HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	パラメトリック・ノンパラメトリック曲面の融合
Author(s)	木下, 正博; 沖野, 教郎; 嘉数, 侑昇
Citation	北海道大學工學部研究報告, 121, 9-22
Issue Date	1984-05-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41870
Type	departmental bulletin paper
File Information	121_9-22.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第121号（昭和59年）

Bulletin of the Faculty of Engineering.
Hokkaido University, No. 121 (1984)

パラメトリック・ノンパラメトリック曲面の融合

木下正博　沖野教郎　嘉数侑昇

（昭和58年12月27日受理）

Combination of Parametric and Non-parametric primitives in Geometric Modeling

*Masahiro KINOSHITA,** Norio OKINO,*** Yukinori KAKAZU

(Received December 27, 1983)

Abstract

This paper describes the manner in which the parametric and non-parametric primitives are combined for modeling of 3-D geometry. Theoretically, it is assumed that this combination problem has no solution.

By introducing the concept distance, both spaces can be changed in a kind of Norm Space. Here, the Penalty Function who developed as a Pseudo distance function, and by applying this function, both primitives can be treated in the same Penalty Space. As a result, both primitives can be used for geometric primitives for CSG.

1. まえがき

CAD (Computer Aided Design) 化が困難であると言われてきた3次元形状を扱う機械工学／産業においてもCAD/CAM (Computer Aided Manufacturing) システムの導入は必然のものとなりつつある。しかるに，いわゆる初等幾何形状からなる部品群を対象としたCAD/CAMシステムなどにおいては，しばしばノンパラメトリック空間で曲面表現がなされ，他方，航空機あるいは自動車のボディ設計/加工，すなわち自由曲面の設計/加工を行うCAD/CAMシステムではパラメトリック空間での処理がなされてきた。通常この2つのシステムは独立して存在し，両者の結合は困難であるとされて来た。

本研究は，距離評価法を用いて両者の一体化を図ることを目的とする。

2. 問題の設定

ノンパラメトリック空間とパラメトリック空間は本質的に異なる空間に属する。CAD/CAMの分野ではボリュームを持つ形状は前者で表現し，その表面のみが対象となるような形状は後者

*Assistant Researcher
**Professor.
***Associate Professor.
精密工学科

の空間内で取扱うのが従来の流れである。ところが，実際にはこの両者が混在したような形状が数多く存在する。また，両者を同一システムで取扱いたい旨の要望も強いものがある。

これらのことを考慮して本研究では幾らかの制約条件付きではあるが，両者の融合を図るような形状処理法を開発することを考える。

3. ノンパラメトリックとパラメトリック曲面

3.1 ノンパラメトリック曲面

ノンパラメトリック曲面では，陽関数表現と陰関数表現によるものがある。前者は次式で表わされる。

$$z = f(x, y) \tag{1}$$

上式は，ある2次元平面上の点 (x, y) に対しzがただ一つ決まるという性質をもち，解析的にz値を求めるのは容易である。しかし閉じた曲面，あるいは多価関数曲面を表現できない。これは次式のように陰関数表現すれば解決できる。

$$f(x, y, z)=0 \tag{2}$$

しかし，曲面上の点の位置ベクトルを定めるためには，方程式の根を求める必要があり，これは，関数の次数が高くなれば非常に困難になる。しかし，一般にCAD/CAMで扱う形状表現の数式は，そう高次のものとはならない。ノンパラメトリック曲面の場合，これら二つのどちらの表現方法を採っても全体座標系に常に陽に関連付けられているので，たとえ局所座標系で形状が表現されていても，全体的把握はこれを行うことができる。また，もしも形状表現のための数式が不等式で構成されていても，全体座標系内の一点と形状との関係は一意に定めることができる。ここでいう関係とはその点が形状の表面に存在する，形状に含まれる，あるいは含まれない等である。すなわち，このことは形状サイドからみると空間をある領域に分割可能であることを示す。

3.2 パラメトリック曲面

$$\begin{aligned} x &= \cos\theta \sin\varphi \\ y &= \sin\theta \sin\varphi \\ z &= \cos\varphi \end{aligned} \tag{3}$$

上式は単位球面のパラメトリックな表現であるが，このように曲面のパラメトリック表現には2つのパラメータが必要となる。パラメトリック曲面では，曲面上の点の位置ベクトルはこの2つのパラメータを与えることにより定まる。ある3次元空間内の曲面上の任意の点を $\mathbf{P}(x, y, z)$ とすると，曲面式はパラメータu，wの導入により次式で表わせる。

$$\begin{aligned} x &= f_x(u, w) \\ y &= f_y(u, w) \\ z &= f_z(u, w) \end{aligned} \tag{4}$$

通常u，wは式(5)の如く正規化する。

$$0. \leqq u \leqq 1., \quad 0. \leqq w \leqq 1. \tag{5}$$

パラメトリック曲面は閉じた曲面や多価関数曲面の表現に適している。曲面はパラメータ平面であるuw平面上の領域D′の各点 (u, w) に対して定義されており，パラメータu，wはD′の中で変化する。しかし，曲面上の点からパラメータu，wを求めることは曲面式として使われる

ブレンディング関数 f_x, f_y, f_zの次数等に依存し，一般に困難である。また3次元空間の任意の点と形状との関係もこれを定めることは困難である。これはパラメトリック空間では常にある点（曲面表面）しか定義されないことに原因がある。パラメトリック曲面を図1に示す。

3.3　融合の方法

上述の如く完全にその性質の異なる空間を理論的に融合する問題を他の問題に置換してその解決を図る。それは距離の概念の導入である。すなわち，両者とも距離の測定が可能なように関数にある制約をつけて3次元空間内のある一点と形状間の関係が一意に定まるようにする。この結果を用いて両者の融合，すなわち，形状処理を実行することを考える。

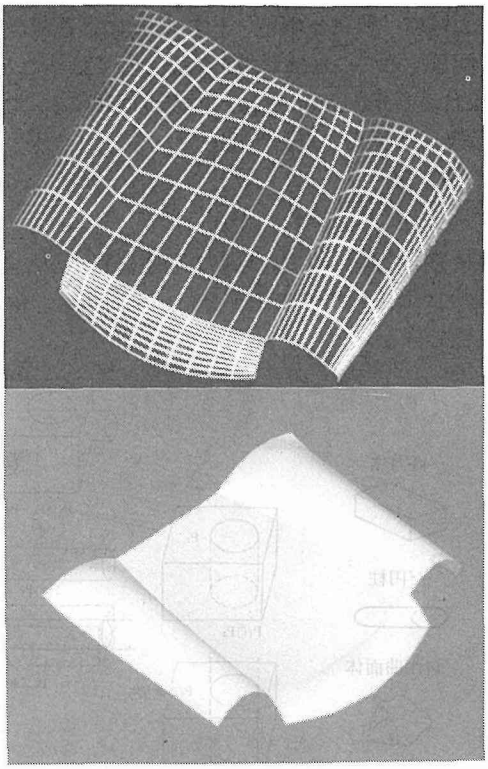

図1　パラメトリック表現された自由曲面

4.　ペナルティ関数による距離評価法

4.1　形状モデリング

形状モデリングは機械，建築，土木，造船など多くのCAD/CAMにおいて部品あるいは構造物を設計する際不可欠なものである[3]。これは計算機内部で，どのように3次元形状を認識するかという問題であり，あらゆるアプリケーションに利用できる情報を持つ必要がある。定義法として，ワイヤモデル，サーフェースモデル，さらにソリッドモデルが存在するが，前二者は共に情報の完備性でソリッドモデルに較べ問題点が多い。たとえばサーフェースモデルでは，サーフェース，すなわち形状の境界はすべて定義されるが，境界のどちら側に被定義形状の存在空間があるかという実体部を陽に定義できない。パラメトリック曲面による形状表現もサーフェースモデルの一

種であり，いわゆる自由曲面のモデリングによく使用されるが，この問題は同じである。ワイヤモデルについては，さらに問題があり CAD/CAM への適用は困難である。結局，完全な 3 次元形状を扱うにはソリッドモデルを使わなければならない。第 2 章の問題の設定でも述べたように換言すれば，本研究ではソリッドモデルとパラメトリック・サーフェースモデルの融合を図ることを目的とすることになる。具体的にはソリッドモデラーとして TIPS-1 システムを用い，パラメトリック・サーフェースモデルとして Bezier 曲面式を用いる。

4.2 TIPS-1 における形状モデリング

図 2 に示すように TIPS-1[6]では初等幾何学で表現できるプリミティブと呼ばれる基本形状を用意し，それらのセットオペレータによって形状を表現する(図2, 3)。形状のトポロジーを定義するデータ構造は二層構造といい，和集合オペレータ (∪) による結合と積集合オペレータ (∩) による結合を二層に分けて配置する。これは形状を集合として扱うことから，ソリッドモデルの中でも特に CSG (Constructive Solid Geometry) の表現に属する。ここで存在形状を P，除去形状を Q で表わすと全体形状 S は次式で表わされる。

$$S=\bigcup_{i=1}^{m}\left(\bigcap_{j=1}^{n}P_{ij}\right)-\bigcup_{i=1}^{m'}\left(\bigcap_{j=1}^{n'}Q_{ij}\right) \tag{6}$$

これはポインターなどの連結をもたないので，定義の順序に制約がなくなり，トリー構造のモデラーのように定義順序の変更による形状の変化がない。すなわち，結合順序に関係なく同じボリュームを持った形状を表現できる。

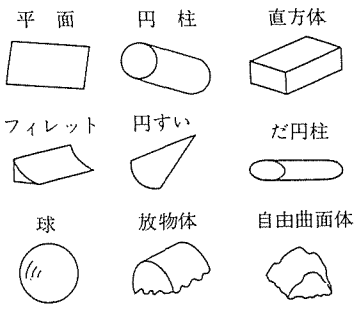

図2 TIPS－1のプリミティブ

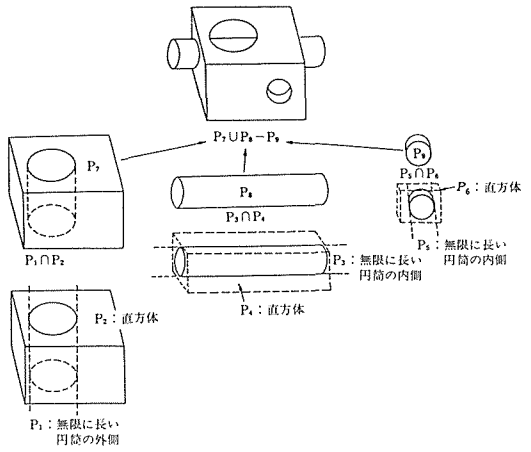

図3 セットオペレータによる結合

4.3 ペナルティ関数の設定

形状を計算機内部に格納するためには，それを何らかの方法で数式化して格納しなければならない。形状は数学的に 3 次元空間中の閉じた領域の集合 S として扱うことができるので，形状の占める空間は不等式群の集合 G (**X**) によって定義できる。すなわち，形状 S は

$$S=\{\mathbf{X}|G(\mathbf{X})\geq 0\} \tag{7}$$

境界面 S_Bは

$$S_B=\{\mathbf{X}|G(\mathbf{X})=0\} \tag{8}$$

ここで

$$G(\mathbf{X})=\bigcup_{i=1}^{n}\bigcap_{j=1}^{m}(G_{ij}(\mathbf{X})\geqq 0) \tag{8}'$$

関数F_Bを次のように与えると

$$F_B=\prod_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}(|R_{ij}(\mathbf{X})|^2) \tag{9}$$

ここで

$$R_{ij}(\mathbf{X})=\begin{Bmatrix} 0 & |G_{ij}(\mathbf{X})<0 \\ G_{ij}(\mathbf{X}) & |G_{ij}(\mathbf{X})\geqq 0 \end{Bmatrix} \tag{9}'$$

となり，F_Bは形状の境界で0，内部で正，外部で負の値をとり，境界から離れるに従って値は大きくなる。F_Bは距離そのものである必要はなく，さらに加工した値であってもよい。$\mathbf{X}$は3次元空間内の任意の点の位置ベクトルである。よってF_Bは表面から離れることによって与えられる罰則的値とみなしてもよく，この意味でペナルティ[1]とも呼ぶ。ペナルティを距離(Distance)関数の意味でD($\mathbf{X}$)で表わし，その様相を図4に示す。これによって任意の1点$\mathbf{X}$を与えるとき，この点が形状の内外あるいは境界面のいずれにあるかを知るとともに，複数の点をとるときいずれが境界面により近いかを判定することができ，図5に示す距離による空間を設定することができる。具体的にはNC加工，ロボット制御などで，工具あるいはアームをどの程度物体に近づけることができるかなどのコリージョンチェックの自動化，工具，アームの動作認識等の処理において非常に重要である。これによって工具軌跡の間隔を一定にするような理想的な処理が可能となる。つまり，ソリッドモデルでは境界のみではなく，その内外部も同時にモデリングする必要があるわけである。

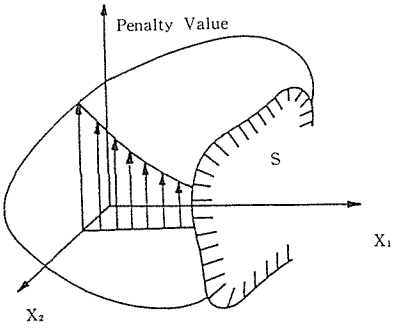

図4　ペナルティ関数の様相

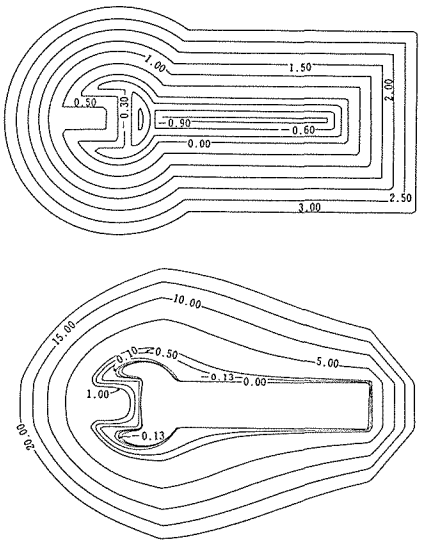

図5　距　離　空　間

5. パラメトリック曲面の距離評価

前述したようにパラメトリック曲面はパラメータ空間に定義されているため，これを3次元空間で距離評価するためには何らかの制約を与え，絶対座標系で処理しなければならない。そこで次の境界評価のための必要条件を与える。

① 空間点 $\mathbf{X}$ (x_0, y_0, z_0) が曲面上にあれば $D_B = 0$

② $D_B = f^1(D)$　　f^1：単調増加関数

D：$\mathbf{X}$からの距離

条件②は多価関数曲面，閉じた曲面を扱わないことを意味し，扱おうとすれば条件を満たすように分割し，処理する。曲面はサーフェースのみであるが，一般的な形状は他の形状との結合によって表わされている。そこで x，y，z 3軸のある軸方向についてボリュームを付加した曲面を考える。ここで図6に示すように，z の値をペナルティとするような関数をセットする。条件①，②より $D_B = z_0 - F(x_0, y_0)$ とし，$z = F(x, y)$ と表現する必要がある。式(4)の x，y 成分式より，

$$\begin{aligned} f_x(u, w) - x_0 &= 0 \\ f_y(u, w) - y_0 &= 0 \end{aligned} \qquad (10)$$

式(10)を u，w に関して解き，式(5)の条件を満たすものを式(4)の z 成分式に代入し，z すなわち $F(x_0, y_0)$ を得ることができる。ここで，スロープが無限大となるようなケースは，$D_B = y_0 - F(z_0, x_0)$，$D_B = x_0 - F(y_0, z_0)$ のように座標系を変更し評価する。本来，図7に示すように空間点$\mathbf{X}$が曲面上の点の法線ベクトルにのるようにセットし，距離評価を行うのが理想的であるので，それが解析的に可能かどうかは別として，その方法を述べる。空間点を $\mathbf{X}(x_0, y_0, z_0)$，$\mathbf{X}$ を通る法線ベクトルを持つ曲面上の点を $\mathbf{P}(x_1, y_1, z_1)$ とすると，法線ベクトル (J_x, J_y, J_z) は次式によって決定される。

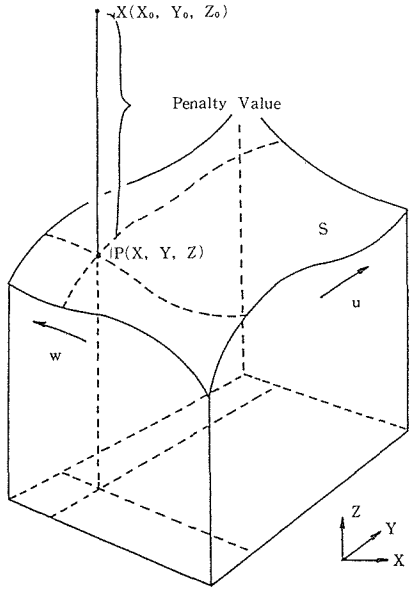

図6　z＝F(x，y) に変換する方法

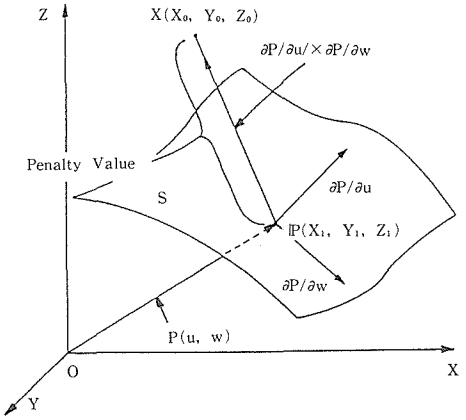

図7　法線ベクトルを利用する方法

$$\left(\frac{\partial p}{\partial u}\times\frac{\partial p}{\partial w}\right)=\left\{\left(\frac{\partial y\,\partial z}{\partial u\partial w}-\frac{\partial y\,\partial z}{\partial w\partial u}\right),\left(\frac{\partial z\,\partial x}{\partial u\partial w}-\frac{\partial x\partial z}{\partial u\partial w}\right),\left(\frac{\partial z\,\partial y}{\partial u\partial w}-\frac{\partial y\,\partial z}{\partial u\partial w}\right)\right\}$$

$$=(J_X,\ J_Y,\ J_Z) \tag{11}$$

Xが法線ベクトル上にあるためには次の2式を満たさなければならない。

$$\frac{x-x_1}{x_0-x_1}=\frac{y-y_1}{y_0-y_1}=\frac{z-z_1}{z_0-z_1}=\alpha \tag{12}$$

$$\frac{J_x-x_1}{x_0-x_1}=\frac{J_y-y_1}{y_0-y_1}=\frac{J_z-z_1}{z_0-z_1}=\alpha \tag{13}$$

式(12)(13)を解き x_1, y_1, z_1を求めると **XP** 間の距離すなわち D_Bは次式で与えられる。

$$D_B=\sqrt{(x_0-x_1)^2+(y_0-y_1)^2+(z_0-z_1)^2} \tag{14}$$

この方法は理想的であるが曲面が面分であるため，面分の境界で空間点の関係を認識しずらいという問題がある。よってここでは $z=F(x, y)$ に変換する方法を主に考察する。

6. Bezier 関数向き距離関数の導出

6.1 Bezier 曲面の場合

パラメトリック曲面にはブレンディング関数を用いた Coons, Bezier, B-Splime[2]などのすぐれた曲面式があるが，ここではコントロールポイントを与えることによって曲面を創成する Bezier 曲面を用いて距離関数[4]の導出を行う。

Bezier 曲面は次式に示すカルテジアン積曲面の形式で表わすことができる。

$$F(u,\ w)=\sum_{i=0}^{n}\sum_{j=0}^{n}B_{i+1,\,j+1}\,J_{n,i}(u)K_{m,j}(w) \tag{14'}$$

ここで B はコントロールポイントを表わすテンソルであり，n, m はそれぞれ u, w 方向のテンソル要素数である。9頂点であれば，

$$B=\begin{bmatrix}B_{1,1} & B_{1,2} & B_{1,3}\\ B_{2,1} & B_{2,2} & B_{2,3}\\ B_{3,1} & B_{3,2} & B_{3,3}\end{bmatrix} \tag{15}$$

となり，$J_{n,i}(u)$, $K_{m,j}(w)$は

$$J_{n,i}(u)=\binom{n}{i}u^i(1-u)^{n-i},\quad K_{m,j}(w)=\binom{m}{j}w_j(1-w)^{m-j} \tag{16}$$

ここで，これを u, w について解き u, w を消去すればノンパラメリックな式になるが，一般に高次式を解析的に解くことは困難であるため，9頂点ポリゴン Bezier 曲面について考察する。

9頂点 Bezier 曲面は(14)(15)(16)式より次式で与えられる。

$$F(u,w)=\begin{bmatrix}(1-u)^2 & 2u(1-u) & u^2\end{bmatrix}[B]\begin{bmatrix}(1-w)^2\\ 2w(1-w)\\ w^2\end{bmatrix} \tag{17}$$

ここで,

$$F(u,w)=\begin{bmatrix}(1-u)^2 & 2u(1-u) & u^2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}2(-B_{1,1}+B_{1,2})w+B_{1,1}\\2(-B_{2,1}+B_{2,2})w+B_{2,1}\\2(-B_{3,1}+B_{3,2})w+B_{3,1}\end{bmatrix} \tag{18}$$

式(18)は，式(19)の条件を与えた結果である。

$$B_{1,2}=\frac{B_{1,1}+B_{1,3}}{2},\quad B_{2,2}=\frac{B_{2,1}+B_{2,3}}{2},\quad B_{3,2}=\frac{B_{3,1}+B_{3,3}}{2} \tag{19}$$

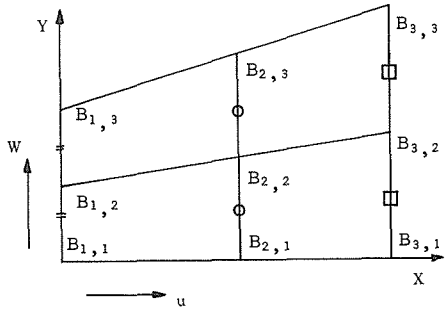

図8 コントロールポイントの配置

式(19)は具体的にには xy 平面において図8に示すようにw方向のコントロールポイントの中点が2分割するように配置されている場合である。Z値は任意に与えることができる。

式(18)より，

$$F(u,w)=2\{(-B_{1,1}+B_{1,2}+2B_{2,1}-2B_{2,2}-B_{3,1}+B_{3,2})u^2+2(B_{1,1}-B_{1,2}-B_{2,1}+B_{2,2})\}w+(B_{1,1}-2B_{2,1}+B_{3,1})u_2+2(-B_{1,1}+B_{2,1})u+B_{1,1} \tag{20}$$

上式は式(4)のX, Y, Z成分を同時に表わしている。これから，u, wを消去し，ノンパラメトリックな式にするためには第5章で議論した結果より z=F（x, y）と表現する必要がある。Zの値を関数とするには，X, Y成分式を連立させ，u, wを求め，それをZ成分式に代入する方法が簡明で，しかも計算機向きである。まず，テンソルのX成分をAによって表わし，

A 1 $=A_{1,1}$, A 2 $=A_{1,2}$, A 3 $=A_{1,3}$, A 4 $=A_{2,1}$, A 5 $=A_{2,2}$, A 6 $=A_{2,3}$, A 7 $=A_{3,1}$, A 8 $=A_{3,2}$, A 9 $=A_{3,3}$とおく。

さらに

AA 1 =A 1 − 2 A 4 +A 7
AA 2 =−A 1 +A 4
AA 3 =A 1 −X
AA 4 =−A 1 +A 2 + 2 A 4 − 2 A 5 −A 7 +A 8
AA 5 =A 1 −A 2 −A 4 +A 5
AA 6 =−A 1 +A 2

とおくとX成分による式は

$$w=\frac{AA1u^2+2AA2u+AA3}{-2(AA4u^2+2AA5u+AA6)} \tag{21}$$

同様にY成分による式も得られ，BBで表わすと，

$$w=\frac{BB1u^2+2BB2u+BB3}{-2(BB4u^2+2BB5u+BB6)} \tag{22}$$

式(21), (22)より

$$(AA1u^2+2AA2u+AA3)(BB4u^2+2BB5u+BB6)$$
$$=(AA4u^2+2AA5u+AA6)(BB1u^2+2BB2u+BB3) \quad (23)$$

(23)式より

$$(AA1BB4-AA4BB1)u^4+2(AA1BB5+AA2BB4-AA4BB2-AA5BB1)u^3$$
$$+(AA1BB6+4AA2BB5+AA3BB4-AA4BB3-4AA5BB2-AA6BB1)u^2$$
$$+2(AA2BB6+AA3BB5-AA5BB3-AA6BB2)u+AA3BB6-AA6BB3=0 \quad (24)$$

(24)式は

$$\mathbf{A}u^4+\mathbf{B}u^3+\mathbf{C}u^2+\mathbf{D}u+\mathbf{E}=0 \quad (25)$$

となり，uについての4次式で，これを解けばuを得ることができる。ただし，$0.\leqq u\leqq 1.$という条件を満たすもののみ解として採用する。4次方程式の根を求めるために，Ferrari[5]の公式を用いる。uを式(21)に代入し，wを求めそれを(18)式のZ成分式に代入しz値を得る。ここまでの処理でx, yが与えられたときの曲面上の点の位置ベクトルを判定することができ，距離関数を設定できる。

6.2　Bezier曲線による回転体の場合

回転体は基本的に平面内の2次元的距離評価を行えばよい。すなわち，空間点$\mathbf{X}(x_0, y_0, z_0)$が与えられたとき，$z=z_0$の平面をセットし，回転軸からの距離関数を設定する（図9）。これは一般曲面に較べ判定しやすく，常に回転軸を中心としてボリュームを考えることができる。今，図10に示すような$(x_r, y_r)=(0.,0.)$のz軸を回転軸とし，xz平面に定義された3頂点Bezier曲線の集りによる回転体を考える。まず，$\mathbf{X}$の距離関数をどの曲線によって設定するかを決定する。次に，その曲線式をノンパラメトリックな形式に変換する。パラメータをt，コントロールポイントをPで表わすと，3頂点Bezier曲線を次式で表わされる。

$$F(t)=(1-t)^2p_1+2s(1-t)p_2+t^2p_3,\ 0.\leqq t\leqq 1. \quad (26)$$

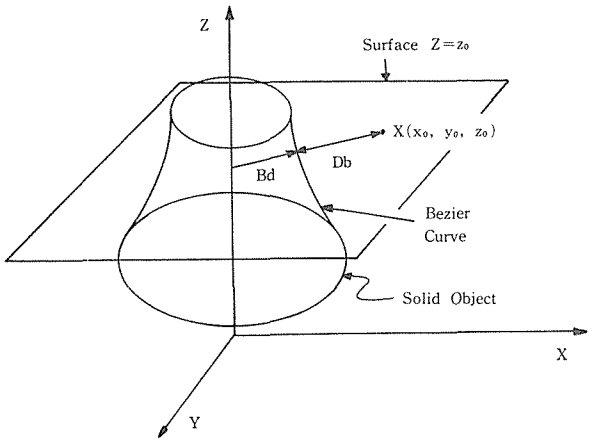

図9　$Z=z_0$ の平面

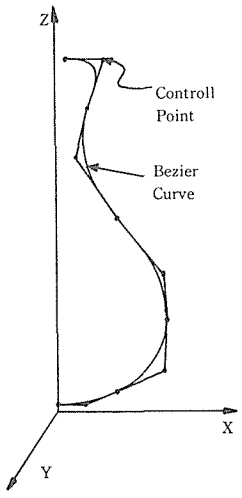

図10　3頂点Bezier曲線

式(26)より

$$F(t)=(p_1-2p_2+p_3)t^2-2(p_1-p_2)t+p_1 \tag{27}$$

ここで，$Z=z_0$の平面を決定するためにZ成分式よりtを決定する。式(26)より，

$$t=\frac{(P_1-P_2)\pm\sqrt{(P_1-P_2)^2-(P_1-Z_0)(P_1-2P_2+P_3)}}{P_1-2P_2+P_3} \tag{28}$$

式(28)を式(26)のX成分式に代入すると曲線上の点の位置ベクトル $\mathbf{B}(x_1, z_0)$ が得られ，この時$\mathbf{X}$と回転軸との距離X_Dは次式となる。

$$X_D=\sqrt{(x_o-x_r)^2+(y_o-y_r)^2}, \qquad x_r=y_r=0 \tag{29}$$

さらに曲線上の点$\mathbf{B}$と回転軸との距離は

$$B_D=\sqrt{(x_1-x_r)^2}, \qquad x_r=0 \tag{30}$$

式(29)(30)より距離関数D_Bは次式で設定できる。

$$D_B=B_D-X_D \tag{31}$$

7. 両曲面融合実験

式(7)は半空間領域に続する点で形状表現する方法で，その点は不等式表現されたノンパラメトリック曲面Gij(**X**)に属する。そのときの距離関数としてのペナルティ関数は式(9)で与えられる。前章の議論に基づき，パラメトリック空間においてもある制約をおいた場合には，距離関数としてのペナルティ曲面を設定できることが示された。よって導出された〝情報〟も，両曲面の融合

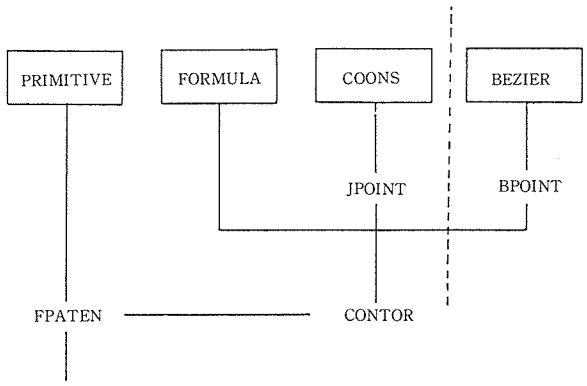

図11 境界評価用ルーチン

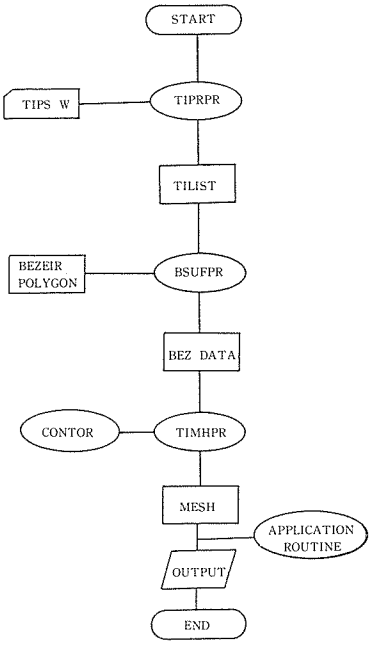

図12 ジェネラルフロー

を図る際の尺度として使用することができる。以下に具体的数値実験を行ったので概説する。

ソリッドモデラーTIPS-1において上記実験を行うため，Bezier関数用距離評価ルーチンBPOINTを用意した。TIPS-1では，図11に示すように基本形状に関してはFPATEN，その他のものについては，CONTORとして数式，あるいは距離評価用プログラムをコールする形で用意される。ジェネラルフローを図12に示す。これによってBezier曲面も他のプリミティブと同様に処理される。たとえば図13のような形状では，パラメトリックに定義された曲面と，ノンパラメトリックに定義された直方体，円柱とのセットオペレータを行う。それはパラメトリック曲面の距離評価を行い，Z方向の曲面下方に無限のボリュームをセットし，直方体との積集合オペレータ後，円柱を取り除くことである。このように距離評価により，パラメトリック曲面と他のノンパラメントリック形状とのセットオペレータが可能となる。

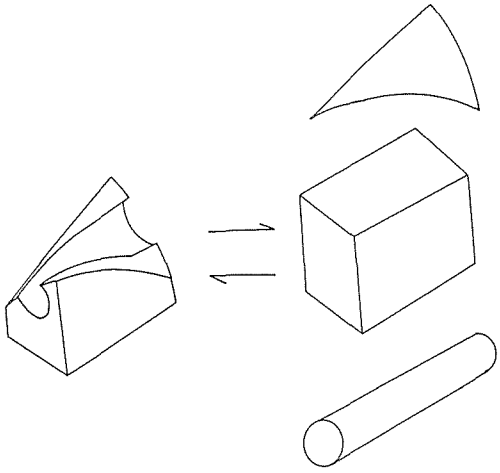

図13 曲面とプリミティブのセットオペレータ

実験結果を図14以降に示す。図14は一つのBezier曲面から成る形状で，コントロールポイントをxy平面上に格子状に与え，z値を操作することにより得られる。図15は2つのBezier曲面を接続し，セットオペレーターを行ったものである。面の接続はC^1級の連続を図るようにコントロールポイントを配している。図16に実際的なオブジェクトであるピストンヘッドの例を示す。これは円柱の外部を除去空間とし，曲面下方のボリュームとの積集合オペレータを行っている。形状上面の等高線はパラメトリック表現されていないことを意味する。次に回転体の例を図17，図18に示す。図17は内部のつまった形状の断面図，斜視図で，図18は内部を除去したものである。これらはパラメトリックにモデリングする際に，前述の距離評価の条件の中で定義されている。言い換えれば条件の範囲内で種々の形状を表現できることを示している。

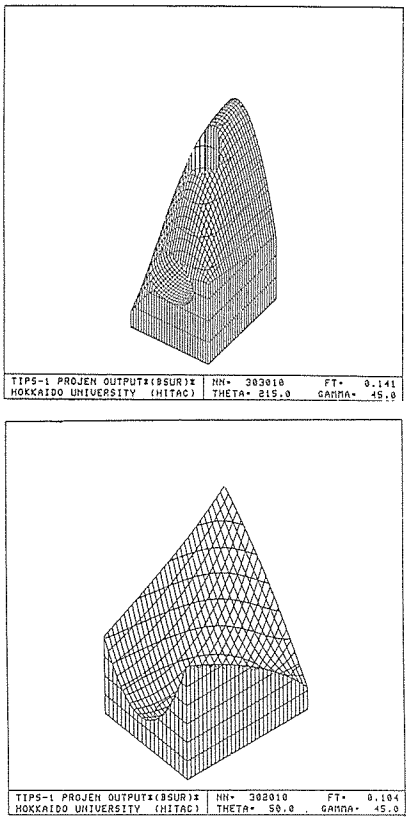

図14 1パッチBezier曲面

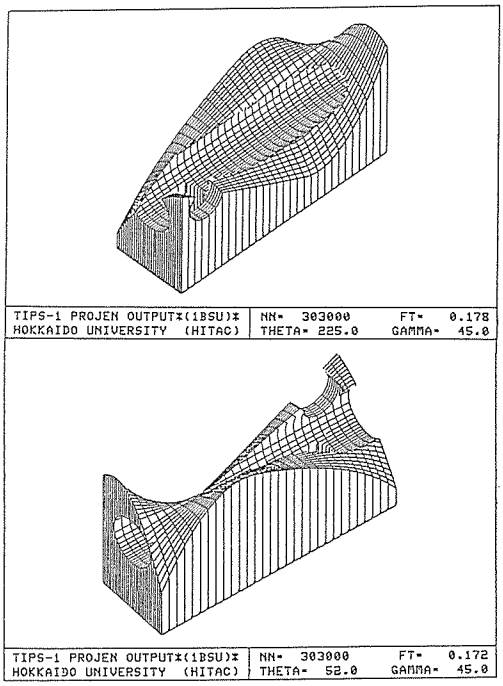

図15 2パッチBezier曲面

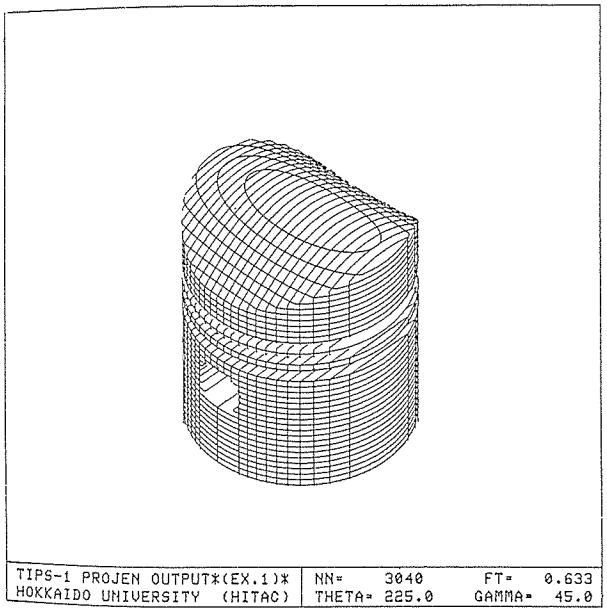

図16 ピストンヘッド

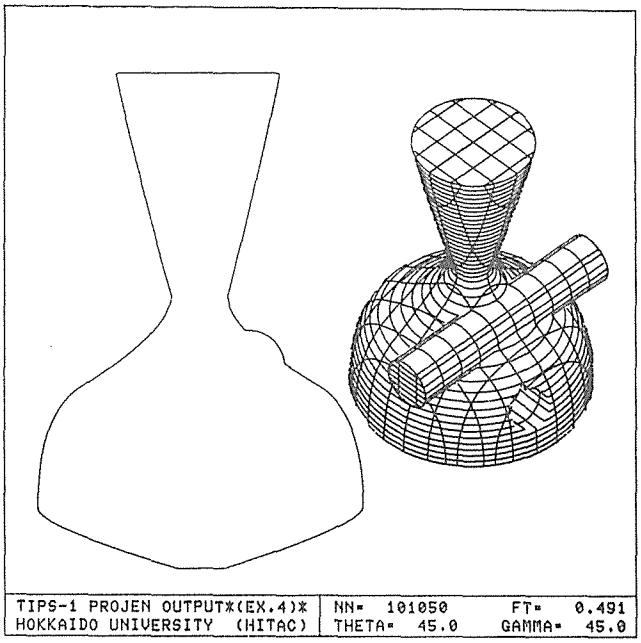

図17 回転体(1)

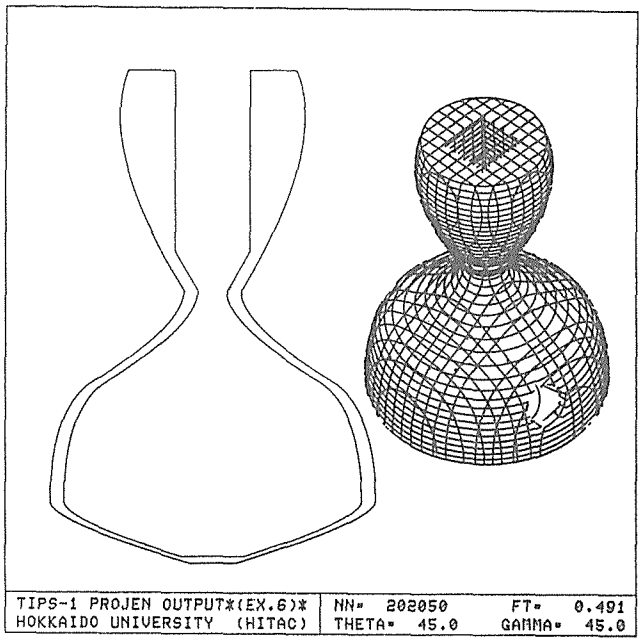

図18 回転体(2)

9. おわりに

本研究では，本来その融合の困難であるノンパラメトリック・パラメトリック空間内でそれぞれ形状モデリングされた形状情報に対し，両者の融合を図るために，距離の概念を導入し，それらの融合を図ることを試みた。具体的には，ノンパラメトリック空間においては半空間内部の集合からなる形状モデリング法にその基礎をおくソリッドモデル（CSG）と，パラメトリック空間における Bezier 曲面モデルの融合を距離関数であるペナルティ関数を導入することにより，ソリッドモデラーTIPS-1システムで一括処理できることが示された。本方法は，他のパラメトリック曲面への拡張をも考慮中である。

参考文献

1. 古川，嘉数，沖野：Object Modeling における境界評価法の研究，精密機械45巻9号.
2. D. F. Rogers and J. A. Adams：コンピュータグラフィックス（山口訳）.
3. 沖野：自動設計の方法論，養賢堂，1982.
4. 木下，沖野：パラメトリック曲面の3D空間における距離評価法，精機学会北海道支部講演論文集，1981.
5. 戸川：計算機のための数値計算
6. TIPS Working Group: TIPS-1 '77 Version Manual (Green Book)
7. 研野：自動設計法，コロナ社
8. 沖野，嘉数，久保：自動設計プロセサ TIPS-1 の開発，精密機械44巻3号.