間電位差に注目すれば、オンの時は零、オフの時は電源と等大逆方向の成分と後に示す「残留電圧」成分とから成っている。

「重畳の理」から明らかなようにスイッチの場所をその電位差に等しい電圧源で置き換えても回路の電流条件は変化しない。この様に SW を電圧源で置き換え回路を常に閉じた状態で取扱う回路の解析方法を「等価仮想電圧源法」と呼ぶことにする。この方法によれば機械的スイッチだけでなくサイリスタ等の半導体スイッチング素子にも適用でき、回路の接続変更なしに主電源の他に別な電源を含むいわゆる多電源回路として回路解析を行えばよい。図-1の回路に「等価仮想電圧源法」を適用し、等価回路図に表わしたのが図-2である。図-1および図-2を対比しながら電圧平衡式を考えれば

$$e_s - e_{sw} = v_z \quad (2.1)$$

今負荷回路に相互誘導や並列インダクタンス等が含まれている場合に図-1でスイッチを切った直後は蓄積されたエネルギーを放出する回路があるために負荷端子に電圧が生ずる。これを竹内氏¹⁾は「残留電圧」と呼んでいる。この時スイッチの端子間電位差は主電圧源から残留電圧分だけ減少したものとなる。従って(2.1)式の e_{sw} は次式となる。

$$e_{sw} = \begin{cases} 0 & ; \text{ on 時} \\ e_s - v_{\text{off}}(t) & ; \text{ off 時} \end{cases} \quad (2.2)$$

残留電圧成分 $v_{\text{off}}(t)$ は回路構成とスイッチング要素によって異なるが回路の視察によりその関数形式は決められる。図-3に残留電圧成分を有する回路例を示す。以下いくつかの例について

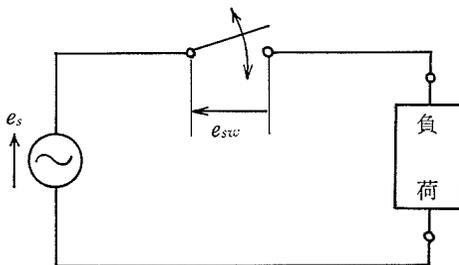


図-1 スイッチがある一般的回路

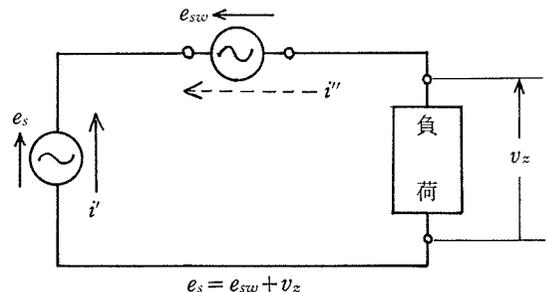


図-2 図の等価回路図

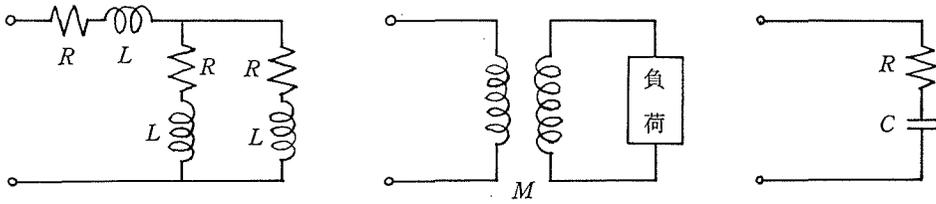


図-3 残留電圧成分がある回路例

検討・解析を行なう。

2.2 直流 R-L 回路のスイッチ開放

図-4においてSW投入後十分時間が経った後SWをOFFする場合を考える。条件としては $t=0_-$ でSWを操作し、 $t=0_+$ で完全に開路できるものとする。(実際にはインダクタンスの両端に $-Ldi/dt$ の高電圧が発生し電極間に放電が起るがこのSWは特殊であって瞬時に電流を切ることができるものとする。)SWの等価仮想電圧源 e_{sw} は

$$\left. \begin{array}{l} t \leq 0_- \quad e_{sw} = 0 \\ t \geq 0_+ \quad e_{sw} = E_d - v_{off}(t) \end{array} \right\} \quad (2.3)$$

主電源 E_d と等価仮想電圧源 e_{sw} による電流をそれぞれ i' 、 i'' とすれば、それぞれ電圧平衡式は

$$E_d = Ri' \quad (2.4)$$

$$e_{sw} = Ri'' + Lp i'' \quad (2.5)$$

ただし $p=d/dt$

実回路電流 $i=i'-i''$ は $t \leq 0_-$ で $i=i'$ 、 $t \geq 0_+$ で $i=0$ である。(2.5)に(2.3)を代入し、電流を $i''=i'_1+i'_2$ に分けて解くことにすれば

$$Ri'' + Lp i'' = (E_d - v_{off}) \cdot 1 \quad (2.6)$$

E_d による解は

$$i'_1 = (E_d/R) \left\{ 1 - \exp(-Rt/L) \right\} \quad (2.7)$$

v_{off} による解によって $i=i''=i'_1+i'_2=E_d/R$ を満足しなければならない。

さて一般に R/L 回路の単位インパルス $\delta(t)$ 応答⁹⁾は

$$Ri + Lp i = A \cdot \delta(t) \cdot 1 \quad (2.8)$$

$$\therefore i = (A/L) \exp(-R \cdot t/L) \quad (2.9)$$

であることから $v_{off}=A \cdot \delta(t)$ とにおいて解けば

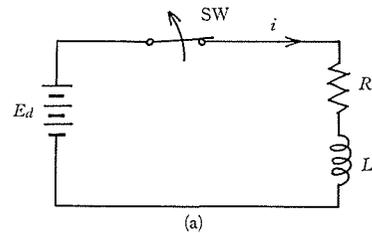
$$i'_2 = -(A/L) \exp(-R \cdot t/L) \quad (2.10)$$

$i'_1+i'_2=i'=E_d/R$ を満足するためには(2.7)と(2.10)より

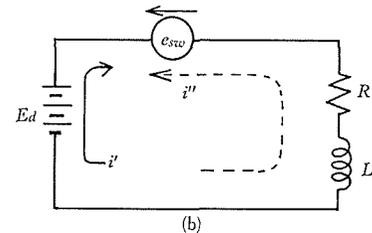
$$\frac{E_d}{R} \left\{ 1 - \exp(-R \cdot t/L) \right\} - \frac{A}{L} \exp(-R \cdot t/L) = \frac{E_d}{R}$$

$$\therefore A = -(L/R) E_d \quad (2.11)$$

これよりスイッチオフ時の等価仮想電圧源は



(a)



(b)

図-4(a) 直流 R-L 回路の開放
(b) 等価回路

$$e_{sw} = E_d + \frac{L}{R} E_d \delta(t) \quad (2.12)$$

以上の関係式をグラフに表わしたものが図-5である。このような方法は次の例にも用いられる。また電流が流れている回路を強制的に切るとインパルス電圧成分がスイッチ両端に現われることが分る。

2.3 第2種初期値過渡現象解析と等価仮想電圧源

図-6に示す回路は $t=0_-$ と $t=0_+$ で初期値が異なるいわゆる第2種初期値問題^{6,10)}である。このような特別の問題についても等価仮想電圧源法を適用して解析を行う。図において SW を閉じて十分時間が経った後 SW を開くものとすれば $R_1-R_2-L_2-L_1$ の閉ループ短絡電流を考慮すれば、等価仮想電圧源 e_{sw} は次のように形式的に置ける。

$$e_{sw} = E - K_0 \delta(t) - K_1 \exp(-t/\tau) \quad (2.13)$$

—即ち第1項目は主電源成分、第2項目はインパルス電圧成分そして第3項目は並列 $R-L$ 回路の $R_1-R_2-L_2-L_1$ 短絡電流成分である。ただし K_0, K_1, τ は未知数である。

1) 主電源について

E による電流解 i' は枝路1および1の電流を i'_1, i'_2 とすれば、電圧 E は一定であるから直ちに

$$i' = i'_1 + i'_2 = E(R_1 + R_2)/R_1 R_2 \quad (2.14)$$

2) 等価仮想電圧源について

電流解 i'' は枝路電流をそれぞれ i''_1, i''_2 とすれば

$$(R_1 + L_1 p) i''_1 = E - K_0 \delta(t) - K_1 \exp(-t/\tau) \quad (2.15)$$

$$(R_1 + L_1 p) i''_2 = (R_2 + L_2 p) i''_2 \quad (2.16)$$

これより

$$i''_1 = \frac{E}{R} (1 - e^{-R_1 t/L_1}) - \frac{K_0}{L_1} e^{-R_1 t/L_1} - \frac{K_1}{R_1 - L_1/\tau} (e^{-t/\tau} - e^{-R_1 t/L_1}) \quad (2.17)$$

$$i''_2 = \frac{E}{R} (1 - e^{-R_2 t/L_2}) - \frac{K_0}{L_2} e^{-R_2 t/L_2} - \frac{K_1}{R_2 - L_2/\tau} (e^{-t/\tau} - e^{-R_2 t/L_2}) \quad (2.18)$$

$t \geq 0_+$ で実回路電流 $i' - i'' = 0$ の回路条件を用いて未知数を決定する。それぞれの式を代入して

$$\left(\frac{E}{R_1} + \frac{K_0}{L_1} - \frac{K_1}{R_1 - L_1/\tau} \right) e^{-R_1 t/L_1} + \left(\frac{E}{R_2} + \frac{K_0}{L_2} - \frac{K_1}{R_2 - L_2/\tau} \right) e^{-R_2 t/L_2} + \left(\frac{1}{R_1 - L_1/\tau} + \frac{1}{R_2 - L_2/\tau} \right) K_1 e^{-t/\tau} = 0 \quad (2.19)$$

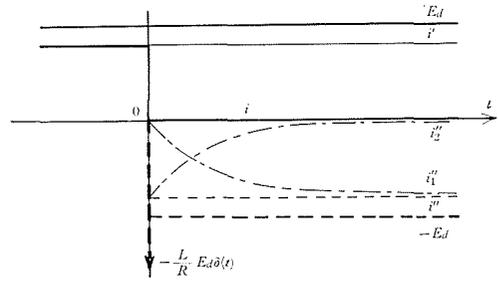


図-5 各式のグラフ

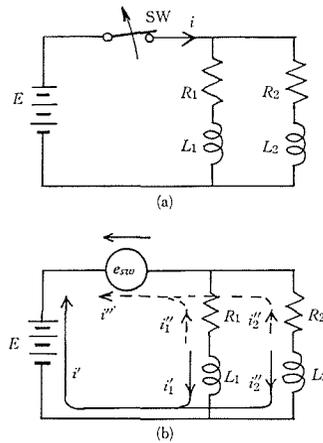


図-6 (a) $R-L$ 2 枝負荷
(b) 等価回路

恒等的に成り立つためには各係数=0 でなければならないから

$$\left. \begin{aligned} \frac{E}{R_1} + \frac{K_0}{L_1} - \frac{K_1}{R_1 - L_1/\tau} &= 0 \\ \frac{E}{R_2} + \frac{K_0}{L_2} - \frac{K_1}{R_2 - L_2/\tau} &= 0 \\ \frac{1}{R_1 - L_1/\tau} + \frac{1}{R_2 - L_2/\tau} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

これより未知数が決定される。即ち

$$\left. \begin{aligned} K_0 &= -\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) E / \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2}\right) \\ K_1 &= \frac{(R_1 L_2 - R_2 L_1)^2}{R_1 R_2 (L_1 + L_2)^2} \\ \tau &= (L_1 + L_2) / (R_1 + R_2) \end{aligned} \right\} \quad (2.21)$$

よって枝路1 および2 の実回路電流 i_1 および i_2 は

$$i_1 = i'_1 - i''_1 = \frac{L_2 \cdot \frac{E}{R_2} - L_1 \cdot \frac{E}{R_1}}{L_1 + L_2} \exp\left(-\frac{R_1 + R_2}{L_1 + L_2} t\right) = \frac{L_2 i_{20} - L_1 i_{10}}{L_1 + L_2} \exp\left(-\frac{R_1 + R_2}{L_1 + L_2} t\right) \quad (2.22)$$

$$i_2 = i'_2 - i''_2 = \frac{L_1 \cdot \frac{E}{R_1} - L_2 \cdot \frac{E}{R_2}}{L_1 + L_2} \exp\left(-\frac{R_1 + R_2}{L_1 + L_2} t\right) = \frac{L_1 i_{10} - L_2 i_{20}}{L_1 + L_2} \exp\left(-\frac{R_1 + R_2}{L_1 + L_2} t\right) = -i_1 \quad (2.23)$$

ただし i_{10} , i_{20} は図-6(a)において SW を切る以前の各枝路電流値 $i_{10} = E/R_1$, $i_{20} = E/R_2$ である。解析結果は従来の電流解と全く同一⁶⁾ になった。

以上のように複雑な初期値の取り扱いが要求される回路解析に等価仮想電圧源法を適用すれば容易に解析することが分る。

2.4 サイリスタ回路と等価仮想電圧源

単相回路において逆並列接続されたサイリスタの点弧角 α の調整によって負荷電流を制御する回路についてサイリスタをスイッチと見なして等価仮想電圧源法を適用して解析を行う。図-7(a)に解析モデル、(b)に等価回路図を示す。点弧角 α 、消弧角 β を動作波形図-8 のようにとる。さてサイリスタがオフになる条件は回路電流が零になる場合であるからサイリスタ回路に等価仮想電圧源法を適用する場合はインパルス電圧成分を考慮しなくとも良いことが明らかである。以下解析に入る。主電源を $e_s = \sqrt{2} E \sin \omega t$ とする。負荷回路は視察により残留電圧は存在しないことおよびインパルス電圧成分も無いことからサイリスタの両電極間電位差 = 等価仮想電圧 e_{sw} はオン・オフ間期でそれぞれ次式で表わされる。

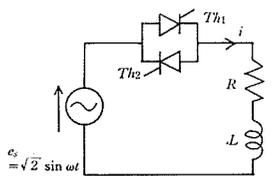


図-7(a) サイリスタで位相制御された R-L 負荷

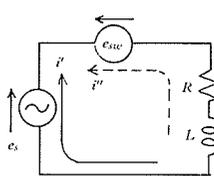


図-7(b) 等価回路

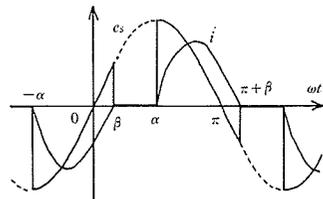


図-8 動作波形

$$\left. \begin{array}{ll} \text{オフ期間} & n\pi + \beta \leq \omega t \leq n\pi + \alpha & e_{sv} = \sqrt{2} E \sin \omega t \\ \text{オン期間} & n\pi + \alpha \leq \omega t \leq (n+1)\pi + \beta & e_{sv} = 0 \end{array} \right\} \quad (2.24)$$

1) 先ず主電源 e_s による電流解 i' は簡単に

$$i' = \sqrt{2} I \sin(\omega t - \varphi) \quad (2.25)$$

ただし $I = E/\sqrt{R^2 + (\omega L)^2}$, $\varphi = \tan^{-1} \omega L/R$, $\omega = 2\pi f$ 。

2) 次に等価仮想電圧源 e_{sv} による電流 i'' は

$$(R + Lp) i'' = e_{sv} \quad (2.26)$$

e_{sv} は (2.24) ように二通りがある故分けて計算する必要がある。

オン期間の電流 i''_{on} は

$$\begin{aligned} (R + Lp) i''_{on} &= 0 \\ \therefore i''_{on} &= I_{on} e^{-\frac{R}{L}t} \end{aligned} \quad (2.27)$$

オフ期間の電流 i''_{off} は

$$\begin{aligned} (R + Lp) i''_{off} &= \sqrt{2} E \sin \omega t \\ \therefore i''_{off} &= I_{off} e^{-\frac{R}{L}t} + \sqrt{2} I \sin(\omega t - \varphi) \end{aligned} \quad (2.28)$$

以上の式中未知数は β , I_{on} , I_{off} である。

3) 未知数の決定

1. オフ問期中全電流 $i' - i'' = 0$ より (2.25) および (2.28) から

$$I_{off} = 0 \quad (2.29)$$

2. 正負対称制御の条件から $i''_{on}(\pi + \beta/\omega) = -i''_{off}(\beta/\omega)$ および $i''_{on}(\alpha/\omega) = i''_{off}(\alpha/\omega)$ をそれぞれ代入して

$$\begin{cases} I_{on} e^{-\frac{R}{\omega L}(\pi + \beta)} = -\sqrt{2} I \sin(\beta - \varphi) \\ I_{on} e^{-\frac{R}{\omega L}\alpha} = \sqrt{2} I \sin(\alpha - \varphi) \end{cases} \\ \therefore I_{on} = \sqrt{2} I \sin(\alpha - \varphi) \cdot e^{\frac{R}{\omega L}\alpha} \quad (2.30)$$

最後に点弧角 α と消弧角 $\pi + \beta$ に関する式は

$$\begin{aligned} \exp(R \cdot \pi - \beta + \alpha/\omega L) \cdot \sin(\beta - \varphi) \\ + \sin(\alpha - \varphi) = 0 \end{aligned} \quad (2.31)$$

以上で解はすべて求まった。(2.31) は従来の整流理論で示される式と何等変りはないが、等価仮想電圧源法によれば回路の接続変更せずに解を得ることができる。

4) 数値例および実験 図-9 に点弧角 α と消弧角 β の関係を示す。

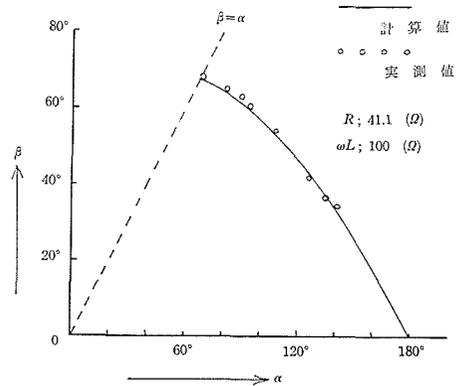


図-9 点弧角 α と消弧角 β の関係

3. 等価仮想電圧源法の実用

前章で説明した等価仮想電圧源法をさらに複雑な回路へ応用し解析を試みる。

3.1 単相 $R-L$ 2 枝負荷回路

図-10(a) に示すサイリスタ制御された $R-L$ 2 枝負荷について等価仮想電圧源法を適用すれ

ば(b)の等価回路が得られる。このような回路は単相変圧器のL形等価回路に相当する。電源 e_s が接続されて十分時間が経った時刻を改めて $\omega t=0$ とする。

i) 主電源 e_s による電流

e_s は常に接続されたままであるから定常状態のみを考慮すればよい。 $e_s = \sqrt{2} E \sin \omega t$ による電流を i' 、枝路1および2の電流を i'_1, i'_2 とおけば

$$\left. \begin{aligned} i' &= i'_1 + i'_2 \\ i'_1 &= \sqrt{2} I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) \\ i'_2 &= \sqrt{2} I_2 \sin(\omega t - \varphi_2) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

ただし $I_1 = E/\sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2}$, $I_2 = E/\sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}$, $\varphi_1 = \tan^{-1} \omega L_1/R_1$, $\varphi_2 = \tan^{-1} \omega L_2/R_2$ 。

ii) 等価仮想電圧源 e_{sw} による電流

e_{sw} はオフ時に L_1, L_2 に蓄えられたエネルギー放出による短絡電流が流れることから前章で説明したように指数関数で示される残留電圧 v_{off} が発生することを考慮して次式となる。

$$\left. \begin{aligned} \text{オフ時 } \beta \leq \omega t \leq \alpha & \quad e_{sw} = \sqrt{2} E \sin \omega t \\ & \quad - K_0 \exp(-t/\tau) \\ \text{オン時 } \alpha < \omega t < \pi + \beta & \quad e_{sw} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.2)$$

e_{sw} による電流を i'' 、枝路1および2の電流を i''_1, i''_2 とすれば

$$(L_1 p + R_1) i''_1 = e_{sw} \quad (3.3)$$

$$(L_2 p + R_2) i''_2 = e_{sw} \quad (3.4)$$

$$i'' = i''_1 + i''_2 \quad (3.5)$$

(a) オフ間期……電流をそれぞれ $i''_{off}, i''_{off1}, i''_{off2}$ とおけば(3.2)を(3.3)~(3.5)に代入して方程式を解けば

$$i''_{off1} = I_1 \sin(\omega t - \varphi_1) + K_1 \exp(-t/T_1) + \frac{\tau}{R_1 \tau - L_1} K_0 \exp(-t/\tau) \quad (3.6)$$

$$i''_{off2} = I_2 \sin(\omega t - \varphi_2) + K_2 \exp(-t/T_2) + \frac{\tau}{R_2 \tau - L_2} K_0 \exp(-t/\tau) \quad (3.7)$$

ただし K_0, K_1, K_2 , では未知数で $T_1 = L_1/R_1, T_2 = L_2/R_2$ である。

(b) オン期間……電流をそれぞれ $i''_{on}, i''_{on1}, i''_{on2}$ とおけば(3.2)より $e_{sw} = 0$ を代入し同様に

$$i''_{on1} = M_1 \exp(-t/T_1) \quad (3.8)$$

$$i''_{on2} = M_2 \exp(-t/T_2) \quad (3.9)$$

ただし M_1, M_2 は未知数である。

iii) 未知数の決定

オフ期間中実回路電流 $i' - i'' = 0$ より電流式を代入し整理すれば

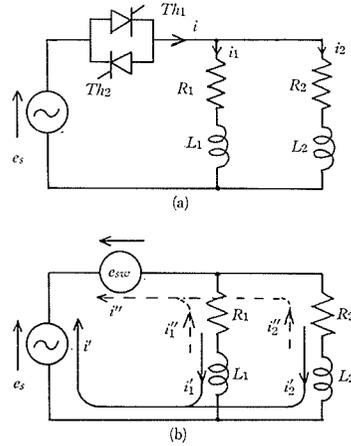


図-10 (a) 位相制御 RL 2 枝負荷
(b) 等価回路

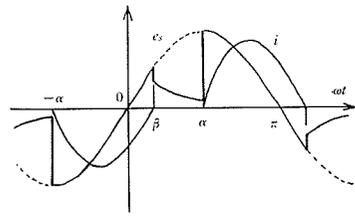


図-10(c) 動作波形

$$K_1 \exp(-t/T_1) + K_2 \exp(-t/T_2) + \left(\frac{\tau}{R_1\tau - L_1} + \frac{\tau}{R_2\tau - L_2} \right) K_0 \exp(-t/\tau) = 0$$

$$\therefore K_1 = K_2 = 0 \quad (3.10)$$

また上式で第3項目の係数=0より

$$\tau = (L_1 + L_2)/(R_1 + R_2) \quad (3.11)$$

次にサイリスタが正負対称に制御されていることから, $i'_{\text{off1}}(\alpha/\omega) = i'_{\text{on1}}(\alpha/\omega)$, $i'_{\text{off2}}(\alpha/\omega) = i'_{\text{on2}}(\alpha/\omega)$, $i'_{\text{off1}}(\beta/\omega) = -i'_{\text{on1}}(\pi + \beta/\omega)$, $i'_{\text{off2}}(\beta/\omega) = i'_{\text{on2}}(\pi + \beta/\omega)$ を各式および(3.10)に代入すれば

$$\left. \begin{aligned} I_1 \sin(\alpha - \varphi_1) + (\tau/\overline{R_1\tau - L_1}) K_0 \exp(-\alpha/\omega\tau) &= M_1 \exp(-\alpha/\omega T_1) \\ I_2 \sin(\alpha - \varphi_2) + (\tau/\overline{R_2\tau - L_2}) K_0 \exp(-\alpha/\omega\tau) &= M_2 \exp(-\alpha/\omega T_2) \\ I_1 \sin(\beta - \varphi_1) + (\tau/\overline{R_1\tau - L_1}) K_0 \exp(-\beta/\omega\tau) &= -M_1 \exp(-\pi + \beta/\omega T_1) \\ I_2 \sin(\beta - \varphi_2) + (\tau/\overline{R_2\tau - L_2}) K_0 \exp(-\beta/\omega\tau) &= -M_2 \exp(-\pi + \beta/\omega T_2) \end{aligned} \right\} \quad (3.12)$$

これより

$$M_1 = \frac{\exp(\overline{\alpha - \beta/\omega\tau}) \cdot \sin(\alpha - \varphi_1) - \sin(\beta - \varphi_1)}{\exp(-\alpha/\omega T_1) \{ \exp(\overline{\alpha - \beta/\omega\tau}) + \exp(-\pi + \beta - \alpha/\omega\tau) \}} \times I_1 \quad (3.13)$$

$$M_2 = \frac{\exp(\overline{\alpha - \beta/\omega\tau}) \cdot \sin(\alpha - \varphi_2) - \sin(\beta - \varphi_2)}{\exp(-\alpha/\omega T_2) \{ \exp(\overline{\alpha - \beta/\omega\tau}) + \exp(-\pi + \beta - \alpha/\omega\tau) \}} \times I_2 \quad (3.14)$$

$$K_0 = \frac{L_1 - R_1\tau}{\tau} \cdot \frac{\sin(\beta - \varphi_1) + \exp(\overline{-\pi + \beta - \alpha/\omega T_1}) \cdot \sin(\alpha - \varphi_1)}{\exp(-\alpha/\omega\tau) \{ \exp(\overline{\alpha - \beta/\omega\tau}) + \exp(-\pi + \beta - \alpha/\omega T_1) \}} \cdot I_1 \quad (3.15)$$

消弧角 $\pi + \beta$ の関係式は枝路1および2のインピーダンスをそれぞれ $z_1 = \sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2}$, $z_2 = \sqrt{R_2^2 + (\omega L_2)^2}$ とおいて次式となる。

$$\frac{1}{z_1} \cdot \frac{\sin(\beta - \varphi_1) + \sin(\alpha - \varphi_1) \cdot \exp(\overline{-\pi + \beta - \alpha/\omega T_1})}{\exp(\overline{\alpha - \beta/\omega\tau}) + \exp(-\pi + \beta - \alpha/\omega T_1)} + \frac{1}{z_2} \cdot \frac{\sin(\beta - \varphi_2) + \sin(\alpha - \varphi_2) \cdot \exp(\overline{-\pi + \beta - \alpha/\omega T_2})}{\exp(\overline{\alpha - \beta/\omega\tau}) + \exp(-\pi + \beta - \alpha/\omega T_2)} = 0 \quad (3.16)$$

以上で解は完全に求まった。また結果の式(3.16)は文献¹¹⁾と同一である。

iv) 数値例と実験

点弧角 $\alpha = 90^\circ$ の場合について数値計算による理論波形を図-11(a)に, 実測波形を図-11(b)に示す。回路定数は $z_1 = z_2 = 100(\Omega)$, $\varphi_1 = 60^\circ$, $\varphi_2 = 30^\circ$, $E = 50(\text{V})$, $f = 50(\text{Hz})$ である。この時の消弧角 $\pi + \beta$ の理論値は $3.84(\text{rad}) = 220^\circ$ である。図-12に異なった回路定数についての点弧角 α と消弧角 β の関係を示す。

3.2 単相 R-L 直・並列回路

図-13(a)に示すサイリスタで位相制御された回路について解析を行う。サイリスタに等価仮想電圧源法を用いれば図-13(b)が得られこれに沿って解析する。

点弧角 α , 消弧角 $\pi + \beta$ を図-14の動作波形図のように置く。

i) 主電源 e_s による電流解

電流を図-13(b)に示す実線のように決めれば次式となる。

$$\left. \begin{aligned} R_0 i_0 + L_0 p i_0 + R_1 i_1 + L_1 p i_1 &= e_s \\ R_1 i_1 + L_1 p i_1 &= R_2 i_2 + L_2 p i_2 \\ i_0 &= i_1 + i_2 \end{aligned} \right\} \quad (3.17)$$

ただし $e_s = E_m \sin \omega t$

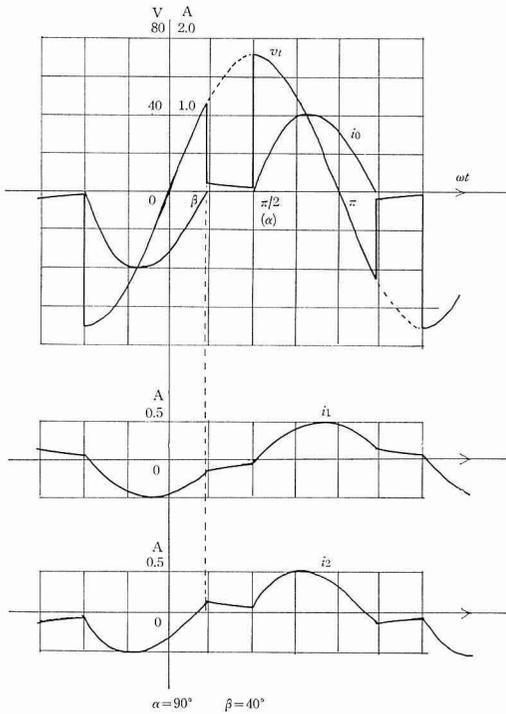
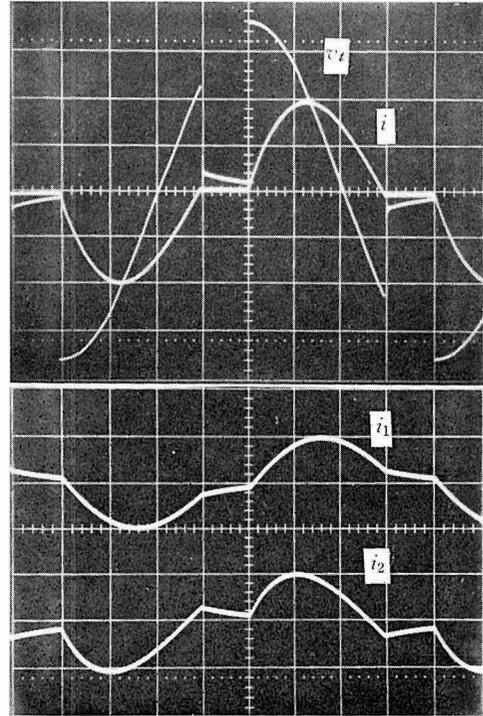


図-11(a) 理論波形



縦軸: v_T 20 V/div; i_1, i_2 0.5 A/div
横軸: 45 deg/div $\alpha=90^\circ$ $\beta \doteq 41.5^\circ$

図-11(b) 実測波形

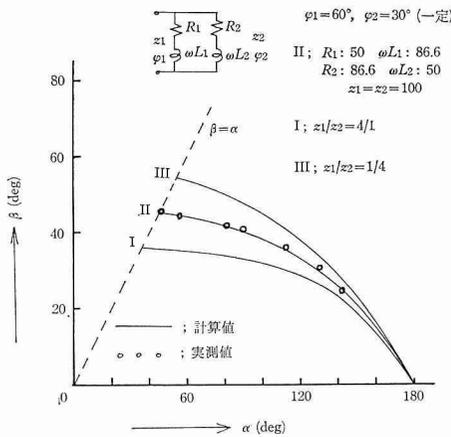


図-12 点弧角 α と消弧角 β の関係

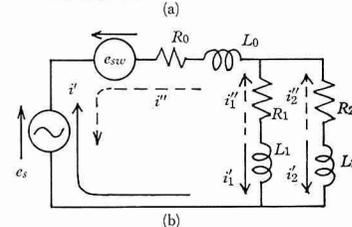
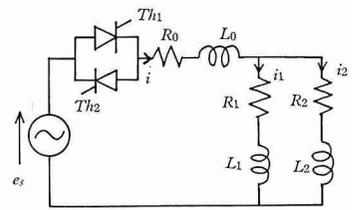


図-13(a) 位相制御 $R-L$ 直・並列負荷
(b) 等価回路

今 e_s は正弦波の定常電圧であるから定常電圧であるから定常解のみとなる。従って

$$\left. \begin{aligned} i'_1 &= S_1 \sin \omega t + C_1 \cos \omega t \\ i'_2 &= S_2 \sin \omega t + C_2 \cos \omega t \end{aligned} \right\} \quad (3.18)$$

ただし $S_1 = E_m \{R_2(c - a\omega^2) + \omega^2 b L_2\} / \{(c - a\omega^2)^2 + \omega^2 b^2\}$, $C_1 = \omega E_m \{L_2(c - a\omega^2) - b R_2\} / \{(c - a\omega^2)^2$

$+ \omega^2 b^2$ }, $S_2 = E_m \{R_1(c - a^2\omega) + \omega^2 b L_1\} / \{(c - a\omega^2)^2 + \omega^2 b^2\}$, $C_2 = \omega E_m \{L_1(c - a\omega^2) - b R_1\} / \{(c + a\omega^2)^2 + \omega^2 b^2\}$, $a = L_0 L_1 + L_1 L_2 + L_2 L_0$, $b = L_0(R_1 + R_2) + L_1(R_2 + R_0) + L_2(R_0 + R_1)$, $c = R_0 R_1 + R_1 R_2 + R_2 R_0$ である。

ii) 等価仮想電圧源 e_{sw} による電流解

電流を図-13(b)の破線のように決めれば先と同様に

$$\left. \begin{aligned} R_0 i_0'' + L_0 p i_0'' + R_1 i_1'' + L_1 p i_1'' &= e_{sw} \\ R_1 i_1'' + L_1 p i_1'' &= R_2 i_2'' + L_2 p i_2'' \\ i_0'' &= i_1'' + i_2'' \end{aligned} \right\} \quad (3.19)$$

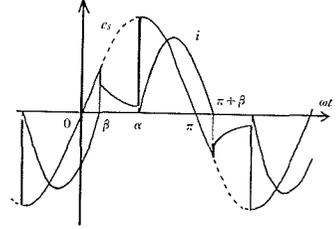


図-14 動作波形

ここで e_{sw} は視察により前節と全く同じ形式となるから

$$\left. \begin{aligned} \text{オン期間} \quad e_{sw} &= 0 \\ \text{オフ期間} \quad e_{sw} &= E_m \sin \omega t - K_0 \exp(-t/\tau) \end{aligned} \right\} \quad (3.20)$$

(a) オン期間中の電流 i''_{on0} , i''_{on1} , i''_{on2} は (3.19) に (3.20) を代入して

$$\left. \begin{aligned} i''_{on1} &= e^{-Pt} (A_1' e^{-Qt} + B_1' e^{Qt}) \\ i''_{on2} &= e^{-Pt} (A_2' e^{-Qt} + B_2' e^{Qt}) \end{aligned} \right\} \quad (3.21)$$

ただし A_1' , A_2' , B_1' , B_2' は未知数で P , Q は微分方程式の特性式 $ap^2 + bp + c = 0$ の根 λ_1 , $\lambda_2 = -P \pm Q$ である。

(b) オフ期間中の電流 i''_{off0} , i''_{off1} , i''_{off2} は同様にして

$$\left. \begin{aligned} i''_{off1} &= i_1 + e^{-Pt} (A_1' e^{-Qt} + B_1' e^{Qt}) + \frac{\tau(L_2 - \tau R_2)}{a - b\tau + c\tau^2} K_0 e^{-t/\tau} \\ i''_{off2} &= i_2 + e^{-Pt} (A_2' e^{-Qt} + B_2' e^{Qt}) + \frac{\tau(L_1 - \tau R_1)}{a - b\tau + c\tau^2} K_0 e^{-t/\tau} \end{aligned} \right\} \quad (3.22)$$

ただし A_1' , A_2' , B_1' , B_2' は未知数で a , b , c は (3.18) で示す。

iii) 未知数の決定

前節と同様オフ期間中実回路電流 $i_0 - i_0'' = 0$ より

$$\left. \begin{aligned} A_1 + A_2 &= 0 \\ B_1 + B_2 &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (3.23)$$

$$\tau(L_2 - \tau R_2) + \tau(L_1 - \tau R_1) = 0 \quad \therefore \tau = (L_1 + L_2) / (R_1 + R_2) \quad (3.24)$$

上の2式および (3.22) を (3.19) に代入して

$$A_1 \{R_1 + R_2 + (P + Q)(L_2 - L_1)\} = 0$$

$$B_1 \{R_1 + R_2 - (P - Q)(L_2 - L_1)\} = 0$$

定数のいかんにかかわらず成立するためには

$$A_1 = 0, \quad B_2 = 0 \quad (3.25)$$

(3.23) より

$$A_2 = 0, \quad B_2 = 0 \quad (3.26)$$

(3.21) を (3.19) に代入して同様に

$$\left. \begin{aligned} A_2'' &= \frac{R_1 - L_1(P+Q)}{R_2 - L_2(P+Q)} A_1'' \equiv gA_1'' \\ B_2'' &= \frac{R_1 - L_1(P-Q)}{R_2 - L_2(P-Q)} B_1'' = hB_1'' \end{aligned} \right\} \quad (3.27)$$

次にサイリスタが対称制御されていることから前節と同様に $i_{off1}(\alpha) = i'_{on1}(\alpha)$, $i'_{off2}(\alpha) = i'_{on2}(\alpha)$, $i'_{off1}(\beta) = -i'_{on1}(\pi + \beta)$, $i'_{off2}(\beta) = -i'_{on2}(\pi + \beta)$ を各式に代入し整理すれば

$$A_1'' = \frac{1}{1+g} \cdot \frac{(S_1 + S_2)\{\sin \alpha + \sin \beta \cdot \exp(\overline{P-Q} \cdot \pi + \beta - \alpha/\omega)\} + (C_1 + C_2)\{\cos \alpha + \cos \beta \cdot \exp(\overline{P-Q} \cdot \pi + \beta - \alpha/\omega)\}}{1 - \exp(-2Q \cdot \pi + \beta - \alpha/\omega)} \cdot \exp(\overline{P+Q} \cdot \alpha/\omega) \quad (3.28)$$

$$B_1'' = \frac{1}{1+h} \cdot \frac{(S_1 + S_2)\{\sin \alpha + \sin \beta \cdot \exp(\overline{P-Q} \cdot \pi + \beta - \alpha/\omega)\} + (C_1 + C_2)\{\cos \alpha + \cos \beta \cdot \exp(\overline{P+Q} \cdot \pi + \beta - \alpha/\omega)\}}{1 - \exp(+2Q \cdot \pi + \beta - \alpha/\omega)} \cdot \exp(\overline{P+Q} \cdot \alpha/\omega) \quad (3.29)$$

また残留電圧成分の大きさは

$$K_0 = \{A_1'' \cdot \exp(-\overline{P+Q} \cdot \alpha/\omega) + B_1'' \cdot \exp(-\overline{P-Q} \cdot \alpha/\omega) - S_1 \sin \alpha - C_1 \cos \alpha\} \cdot \exp(\alpha/\omega\tau)/D \quad (3.30)$$

ただし $D = \tau(L_2 - \tau R_2)/(a - b\tau + c\tau^2)$ である。

消弧式角 $\pi + \alpha$ の関係式は

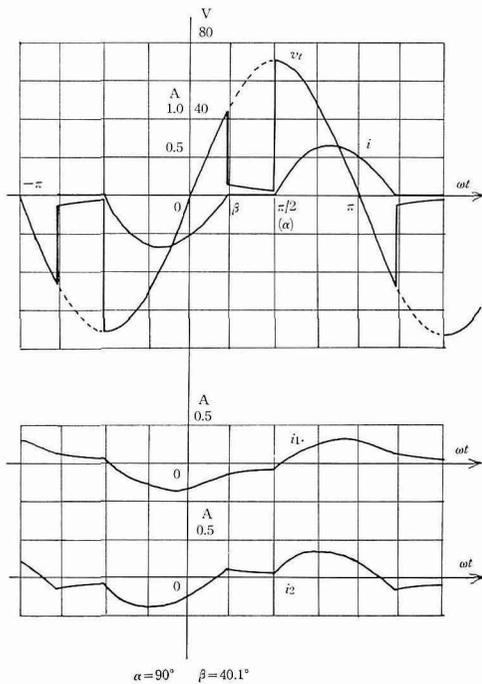
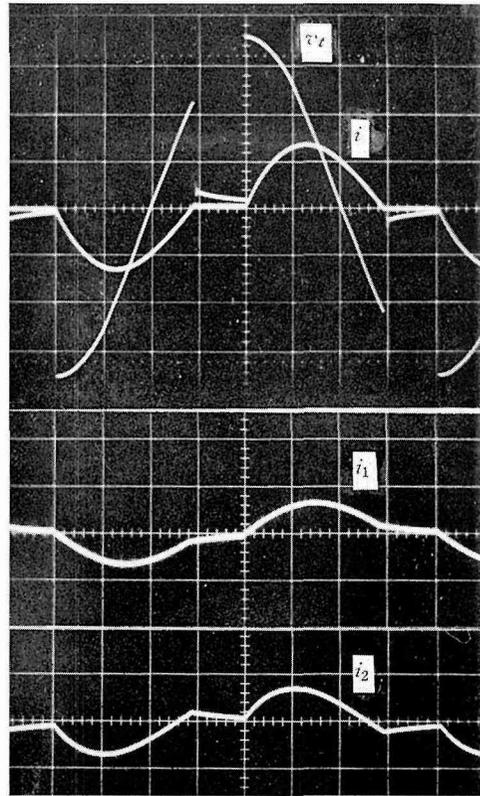


図-15 理論波形



$\alpha = 90^\circ$ $\beta = 40.5^\circ$
縦軸；電圧 20 V/div 電流 0.5 A/div
横軸；45 deg/div

図-16 実測波形

$$A_1' \exp\left(-\frac{\alpha \cdot \overline{P+Q}}{\omega}\right) \left\{1 + \exp\left(-\frac{\overline{P-Q} \cdot \pi + \beta - \alpha}{\omega}\right)\right\} + B_1' \exp\left(-\frac{\alpha \cdot \overline{P-Q}}{\omega}\right) \left\{1 + \exp\left(-\frac{\overline{P-Q} \cdot \pi + \beta - \alpha}{\omega}\right)\right\} + S_1(\sin \beta - \sin \alpha) + C_1(\cos \beta - \cos \alpha) = 0 \tag{3.31}$$

以上ですべての未知数が決定され解が求まったことになる。消弧角 $\pi + \beta$ を求める式中 A_1' , B_1' , S_1 , C_1 は電圧 E_m がかかっているのをこれを約分すれば、他の回路例と同じように入力電圧に無関係であることが分る。

iv) 数値例と実験

実験に用いた定数は R_0, R_1, R_2 ; 17.65, 50.0, 86.6 [Ω], L_0, L_1, L_2 ; 0.056, 0.276, 0.159 [H], $E_m = 50\sqrt{2}$ [V], $\omega = 100\pi$ [rad/s] である。

図-15 は同じ定数による電圧・電流の理論波形を示し、図-16 は実測のオシログラムである。図-17 は種々の回路定数について点弧角 α と消弧角 $\pi + \beta$ の関係を示す。図中 \circ 印は実測値を表わす。ともに良く一致していることが分る。

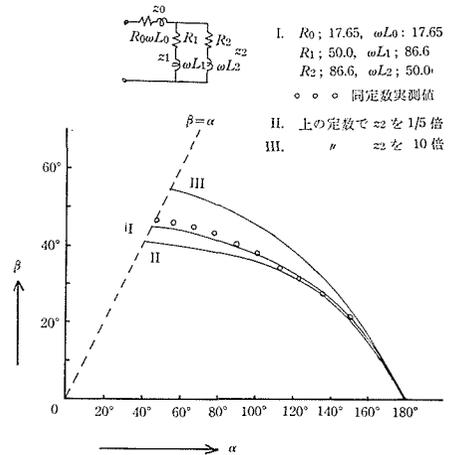


図-17 点弧角 α と消弧角 β の関係

4. ま と め

等価仮想電圧源法を用いてスイッチやサイリスタを含む回路の解析を行い、このような回路に対して統一的な解析手法として十分有効であることが分った。残留電圧成分の取り扱いについても回路の視察により関数の形式のみを与え、後に未知数として決定すればよいことを示した。竹内氏の「 ϕ 関数法」¹⁾と比較すれば、電流式だけでなく消弧角を求める式について格段簡単化され、従って数値処理についても非常に容易になった。また2.3節で示したように第2種初期値過渡現象の取り扱いについて特別な考慮を要せず解析できることが本手法の大きな特徴でもある。

本報告では取り扱わなかった三相回路についても次の機会に報告する予定である^{7,8)}。終りに本研究に有益な助言をいただいた福田昭治助教授、更科真助手並びに実験装置の設計製作と測定にご協力いただいた新居昭雄技官に深く感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 竹内寿太郎, 他共著: SCR 回路理論と電動機制御への応用, 日刊工業新聞社.
- 2) 村井由宏, 神本勝巳他: 電気学会論文誌, Vol. 95-B, 1975, p. 177.
- 3) T. A. Lipo: IEEE Trans. PAS Vol. PAS-90, Nop. 2, 1971, p. 515.
- 4) 伊藤雄三, 藤原 一: 昭52年度電気学会全国大会講演論文集, No. 716.
- 5) 伊藤雄三, 藤原 一, 木村 貢: 昭53年度電気学会全国大会講演論文集, No. 591.
- 6) 林 重憲著: 交流理論と過渡現象(昭36), オーム社.
- 7) 伊藤雄三, 木村 貢他: 昭53年度電気四学会北海道支部大会講演論文集, No. 73.
- 8) 伊藤雄三, 木村 貢他: 昭53年度電気四学会北海道支部大会講演論文集, No. 74.
- 9) Guillemim 著, 山田直平訳: Introductory Circuit Theory 近代科学社.
- 10) 安田一次著: 線形回路理論(1974), 北海道大学図書刊行会.
- 11) A. Yair: IEEE Trans. IA Vol. IA-12, 1975.