



Title	円弧切欠きと荷重端の干渉について (第3報 平面弾塑性応力問題)
Author(s)	岸田, 路也; Kishida, Michiya; 渡辺, 旨惟 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 108, 1-8
Issue Date	1982-05-31
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41725">https://hdl.handle.net/2115/41725</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	108_1-8.pdf



## 円弧切欠きと荷重端の干渉について

(第3報 平面弾塑性応力問題)

岸田路也 渡辺旨惟  
小田憲司 矢仲徹太郎\*

(昭和56年12月26日受理)

### On the Interference of Circular Notches and Loaded Ends (3rd Report: Plane Elastoplastic Stress Problem)

Michiya KISHIDA, Munekore WATANABE, Kenji ODA  
and Tetsutaro YANAKA

(Received December 26, 1981)

#### Abstract

In the 1st and 2nd reports, the problems of interference of circular notches and loaded ends are discussed quantitatively, limiting the cases to elastic deformation.

In the present report, we investigate the influence of the eccentricity in uniaxial tensile loading on the deformations nearby notches in the case of the elastoplastic deformation. In order to obtain numerical results, the use is made of the finite element method. For four notch shapes and six loading passes, the appearances of the evolution of elastoplastic boundaries are traced. It is clarified that the directions of the evolution of elastoplastic boundaries depend on the notch depth rather than its sharpness.

#### 1. ま え が き

切欠き材の材料試験においては、荷重条件(つかみ方)が観察部(最小断面)の応力や変形に影響を及ぼすことが良く知られている。この問題については、著者らは、弾性応力問題に限定した平面応力問題<sup>1)</sup>および三次元軸対称問題<sup>2)</sup>を既に報告した。全領域が弾性変形状態にあれば、荷重と変形は一意に対応し、点の問題として、例えば形状係数によって評価しうるが、更に荷重が増加して、一部が塑性変形状態になると、切欠き近傍の変形は不均質な塑性変形領域の進展の仕方に影響を受ける<sup>3)</sup>ために、場の問題として捉えなければならなくなる。そして、この塑性変形をともなる場合には、“切欠き底と荷重端との距離”を因子として取上げる<sup>4)</sup>よりはむしろ、望まれない非可逆現象を生ぜしめる要因について考慮されるべきであろうと思われる。

このような観点から、ここでは、切欠きを有する帯板の単軸引張試験において、一般的には取除かれるべき因子である荷重の偏心に注目することにする。帯板の切欠きは円弧切欠きとし、その鋭さおよび深さを変え、それぞれ、偏心量の変化によって行なわれる異なった負荷経路を設定

し、それらの経路が最終の弾塑性応力場およびひずみ場に及ぼす影響を調べた。この解析には有限要素法<sup>5)</sup>を用いた。実際には、塑性変形のような非可逆現象発生後の偏心負荷過程は、いわゆる“試験の失敗”でありデータは残されない。あえてここでその過程を追うのは、この影響の量的把握と、故意にこのような状態を生ぜしめて塑性挙動を調べる材料試験に対して一知見を加えることを目的とするものである。

## 2. 基礎理論

均質・等方性を有する弾性材料が負荷によって von Mises の降伏条件

$$f = \frac{3}{2} \sigma_{ij}' \sigma_{ij}' - \bar{\sigma} \quad (A)$$

で降伏し、その後その材料は等方性と塑性ひずみの非圧縮性を保ち、Prandtl-Reuss の応力-ひずみ関係式

$$\left. \begin{aligned} d\epsilon_{ij} &= \frac{(1-2\nu)}{E} d\sigma \delta_{ij} + \frac{d\sigma_{ij}'}{2G} + \frac{3\sigma_{ij}' d\bar{\sigma}}{2\bar{\sigma}H'} , & d\bar{\sigma} \geq 0 \\ d\epsilon_{ij} &= \frac{(1-2\nu)}{E} d\sigma \delta_{ij} + \frac{d\sigma_{ij}'}{2G} , & d\bar{\sigma} < 0 \end{aligned} \right\} \quad (B)$$

に従うものとする。ここで  $\sigma_{ij}'$ : 偏差応力,  $\bar{\sigma}$ : 相当応力,  $\sigma$ : 応力の静水圧成分,  $\epsilon_{ij}$ : ひずみ,  $E$ : 縦弾性係数,  $G$ : 横弾性係数,  $\nu$ : 弾性のポアソン比,  $H'$ : 加工硬化係数, および  $\delta_{ij}$ : クロネッカー・デルタである。 $d$  を付したものは、それらの増分を表わすものとする。

ここでは、平面応力状態とし、弾性変形におけるポアソン比  $\nu = 0.3$ 、塑性変形における加工硬化係数  $H' = 0$  とする。

## 3. 条件の設定

座標系、切欠きを有する帯板の形状、および偏心荷重による荷重端の負荷形式を図1に示す。荷重端の応力は

$$\sigma = \frac{W}{2w_1 t} \left( 1 + 3 \frac{e}{w_1} \frac{x}{w_1} \right) \quad (C)$$

である。ここで、 $W$ : 偏心荷重,  $e$ :  $y$  軸からの偏心距離,  $w_1$ : 荷重端の半幅, および  $t$ : 板厚である。

形状については、次の4通りの場合を設定した。つまり、 $w_2$ : 最小断面の半幅,  $\rho$ : 切欠き半径として

- 場合1 ……  $w_2/w_1 = 1/2$ ,  $\rho/w_1 = 1/2$
- 場合2 ……  $w_2/w_1 = 4/5$ ,  $\rho/w_1 = 1/2$
- 場合3 ……  $w_2/w_1 = 1/2$ ,  $\rho/w_1 = 1/5$
- 場合4 ……  $w_2/w_1 = 4/5$ ,  $\rho/w_1 = 1/5$

である。また、負荷経路は次の6通りの場合を設定した。

- 経路(1) ……  $e/w_1 = 0$

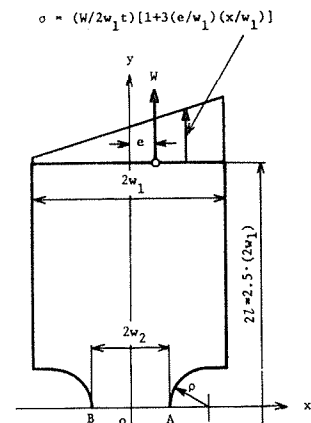


Fig. 1. Geometry and loading condition.

- 経路(2)……  $e/w_1=1/24$
- 経路(3)……  $e/w_1=1/12$
- 経路(4)……  $e/w_1=1/3$
- 経路(5)……経路(1)より  $W$  =一定とし,  $e$  のみ変化
- 経路(6)…… $W, e$  ともに変化

各場合における経路を図 2(a), 図 4(a), 図 6(a), 図 8(a)図に示す。

### 4. 計算および結果

計算は式 (A), (B) に基づく有限要素法プログラムにより, 一ケの要素が降伏する状態から, 塑性変形領域が横断面を貫く直前か荷重端に降伏が生ずる直前 (図 4(a), 図 8(a)中の T) までなされた。

結果は全て単軸引張降伏応力  $\sigma_Y$  および降伏ひずみ  $\epsilon_Y$  を基準とした。切欠き底 A と B における応力  $\sigma_A$  と  $\sigma_B$  およびひずみ  $\epsilon_A$  と  $\epsilon_B$  の最小断面公称応力  $\sigma_n$  の増加に対する変化を, 場合 1 では図 2(b) と (c) に, 場合 2 では図 4(b) と (c) に, 場合 3 では図 6(b) と (c) に, 場合 4 では図 8(b) と (c) に示す。図中,  $P_2$  は経路 (2) と (5) の,  $P_3$  は (3) (—+—) と (5) (—●—) の,  $P_*$  は (5) (—●—) と (6) (—○—) の交点を示す。  $P_3$  と  $P_*$  は当初一致させるべき点であった。

正常な負荷経路 (1),  $P_2$  そして  $P_3$  と  $P_*$  における弾塑性境界, 最小断面上の応力  $\sigma$  およびひずみ  $\epsilon$  分布を, 場合 1 では図 3(a), (b), (c) に, 場合 2 では図 5(a), (b), (c) に, 場合 3 では図 7(a), (b), (c) に, 場合 4 では図 9(a), (b), (c) にそれぞれ示す。図中, (U.L.) は除荷領域を意味する。

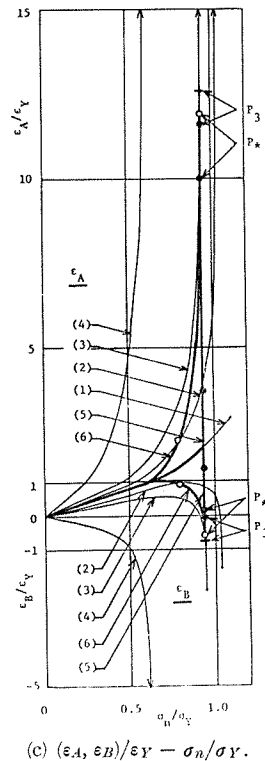
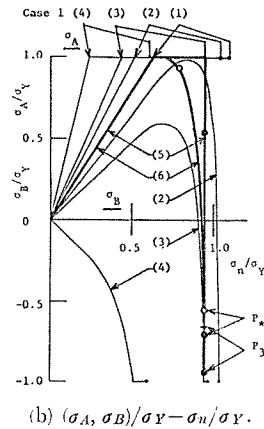
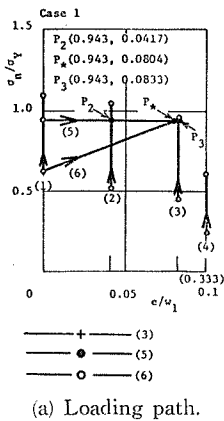


Fig. 2. Case 1.

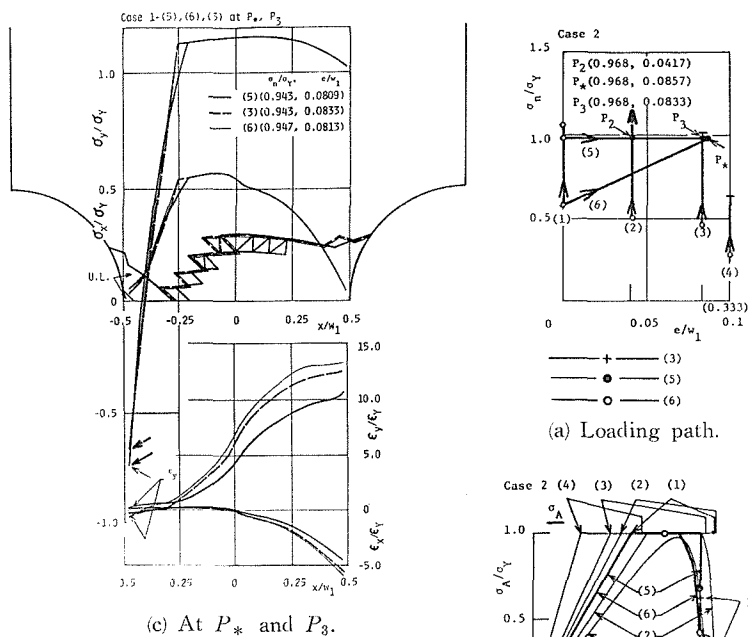
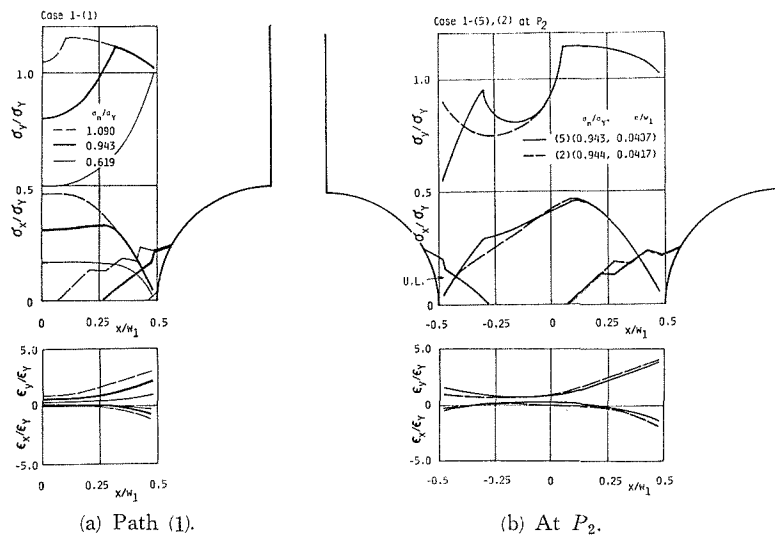


Fig. 3. Case 1.  
Elastoplastic boundary, and stress strain distributions across net section.

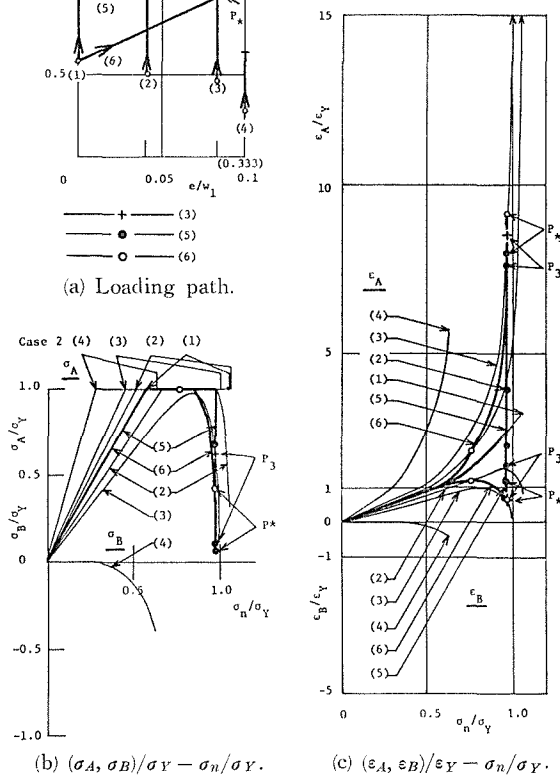


Fig. 4. Case 2.

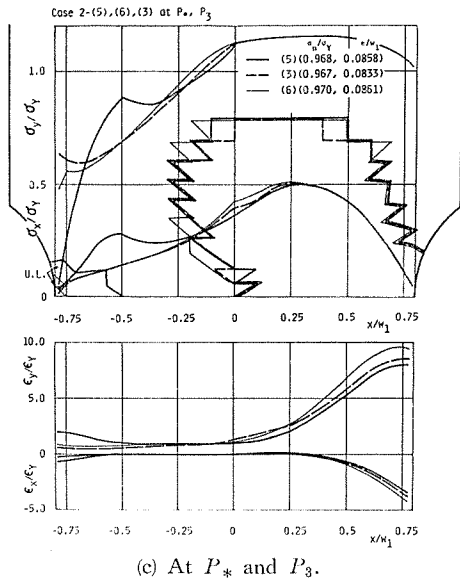
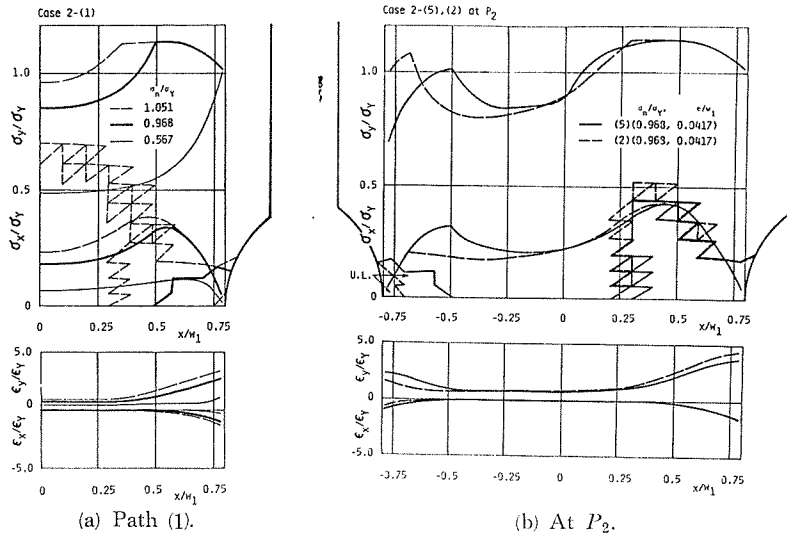


Fig. 5. Case 2.  
Elastoplastic boundary, and stress strain distributions across net section.

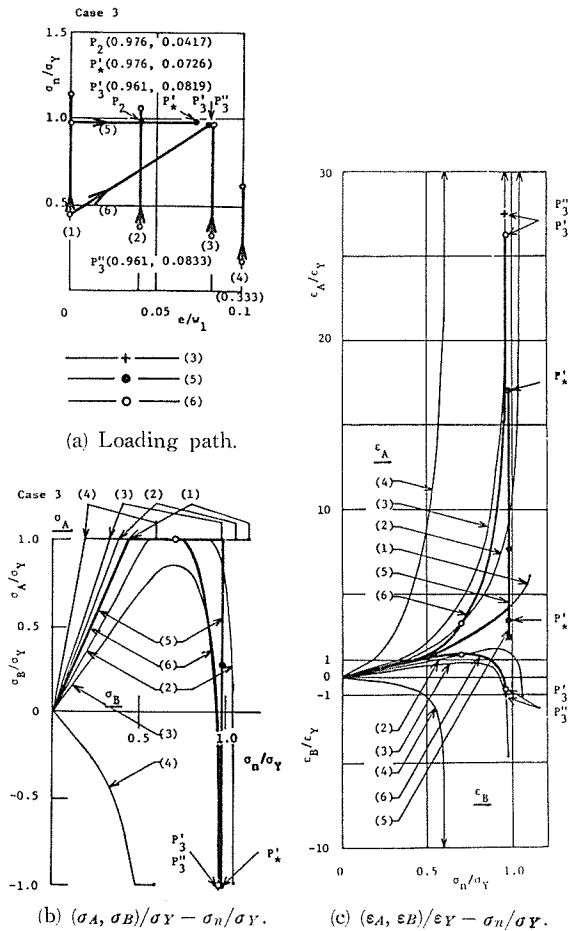


Fig. 6. Case 3.

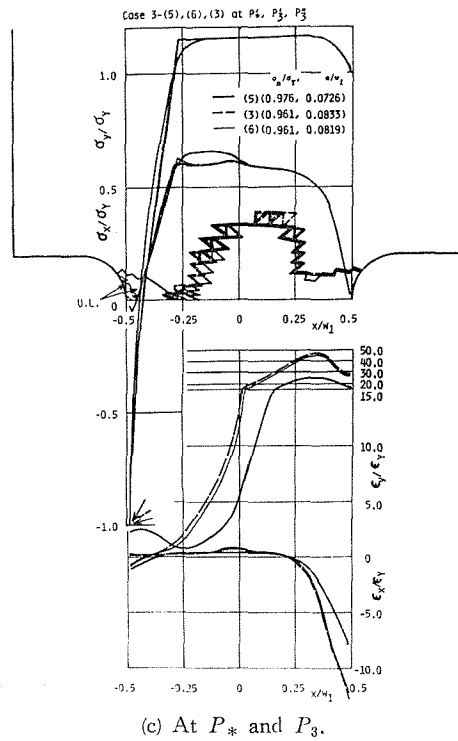
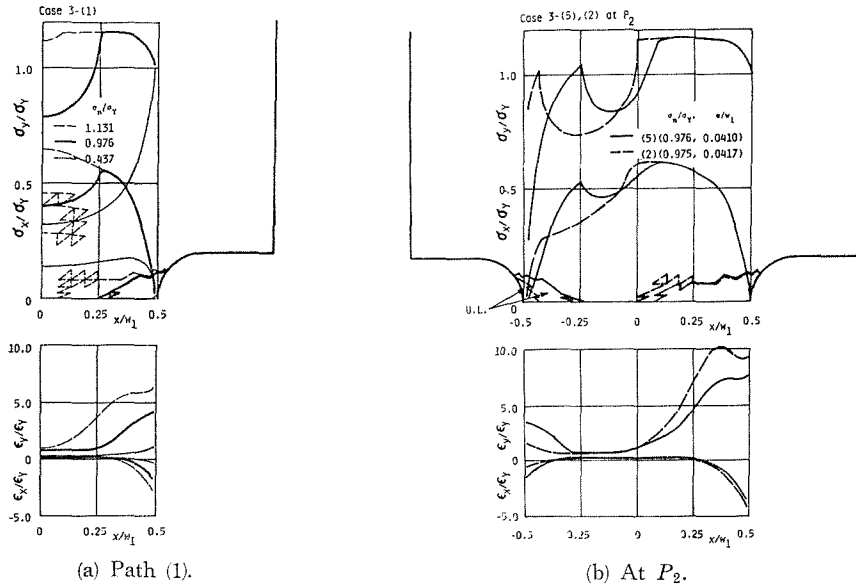


Fig. 7. Case 3. Elastoplastic boundary, and stress strain distributions across net section.

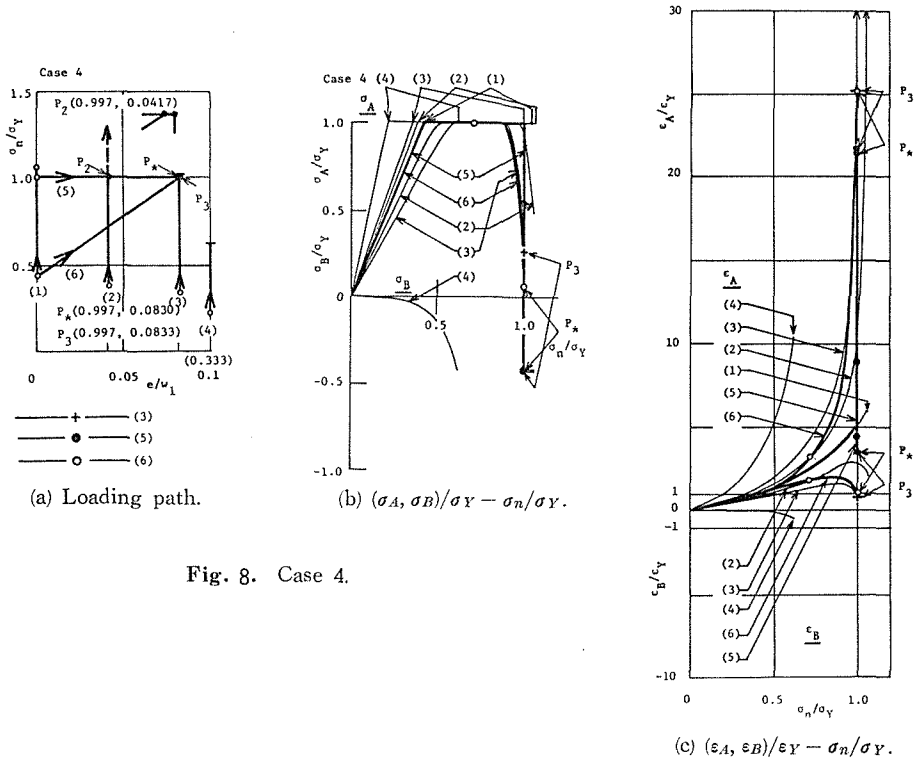


Fig. 8. Case 4.

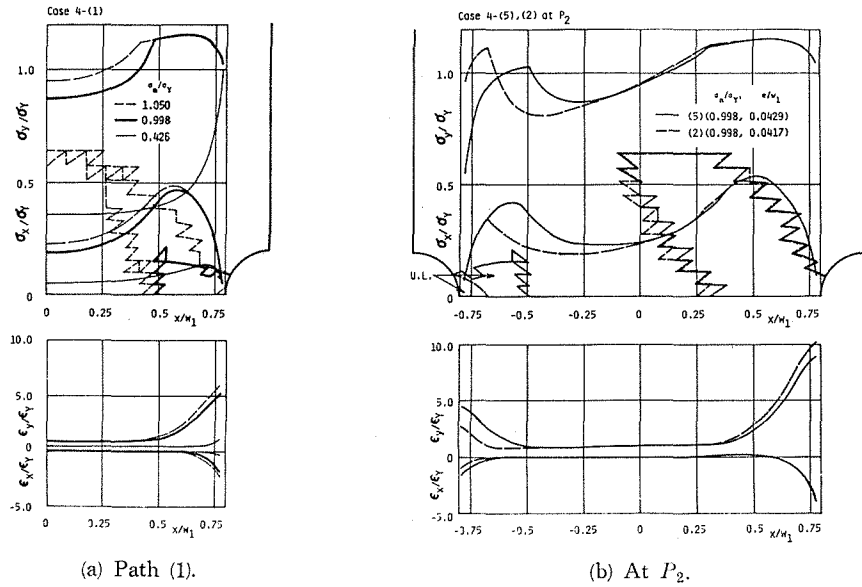
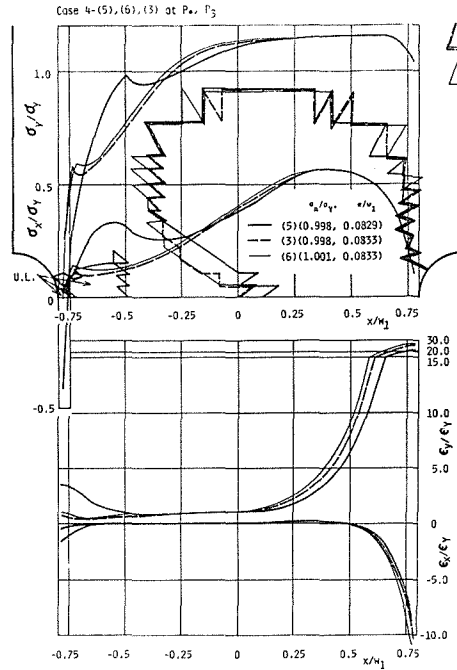


Fig. 9. Case 4. Elastoplastic boundary, and stress strain distributions across net section.



(c) At  $P_*$  and  $P_3$ .

Fig. 9. (Continued).

## 5. ま と め

有限要素法により，平面弾塑性応力問題における荷重の偏心の切欠き近傍の変形への影響が扱われ，次のことが明らかになった。

- (1) 弾塑性境界の進展の方向は切欠き深さに関わり，深いと，最小断面に沿い，浅いと斜め上方に進む傾向がある。
- (2) 切欠きが深い場合，最小断面上の最大ひずみは切欠き底Aより内方で生じる傾向がある。
- (3) 最終状態に及ぼす荷重経路の影響は，B近傍の除荷域に差異があるものの，応力，ひずみ分布には大きな差異はない。

## 参 考 文 献

- 1) 岸田，半沢，福田：日本機械学会論文集，45-391A，245（昭和54-3）
- 2) 半沢，岸田，上田：日本機械学会論文集，45-392A，299（昭和54-4）
- 3) 西谷，村上：日本機械学会論文集，43-366，426（昭和52-2）
- 4) 鷺津久一郎：岩波講座現代応用数学，塑性論（昭和42）岩波書店
- 5) 山田嘉昭：コンピュータによる構造工学講座 塑性・粘弾性（昭和47）培風館