HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	低炭素鋼の焼もどしにおける熱弾塑性クリープ応力解析
Author(s)	菅原, 幸夫; 石川, 博将; 秦, 謹一
Citation	北海道大學工學部研究報告, 117, 29-38
Issue Date	1984-01-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41824
Type	departmental bulletin paper
File Information	117_29-38.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第117号（昭和59年）

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University, No. 117 (1984)

低炭素鋼の焼もどしにおける熱弾塑性クリープ応力解析

菅原幸夫　石川博将　秦　謹一

（昭和58年9月30日受理）

Thermoelastoplastic Creep Stress Analysis of Quenched Low Carbon Steel During Tempering

Yukio SUGAWARA, Hiromasa ISHIKAWA, and Kin-ichi HATA

(Received September 30, 1983)

Abstract

The stress analysis of quenched carbon steel of a cylinder during tempering was carried out by the use of the Mendelson's method of successive elastic solutions. Two cases of tempering are treated in this paper. One is that the cylinder is heated rapidly on its surface and then is kept at the constant temperature, i. e. the tempering temperature. The other is that it is heated slowly on its surface and is kept at the tempering temperature. The thermoelastoplastic creep stress during heating and tempering are calculated, based on the incremental theory of plasticity and the Mises-Mises type of creep theory. Temperature dependence of the material constants is considered in the calculation. Quenching stresses are relaxed due to rapid heating and slow heating. In rapid heating, however, tensile stress is induced in the vicinity of the surface of the cylinder, which might cause tempering cracks.

1. 緒　　言

鋼の焼入れ，焼もどし過程の応力解析により熱処理応力や変形を把握することは，工業的に重要かつ有益である。井上ら[1]は焼入れ，焼もどしに関し，高温状態にある鋼が冷却される過程のみを対象とし，有限要素法による解析を行い実験とよく一致する結果を得ている。

一般に鋼の焼入れなどの熱処理作業においては，いったん鋼をA_3変態温度以上に加熱した後冷却することが多く，著者ら[2]は，この加熱過程にも着目した応力解析を行い，焼入れにより生ずる残留応力およびひずみについて既に報告した。焼もどしにおいても同様に，所定の温度まで加熱しその温度に保持した後冷却することが多い。従って応力，ひずみの解析においては，加熱過程も対象とする必要があると考えるが，そのような報告はないようである。

本報においては，焼入れによる残留応力，残留ひずみ[2]を有する低炭素鋼を焼もどす際の，熱弾塑性クリープ応力解析を行う。無限に長い鋼（0.15％C程度）の丸棒を扱う。焼もどしの際の加熱条件は，丸棒の表面において無限大の加熱速度にて加熱（以下ステップ状加熱[1]）又は急加熱と

機械工学第二学科　塑性加工学講座

称す）しその後焼もどし温度に保持する場合（急加熱の場合と称す）と，丸棒表面において緩慢に加熱し，その後焼もどし温度に保持する場合（緩慢加熱の場合と称す）を取り上げる。いずれの場合も，焼もどし温度に保持中のクリープ変形は，物理的第一期クリープ[3]を無視し，定常クリープをNortonの法則により[3]考慮する。材料の応力－ひずみ関係はRamberg-Osgood則[4]に従うとし，種々の材料物性値の温度依存性は考慮する。解析は，Mendelsonの逐次近似法(the method of successive elastic solutions）に依る。[5~7]

2. 解 析 の 理 論

2. 1 応力およびひずみの算定

焼入れによる残留ひずみ[2]を有し，半径 a なる無限に長い丸棒が，その表面から加熱され，温度が定常状態に達した後，そのままの温度に保持される場合の熱弾塑性クリープ応力解析を行う。応力，ひずみの算定式は既に発表[6]されているので詳細な記述は省略するが，本報において例えば半径方向全ひずみ ε_r は，焼入れ時の残留ひずみ ε_r^r に，加熱により新たに生ずる弾性ひずみ ε_r^e，塑性ひずみ ε_r^p，等方膨張 $\int_0^T \alpha dT$，および焼もどし温度に保持する間に生ずるクリープひずみ ε_r^c をそれぞれ加えあわせたものであり，次式により示される。

$$\varepsilon_r=\varepsilon_r^r+\varepsilon_r^e+\varepsilon_r^p+\int_0^T \alpha dT+\varepsilon_r^c \qquad (1)$$

ここで α は線膨張係数，T は温度である。焼もどし温度を T_0 とし，無次元温度 $\bar{\theta}=T/T_0$ の他に，線膨張係数 α，縦弾性係数 E，降伏応力 σ_Y，熱伝導率 λ，比重量 γ，および比熱 C は，次元を持つ定数（下ツキ添字 $_0$）と次元を持たない温度依存型変数（上ツキ添字 *）の積にて表示できるとす。[7]

$$\alpha=\alpha_0\alpha^*(\bar{\theta}),\ \mathrm{E}=\mathrm{E}_0\mathrm{E}^*(\bar{\theta}),\ \sigma_Y=\sigma_{Y0}\sigma_Y^*(\bar{\theta}),\ \lambda=\lambda_0\lambda^*(\bar{\theta}),\ \gamma=\gamma_0\gamma^*(\bar{\theta}),\ C=C_0C^*(\bar{\theta}) \qquad (2)$$

式(2)における各温度依存型変数は，以下のように表わす。[2]

$$\alpha^*(\bar{\theta})=\alpha_1,\ \ \lambda^*(\bar{\theta})=1-\lambda_1\bar{\theta},\ \ \mathrm{E}^*(\bar{\theta})=1-\mathrm{E}_1\bar{\theta}^2,\ \ \sigma_Y^*(\bar{\theta})=1+\sigma_{Y1}\bar{\theta}+\sigma_{Y2}\bar{\theta}^2+\sigma_{Y3}\bar{\theta}^3 \qquad (3)$$

ただし式(3)において線膨張係数が一定値 α_1 なのは，焼もどし温度が既報[2]に示す相変態温度以下であるため，定数とみなすからである。さらに，応力およびひずみの各成分は，例えば半径方向について次式に示すように無次元化あるいは変形して表示する。

$$\sigma_r^*=\frac{1-\nu}{\mathrm{E}_0\alpha_0T_0}\sigma_r,\ \ \varepsilon_r^*=\frac{1-\nu}{\alpha_0T_0}\varepsilon_r,\ \ \varepsilon_r^{r*}=\frac{1-\nu}{\alpha_0T_0}\varepsilon_r^r,\ \ \varepsilon_r^{e*}=\frac{1-\nu}{\alpha_0T_0}\varepsilon_r^e,$$
$$\varepsilon_r^{p*}=\frac{1-\nu}{\alpha_0T_0}\varepsilon_r^p,\ \ \varepsilon_r^{c*}=\frac{1-\nu}{\alpha_0T_0}\varepsilon_r^c \qquad (4)$$

ここで ν はポアソン比である。

式(1)などを用い，応力成分は，例えば半径方向応力 σ_r^* は，

$$\sigma_r^*=-\frac{1-\nu}{1-2\nu}E^*\int_0^{\bar{\theta}}\alpha^*d\bar{\theta}+\frac{E^*}{(1+\nu)(1-2\nu)}\{(1-\nu)\varepsilon_r^*+\nu(\varepsilon_\theta^*+\varepsilon_z^*)\}-\frac{E^*}{1+\nu}(\varepsilon_r^{r*}+\varepsilon_r^{p*}+\varepsilon_r^{c*}) \qquad (5)$$

である。式(5)などをつり合いの式に代入し，適合条件式を用いると各ひずみ成分につき次式を得る。

$$E^*\varepsilon_\theta^*=\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\int_0^\rho\varepsilon_\theta^*\frac{\partial E^*}{\partial\rho}d\rho+\frac{1}{2(1-\nu)}\frac{1}{\rho^2}\int_0^\rho\rho^2\varepsilon_\theta^*\frac{\partial E^*}{\partial\rho}d\rho+(1+\nu)\frac{1}{\rho^2}\int_0^\rho E^*\left(\int_0^{\bar{\theta}}\alpha^*d\bar{\theta}\right)\rho d\rho$$
$$+\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\int_0^\rho\frac{E^*}{\rho}\{(\varepsilon_r^{r*}+\varepsilon_r^{p*}+\varepsilon_r^{c*})-(\varepsilon_\theta^{r*}+\varepsilon_\theta^{p*}+\varepsilon_\theta^{c*})\}d\rho+\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\frac{1}{\rho^2}\int_0^\rho\rho E^*\{(\varepsilon_r^{r*}$$

$$+\varepsilon_r^{p*}+\varepsilon_r^{c*})+(\varepsilon_\theta^{r*}+\varepsilon_\theta^{p*}+\varepsilon_\theta^{c*})\}d\rho-\frac{\nu}{1-\nu}\frac{1}{\rho^2}\int_0^\rho \rho E^*\varepsilon_z^* d\rho+B_0+\frac{B_1}{\rho^2}$$

$$E^*\varepsilon_r^*=\frac{1-2\nu}{1-\nu}\int_0^\rho \varepsilon_\theta^*\frac{\partial E^*}{\partial\rho}d\rho-E^*\varepsilon_\theta^*+(1+\nu)E^*\int_0^{\bar\theta}\alpha^* d\bar\theta+\frac{1-2\nu}{1-\nu}E^*(\varepsilon_r^{r*}+\varepsilon_r^{p*}+\varepsilon_r^{c*})$$
$$+\frac{1-2\nu}{1-\nu}\int_0^\rho\frac{E^*}{\rho}\{(\varepsilon_r^{r*}+\varepsilon_r^{p*}+\varepsilon_r^{c*})-(\varepsilon_\theta^{r*}+\varepsilon_\theta^{p*}+\varepsilon_\theta^{c*})\}d\rho-\frac{\nu}{1-\nu}E^*\varepsilon_z^*+2B_0$$

ただし無次元半径 $\rho=r/a$ であり，積分定数 B_0，B_1 は，境界条件（$\rho=1$ で $\sigma_r^*=0$，$\rho=0$ で $\sigma_r^*\neq\infty$）より決定され，式(7)に示すとおりである。また軸方向全ひずみ ε_z^* は軸力に関する条件 $\left(2\pi\int_0^a\sigma_z r dr=0\right)$ より定められ，式(8)に示す。

$$B_0=\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}\left[2(1-\nu)\int_0^1 E^*\left(\int_0^{\bar\theta}\alpha^* d\bar\theta\right)\rho d\rho+\int_0^1\rho E^*\{(\varepsilon_r^{r*}+\varepsilon_r^{p*}+\varepsilon_r^{c*})+(\varepsilon_\theta^{r*}+\varepsilon_\theta^{p*}+\varepsilon_\theta^{c*})\}d\rho\right.$$
$$\left.-\int_0^1\varepsilon_\theta^*\frac{\partial E^*}{\partial\rho}d\rho+\int_0^1\rho^2\varepsilon_\theta^*\frac{\partial E^*}{\sigma\rho}d\rho-\int_0^1\frac{E^*}{\rho}\{(\varepsilon_r^{r*}+\varepsilon_r^{p*}+\varepsilon_r^{c*})-(\varepsilon_\theta^{r*}+\varepsilon_\theta^{p*}+\varepsilon_\theta^{c*})\}d\rho\right],$$
$$B_1=0 \qquad (7)$$

$$\varepsilon_z^*=\frac{1}{\int_0^1 E^*\rho d\rho}\left[(1-\nu)\int_0^1 E^*\left(\int_0^{\bar\theta}\alpha^* d\bar\theta\right)\rho d\rho-\int_0^1\rho E^*\{(\varepsilon_r^{r*}+\varepsilon_r^{p*}+\varepsilon_r^{c*})+(\varepsilon_\theta^{r*}+\varepsilon_\theta^{p*}+\varepsilon_\theta^{c*})\}d\rho\right] \qquad (8)$$

式(6)などにおける塑性ひずみは，von Mises の降伏条件と，Prandtl-Reuss の応力—塑性ひずみ増分の関係式を用い，塑性ひずみ増分を実際の負荷経路に沿って積分して求められるが，本報告においては，微小な負荷変動に伴い生ずる微小な塑性ひずみ増分を加えあわせたものを全塑性ひずみとする。塑性ひずみ増分の算定式は既に発表[7]されているので詳細な記述は省略するが，例えば半径方向の塑性ひずみ増分 $\Delta\varepsilon_r^{p*}$ は次式により算定される。

$$\Delta\varepsilon_r^{p*}=\frac{2}{3}\cdot\frac{\Delta\varepsilon_p^*}{\varepsilon_{et}^*}\left\{\varepsilon_r'^*-\frac{1}{2}(\varepsilon_\theta'^*+\varepsilon_z'^*)\right\} \qquad (9)$$

ここで $\Delta\varepsilon_p^*$ は相当塑性ひずみ増分であり，ε_{et}^* は相当全ひずみ，$\varepsilon_r'^*$ は変形された全ひずみ $\varepsilon_r'^*=\varepsilon_r^*-(\varepsilon_r^{p*}+\varepsilon_r^{c*}+\Delta\varepsilon_r^{c*})$ である。

クリープひずみ増分は，von Mises の相当応力をクリープ条件とし，Mises 型の流れ則を仮定した，いわゆる Mises-Mises 型のクリープ理論[3]を用いて以下の式により算定する。

$$\Delta\varepsilon_r^{c*}=\frac{3}{2}\cdot\frac{\Delta\varepsilon_c^*}{\bar\sigma^*}S_r^*,\quad \Delta\varepsilon_\theta^{c*}=\frac{3}{2}\cdot\frac{\Delta\varepsilon_c^*}{\bar\sigma^*}S_\theta^*,\quad \Delta\varepsilon_z^{c*}=\frac{3}{2}\cdot\frac{\Delta\varepsilon_c^*}{\bar\sigma^*}S_z^* \qquad (10)$$

ここで例えば S_r^* は，偏差応力の無次元量 $S_r^*=(1-\nu)S_r/(E_0\alpha_0 T_0)$ である。また $\bar\sigma^*$ は無次元相当応力であり，$\Delta\varepsilon_c^*$ はクリープひずみ増分である。クリープひずみは，物理的第1期クリープを無視し，定常クリープを式(11)に示す Norton の法則により与える。

$$\frac{d\varepsilon^c}{dt}=\frac{1}{A}\left[\frac{\sigma}{\sigma_n}\right]^n \qquad (11)$$

ここで A は時間の次元を持つ定数であり，σ_n はクリープ限度，n はクリープ指数と呼ばれる材料定数である。式(11)を無次元表示すると次式を得る。

$$\Delta\varepsilon_c^*=A^*\cdot\bar\sigma^{*n}\cdot\Delta s \qquad (12)$$

Δs は無次元の時間増分である。時間 t の無次元時間 s は，a^+ を熱拡散率として $s=(a^+/a^2)t$ と表わされる[2,7]。A^* は，

$$A^*=\frac{1}{A}\cdot\frac{E_0}{\sigma_n}\left\{\frac{E_0\alpha_0 T_0}{(1-\nu)\sigma_n}\right\}^{n-1}\left(\frac{a^2}{a^+}\right) \tag{13}$$

である。式(12)を式(10)に代入し，次のクリープひずみ増分の算定式を得る。

$$\Delta\varepsilon_r^{c*}=A^*\bar{\sigma}^{*n-1}\left\{\sigma_r^*-\frac{1}{2}(\sigma_\theta^*+\sigma_z^*)\right\},\quad \text{など} \tag{14}$$

材料の応力－ひずみ関係は次式に示す Ramberg-Osgood 則[4] にて表わされるとする。

$$\varepsilon_t=\frac{\sigma_t}{E}\left[1+\frac{3}{7}\left(\frac{\sigma_t}{\sigma_Y}\right)^{m-1}\right] \tag{15}$$

ここで ε_t, σ_t はそれぞれ単軸ひずみ，単軸応力であり，m は加工硬化指数である。式(15)を無次元表示すると次式を得る。

$$E^*e_t=s_t\left[1+\frac{3}{7}\left(\frac{s_t}{\sigma_Y^*}\right)^{m-1}\right] \tag{16}$$

ただし $e_t=E_0\varepsilon_t/\sigma_{Y0}$, $s_t=\sigma_t/\sigma_{Y0}$ である。本研究で用いる低炭素鋼の場合，$m=50$ に相当する。焼

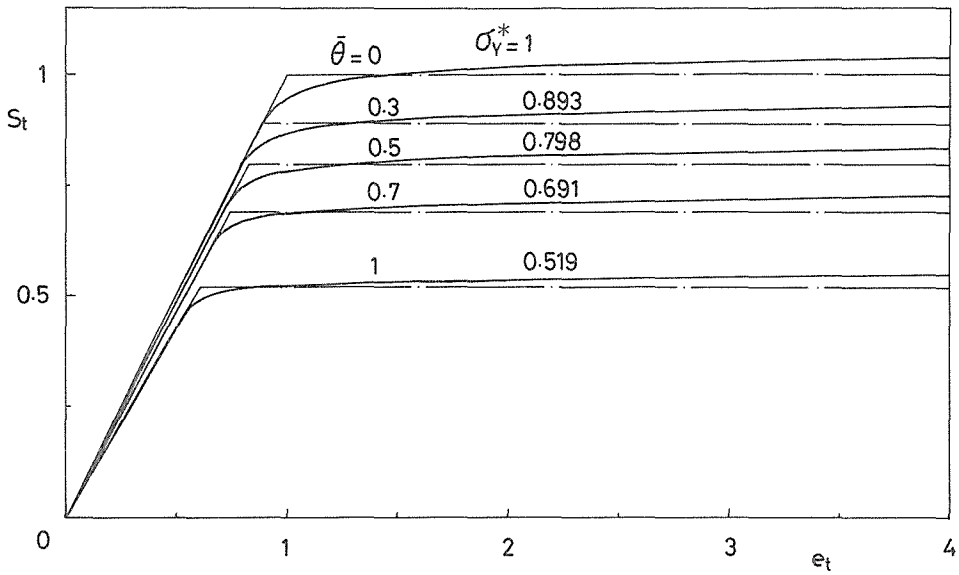

図 1 温度場における Ramberg-Osgood 応力－ひずみ関係

もどし温度 $T_0=450$℃ とし，各温度 $\bar{\theta}$ における $m=50$ の応力－ひずみ関係を図1に示す。σ_Y^* は各温度における降伏応力であり，式(3)および後述の式(25), (26)より求められる。

2. 2 温度分布

無限に長い半径 a なる丸棒の非定常熱流に対し，次の熱伝導方程式が成立する。[2],[8] ただし物体内における熱の吸収，発生はないものとする。

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial\rho^2}+\frac{1}{\rho}\cdot\frac{\partial\psi}{\partial\rho}=\frac{\partial\psi}{\partial s} \tag{17}$$

ここに

$$\psi=\int_0^{\bar{\theta}}\lambda^*(\beta)\,d\beta \tag{18}$$

である。緩慢加熱の場合，丸棒の初期温度を零度とし，表面の温度 $\bar{\theta}_s$ を次式で与える。

$$\bar{\theta}_s=1-e^{-a_1 s} \tag{19}$$

つまり式(17)に関し，

$$\text{初期条件：}\psi(s<0,\ \rho)=0,\ \text{境界条件：}\psi(s\geq 0,\rho=1)\equiv\psi_s=\int_0^{\bar{\theta}_s}\lambda^*(\beta)\,d\beta \tag{20}$$

となる。式(20)を満たす式(17)の解は文献[8]に示される手法により次式にて表わされる。

$$\psi=\psi_s+2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\alpha_n}\frac{J_0(\alpha_n\rho)}{J_1(\alpha_n)}\left\{\frac{(\lambda_1-1)a_1}{\alpha_n^2-a_1}(e^{-a_1 s}-e^{-a_n^2 s})-\frac{\lambda_1 a_1}{\alpha_n^2-2a_1}(e^{-2a_1 s}-e^{-a_n^2 s})\right\} \tag{21}$$

ただし $J_0(x)$，$J_1(x)$ はそれぞれ零次，1次の第1種ベッセル関数であり，$\alpha_n(n=1,\ 2,\ 3\cdots)$ は $J_0(\alpha_n)=0$ の正根である。式(3)と(18)より次式を得る。

$$\bar{\theta}=\frac{1}{\lambda_1}\{1-(1-2\lambda_1\psi)^{\frac{1}{2}}\} \tag{22}$$

式(21)，(22)より温度分布が算定される。一方急加熱の場合，ステップ状加熱としており，境界条件は式(19)にて $a_1\to+\infty$ とした時に相当する。従ってこの場合，式(17)の解は既知の形[8]，すなわち次式にて与えられる。

$$\psi=\psi_0\left\{1-2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\alpha_n}e^{-a_n^2 s}\frac{J_0(\alpha_n\rho)}{J_1(\alpha_n)}\right\} \tag{23}$$

ここで $\psi_0=1-(\lambda_1/2)$ である。

3. 数値計算および結果

3.1 数値計算

数値計算は，焼入れによる残留応力および残留ひずみ[2]を持つ無限に長い丸棒が，緩慢に加熱され焼もどし温度に保持される場合と，急加熱され焼もどし温度に保持される場合について行った。温度分布が定常状態に達するまでの期間に，クリープひずみおよびクリープひずみ増分を零とし，定常状態においては塑性ひずみ増分を零としてクリープひずみを算定する。数値計算の手法は既に報告[6,7]があるので詳細は省略するが，クリープひずみは，高温保持中の時間増分の間に生ずるクリープひずみ増分を式(14)などにより算定し，前の時間までに生じたクリープひずみに加えあわせてその時のクリープひずみとしている。逐次近似計算[5~7]においては，微小な時間の経過に対応して微小なひずみの変動が生ずるとして，式(6)，(8)などによりひずみを算定し，応力を式(5)などにより算定する。熱負荷を受けて丸棒が焼もどし温度に達するまでの時間を，緩慢加熱の場合は51の段階に分割し，急加熱の場合は49の段階としている。また焼もどし温度に保持する時間の段階数は50である。

次に，緩慢な加熱の場合，加熱の程度を表わす値 a_1 は以下のとおりである。

$$a_1=0.001 \tag{24}$$

また式(2)などに用いる材料物性値は[2),(6),(8)]以下のとおりである。

$$\alpha_0=1.47\times10^{-5}({}^0K^{-1}),\ \lambda_0=59.7(W/mK),\ \mathrm{E}_0=206(GP_a),\ \sigma_{Y0}=295(MP_a) \tag{25}$$

$$\alpha_1=1,\ \lambda_1=0.03335\,\mu,\ \mathrm{E}_1=0.002481\,\mu^2,\ \sigma_{Y1}=-0.035145\,\mu,$$

$$\sigma_{Y2}=-0.0054984\,\mu^2,\ \sigma_{Y3}=0.00025321\,\mu^3 \tag{26}$$

$$A=10^{7}(_{hour}),\quad n=-1.5645\,\mu\bar{\theta}+17.15,\quad \sigma_n=\sigma_{c7}=\frac{137}{2^{150(58.6\,\mu\bar{\theta}\,-400)}}(MP_a) \tag{27}$$

ここで μ は熱負荷の程度を表わすパラメータであり，$\mu=E_0\alpha_0T_0/\{(1-\nu)\sigma_{Y0}\}$ である。また，ポアソン比は温度に依存せず一定と考え $\nu=0.4$[6] とし，熱拡散率 a^+ は $a^+=9\times10^{-6}(m^2/sec)$ とする。[3] 丸棒の半径 $a=3(mm)$ としてクリープひずみを算定している。さらに式(1)にある残留ひずみは，低炭素鋼丸棒の表面が840℃に急加熱され，温度分布が定常状態に達した後急冷されるという一連の熱負荷過程において算定された値を用いており，加熱時の A_1 および A_3 変態，さらに急冷時におけるマルテンサイト変態を考慮している。[2]

3. 2 結　　果

図2に，式(19)と(24)より算出される丸棒表面温度 $\bar{\theta}_s$ と，緩慢な加熱の開始後の時間 s の関係を示す。$s=10000$ の時に表面の温度は $\bar{\theta}_s=1$ に達する。この加熱時間中，丸棒の中心と表面における温度差はごくわずかであったので，丸棒全体がほぼ一様な温度に保たれながら加熱されることがわかる。丸棒はおよそ $s=2300$ の時に，クリープ変形の存在を推定する400℃[3] に達するが，この温度におけるクリープは450℃におけるクリープに比較しごくわずか[3] である。従って本報告においては緩慢加熱中に生ずるクリープ変形を無視し，焼もどし温度450℃におけるクリープのみを考慮する。

図3に，丸棒表面($\rho=1$)における円周方向の応力 $\sigma_\theta{}^*$，クリープひずみ ε_θ^{c*}，およびクリープひずみと塑性ひずみの和 $\varepsilon_\theta^{pm*}(=\varepsilon_\theta^{p*}+\varepsilon_\theta^{c*}$，以後永久ひずみと称す)と，焼もどし温度 $T_0=450$℃ に保持する時間 s の関係を示す。急加熱の場合の結果を実線により示し，緩慢加熱の場合の結果は一点鎖線により示す。いずれの場合も，保持時間 s の経過とともに応力値は減少する。急加熱の場合，時間の経過とともにクリープひずみは増大し，永久ひずみは減少して応力値が小さくなる。緩慢加熱の場合は，時間経過とともにクリープひずみおよび永久ひずみの大きさが大きくなるが，応力値は小さくなる。

図4に，急加熱の場合について加熱開始後の時間 s における丸棒内の半径方向応力分布を示す。加熱時の応力分布を一点鎖線により示し，クリープ変形中の応力分布を実線により示す。なお，

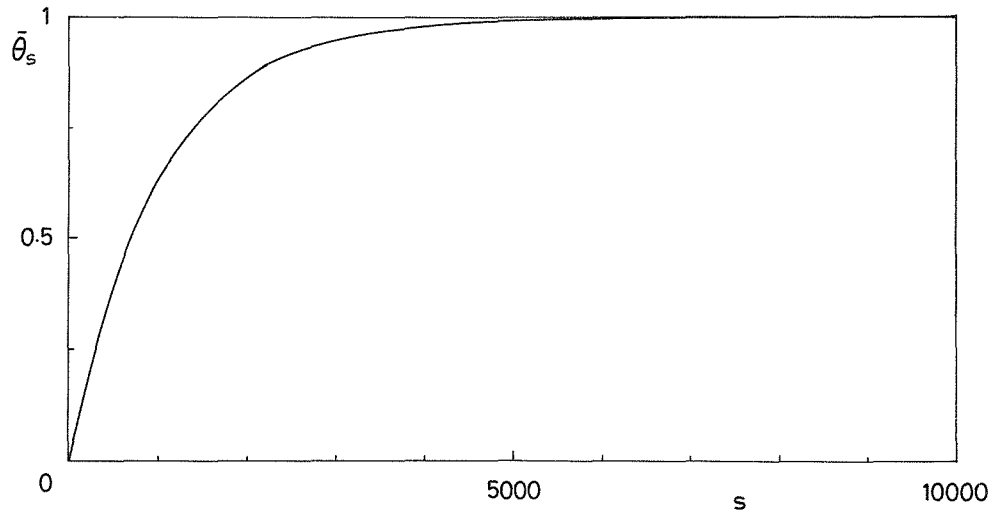

図 2　丸棒表面温度（緩慢加熱の場合）

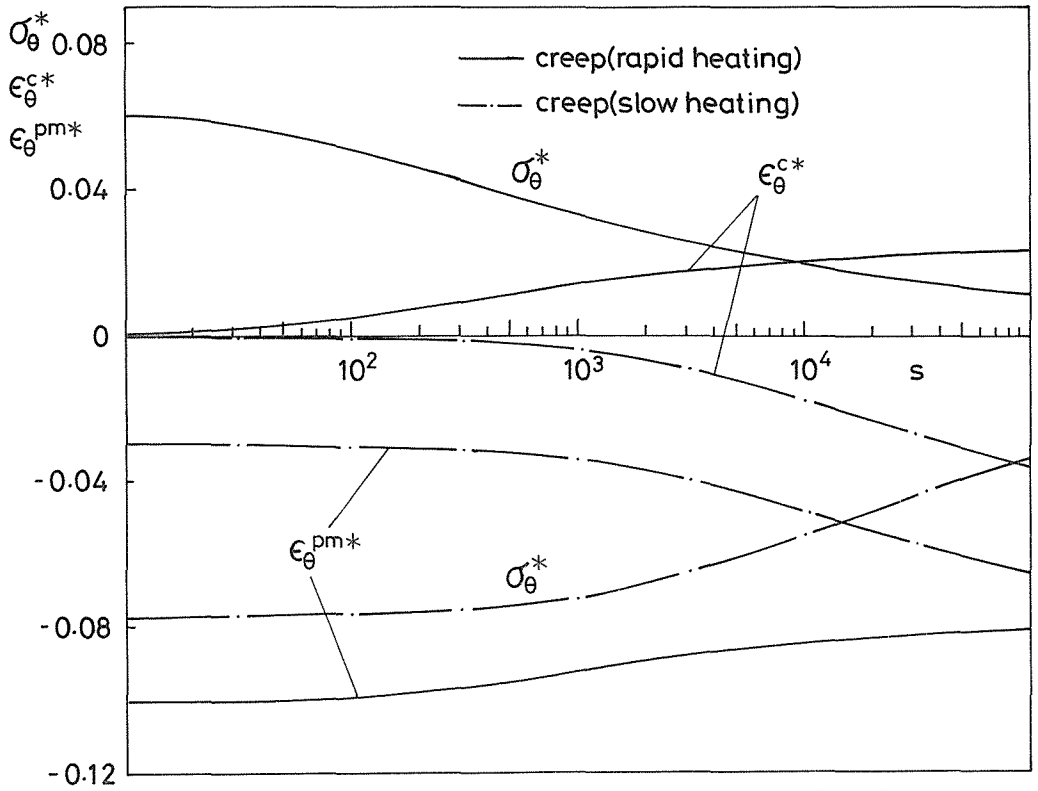

図 3 丸棒表面における円周方向の応力，クリープひずみ，永久ひずみの時間変動

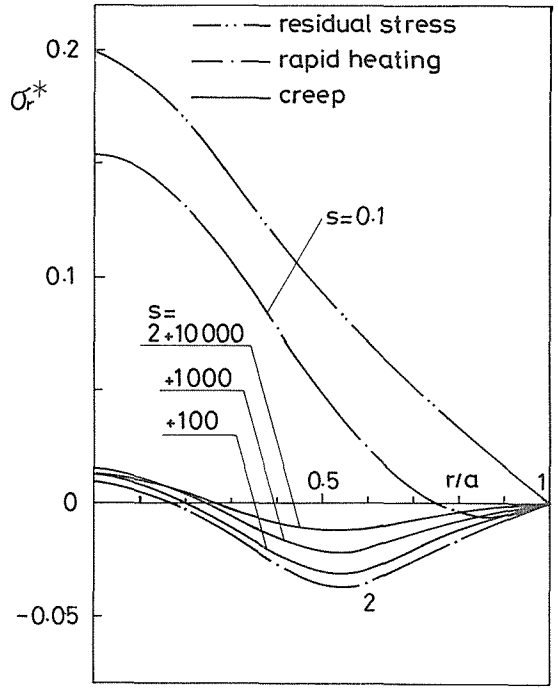

図 4 半径方向応力分布（急加熱の場合）

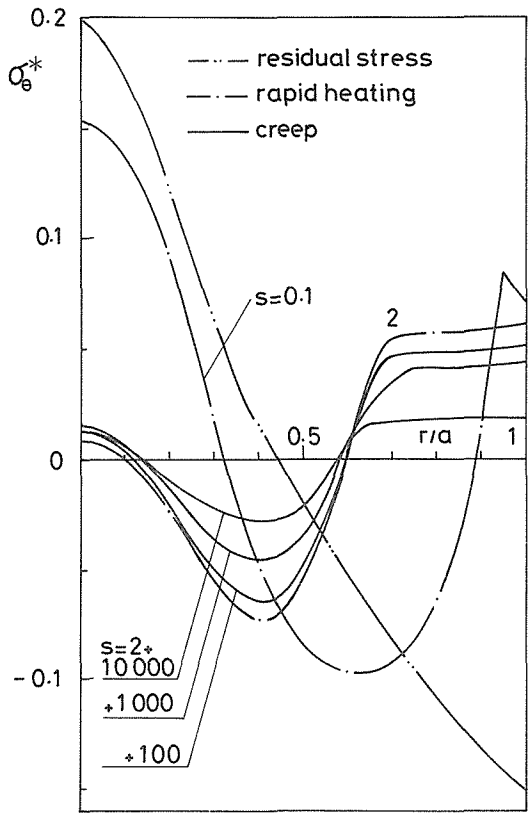

図 5 円周方向応力分布（急加熱の場合）

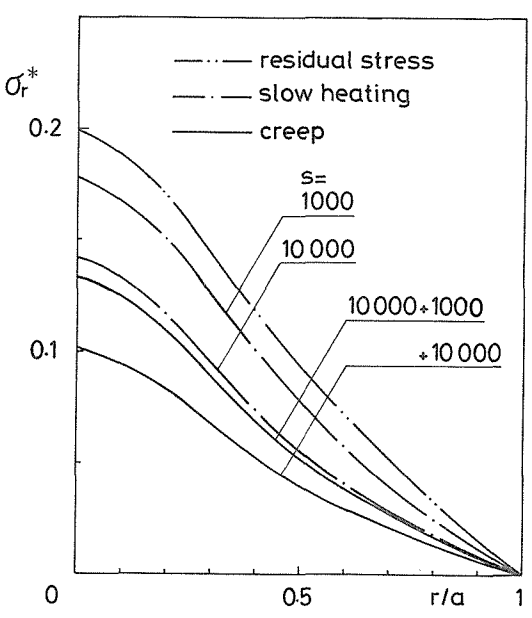

図 6 半径方向応力分布（緩慢加熱の場合）

焼入れにより生じた残留応力[2]を二点鎖線により示す。$s=2$ の時に丸棒内の温度分布は $\bar{\theta}=1$ の定常状態に達する。図中時間 $s=2+100$ は，定常状態に達した後高温に時間 $s=100$ 保持したことを意味し，+1000 なども同様である。加熱直後の $s=0.1$ の時に丸棒中心部において残留応力値よりも小さな値となり，表面近傍においては負の応力値となる。$s=2$ の時には，丸棒中心部をのぞき，残留応力に比較し反対符合の応力値となり，丸棒全体にわたり小さな値となる。保持時間の経過とともに応力分布曲線はなだらかになり，応力緩和が進行する。図5に，急加熱の場合について加熱開始後の時間 s における丸棒内の円周方向応力分布を示す。応力分布曲線の種類，および時間 s の表示法は図4に示す σ_r^* の分布と同様である。σ_θ^* は，$s=0.1$ の時には丸棒中心部においては残留応力値より小さいが，表面近傍において残留応力と逆符号の引張り応力値となる。焼もどし温度に保持する時間の経過に従って，σ_r^* 同様，応力の緩和が進行する。図中には示さないが，さらに保持時間を長くすると，σ_r^*，σ_θ^* ともにさらに応力の緩和が進行し，応力の分布曲線は丸棒全体にわたりゆるやかとなる。

図6に，緩慢加熱の場合について加熱開始後の時間 s における半径方向応力分布を示す。図中，分布曲線の種類，時間 s の表示法は図4に示す σ_r^* と同様である。なお加熱後丸棒が $\bar{\theta}=1$ の定常状態に達するに $s=10000$ 要す。緩慢な加熱のため，加熱開始後時間が経過するに従って丸棒全体にわたり残留応力が緩和する。図7に，緩慢加熱の場合について，加熱開始後の時間 s における円周方向応力分布を示す。応力分布曲線の種類，時間 s は図4に示す σ_r^* と同様に表示している。σ_θ^* も σ_r^* 同様，加熱後応力の緩和が進行し，この傾向は焼もどし温度に保持中も同じである。し

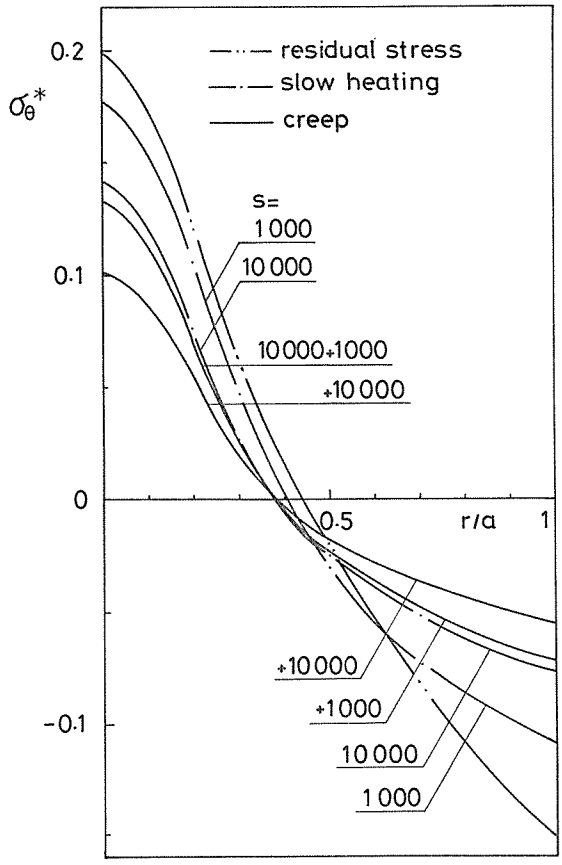

図 7　円周方向応力分布（緩慢加熱の場合）

かし急加熱の場合のように，焼もどし温度に加熱する際に表面に引張りの応力が生ずることはなく，ただ応力が緩和するのみである。なお，焼もどし温度に $s=10000$ 以上保持すると，当然の事ながら応力の緩和がさらに進行する。

4. 結　　言

焼入れされて残留応力および残留ひずみを持つ鋼の丸棒が，450℃にて焼もどしされる際の熱弾塑性クリープ解析を行い，以下の結論を得た。ただし丸棒はその表面が 450℃に急加熱され，丸棒全体が温度分布の定常状態に達したのち，焼もどし温度に保持される場合と，緩慢に加熱された後焼もどし温度に保持される場合を考えた。加熱後焼もどし温度に達する間のクリープ変形と，焼もどし温度に保持する際の物理的第1期クリープは無視し，焼もどし温度に保持する際の定常クリープを Norton の法則により算定した。数値計算は，Mendelson の方法である逐次近似法(the method of successive elastic solutions) に依った。

(1)　急加熱する場合，温度分布の定常状態に達した時に，丸棒表面において引張りの応力を生ずる。焼もどし温度に保持する間には，丸棒全体にわたり応力値は著しく減少する。この応力緩和はクリープ変形の進行のためである。

(2)　緩慢に加熱する場合も，焼もどし温度に保持する間に応力緩和が進行するが，急加熱する

場合に比較し焼入応力低減の程度は小さい。

(3) 焼入材の残留応力低減を考えるうえで，焼もどしは急速に加熱し焼もどし温度に保持する方が効果が大きいが，この急速加熱により丸棒表面に引張りの応力が生ずるため，焼もどし割れの危険があり，注意を要する。

参 考 文 献

(1) 井上達雄・原口賢一・木村茂人；材料，25(昭51)，273，p 521～526.
(2) 菅原幸夫・石川博将・秦　謹一；日本機械学会論文集・48(昭57)，433 A，p 1209～1216.
(3) Odqvist, F. K. G.,; Mathematical Theory of Creep and Creep Rupture, 2nd ed. (1974), Clarendon Press.
(4) Ramberg, W., and Osgood. W. R.; NACA TN, 902 (1943).
(5) Mendelson, A.; Plasticity, Theory and Application, (1968), p 164, Macmillan.
(6) Ishikawa, H; J. Thermal Stresses; 3 (1980), p 9～20.
(7) 石川博将；日本機械学会論文集・43(昭52)，375，p 4019～4028.
(8) Carslaw, H. S., and Jaeger, J. C.; Conduction of Heat in Solids. 2nd ed. (1959), Clarendon Press.