



Title	有限要素法による誘電体スラブ導波路不連続部の解析法
Author(s)	鈴木, 道雄; Suzuki, Michio; 小柴, 正則 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 101, 117-123
Issue Date	1980-12-25
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41643
Type	departmental bulletin paper
File Information	101_117-124.pdf



有限要素法による誘電体スラブ導波路不連続部の解析法

鈴木 道雄* 小柴 正則*

(昭和55年6月30日受理)

Finite Element Analysis of Dielectric Slab Waveguide Discontinuities

Michio SUZUKI and Masanori KOSHIBA

(Received June 30, 1980)

Abstract

In this paper, the analytical method based on the finite element method is described for the solution of discontinuity problems in a dielectric slab waveguide. In order to minimize the details, the TE mode excitation of a symmetric slab waveguide is considered. The extension to the TM case and the asymmetric slab waveguide presents no difficulty. Numerical examples are given.

1 ま え が き

著者らは、光回路素子の研究に関連して誘電体スラブ導波路不連続部における散乱問題を、有限要素法と解析解とを併用することによって解析する手法の定式化を行ってきた^{(1)・(3)}。このとき2通りの方法があって、ひとつの方法は、仮想境界を境にして内部を有限要素法を適用する領域、外部を解析解を用いる領域として分けるものであり、一部に金属障壁を設けた場合⁽¹⁾とそれを取り除いた場合⁽²⁾の両方について定式化を行ったが、いずれの場合にもグリーン関数の特異点の処理の問題が含まれることになる。これに対して、いまひとつの方法は、このような難点を取り除くために有限要素法を適用する領域と解析解を用いる領域とを一部重ねるものである。このようにしてグリーン関数の特異点を除く方法は、McDonaldとWexlerが半無限空間場を含むstaticな場に対して提案したものである⁽⁴⁾が、McDonaldらは半無限空間場を対象としていながら汎関数として閉領域に対するものを用いているために、この汎関数に解析解を組み合せたのでは正しい解が得られない。著者らは、この点を指摘する⁽⁵⁾とともに、一部に金属障壁を設けた誘電体スラブ導波路を対象にして、その不連続点問題を有限要素法を適用する領域と解析解を用いる領域とを一部重ねる手法の定式化を試みた⁽³⁾。

ここでは、この金属障壁を取り除いた場合について、有限要素法を適用する領域と解析解を用いる領域とを一部重ねる手法の定式化を新たに行っている。又、このように有限要素法を適用する領域と解析解を用いる領域とを一部重ねるといふことの妥当性を確かめるために、一部に金属障壁を設けて誘電体スラブ導波路のステップによる反射、透過の問題を解析した例を示すことにする。

2 有限要素法による離散化

図1に示す誘電体スラブ導波路の左方から最低次の対称TEモードが入射するものとし、境界

* 電子工学科 電波応用工学講座

c_2 で囲まれた領域を S とすると、系の汎関数 L は

$$L = \int_S [\nabla E_x^* \cdot \nabla E_x - k^2(y, z) E_x^* E_x] dS - \int_{c_2} E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial r} dl \quad (1)$$

ここに E_x は電界の x 成分であり、誘電体の誘電率を ϵ_1 、真空誘電率、真空透磁率をそれぞれ ϵ_0, μ_0 として、 $k(y, z)$ は誘電体中で $\omega\sqrt{\epsilon_1 \mu_0}$ 、外部空間で $\omega\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ である。又、*は複素共役を意味する。

さて、領域 S を三角形要素を用いて分割し、その要素内における電界 E_x を簡単のため1次関数で近似して展開すると（高次の関数で近似する場合も定式化の手順は同じである）

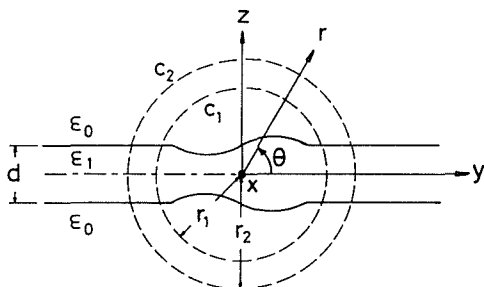


図1 不連続部を有する誘電体スラブ導波路と座標系

$$\left. \begin{aligned} E_x(y, z) &= [N][\phi_d] \\ [\phi_d] &= [E_{x,1}, E_{x,2}, E_{x,3}]^T \\ [N] &= [N_1, N_2, N_3] \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

ここに T は転置することを意味する。又、 $E_{x,1}, E_{x,2}, E_{x,3}$ はそれぞれ節点1, 2, 3における電界であり、 N_1, N_2, N_3 は面積座標を L_1, L_2, L_3 として

$$N_1 = L_1, N_2 = L_2, N_3 = L_3 \quad (3)$$

面積座標と直角座標の変換式は

$$\begin{bmatrix} y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ z_1 & z_2 & z_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_1 \\ L_2 \\ L_3 \end{bmatrix} \quad (4)$$

ここに (y_k, z_k) は三角形の頂点 k ($k=1, 2, 3$)の座標である。

次に、境界 c_2 上に M_2 個の節点があるとして、式(1)の線積分の項を離散化すると

$$\left. \begin{aligned} \int_{c_2} E_x^* \frac{\partial E_x}{\partial r} dl &= [\phi_2]^\dagger [W][\Phi_2] \\ [\phi_2] &= [\{E_x\}_{2,1}, \{E_x\}_{2,2}, \dots, \{E_x\}_{2,M_2}]^T \\ [\Phi_2] &= \left[\left\{ \frac{\partial E_x}{\partial r} \right\}_{2,1}, \left\{ \frac{\partial E_x}{\partial r} \right\}_{2,2}, \dots, \left\{ \frac{\partial E_x}{\partial r} \right\}_{2,M_2} \right]^T \\ [W] &= r_2 \text{diag} [\theta_{1+} + \theta_{1-}, \theta_{2+} + \theta_{2-}, \dots, \theta_{M_2+} + \theta_{M_2-}] \\ \theta_{I+} &= \begin{cases} (\theta_{I+1} - \theta_I)/2 & I=1, 2, \dots, M_2-1 \\ (\theta_1 - \theta_{M_2})/2 & I=M_2 \end{cases} \\ \theta_{I-} &= \begin{cases} (\theta_I - \theta_{I-1})/2 & I=2, 3, \dots, M_2 \\ (\theta_1 - \theta_{M_2})/2 & I=1 \end{cases} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

ここに \dagger は複素共役を取り転置することを意味する。又、 $\{E_x\}_{2,i}, \{\partial E_x / \partial r\}_{2,i}$ はそれぞれ境界 c_2 上の節点 I における $E_x, \partial E_x / \partial r$ の値であることを表し、 θ_I は境界 c_2 上の節点 I の θ 座標で、 $\theta_{I-1} < \theta_I < \theta_{I+1}$ とする。

式(2), (5)を式(1)に代入し変分原理を適用すると、全節点における電界を $[\phi]$ として次の行列方程式を得る。

$$\left. \begin{aligned} [Y][\phi] &= [W][\Phi_2] \\ [Y] &= \sum_j \int_{\Delta} \{ (\nabla[N])^T \cdot \nabla[N] - k^2(y, z)[N]^T[N] \} dS \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

ここに \sum_j は三角要素についての和、 $\int_{\Delta} dS$ は三角領域での積分を表す。

ここで、境界 c_1 、 c_2 上の節点における電界をそれぞれ $[\phi_1]$ 、 $[\phi_2]$ 、これらの境界を除く領域 S 内の節点における電界を $[\phi_0]$ とすると、式(6)は

$$\left[\begin{array}{ccc} [Y_{00}] & [Y_{01}] & [Y_{02}] \\ [Y_{10}] & [Y_{11}] & [Y_{12}] \\ [Y_{20}] & [Y_{21}] & [Y_{22}] \end{array} \right] \left[\begin{array}{c} [\phi_0] \\ [\phi_1] \\ [\phi_2] \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} [0] \\ [0] \\ [W][\Phi_2] \end{array} \right] \quad (7)$$

$$[\phi_1] = [\{E_x\}_{1,1}, \{E_x\}_{1,2}, \dots, \{E_x\}_{1,M_1}]^T$$

ここに $[Y_{00}]$ 、 $[Y_{01}]$ 、 \dots 、 $[Y_{22}]$ は行列 $[Y]$ の小行列、 M_1 は境界 c_1 上の節点数であり、 $\{E_x\}_{1,I}$ は境界 c_1 上の節点 I における E_x の値であることを表す。

3 解 析 解

図1の境界 c_1 上の磁流 $\mathbf{M} = y_0 M_y + z_0 M_z = r_0 M_r + \theta_0 M_\theta$ によって生ずる電界 $E_x(r, \theta)$ は

$$\begin{aligned} E_x(r, \theta) &= -\frac{1}{2} \sum_e \int_{c_1} M_y(r_1, \theta') \left\{ \frac{\partial}{\partial z} G_e(r, \theta; r', \theta') \right\}_{r=r_1} r_1 d\theta' \\ &\quad + \frac{1}{2} \sum_e \int_{c_1} M_z(r_1, \theta') \left\{ \frac{\partial}{\partial y} G_e(r, \theta; r', \theta') \right\}_{r=r_1} r_1 d\theta' \end{aligned} \quad (8)$$

ここに添字 e 、 o はそれぞれ対称モード、反対称モードに関する量であることを表し、 \sum_e は対称モード、反対称モードについての和をとることを意味する。

ここで

$$\left. \begin{aligned} M_y &= M_r \cos \theta' - M_\theta \sin \theta' \\ M_z &= M_r \sin \theta' + M_\theta \cos \theta' \\ \frac{\partial}{\partial y} &= \cos \theta' \frac{\partial}{\partial r'} - \frac{\sin \theta'}{r'} \frac{\partial}{\partial \theta'} \\ \frac{\partial}{\partial z} &= \sin \theta' \frac{\partial}{\partial r'} + \frac{\cos \theta'}{r'} \frac{\partial}{\partial \theta'} \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

なる変換を行うと、式(8)は

$$\begin{aligned} E_{x,e}(r, \theta) &= \int_{c_1} M_\theta(r_1, \theta') \frac{1}{2} \left\{ \frac{\partial}{\partial r'} G_e(r, \theta; r', \theta') \right\}_{r=r_1} r_1 d\theta' \\ &\quad - \int_{c_1} M_r(r_1, \theta') \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{r'} \frac{\partial}{\partial \theta'} G_e(r, \theta; r', \theta') \right\}_{r=r_1} r_1 d\theta' \end{aligned} \quad (10)$$

観測点を (r_2, θ) とすると、 G_e は

$$\begin{aligned} G_e(r_2, \theta; r_1, \theta') &= \sum_n \frac{\varepsilon_{e,n}^{(0)}(r_1, \theta') \varepsilon_{e,n}^{(0)}(r_2, \theta)}{j \beta_{e,n}} e^{\mp j \beta_{e,n} (r_2 \cos \theta - r_1 \cos \theta')} \\ &\quad + \int_0^\infty \frac{1}{j \beta} \varepsilon_e^{(1)}(r_2, \theta) \varepsilon_e^{(1)}(r_1, \theta') e^{\mp j \beta (r_2 \cos \theta - r_1 \cos \theta')} d\kappa_0 \end{aligned} \quad (11)$$

ここに複号は、 $r_2 \cos \theta > r_1 \cos \theta'$ で $-$ 、 $r_2 \cos \theta < r_1 \cos \theta'$ で $+$ をとる。又、 $\beta_{e,n}$ 、 $\beta_{o,n}$ はそれぞれ決定方程式

$$\tan \kappa_1 d/2 = j \kappa_0 / \kappa_1 \quad (12)$$

$$\tan \kappa_1 d/2 = j \kappa_1 / \kappa_0 \quad (13)$$

の第 n 根であり, κ_0, κ_1 は

$$\left. \begin{aligned} \kappa_0 &= \sqrt{\omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 - \beta^2} \\ \kappa_1 &= \sqrt{\omega^2 \varepsilon_1 \mu_0 - \beta^2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

である。

モード関数 $\varepsilon_{\delta}^{(0)}, \varepsilon_{\delta}^{(1)}$ は, κ'_0 を

$$\kappa'_0 = \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0} \quad (15)$$

として, 次式のように与えられる。

$$\varepsilon_{e,n}^{(0)}(z) = \sqrt{\frac{2}{\frac{d}{2} + \frac{1}{\kappa_{0n}}}} \cdot \begin{cases} e^{-\kappa_{0n}(z-\frac{d}{2})} \cos \kappa_{1n} \frac{d}{2} & \frac{d}{2} \leq z \\ \cos \kappa_{1n} z & -\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2} \\ e^{\kappa_{0n}(z+\frac{d}{2})} \cos \kappa_{1n} \frac{d}{2} & z \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (16)$$

$$\varepsilon_{o,n}^{(0)}(z) = \sqrt{\frac{2}{\frac{d}{2} + \frac{1}{\kappa_{0n}}}} \cdot \begin{cases} e^{-\kappa_{0n}(z-\frac{d}{2})} \sin \kappa_{1n} \frac{d}{2} & \frac{d}{2} \leq z \\ \sin \kappa_{1n} z & -\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2} \\ e^{\kappa_{0n}(z+\frac{d}{2})} \sin \kappa_{1n} \frac{d}{2} & z \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (17)$$

$$\varepsilon_e^{(1)}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \begin{cases} \cos\{\kappa_0(z-\frac{d}{2}) + \alpha_e\} & \frac{d}{2} \leq z \\ \frac{1}{C_e} \cos \kappa_1 z & -\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2} \\ \cos\{\kappa_0(z+\frac{d}{2}) - \alpha_e\} & z \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (18)$$

$$\alpha_e = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa_1}{\kappa_0} \tan \kappa_1 \frac{d}{2}\right)$$

$$C_e = [\cos^2 \kappa_1 \frac{d}{2} + (\frac{\kappa_1}{\kappa_0})^2 \sin^2 \kappa_1 \frac{d}{2}]^{1/2}$$

$$\varepsilon_o^{(1)}(z) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \cdot \begin{cases} \sin\{\kappa_0(z-\frac{d}{2}) + \alpha_o\} & \frac{d}{2} \leq z \\ \frac{1}{C_o} \sin \kappa_1 z & -\frac{d}{2} \leq z \leq \frac{d}{2} \\ \sin\{\kappa_0(z+\frac{d}{2}) - \alpha_o\} & z \leq -\frac{d}{2} \end{cases} \quad (19)$$

$$\alpha_o = \tan^{-1}\left(\frac{\kappa_1}{\kappa_0} \tan \kappa_1 \frac{d}{2}\right)$$

$$C_o = [\sin^2 \kappa_1 \frac{d}{2} + (\frac{\kappa_1}{\kappa_0})^2 \cos^2 \kappa_1 \frac{d}{2}]^{1/2}$$

境界 c_1 上の電界を $\phi_1(\theta')$ とすると, 境界 c_1 上で

$$\left. \begin{aligned} M_o(\theta') &= \phi_1(\theta') \\ M_r(\theta') &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

ここで, 境界 c_1 上の節点間の c_1 上における中点にコントロールポイントをとり, 節点間, すなわち $\theta'_j \leq \theta \leq \theta'_{j+1}$ ($J=1, 2, \dots, M_1$ ただし $\theta'_{M_1+1} = \theta'_1$) においては電界は一定であるとして, コントロールポイントにおける電界 $\phi_1((\theta'_j + \theta'_{j+1})/2)$ を用いると

$$\left. \begin{aligned} [\psi_2] &= [t][\psi_c] \\ t_{IJ} &= \frac{1}{2} \sum_e^0 \int_{\theta'_j}^{\theta'_{j+1}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r'} G_e(r_2, \theta_i; r', \theta') \right\}_{r=r_1} r_1 d\theta' \\ \psi_{c,J} &= \phi_1\left(\frac{\theta'_j + \theta'_{j+1}}{2}\right) \\ I &= 1, 2, \dots, M_2 \\ J &= 1, 2, \dots, M_1 \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

ここに θ_i は境界 c_2 上の節点 I の θ 座標、 θ_j は境界 c_1 上の節点 J の θ 座標を表す。

式(11)を用いると、 t_{IJ} は

$$\left. \begin{aligned} t_{IJ} &= \frac{r_1}{2} \sum_e^0 \left[\sum_n \Gamma_{\epsilon_n^{(0)\pm}} \epsilon_{\epsilon_n^{(0)}}^{(0)}(r_2, \theta_i) e^{\mp j\beta_{\epsilon_n^{(0)}} r_2 \cos \theta_i} \right. \\ &\quad \left. + \int_0^\infty \Gamma_{\epsilon_n^{(1)\pm}} \epsilon_{\epsilon_n^{(1)}}^{(1)}(r_2, \theta_i) e^{\mp j\beta_{\epsilon_n^{(1)}} r_2 \cos \theta_i} d\beta \right] \\ \Gamma_{\epsilon_n^{(0)\pm}} &= \frac{1}{j\beta_{\epsilon_n^{(0)}}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r'} \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} [\epsilon_{\epsilon_n^{(0)}}^{(0)}(\theta') e^{\pm j\beta_{\epsilon_n^{(0)}} r' \cos \theta'}] d\theta' \right\}_{r'=r_1} \\ \Gamma_{\epsilon_n^{(1)\pm}} &= \frac{1}{j\beta} \left\{ \frac{\partial}{\partial r'} \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} [\epsilon_{\epsilon_n^{(1)}}^{(1)}(\theta') e^{\pm j\beta r' \cos \theta'}] d\theta' \right\}_{r'=r_1} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

ここでコントロールポイントにおける電界 $\psi_{c,J}$ が境界 c_1 上の節点 $J, (J+1)$ における電界の平均値であるとする

$$\left. \begin{aligned} [\psi_c] &= [U][\psi_1] \\ [U] &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

$$\psi_{1,J} = \psi_1(\theta_j) \quad J=1, 2, \dots, M_1$$

式(23)を式(21)に代入すると

$$[\psi_2] = [t][U][\psi_1] \quad (24)$$

いま、境界 c_2 への外部からの入射対称TE基本モードの c_2 上の値を $[\psi_{in}]$ とすると、境界条件は

$$[\psi_1] = [\phi_1] \quad (25)$$

$$[\psi_{in}] + [\psi_2] = [\phi_2] \quad (26)$$

式(24), (25)を式(26)に代入すると

$$[\phi_2] = [\psi_{in}] + [t][U][\phi_1] \quad (27)$$

式(27)は、境界 c_1, c_2 上の電界の関係を与えるものである。

4 反射・透過係数の算出

式(27)を用いると、式(7)は

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} [Y_{00}] & [Y_{01}] + [Y_{02}][t][U] \\ [Y_{10}] & [Y_{11}] + [Y_{12}][t][U] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\phi_0] \\ [\phi_1] \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} [Y_{02}][\psi_{in}] \\ [Y_{12}][\psi_{in}] \end{bmatrix} \\ [\phi_2] &= [Y_{20}][\phi_0] + ([Y_{21}] + [Y_{22}][t][U])[\phi_1] + [Y_{22}][\psi_{in}] \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

式(28)によって $[\phi_1]$ すなわち境界 c_1 上の電界 $\psi_1(\theta') = M_\theta(\theta')$ が求められる。この $M_\theta(\theta')$ から生ずる反射波は

$$\begin{aligned} E_{x_{\epsilon_n^{(0)}}}(y \rightarrow -\infty) &= \int_{c_1} M_\theta(\theta') \left\{ \frac{\partial}{\partial r'} [\epsilon_{\epsilon_n^{(0)}}^{(0)}(r', \theta') e^{-j\beta_{\epsilon_n^{(0)}} r' \cos \theta'}] \right\}_{r'=r_1} r_1 d\theta' \\ &\quad \frac{e^{j\beta_{\epsilon_n^{(0)}} y}}{2j\beta_{\epsilon_n^{(0)}}} \epsilon_{\epsilon_n^{(0)}}^{(0)}(z) \end{aligned} \quad (29)$$

$$E_{xg,n}(y \rightarrow \infty) = \int_{c_1} M_\theta(\theta') \left\{ \frac{\partial}{\partial r'} [\epsilon_{g,n}^{(0)}(r', \theta') e^{j\beta_{e,n} r' \cos \theta'}] \right\}_{r=r_1} r_1 d\theta' \cdot \frac{e^{-j\beta_{e,n} y}}{2j\beta_{e,n}} \epsilon_{g,n}^{(0)}(z) \quad (30)$$

結局、基本モードの反射係数R, 透過係数Tは

$$R = \int_{c_1} M_\theta(\theta') \frac{1}{2j\beta_{e,1}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r'} [\epsilon_{e,1}^{(0)}(r', \theta') e^{-j\beta_{e,1} r' \cos \theta'}] \right\}_{r=r_1} r_1 d\theta' \quad (31)$$

$$T = 1 + \int_{c_1} M_\theta(\theta') \frac{1}{2j\beta_{e,1}} \left\{ \frac{\partial}{\partial r'} [\epsilon_{e,1}^{(0)}(r', \theta') e^{j\beta_{e,1} r' \cos \theta'}] \right\}_{r=r_1} r_1 d\theta' \quad (32)$$

図2は、一部に金属障壁を設け、有限要素法を用いる領域と解析解を用いる領域とを一部重ねた手法によって、対称誘電体スラブ導波路のステップによる反射係数を求めたものであり、対称TE基本モードが幅 d_1 のスラブ導波路の左方から入射した場合を考えている。ここに n_1, n_2 は屈折率、 $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ である。ステップの高さの比 d_1/d_2 が1.0~0.5程度では放射損による影響が少なく、幅 d_1, d_2 のスラブ導波路における対称TE基本モードの特性インピーダンスの違いだけを考慮して評価された結果(破線)と本手法、並びにRozziによる結果⁽⁶⁾とは大略一致している。しかしながら、 d_1/d_2 の値が0.5程度以下になると、放射損の影響が次第に大きくなり、本手法による結果はRozziによる結果⁽⁶⁾と比較的よく一致している。

なお、本手法は金属導波管の不連続点問題に対しても容易に適用することができ、H面直角コーナバンドについての解析結果⁽⁸⁾を図3に示しておく。

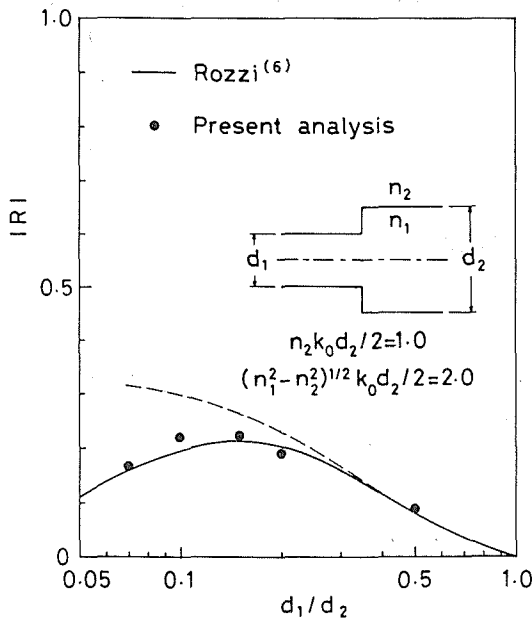


図2 誘電体スラブ導波路のステップによる反射特性

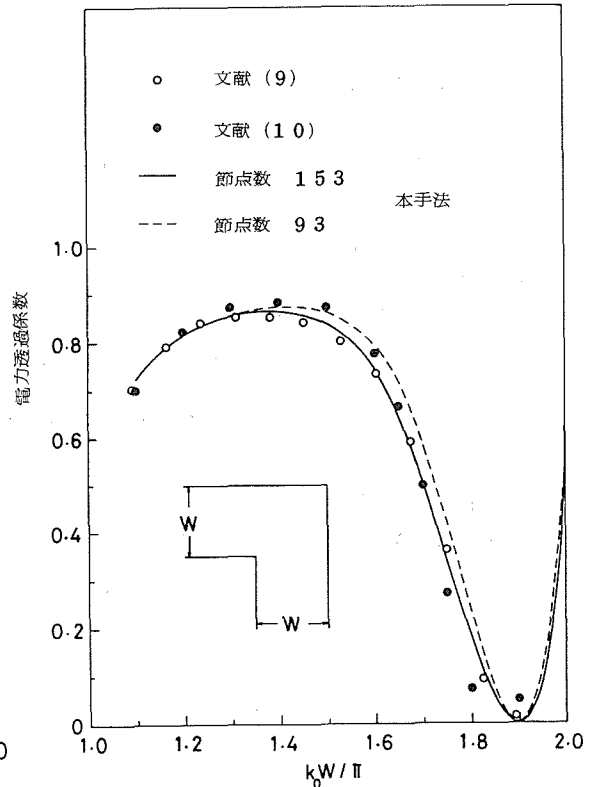


図3 導波管H面直角コーナバンドの周波数特性

5 む す び

以上、誘電体スラブ導波路の不連続点問題を、有限要素法を適用する領域と解析解を用いる領域とを一部重ねて解析する手法の定式化を、金属障壁を取り除いた場合について行った。数値的な検討は他の手法による結果^{(6),(7)}との比較を含めて今後の課題とする。

謝 辞

本研究は昭和52, 53, 54年度文部省科学研究費(課題番号211701, 311001, 410501)の援助の下に行われたことを記し謝意を表する。

文 献

- (1) M. Suzuki, "Finite element analysis of electromagnetic wave propagation", presented at the session B3, the XIXth URSI General Assembly in Helsinki (Aug. 1978).
- (2) 青池, 根本, 小柴, 鈴木, "光導波路不連続点の解析," 電子通信学会技術研究報告, MW79-19, 電気学会電磁界理論研究会資料, EMT-79-12 (昭54-06).
- (3) 根本, 青池, 小柴, 鈴木, "光導波路不連続点の解析," 電気学会電磁界理論研究会資料 EMT-79-33 (昭54-09)
- (4) B. H. McDonald and A. Wexler, "Finite-element solution of unbounded field problems", IEEE Trans., **MTT-20**, 12, p.841 (Dec. 1972).
- (5) S. Washisu, I. Fukai and M. Suzuki, "Extention of finite-element method to unbounded field problems", Electron. Lett, **15**, 24, p. 772 (Nov. 1979).
- (6) T. E. Rozzi, "Rigorous analysis of the step discontinuity in a planar dielectric waveguide", IEEE Trans., **MTT-26**, 10, p. 738 (Oct. 1978).
- (7) T. E. Rozzi and G. H. in't Veld, "Field and network analysis of interacting step discontinuities in planar dielectric waveguides", IEEE Trans., **MTT-27**, 4, p. 303 (April 1979).
- (8) 小柴, 鈴木, "有限要素法による導波管H面不連続の解析," 電子通信学会技術研究報告, MW80-17(昭55-06).
- (9) 大越, 北沢, "短絡境界平面回路の計算機解析(続報)," 電子通信学会技術研究報告, MW75-75(昭50-10).
- (10) 穴田, 許, "方形導波管H面直角コーナベンドの固有モードによる解析," 電子通信学会技術研究報告, MW79-26 (昭54-06).