HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	画素間の相関を考慮した量子化画像の再現問題
Author(s)	岡本, 宣之; Okamoto, Nobuyuki; 北島, 秀夫 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 115, 65-72
Issue Date	1983-07-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41806
Type	departmental bulletin paper
File Information	115_65-72.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第115号（昭和58年）

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 115 (1983)

画素間の相関を考慮した量子化画像の再現問題

岡本　宣之　　北島　秀夫　　下野　哲雄　　小川吉彦

（昭和58年３月31日受理）

Quantized Image Restoration Cosidering The Correlation between Pixels

Nobuyuki Okamoto, Hideo Kitajima, Tetsuo Shimono
and Yoshihiko Ogawa

(Received March 31, 1983)

Abstract

Generally, a conversion of continuous signals into digital signals is performed by two operations of sampling and quantizing. And the original signals are reconstructed by interpolaing the transmitted or memorized digital signals.

In rough quantization, however, we can not neglect the quantization noise since the quantized value differs seriously from the sampled value.

In this paper, treating the monochromatic images to the two dimensional stochastic process, the restoration methods of the sampled signals from the quantized values based on the minimization of the mean squared errors are described.

1. まえがき

計算機の発達に伴い，画像などの信号のディジタル化，および，大容量化が容易となり，ディジタル信号処理の重要性が高まってきている。一般に連続的な信号からディジタル信号を得る場合，標本化と量子化の二操作を行なう。そして，伝送，記憶などの後にそのディジタル信号を表現するために，補間により元の信号を再構成する。このとき，標本点の数や量子化レベル数がある程度あれば，簡単な補間でも再現された信号は元の信号に十分近いものとなる。しかし，もともと，データ数が少ない場合や，信号の入出力装置間でデータのスケールとか解像度を変換したい場合は，補間法が重要である。

標本値を補間して連続関数にする方法については，いろいろ研究がなされているが[1~2]，量子化が粗いとき量子化値をそのまま標本値として扱うと，量子化雑音の影響が問題となる。量子化値から補間する方法については，二階差分などを用いて滑らかな信号を得る方法があるが[3]，あまり十分ではない。滑らかな信号が良いというのは，我々の経験上そのような信号が多いということであり，信号に相関があるからである。そもそも量子化値が与えられた場合，元の標本値はある量子化の範囲内に存在するということしか主張できない。元の信号を再現するために，滑らかさのみを基準として採用するのでは，この滑らかな信号と元の信号との関係はあいまいである。

電子工学科　電子回路工学講座

そこで，信号の相関を使って，自乗平均誤差（M.S. 誤差）を最小とするように再現すべきである。本論文では，濃淡画像を2次元の確率過程と考え，量子化値から M.S. 推定誤差を最小とするように標本値を再構成していく方法について考える。

2. 本　　論

2.1 濃淡画像の統計量

計算機では，各画素の濃淡レベルは2次元配列の要素として与えられる。ここでは，画像信号を実数値をとる2次元確率過程 $s(t_1,t_2)$ と考え，次のような仮定をする。

(i)　過程 $s(t_1,t_2)$ は任意の (t_1,t_2) の組に対して結合正規であり，定常過程であるとする。

(ii)　$s(t_1,t_2)$ は（簡単のために）平均値0で自己相関関数 $Rss(\tau)$ は画素間の距離 τ のみによって決まる指数関数形とする。

以上のことは，一般の画像についての統計的性質である。$s(t_1,t_2)$ を sij と表わしてこれらをまとめると，

$$E\{sij\} = 0 \tag{1}$$

$$E\{sij\} = \sigma_s^2 \tag{2}$$

$$Rss(\tau) = E\{sij\ si'j'\} = Rss(0)\rho^{\tau} = \sigma_s^2\rho^{\tau},\ 0<\rho<1,\ \tau = \sqrt{(i-i')^2+(j-j')^2} \tag{3}$$

ただし，最小の画素間隔を1としており，ρ はその相関係数である。

さて，信号は量子化されているので，信号 s に対する量子化値を x とすれば x は s と雑音 n との和として，

$$x = s + n \tag{4}$$

と表わされる。n は s の値が決まれば，一つに決まり，したがって x も決まる。つまり x は離散形の確率分布を示す。

量子化法にはいろいろあるが，本論文では等間隔量子化を仮定し，また，量子化値を量子化範囲の中心値で表わして，量子化間隔を Δ とする。x が x として与えられたとき，s は

$$x - \frac{\Delta}{2} \leq s \leq x + \frac{\Delta}{2} \tag{5}$$

の範囲に存在する。

n が $[-\Delta/2,\Delta/2]$ で一様に分布するならば，

$$\sigma_n^2 = \int_{-\Delta/2}^{\Delta/2} \frac{1}{\Delta} n^2 dn = \frac{\Delta^2}{12} \tag{6}$$

である。

式(5)より，相関関数は

$$Rxx(\tau) = Rss(\tau) + Rsn(\tau) + Rns(\tau) + Rnn(\tau) \tag{7}$$

となる。数値計算によると，$\Delta \leq 2\sigma_s$ の範囲に対しては $Rsn(\tau) = Rns(\tau) \fallingdotseq 0$ となるので，式

(7)は，

$$Rxx(\tau) \fallingdotseq Rss(\tau) + Rnn(\tau) \tag{8}$$

とかける。言い換えると，信号と量子化雑音はほぼ直交している。

Rss(τ)については，式(3)で仮定したが，Rnn(τ)については数値計算により求めなければならない。その結果を図1，および，図2に示す。Δが十分に小さいときは，量子化雑音は白色雑音とみなすことができる。($\tau \neq 0$ で Rnn(τ) = 0)と言われているが，これらによると，Δが大きいと

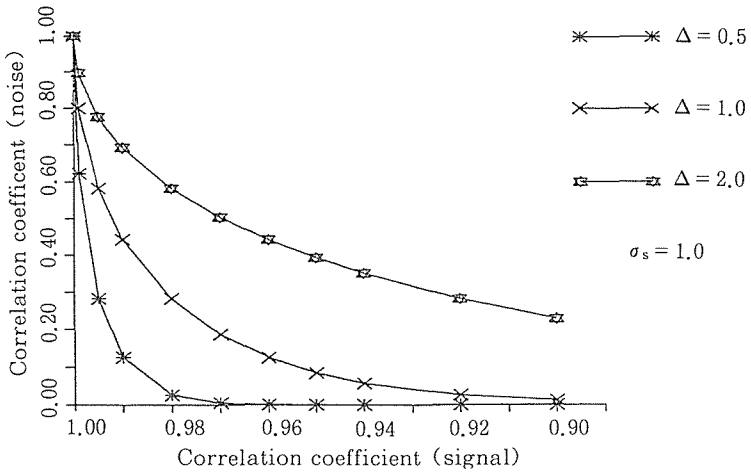


図1　量子化雑音の相関係数

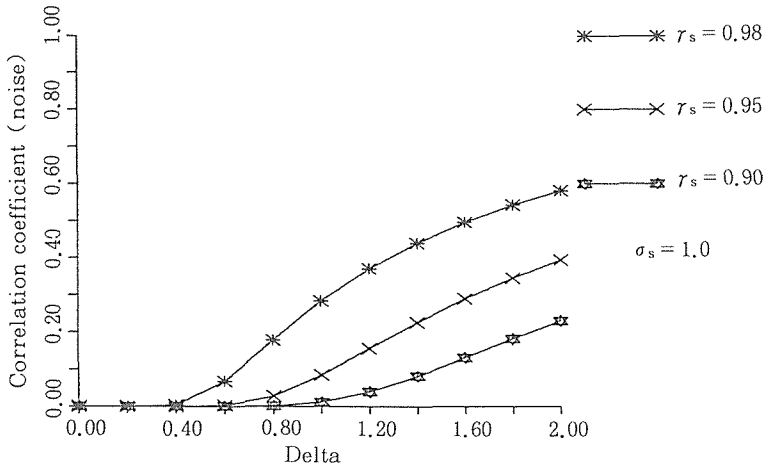


図2　量子化雑音の相関係数

きや，信号の相関が高いときは，その限りではないことがわかる。図1，図2では Rnn(τ) を直接計算しているわけではないが，量子化雑音の相関係数 r_n は，信号の相関係数 r_s，およびΔによって決まるので，Rnn(τ)を求めることができる。以下の推定では，以上のように仮定，あるいは計算した統計量を用いることにする。

2.2　標本値の推定

量子化画像の元の標本値を推定する場合，自乗平均誤差を最小にするのは，与えられた量子化

画像を使って各画素について条件付期待値を標本値の推定値とすることである。ところが，実際は計算上の問題から，ある画素 s_0 を推定するには，その量子化値 x_0 と，近傍 n 点の画素の量子化値により求めることになる。このとき最良の推定値 s_0e は次のようになる。

$$s_0e = E\{s_0 | x_i = x_i,\ i = 0, 1, \cdots n\} = E\{s_0 | |s_i - x_i| \leq \Delta/2,\ i = 0, 1, \cdots n\} \tag{9}$$

しかし，式(9)を厳密に求めるのはたいへん困難なことである。そこで考えられるのは，n+1点の量子化値から線形自乗平均推定により s_0e を求めることである。つまり，s_0 の推定値を，

$$\hat{s}_0 = a_0 x_1 + a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n \tag{10}$$

とおいて，直交原理により $a_0, a_1, \cdots, a_n$ を決定し，$s_0e = \hat{s}_0$ とする。しかし，この方法では，推定値 s_0e は（小さい確率で）量子化の範囲からはずれる場合もあり得る。つまり，再び同じ方法で量子化した場合，元の量子化値と一致しないことがある。

したがって，この問題を解消し式(9)の問題に近づけるために，次の方法を提案する。

まず，x_0 を使わず近傍 n 点の量子化値から，

$$\hat{s}_0 = a_1 x_1 + \cdots + a_n x_n \tag{11}$$

とおき，直交原理により $a_1, \cdots, a_n$ を決定する。このとき M.S. 推定誤差 e は

$$e = E\{(s_0 - \hat{s}_0) s_0\} \tag{12}$$

である。ここで，s_0 の条件付密度関数 $f(s_0 | x_1, \cdots, x_n)$ を平均値 $\hat{s}_0$，分散 e の正規形であると仮

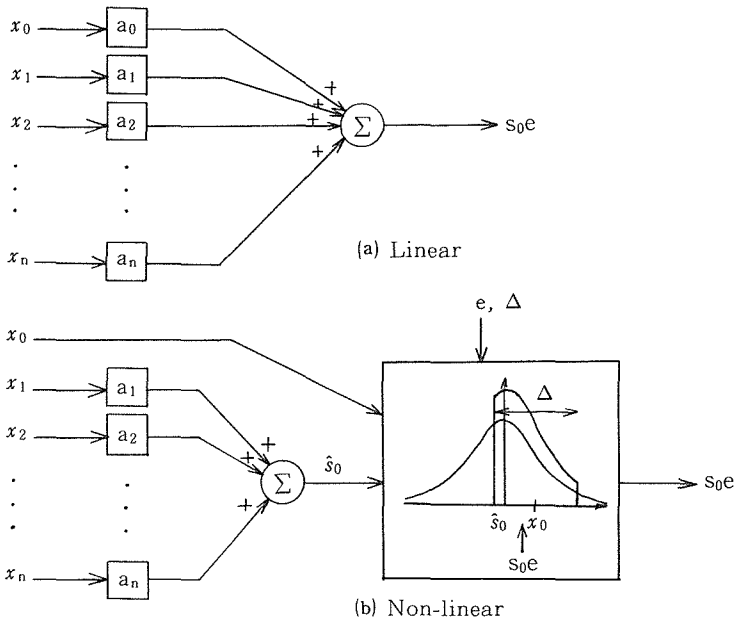


図3 推定法の構成図

定する。そして，量子化値 x_0 から条件付期待値，

$$s_0e = E\{s_0 | x_0, x_1, \cdots, x_n\} = \frac{\int_{x_0-\Delta/2}^{x_0+\Delta/2} s_0 f(s_0 | x_1, \cdots, x_n) ds_0}{\int_{x_0-\Delta/2}^{x_0+\Delta/2} f(s_0 | x_1, \cdots, x_n) ds_0} \tag{13}$$

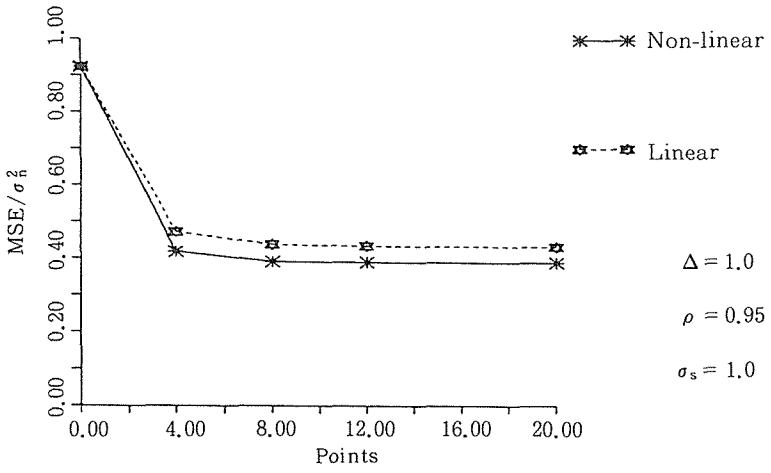


図4 自乗平均推定誤差

表1 M.S.誤差

(a) GIRL $\bar{x} = 66.4$ $\sigma_s^2 = 1362.7$ $\rho = 0.95$

Bits	Δ	量子化値	Non-linear	Linear	Violation (Linear)
4	16	22.481 (22.333)	15.074 (15.726)	15.457 (15.784)	17
3	32	72.6511 (85.333)	39.612 (39.578)	41.267 (42.437)	241
2	64	283.41 (341.13)	156.44 (113.89)	158.75 (163.06)	365

(b) MOON $\bar{x} = 132.7$ $\sigma_s^2 = 951.9$ $\rho = 0.93$

Bits	Δ	量子化値	Non-linear	Linear	Violation (Linear)
4	16	21.593 (22.333)	14.750 (15.677)	15.207 (15.736)	45
3	32	87.256 (85.333)	45.232 (39.390)	48.068 (42.355)	462
2	64	316.87 (341.13)	148.09 (111.91)	152.15 (159.38)	590

を推定標本値とする。この方法を，線形推定に対して非線形推定としておく。ここで，s_0 の条件付密度関数を正規形と仮定したが，厳密にはそうではない。しかし，$s_0, s_1, \cdots, s_n$ は正規形であるから，近傍数点を用いれば $f(s_0 | x_1, \cdots, x_n)$ も十分正規形に近いものとなる。

これら二つの方法についての概略を，図3にブロック図で示しておく。

2.3 自乗平均推定誤差の理論値

2.2で述べた二つの方法についての M.S. 推定誤差を，推定に用いる隣接画素，4点，8点，12点，20点についてそれぞれ計算した。$\Delta = \sigma_s, \rho = 0.95$ の場合について，M.S. 誤差の σ_n^2（式(6)）に対する比を図4に示す。これによると，近傍4点（上下左右の画素）による推定を行なえば，ほぼ十分であると言える。また，ここには示さなかったが，非線形推定の方が線形推定より M.S. 誤差は小さく，この傾向は，Δ，および ρ が大きい程，顕著である。

(a) 原画像（8ビット）

(b) 量子化値（中心値）

(c) 再現画像（非線形）

(d) 量子化範囲外の画素の分布（線形）

図5 GIRL（3ビット）

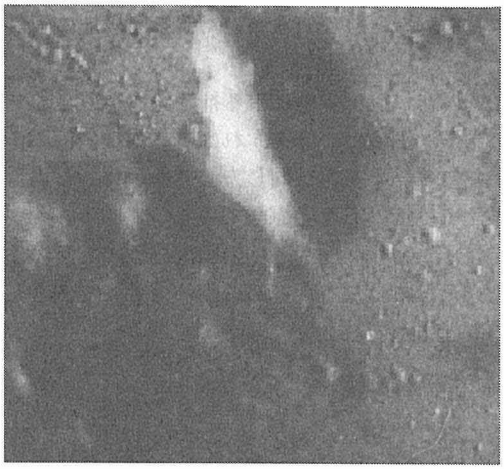
3. 画像による数値実験

2章で述べた二つの方法について，実際の画像で数値実験を行なった。

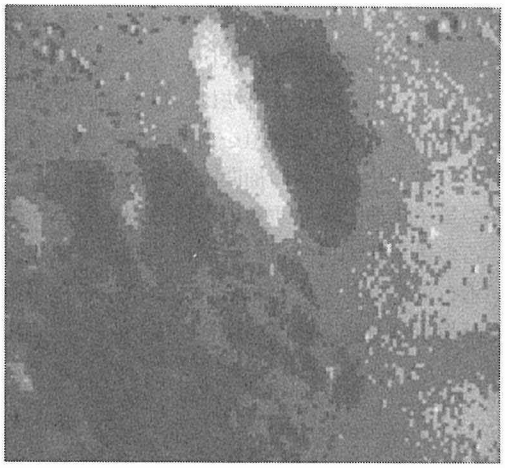
使用した画像は，0（濃）～255（淡）の整数値をとる8ビット画像で，画素数128×128のものを原画像とし，それから量子化レベル数を下げた画像をもとに実験した。また，ここでは近傍4点の画素による推定を行なった。

表1は原画像に対する自乗誤差を加算し，1画素当たりに換算したものである。カッコ内には理論上のM.S.誤差を示した。これによると，一枚の画像に関してでも，ある程度M.S.誤差の理論値に近い値を示している。それから，表1の右側には線形推定において推定標本値が量子化の範囲を外れた点の数を示した。（当然ながら，非線形推定ではそのような点はない。）

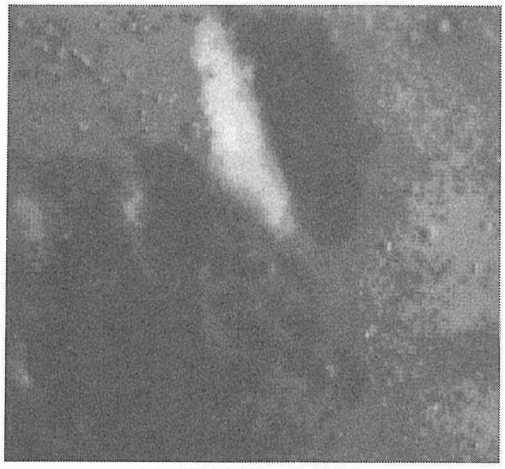
図5は，および，6は，3ビットにおける実験結果の画像である。表1を見ても，非線形推定



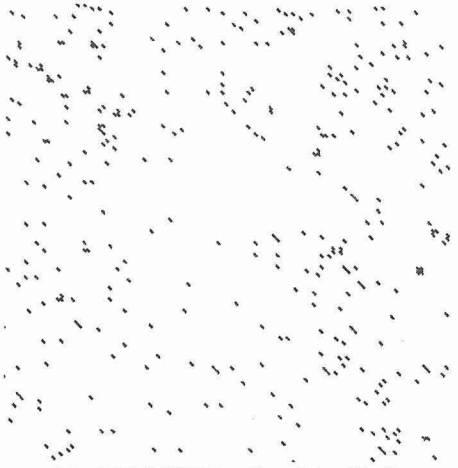
(a) 原画像（8ビット）



(b) 量子化値（中心値）



(c) 再現画像（非線形）



(d) 量子化範囲外の点の分布（線形）

図6 MOON（3ビット）

は線形推定より自乗誤差の点で優れているが，写真ではわかりにくいので，ここでは非線形推定のみを示している。そのかわり，線形推定において量子化の範囲から外れた点の分布を示した。このような点は，エッジと思われる部分に集中しているのがわかる。実験結果の画像からも，これらの再現画像は量子化値（中心値）を用いた画像に対して，原画像に近いものとなっている。

4. 結　　論

本論文では，信号を補間する際，量子化値をそのまま使わずに，相関を考慮して条件付期待値を採用することを主張してきた。これまで，量子化雑音を小さくするためには，平滑化操作により滑らかな信号を得る方法がとられてきたが，この再現信号と元の信号の関係をはっきりと論じることはできなかった。そのことに関して，ここでは，相関を用いて自乗平均誤差を小さくするということで，平滑化の基準をより明確にすることができた。

二つの画像を例に標本値の再構成法を示してきたが，まずまずの結果が得られたと思う。ただ量子化のレベル数が下がりすぎると，それだけ情報量も削減されているわけだから，極端に画質を改善するわけにはいかない。

これまで述べてきた方法は，量子化画像を再現する場合に，標本値による補間法を用いる上での前処理として，標本値を再構成するためのものである。別の言い方をすれば，標本値の補間に対して量子化レベルの補間とも考えられる。したがって，結果を再び同じ方法で量子化した場合元の量子化値と一致するのが自然である。非線形推定ではその点を考慮しているのである。

この量子化画像の再現問題は，信号の補間，再ディジタル化問題や，他の画像処理にと，いろいろ有効であると思われる。また，量子化が粗いときだけではなく，一般の画像はここで例とした画像よりも相関が高い場合が多いので，興味深い問題である。

参 考 文 献

1) H. S. Hou & H. C. Andrews: IEEE Trans., ASSP-26 (1978) p. 508-517.
2) R. G. Keys: IEEE Trans., ASSP-29 (1981) p. 1153-1160.
3) 磯道義典：システムと制御，vol24, No. 2, p. 82-90 (1980).