



Title	転位集団による初磁化率および保磁力の形成
Author(s)	石田, 巖; Ishida, Iwao; 中江, 仁 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 96, 21-30
Issue Date	1979-11-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41590
Type	departmental bulletin paper
File Information	96_21-30.pdf



転位集団による初磁化率および保磁力の形成

石田 巖* 中江 仁*

(昭和54年6月30日受理)

Initial Susceptibility and Coercive Force due to Dislocations

Iwao ISHIDA and Hitoshi NAKAE

(Received June 30, 1979)

Abstract

Taking the flexibility into account of a domain wall, the theories of coercive force and initial susceptibility under the influence of dislocations are developed on the basis of the previous paper¹⁾.

Using the distribution function of forces, a coercive force in a mechanism in which the statistical fluctuations of forces are incorporated is evaluated. As compared with the experimental coercive force in Fe-3%Si, an area S_0 approximated by rigid walls becomes $197 (\mu\text{m}^2)$. It is estimated that the number of ways dividing a total wall area S into n partial area S_i is about $(S_0 N_0)^{n/4}$. When $\rho = 10^{10} (\text{cm}/\text{cm}^2)$, $S = 1 (\text{mm}^2)$ and $S_0 = 197 (\mu\text{m}^2)$, the number is about 10^{5000} , which is approximately infinite. In a division when the free energy of wall is minimized,

$$\sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{mi} + E_w \Delta S_i) \ll \sum_{i=1}^n \Delta V_i.$$

Under these conditions, the initial susceptibility χ_a and coercive force H_c are

$$\chi_a = \frac{\sqrt{2} I_s^2 \cos^2 \phi V \sqrt{S_0}}{\sigma_{p0} \sqrt{\pi}}, \quad H_c = \frac{\lambda \sigma_{p0}}{2 I_s \cos \phi \sqrt{S_0}}.$$

1. 序 論

A. Seeger らが剛体磁壁の仮定のもとに転位と磁壁との相互作用を取り扱っている²⁾のに対し、J. A. Baldwin らは柔軟な磁壁の仮定のもとに、スプリングモデルを提唱し、ヒステリシス^{3,4)}、バルクハウゼン効果⁵⁾を説明し、ヒステリシス損失における柔軟性の役割りを指摘している⁶⁾。一方、J. L. Porteseil らは磁壁の移動距離が大きな場合、剛体的に、小さな場合には柔軟性を示すことを Fe-Si において実験的に示している⁷⁾。

本研究においては、先の論文において得られた計算結果¹⁾をもとに、新たに磁壁の柔軟性が考慮され、転位集団による磁壁への作用圧力の統計的ゆらぎによる保磁力、及び実験との比較による剛体近似が成立つと思われる磁壁面積が求められ、磁壁の柔軟性および磁壁の安定位置について検討され、作用圧力の統計的ゆらぎを初磁化率、保磁力へ組み込む機構が提案される。

* 精密工学科 物理工学講座

2. 転位集団による初磁化率および保磁力

2.1 統計的ゆらぎによる保磁力

先の論文において、転位集団による磁壁への作用圧力は平均において零、分散にのみ依存することを示した¹⁾。この分散による効果は統計的ゆらぎによるものと考えられる。

先の論文と同様にして、面積 S の磁壁に N 本の転位線が交叉しているとして、

$$N = \rho \delta S \bar{l} \quad (1)$$

となる。 S における転位集団による作用力 f_x の分散を σ_f^2 とすれば、

$$\sigma_f^2 = (N/2) \{V[f_{x_1}(\theta)] + V[f_{x_2}(\theta)]\} \quad (2)$$

となる。面積 S の磁壁が、 δ に比較し十分大きな平均磁区巾 L を移動する間に、作用力の絶対値において、 f_{\max} 以上の力が作用する区間を A とすると、

$$A/L = \sqrt{\frac{2}{\pi \sigma_f^2}} \int_{f_{\max}}^{\infty} \exp\left(-\frac{f_x^2}{2\sigma_f^2}\right) df_x \quad (3)$$

となる。 $\xi = f_x/\sigma_f$ 、 $f_{\max} = \nu \sigma_f$ とおいて、

$$A/L = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_{\nu}^{\infty} \exp(-\xi^2/2) d\xi \quad (4)$$

となる。ここで、 L/A と f_{\max} との関係を **Fig. 1** に示す。また、作用力が f_{\max} 以上であるという条件での平均の作用力を $\langle f_{\max} \rangle$ とすれば、

$$\langle f_{\max} \rangle = \left\{ \int_{f_{\max}}^{\infty} f_x \exp\left(-\frac{f_x^2}{2\sigma_f^2}\right) df_x \right\} / \left\{ \int_{f_{\max}}^{\infty} \exp\left(-\frac{f_x^2}{2\sigma_f^2}\right) df_x \right\} \quad (5)$$

と表現され、分子を積分し、

$$\langle f_{\max} \rangle = \left\{ \sigma_f \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right) \right\} / \left\{ \int_{\nu}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi \right\} \quad (6)$$

と書き換えられる。**Fig. 1** に L/A と $\langle f_{\max} \rangle$ との関係も示してある。**Fig. 1** より、 L/A の 10^6 倍程度の変化に対し、 f_{\max} あるいは $\langle f_{\max} \rangle$ は 5 倍程度の変化で、 L/A の変化に対し鈍感である。(4)、(6) 式より

$$\frac{\langle f_{\max} \rangle}{\sigma_f} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \left(\frac{L}{A}\right) \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right) \quad (7)$$

という関係を得る。**Fig. 1** の結果からも明らかなように、 $\langle f_{\max} \rangle/\sigma_f$ と ν とは同程度である。

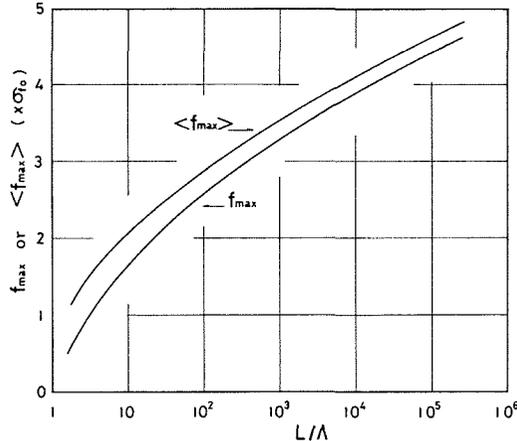


Fig. 1 Relation between f_{\max} or $\langle f_{\max} \rangle$ and L/A .

したがって (7) 式より, f_{\max} あるいは $\langle f_{\max} \rangle$ の数倍の変化に対し, L/A は指数関数的に変化することがわかる。(6) 式において,

$$\lambda = \exp\left(-\frac{\nu^2}{2}\right) / \left\{ \int_{\nu}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi \right\} \quad (8)$$

とおけば

$$\langle f_{\max} \rangle = \lambda \sigma_f \quad (9)$$

となる。 $\langle f_{\max} \rangle$ によって S の磁壁に作用する圧力を $\langle p_{\max} \rangle$ とすれば

$$\langle p_{\max} \rangle = \lambda \sigma_f / S \quad (10)$$

となる。磁壁が単位面積の場合, σ_f は σ_{p_0} となり, $\langle p_{\max} \rangle$ を $\langle p_{u \max} \rangle$ と書けば

$$\langle p_{u \max} \rangle = \lambda \sigma_{p_0} \quad (11)$$

となる。(1), (2) 式により

$$\sigma_f^2 = (\rho \delta S / 2 \bar{l}) \{ V[f_{x_1}(\theta)] + V[f_{x_2}(\theta)] \} \quad (12)$$

となり, これより

$$\sigma_f^2 / \sigma_{p_0}^2 = S \quad (13)$$

をえる。(11), (13) 式を使って (10) 式は

$$\langle p_{\max} \rangle = \langle p_{u \max} \rangle / \sqrt{S} \quad (14)$$

となる。いま, 剛体近似が成立つ磁壁の面積を S_c , S_0 における $\langle p_{\max} \rangle$ を $\langle p_{0 \max} \rangle$ とすれば,

$$\langle p_{0 \max} \rangle = \langle p_{u \max} \rangle / \sqrt{S_0} = \lambda \sigma_{p_0} / \sqrt{S_0} \quad (15)$$

となる。

ここで, 磁壁面積 S_0 に作用する圧力 $\langle p_{0 \max} \rangle$ が全磁壁面積の圧力に組み込まれ, 保磁力を形成するものとする (そのメカニズムについては 2.4 参照)。このようなメカニズムにおいて保磁力 H_c は, 磁場と I_s とのなす角を ϕ として,

$$H_c = \frac{\lambda \sigma_{p_0}}{2 I_s \cos \phi \sqrt{S_0}} \quad (16)$$

となる。

2.2 実験との比較

Fig. 2 は (011) 面方位の Fe-3%Si 単結晶を [110] 方向に圧延した場合の圧延率に対する保磁力を示す。保磁力は圧延率 4% 以上では比較的単調に増加しているが, 4% 以下では減少傾向もみられ複雑な変化を示している。この 4% 以下の保磁力の変化は, 従来のように単純な転位密

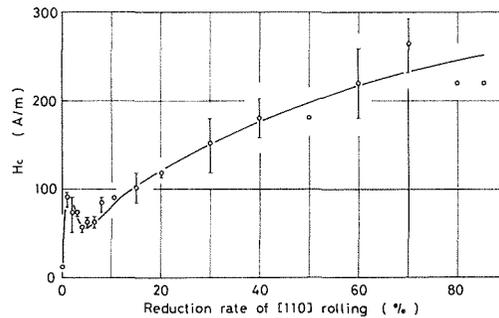


Fig. 2 Variance of coercive force with reduction rate in Fe-3%Si. The rolling direction is at [110].

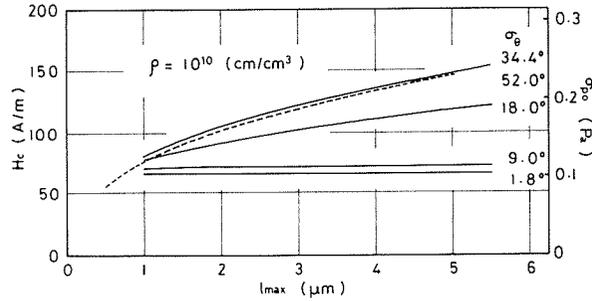


Fig. 3 Relation between the standard deviation σ_{p_0} of the pressure or the estimated coercive force H_c and the maximum length l_{\max} . The dotted line indicates at uniform distribution.

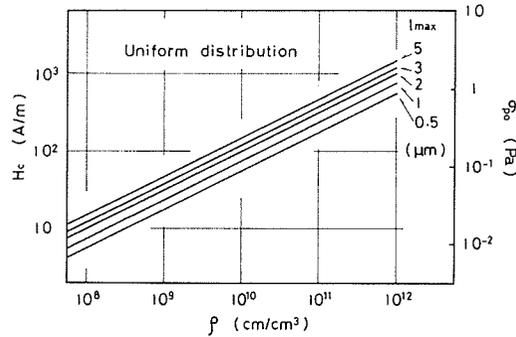


Fig. 4 Relation between the standard deviation σ_{p_0} of the pressure or the estimated coercive force H_c and dislocation density ρ , when dislocation lines distribute uniformly.

度の変化だけによっては説明がつかなく、転位線形状、転位分布、転位密度等の変形初期の変化に対応しているものと思われる。

一方、J. L. Walter and E. F. Koch は [100] 方向に冷間圧延した Fe-3%Si の (001) 面方位の単結晶を透電子顕微鏡により観察している^{8,9)}。圧延率 10%における彼等の観察結果⁹⁾に、R. K. Ham の方法¹⁰⁾を適用して、 $\rho \approx 2.6 \times 10^{11}$ (cm/cm³) を得る。また、転位は圧延率 10%において、密にからみ合い直径 0.2~0.3 (μm) のセル構造をとり始めていることをのべている。

いま、 $(L/A)=10^3$ として、(4)、(8) 式により、 $\lambda=3.53$ を得る。 $\rho \approx 2.6 \times 10^{10}$ (cm/cm³)、 $l_{\max}=0.5$ (μm)、一様分布として、先の計算により $\sigma_{p_0}=0.142$ (Pa) を得る¹⁾ (磁壁の単位面積は 1 cm² である)。(16) 式により、 ϕ を零として

$$H_c(\text{theo.})=0.126/\sqrt{S_0} \quad (17)$$

を得る。一方、実験によれば、圧延率 10.7%で $H_c(\text{exper.})=90.0$ (A/m) となる。これら実験値、理論値を比較することにより

$$S_0=197 \text{ } (\mu\text{m}^2) \quad (18)$$

を得る。 $(L/A)=10^3$ 、 $S_0=197$ (μm^2) を一般化して適用すれば (16) 式により

$$H_c=6.34 \times 10^2 \sigma_{p_0} \quad (19)$$

を得る。Fig. 3 は先の計算¹⁾をもとに、 $\rho=10^{10}$ (cm/cm³) の場合の σ_{p_0} および (19) 式による H_c を、 θ_0 をパラメータに l_{\max} に対してプロットしたものである。破線は一様分布の場合を示す。

Fig. 4 は一様分布の場合について、 l_{\max} をパラメータに σ_{p_0} および H_c と ρ との関係を示す。

2.3 磁壁の安定位置および磁壁の柔軟性

保磁力形成のメカニズムを考察するまえに、磁壁の安定位置の空間分布、および磁壁の柔軟性とその表現法について検討する。

(i) 磁壁の安定位置

(a) 直線転位；磁壁に交叉する無限に長い一本の直線転位を考えると、作用力は一定であるが磁壁が x 方向に移動するにつれ、磁壁に交わる位置は一般に $y-z$ 面内で変化する。したがって磁壁面上で一定の位置にある面積 S_0 の磁壁に交わる直線転位集団は磁壁の移動につれ、たえず変化する。磁壁が x 方向に距離 ξ_0 移動する間、ある直線転位が S_0 の磁壁に交わっているとすると、磁壁に平行な転位では $\xi_0 = \delta$ となり、磁壁に垂直な転位では $\xi_0 = \infty$ となる。他の場合、 ξ_0 は S_0 の大きさと形状、磁壁に交わる角度に依存する。一方、作用力は磁壁に平行ないしはそれに近い場合、作用する転位線の長さが非常に長く、単位長さ当りの作用力も大きいことから非常に大きいのに対し、磁壁に垂直な場合は零で、垂直に近い場合、作用する転位線の長さ、単位長さ当りの作用力ともに小さい。このようにして、面積 S_0 の磁壁が x 方向に移動する場合に受ける圧力は、平均零で、分散によるものとみなされ、磁壁の安定位置の間隔は δ 以上で、転位分布に依存したある有限な値となることが予想される。

(b) 曲線転位；曲線転位を線分 $\Delta \mathbf{l}_i$ からなるものとする。先の論文の (6) 式から明らかのように、 $\Delta \mathbf{l}_i$ による作用力は $\Delta \mathbf{l}_i$ の磁壁に平行な成分によるものと考えられる。

いま、磁壁の中心位置（以下、磁壁の位置と呼ぶ）を x 、 $|\Delta \mathbf{l}_i| \cdot |\cos \theta| \ll \delta$ なる $\Delta \mathbf{l}_i$ の中心位置を x_i とすると、近似的に、 $x - \delta/2 \leq x_i \leq x + \delta/2$ の範囲にある転位線分が磁壁に作用する。 $x_i = x + \delta/2$ あるいは $x_i = x - \delta/2$ の位置にある $\Delta \mathbf{l}_i$ は磁壁の位置が $(x \sim x + \delta)$ あるいは $(x - \delta \sim x)$ の範囲にあるときに作用する。 x_i の位置にある $\Delta \mathbf{l}_i$ によって、 x の位置にある磁壁の受ける作用力 $f_i(x)$ は先の論文¹⁾の (14), (20), (21) 式を形式的に一般化して、 a_i, b_i をある定数として、

$$f_i(z) = a_i \sin^2\{\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} + b_i \sin\{2\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\}$$

と表現できる。ここで $z = \pi(x - x_i)/\delta$ と変換して、

$$\begin{aligned} f_i(z) &= (a_i/2)(1 + \cos 2z) - b_i \sin 2z & (-\pi/2 \leq z \leq \pi/2) \\ &= 0 & (-\pi \leq z \leq -\pi/2, \pi/2 \leq z \leq \pi) \end{aligned}$$

とおき、 $f_i(z)$ を $-\pi \leq z \leq \pi$ の範囲でフーリエ級数に展開し、再び $z = \pi(x - x_i)/\delta$ を代入して、

$$\begin{aligned} f_i(x) &= (1/4)[2a_i - a_i \cos\{2\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} + 2b_i \sin\{2\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\}] \\ &\quad + (4a_i/\pi)[(1/3)\sin\{\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} - (1/15)\sin\{3\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} \\ &\quad - (1/105)\sin\{5\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} - (1/315)\sin\{7\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} - \dots] \\ &\quad + (4b_i/\pi)[(1/3)\cos\{\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} - (1/5)\cos\{3\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} \\ &\quad - (1/21)\cos\{5\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} - (1/45)\cos\{7\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} - \dots] \end{aligned} \quad (20)$$

となる。

曲線転位集団をそれぞれ転位線分 $\Delta \mathbf{l}_i$ に分割し、 $x - \delta/2 \leq x_i \leq x + \delta/2$ の範囲にある転位線分 $\Delta \mathbf{l}_i$ による作用力 $f_i(x)$ のすべての和が x の位置にある磁壁の受ける作用力 $f_x(x)$ に等しいとして、

$$f_x(x) = \sum_i f_i(x)$$

となる。 $\sum_i f_i(x)$ のあるフーリエ成分についての和は

$$\begin{aligned} \sum_i a_{mi} \sin\{m\pi(x - x_i + \delta/2)/\delta\} &= [\sum_i a_{mi} \cos\{m\pi(\delta/2 - x_i)/\delta\}] \sin(m\pi x/\delta) \\ &\quad + [\sum_i a_{mi} \sin\{m\pi(\delta/2 - x_i)/\delta\}] \cos(m\pi x/\delta) \end{aligned}$$

となり、 x に関する波長は $(2\delta/m)$ である。したがって、(20) 式から明らかなように、 $f_x(x)$ は波長 2δ , δ , $(2/3)\delta$, $(2/5)\delta$, $(2/7)\delta$, ..., $\{2/(2l+1)\delta$, ... の成分と定数項によって表現される。 $f_x(x)$ の平均は零と考えられ、転位線の曲率が十分大きな場合、 x 方向における磁壁の安定位置の間隔は 2δ 以内にあると予想される。

(ii) 磁壁の柔軟性

いま、なんらかの圧力によって、(100) 磁壁のある部分が [100] 方向にふくれでて、曲面となり、Fig. 5 (a) のように、磁壁の中心曲面が (010) および (001) 面内にある主曲率半径 ρ_1 および ρ_2 で近似されるとする。平面磁壁に対するこの曲面磁壁の単位面積当りのエネルギー増加は一定の値とし、磁区内の磁化方向は [010] あるいは $[0\bar{1}0]$ とする。Fig. 5 (b) のように曲面の先端より δ の距離で、(100) 面に平行な面で曲面を切断するとき、切断面における [010] および [001] 方向への最大巾を l_1 および l_2 とすると幾何学的関係により、

$$l_1 = \sqrt{4\delta(2\rho_1 - \delta)}, \quad l_2 = \sqrt{4\delta(2\rho_2 - \delta)}$$

となる。但し、 $\rho_1, \rho_2 \geq \delta$ とする。切断面の面積 S_δ は主軸 l_1, l_2 の楕円の面積で近似し、

$$S_\delta = \pi\delta\sqrt{(2\rho_1 - \delta)(2\rho_2 - \delta)} \quad (21)$$

となる。完全な剛体磁壁の場合、有限の圧力に対して ρ_1, ρ_2 は無限大となり、 S_δ は無限大となる。磁壁が完全に柔軟であれば、わずかな圧力で、 $\rho_1 = \rho_2 = \delta$ にでき、 $S_\delta = \pi\delta^2$ となる。さらに柔軟指数 n_f を

$$n_f = \pi\delta^2/S_\delta \quad (22)$$

と定義すると、 n_f は完全柔軟磁壁で 1、完全剛体磁壁で 0 となる。(22) 式は、書き換えて

$$S_\delta = \pi\delta^2/n_f \quad (23)$$

となる。いま、 $S_\delta = S_0$ とすると、(18) 式より、 $S_\delta = 6.36 \times 10^2 \pi\delta^2$ となり、 $n_f = 0.0016$ となる。

平面 (100) 磁壁が [010] 軸のまわりで曲率半径 ρ_1 をとる場合には磁極を生じないため、磁壁エネルギーの増加も比較的少なく¹¹⁾、磁壁の柔軟性も高いと思われる。一方、平面磁壁が [001] 軸のまわりで曲率半径 ρ_2 をとる場合、磁壁面に磁極を生じ、静磁エネルギーの急激な増加をとまうとされ¹¹⁾、剛体磁壁の根拠ともなっている。しかしながら、鉄のヒゲ結晶における正弦波磁区模様¹²⁾、あるいは Fe-Si 単結晶におけるジグザグ形磁壁¹³⁾の観察等の柔軟性を示す報告もある。Fig. 6 (a), (b) は磁気カー効果により観察されたヒッカキ・キズ周辺の磁区を示す。

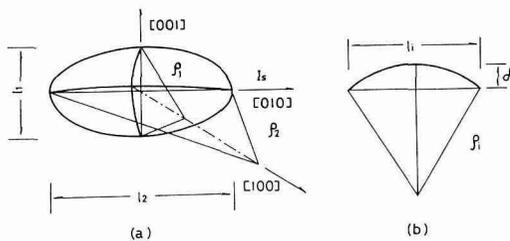


Fig. 5 Local expansion of flexible 180° wall due to pressure.

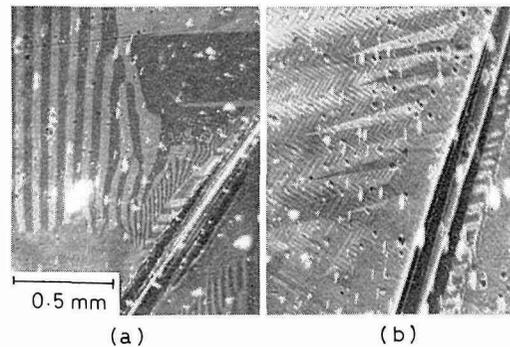


Fig. 6 Domains observed in the vicinity of a scratch on (001) surface in Fe-3% Si by Kerr effect. (a) Distorted surface domains in closure structure and (b) domains with a pointed head are observed.

Fig. 6 (a) では、還流磁区構造において曲った表面磁区が観察され、試料面に垂直な [010] 方向に磁化した内部磁区の 180° 磁壁が磁壁面内に [010] 方向を含みながら、種々の方向に曲っている (ρ_1) ことがわかる。また、**Fig. 6 (b)** には三角形の磁区が観察され、試料面に平行な [010] 方向に磁化した磁区の 180° 磁壁が [100] 方向に約 3.8° 傾いている (ρ_2)。

2.4 統計的ゆらぎを組み込む機構

x の位置にある面積 S の剛体磁壁を n 個の面に分割し、各面および平均の面積を S_i および S_0 とする。磁壁の柔軟性を導入すれば、各 S_i において、磁壁は安定位置 x_i に向って、平均 $\Delta x_i = x_i - x$ だけずれ、ポテンシャルエネルギーが ΔV_i 減少し、単位面積当りの磁壁エネルギー E_w が $E_w + \Delta E_{w_i}$ 、磁壁面積 S_i が $S_i + \Delta S_i$ にそれぞれ増加する。剛体および柔軟な磁壁の自由エネルギーを $F_{\text{rig}}(x)$ および $F_{\text{flex}}(x)$ とすれば、二次微少量を無視して、

$$F_{\text{flex}}(x) = F_{\text{rig}}(x) + \sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{w_i} + E_w \Delta S_i - \Delta V_i)$$

となる。ここで、作用力の平均が零であることから、柔軟な磁壁の平均位置を x としている。磁壁に柔軟性を導入することによる自由エネルギーの変化 ΔF は

$$\Delta F = \sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{w_i} + E_w \Delta S_i - \Delta V_i) \quad (24)$$

となる。もし、 $\Delta F \geq 0$ 、すなわち $\sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{w_i} + E_w \Delta S_i) \geq \sum_{i=1}^n \Delta V_i$ のとき、磁壁は剛体的にふるまひ、 $\Delta F < 0$ 、すなわち $\sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{w_i} + E_w \Delta S_i) < \sum_{i=1}^n \Delta V_i$ ならば、磁壁は柔軟性を示し、 ΔF が極小値 ΔF_{min} となるような S_i への S の分割を生ずる。以下 ΔF_{min} の状態では $\sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{w_i} + E_w \Delta S_i) \ll \sum_{i=1}^n \Delta V_i$ が成立し、各 S_i の磁壁はほぼポテンシャル極小の安定位置 x_i にあり、また $F_{\text{flex}}(x)$ は ΔF_{min} に対応する自由エネルギーとする (2.5 参照)。

[010] と角度 ϕ をなす方向に微小な外部磁場 ΔH が加えられ、磁壁の平均位置が x から $x + \Delta x$ へ、また各 S_i において、安定位置 x_i から $x_i + \Delta x_i$ へと移動したとする。この場合、ポテンシャルエネルギーの増加に比較し磁壁エネルギーの変化は非常に小さい。すなわち、 $|\sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{w_i} + E_w \Delta S_i)| \ll |\sum_{i=1}^n \Delta V_i|$ とする。このとき、自由エネルギー F_{flex} の変化 ΔF_{flex} は、磁場によるエネルギーを考慮し、

$$\Delta F_{\text{flex}} = \sum_{i=1}^n (-2I_s \Delta H \cos \phi S_i \Delta x_i + \Delta V_i)$$

となる。 $\sum_{i=1}^n (S_i \Delta x_i) = S \Delta x$ として

$$\Delta F_{\text{flex}} = -2I_s \Delta H \cos \phi S \Delta x + \sum_{i=1}^n \Delta V_i$$

となる。 ΔF_{flex} を極小とする条件から

$$\begin{aligned} 2I_s \Delta H \cos \phi S &= \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial x_i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right)_{x_i=x_i+\Delta x_i} = n \left\langle \left(\frac{\partial x_i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right)_{x_i=x_i+\Delta x_i} \right\rangle \\ &= n \left\langle \left(\frac{dV_0}{dx} \right)_{x=x_0+\Delta x} \right\rangle = n \left\langle \frac{d}{dx} \left(\frac{dV_0}{dx} \right)_{x=x_0} \Delta x \right\rangle \end{aligned} \quad (25)$$

を得る。ここで、 $\left\langle \left(\frac{\partial x_i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right)_{x_i=x_i+\Delta x_i} \right\rangle$ は S 面の各 S_i に作用する力の平均で、 S_i の平均 S_0 の磁壁が x 方向に移動するときのポテンシャル $V_0(x)$ の各極小位置 x_0 附近における作用力の

平均 $\left\langle \left(\frac{dV_0}{dx} \right)_{x=x_0+dx} \right\rangle$ に等しいとしている。また最後の式は $\left(\frac{dV_0}{dx} \right)_{x=x_0} = 0$ を用いて導かれる。

$$\left\langle \frac{d}{dx} \left(\frac{dV_0}{dx} \right)_{x=x_0} \frac{\Delta x}{S_0} \right\rangle = - \left\langle \left(\frac{dp_0}{dx} \right)_{p_0=0} \Delta x \right\rangle \text{ とすれば (25) 式より}$$

$$\Delta H = \frac{-1}{2I_s \cos \phi} \left\langle \left(\frac{dp_0}{dx} \right)_{p_0=0} \Delta x \right\rangle \quad (26)$$

一方、磁壁の移動による磁化 ΔI は

$$\Delta I = 2I_s S \Delta x \cos \phi \quad (27)$$

(26), (27) 式より初磁化率 χ_a は

$$\chi_a = -(2I_s \cos \phi)^2 S / \left\langle (dp_0/dx)_{p_0=0} \right\rangle \quad (28)$$

となる。2.1 において保磁力を求めた場合と同様に、作用力の絶対値 $|f_x|$ が $0 \leq |f_x| \leq \Delta f_a$ の範囲に入る確率 P は

$$P(0 \leq |f_x| \leq \Delta f_a) = \sqrt{\frac{2}{\pi \sigma_f^2}} \int_0^{\Delta f_a} \exp\left(-\frac{f_x^2}{2\sigma_f^2}\right) df_x$$

となる。 L を平均磁区間距離、 n_s を距離 L における磁壁安定位置の数、作用力零の磁壁安定位置から作用力 Δf_a までの平均距離を $\bar{\Delta x}$ 、 $\Delta f_a = \Delta\nu \sigma_f$ 、 $\xi = f_x / \sigma_f$ とする。また二つの磁壁安定位置間において絶対値が Δf_a の作用力となる位置は 4 カ所あることを考慮して、

$$4n_s \bar{\Delta x} = L \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\Delta\nu} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi$$

という関係を得る。さらに磁壁安定位置間の平均距離を $\bar{\zeta}$ として

$$\bar{\Delta x} = \frac{\bar{\zeta}}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^{\Delta\nu} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2}\right) d\xi \quad (29)$$

となる。 $\Delta\nu$ が小さいとして (29) 式の近似をとれば

$$\bar{\Delta x} = \frac{\bar{\zeta}}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi}} \Delta\nu \left(1 - \frac{\Delta\nu^2}{6}\right) \quad (30)$$

となる。したがって、

$$\left\langle \left(\frac{dp_0}{dx} \right)_{p_0=0} \right\rangle = \lim_{J_x \rightarrow 0} \frac{\Delta f_a}{\Delta x S_0} = \lim_{\Delta\nu \rightarrow 0} \frac{4\sigma_f}{S_0 \bar{\zeta}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \left(1 - \frac{\Delta\nu^2}{6}\right) = \frac{4\sigma_{p_0}}{\bar{\zeta} \sqrt{S_0}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \quad (31)$$

を得る。磁壁の安定位置においては $(dp_0/dx)_{p_0=0}$ が負となることを考慮して、(28) 式に (31) 式を代入し

$$\chi_a = \sqrt{2} I_s^2 \cos^2 \phi \bar{\zeta} S \sqrt{S_0} / \{ \sigma_{p_0} \sqrt{\pi} \}$$

$\bar{\zeta} S = V$ とおき、

$$\chi_a = \frac{\sqrt{2} I_s^2 \cos^2 \phi V \sqrt{S_0}}{\sigma_{p_0} \sqrt{\pi}} \quad (32)$$

を得る。

さらに高い磁場 H においても、

$$2I_s H \cos \phi S = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial x_i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right)$$

という関係にあるとする。 $\sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial x_i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right)$ が極大となる磁場を H_{\max} とすれば

$$\begin{aligned} 2I_s H_{\max} \cos \phi S &= \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial x_i}{\partial x} \right) \right\}_{\max} \leq \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial x_i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right) \right\}_{\max} \\ &= n \left\langle \left(\frac{\partial x_i}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial V_i}{\partial x_i} \right)_{\max} \right\rangle = n \left\langle \left(\frac{dV_0}{dx} \right)_{\max} \right\rangle \end{aligned}$$

となる。ここで、 $\langle(\partial x_i/\partial x)(\partial V_i/\partial x_i)_{\max}\rangle$ は各 S_i 磁壁の $(\partial x_i/\partial x)(\partial V_i/\partial x_i)_{\max}$ の平均であるが S_i の平均 S_0 の磁壁を x 方向に移動するときの各 $(dV_0/dx)_{\max}$ の平均に等しいとしている。 H_{\max} の最大を保磁力 H_c とすれば

$$H_c = \langle(dV_0/dx)_{\max}\rangle / (2I_s S_0 \cos \phi)$$

となる。 $\langle(dV_0/dx)_{\max}\rangle$ は $\langle p_{0\max}\rangle$ に等しいとし、(15) 式を代入し

$$H_c = \frac{\lambda \sigma p_0}{2I_s \cos \phi \sqrt{S_0}} \quad (33)$$

を得る。(32), (33) 式により

$$\chi_a H_c = I_s \lambda V \cos \phi / \sqrt{2\pi} \quad (34)$$

という関係を得る。

2.5 磁壁の分割

以上に述べた機構によって圧力の統計的ゆらぎを初磁化率あるいは保磁力に関連づけることができる。この機構において最も問題となるところは、柔軟磁壁において $\sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{wi} + E_w \Delta S_i) \ll \sum_{i=1}^n \Delta V_i$ という仮定であろう。2.3 の議論によって、磁壁の安定位置間の距離は δ のオーダーである。いま仮に Fig. 5 (b) のように磁壁が δ だけふくらみ、 $S_\delta = S_0$ とし、磁壁のエネルギー増加が最小になるような ρ_1, ρ_2 を (21) 式に従って概算すると、磁壁エネルギーの増加は無視できない大きさとなる。しかし、2.3 の議論は、ある固定された一つの磁壁について (i) 磁壁の安定位置の存在および安定位置間の距離が δ と比較される程度であること、および (ii) 磁壁の柔軟性の表現と立証に主眼をおいたものである。

面積 S の磁壁が面積 S_i の n 個の磁壁に分割されている場合には事情が一変する。分割の仕方の数について考察する。面積 S_i が磁壁に交叉する転位をどのようにとりかこむかにより、磁壁 S_i に作用する圧力、磁壁の安定位置が決定される。 S において S_i をどのように配置するかによって磁壁の曲率すなわち磁壁のエネルギーが決定される。単位面積の磁壁に交わる転位数を N_0 とすれば S_i の平均 S_0 に交わる転位数は $N_0 S_0$ となる。 S_i が転位をとりかこむ仕方の区別される数は平均 $N_0 S_0$ 程度であり、ある S_i のとりかこみ方は隣接しない他の S_i のとりかこみ方とは独立と考えられ、互いに隣接しない S_i の数を $n/4$ とすると、 S の S_i への分割の仕方数は $(N_0 S_0)^{n/4}$ 程度となる。転位密度 $\rho = 10^{10}$ (cm/cm³)、一様分布 ($l_{\max} = 0.5 \mu m$) のとき、 $N_0 = 6.1 \times 10^9$ (cm²) となり、 $S = 1$ (mm²)、 $S_0 = 197$ (μm^2) として、 $n = 5.1 \times 10^3$ 、 $S_0 N_0 = 1.2 \times 10^4$ となる。したがって、分割の仕方数は $(S_0 N_0)^{n/4} \sim 10^{5000}$ となる。このような莫大な数の分割の仕方 (試行) のなかから、各磁壁 S_i の平均位置からのずれは δ に比較して小さく、したがって S 全体の磁壁エネルギーの増加がきわめて小さいのに対して、ポテンシャルエネルギーの減少は最大となる。すなわち $\sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{wi} + E_w \Delta S_i) \ll \sum_{i=1}^n \Delta V_i$ を満たし、柔軟磁壁の自由エネルギー F_{flex} を最小とするような S の S_i への分割が生ずるのは可能と思われる。

磁化過程においても同様に磁壁エネルギーおよびポテンシャルエネルギーの増加をできるだけ小さくし、 $2I_s H \cos \phi \Delta x$ を最大とするような磁壁の分割が生じているものと思われる。磁場の増大とともに、 $2I_s H \cos \phi \Delta x$ を増加させるためにはポテンシャルエネルギーの増大は必然的なものであるが、磁壁エネルギーの増加はやはり小さくなるような磁壁の分割が生じるであろう。

3. 結 論

転位集団による磁壁への作用圧力は、平均零で分散によるものであるという先の計算結果をもとに、磁壁の柔軟性を考慮して、転位集団による初磁化率、保磁力を求めることが試みられた。その結果、

- (i) 保磁力の計算値と実験値との比較により、磁壁の剛体近似が成立つ磁壁面積 S_0 は $197 (\mu\text{m}^2)$ と見積られた。
- (ii) 磁壁の柔軟性を表現する試みとして、柔軟指数 $n_f = \pi\delta^2/S_0$ が導入された。
- (iii) 磁壁の安定位置間距離は、曲率の大きな転位線集団においては 2δ 以下であり、無限に長い直線転位集団においてさえ、柔軟な磁壁においては δ 以上である有限な値になることが予想された。
- (vi) S_0 に比較し、十分大きな面積 S 、例えば 1mm^2 、の磁壁においては、 S の各部分磁壁 S_i への分割の仕方は $(N_0 S_0)^{n/4}$ 、 $\rho = 10^{10} (\text{cm}/\text{cm}^3)$ において 10^{5000} 程度と概算され、一つの面積 S_0 の磁壁における現象としては非常に低い確率のものであっても、 S の S_i への分割においては実現するに十分な確率となるものと予想される。このようにして、柔軟磁壁の自由エネルギー極小の条件下では $\sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{w_i} + E_w \Delta S_i) \ll \sum_{j=1}^n \Delta V_j$ となることが実現すると仮定された。
- (v) $\sum_{i=1}^n (S_i \Delta E_{w_i} + E_w \Delta S_i) \ll \sum_{i=1}^n \Delta V_i$ の仮定のもとに、 S_0 における転位集団による磁壁への作用圧力の統計的ゆらぎを面積 S の全磁壁の初磁化率 χ_a 、保磁力 H_c へ組み込むメカニズムが検討され、

$$\chi_a = \frac{\sqrt{2} I_s^2 \cos^2 \phi V \sqrt{S_0}}{\sigma \rho_0 \sqrt{\pi}}, \quad H_c = \frac{\lambda \sigma \rho_0}{2 I_s \cos \phi \sqrt{S_0}}$$

が求められた。

以上の結論は先の計算にもとづくものであるが、作用力の取り扱いが全く異なるような場合であっても、磁壁への作用圧力が平均零で統計的ゆらぎにもとづくものであれば、全く同様に議論され、同様な結果が得られるであろうと思われる。

参 考 文 献

- 1) 石田 巖・中江 仁：北海道大学工学部研究報告，第 96 号（昭和 54 年），p. 9-20.
- 2) A. Seeger, H. Kronmüller, H. Rieger and H. Traüble: J. Appl. Phys., 35 (1964), 3, p. 740.
- 3) J. A. Baldwin, Jr.: J. Appl. Phys., 42 (1971), 3, p. 1063.
- 4) J. A. Baldwin, J. S. Bayne, and T. R. Calkins: J. Appl. Phys., 42 (1971), 3, p. 1069.
- 5) J. A. Baldwin, Jr. and G. M. Pickles: J. Appl. Phys., 43 (1972), 3, p. 1263.
- 6) J. A. Baldwin, Jr. and F. Milstein: J. Appl. Phys., 47 (1976), 9, p. 4171.
- 7) J. L. Porteseil, R. Vergne et J. C. Cotillard: J. Physique, 38 (1977), 12, p. 1541.
- 8) J. L. Walter and E. F. Koch: Acta Met., 11 (1963), 8, p. 923.
- 9) J. L. Walter and E. F. Koch: Trans. Met. Soc. AIME, 233 (1965), 7, p. 1209.
- 10) R. K. Ham: Phil. Mag., 7 (1962), 79, p. 1177.
- 11) B. A. Lilley: Phil. Mag., 41 (1950), p. 792.
- 12) R. W. De Blois and C. D. Graham, Jr.: J. Appl. Phys., 29 (1958), 6, p. 931.
- 13) J. Kranz, A. Hubert und R. Müller: Z. Physik, 180 (1964), p. 80.