



Title	Reissner理論による周辺固定矩形版の解析
Author(s)	大津, 聡; Otsu, Satoshi; 内山, 武司 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 123, 77-89
Issue Date	1984-10-31
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41894">https://hdl.handle.net/2115/41894</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	123_77-90.pdf



## Reissner 理論による周辺固定矩形版の解析

大 津 聡\* 内 山 武 司\*\* 土 橋 由 造\*\*

(昭和59年 6月30日受理)

### Analysis Based on Reissner Theory for Rectangular Plates With all Edges Built-in

Satoshi OTSU, Takeshi UCHIYAMA and Yoshizo DOBASHI

(Received June 30, 1984)

#### Abstract

Taking into account the shear effect for differently loaded, all-edge-built in rectangular plates of a system of series solution of Reissner type is obtained where the numerical results are comparable with those of the classic thin plate analysis.

Preliminary groundwork to its elasto-plastic development presenting the above results are intended to furnish a means of checking such an effort potentially due to finite element or other analysis, this may be supplementary to the currently available knowledge of pertinent elastic solutions since it seems insufficient other than for simply supported cases.

#### 1. は じ め に

剪断効果を考慮した平版の弾性理論は、E. Reissner<sup>1)</sup>、R.D.Mindlin<sup>2)</sup>等によって、ほぼ現在の形に整備された。この理論に基づく弾性解析、弾塑性解析は、主に周辺単純支持の矩形版を対象として級数法<sup>3,4)</sup>、有限要素法<sup>5,6)</sup>等によって試みられているが、他の境界条件を有する平版の解析については、殆どなされていないようである。

本報告は、剪断効果を勘案した鉄筋コンクリート床版の弾塑性解析を進めるに先立ち、各種の荷重を受ける周辺固定の Reissner 矩形平版の級数解を求めて、従来の Kirchhoff 仮定による古典理論解と比較・対照して、今後、有限要素法等を用いた弾塑性解析を行うに際し、参照すべき弾性解の未整備部分を補足したものである。

#### 2. Reissner 平版の基礎方程式と周辺固定矩形版の境界条件

Reissner 平版の基礎方程式を矩形版について列挙すると、次のようになる<sup>1,4)</sup>。  
平版の釣合方程式：

$$\left. \begin{aligned} D\Delta\Delta w &= p - \frac{h^2}{10} \left( \frac{2-\nu}{1-\nu} \right) \Delta p \\ Q_x - \frac{h^2}{10} \Delta Q_x &= -D \frac{\partial(\Delta w)}{\partial x} - \frac{h^2}{10(1-\nu)} \frac{\partial p}{\partial x} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

\*建築工学科 図学

\*\*一般教育等図学

$$\begin{aligned}
 Q_y - \frac{h^2}{10} \Delta Q_y &= -D \frac{\partial(\Delta w)}{\partial y} - \frac{h^2}{10(1-\nu)} \frac{\partial p}{\partial y} \\
 \text{曲げ, 捩りモーメント } M_x, M_y, M_{xy}, \text{ 及び剪断力 } Q_x, Q_y : \\
 M_x &= -D \left( \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{h^2}{5} \frac{\partial Q_x}{\partial x} - \frac{\nu h^2}{10(1-\nu)} p \\
 M_y &= -D \left( \nu \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{h^2}{5} \frac{\partial Q_y}{\partial y} - \frac{\nu h^2}{10(1-\nu)} p \\
 M_{xy} &= -(1-\nu) D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{h^2}{10} \left( \frac{\partial Q_x}{\partial y} + \frac{\partial Q_y}{\partial x} \right) \\
 Q_x &= \frac{5Eh}{12(1+\nu)} \left( \frac{\partial w}{\partial x} + \theta_x \right) \\
 Q_y &= \frac{5Eh}{12(1+\nu)} \left( \frac{\partial w}{\partial y} + \theta_y \right)
 \end{aligned} \tag{2}$$

但し,  $\Delta = \partial^2(\ ) / \partial x^2 + \partial^2(\ ) / \partial y^2$ ,  $D = Eh^3 / 12(1-\nu^2)$   
 $E, \nu, h$  : ヤング係数, ポアソン比, 及び版厚  
 $w, \theta_x, \theta_y$  : 平均撓み, 及び  $x, y$  断面の平均回転角  
 $p$  : 面に垂直な分布荷重 ( $z = -h/2$ )

周辺固定矩形版の境界条件は, 座標を図 1, 2 のように設定すると, 次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 w(\pm a/2, y) = \theta_x(\pm a/2, y) = \theta_y(\pm a/2, y) = 0 \\
 w(x, \pm b/2) = \theta_x(x, \pm b/2) = \theta_y(x, \pm b/2) = 0
 \end{aligned} \tag{3}$$

尚, 級数解を求めるに際して, 以下の略記号を用いることにする。

$$\text{sh}(\ ) = \sinh(\ ), \text{ch}(\ ) = \cosh(\ ), \text{th}(\ ) = \tanh(\ )$$

### 3. 対称・対称分布荷重を受ける周辺固定矩形版

#### 3.1 非斉次特別解及び斉次解

(a) 非斉次特別解 釣合方程式 (1) の特別解は, 対称・対称分布荷重を 2 重フーリエ級数

$$p = \sum_i \sum_j L_{ij} \cos \mu_i x \cos \mu_j y \tag{4}$$

但し,  $\mu_i = i\pi/a$ ,  $\mu_j = j\pi/b$ ,  $i, j = 1, 3, 5, \dots$

に展開すると, 境界条件  $w(\pm a/2, y) = w(x, \pm b/2) = 0$ , 及び  $\theta_x(x, \pm b/2) = \theta_y(\pm a/2, y) = 0$  を満たす特別解として下式が得られる。

$$\begin{aligned}
 \circ w &= \frac{1}{D} \sum_i \sum_j \frac{L_{ij}}{(\mu_i^2 + \mu_j^2)^2} \left\{ 1 + \frac{h^2}{10} \left( \frac{2-\nu}{1-\nu} \right) (\mu_i^2 + \mu_j^2) \right\} \cos \mu_i x \cos \mu_j y \\
 \circ Q_x &= - \sum_i \sum_j \frac{L_{ij} \mu_i}{\mu_i^2 + \mu_j^2} \sin \mu_i x \cos \mu_j y \\
 \circ Q_y &= - \sum_i \sum_j \frac{L_{ij} \mu_j}{\mu_i^2 + \mu_j^2} \cos \mu_i x \sin \mu_j y
 \end{aligned} \tag{5}$$

(5)式から,  $x, y$  断面の平均回転角として次式を得る。

$$\begin{aligned}
 \circ \theta_x &= \frac{1}{D} \sum_i \sum_j \frac{L_{ij} \mu_i}{(\mu_i^2 + \mu_j^2)^2} \left\{ 1 - \frac{h^2}{10} \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) (\mu_i^2 + \mu_j^2) \right\} \sin \mu_i x \cos \mu_j y \\
 \circ \theta_y &= \frac{1}{D} \sum_i \sum_j \frac{L_{ij} \mu_j}{(\mu_i^2 + \mu_j^2)^2} \left\{ 1 - \frac{h^2}{10} \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) (\mu_i^2 + \mu_j^2) \right\} \cos \mu_i x \sin \mu_j y
 \end{aligned} \tag{6}$$

(b) 齊次解(1)  $x = \pm a/2$  上に  ${}_1M_x(\pm a/2, y) = \sum_j R_j \cos \mu_j y$  が作用する場合の齊次解を求め、境界条件  ${}_1w(\pm a/2, y) = {}_1w(x, \pm b/2) = 0$ 、及び対称性を考慮すると、次のように求まる (図1参照)。

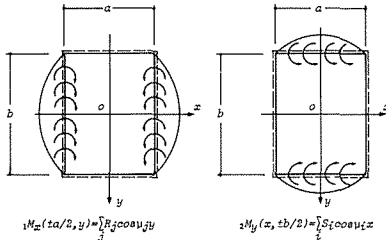


図1

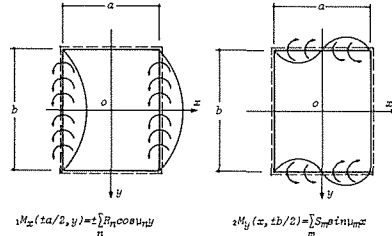


図2

$$\left. \begin{aligned} {}_1w &= \frac{1}{D} \sum_j A_j (\mu_j x \operatorname{sh} \mu_j x - \alpha_j \operatorname{th} \alpha_j \operatorname{ch} \mu_j x) \cos \mu_j y \\ {}_1Q_x &= - \sum_j (2A_j \mu_j^3 \operatorname{sh} \mu_j x - B_j \mu_j \operatorname{sh} \gamma_j x) \cos \mu_j y \\ {}_1Q_y &= \sum_j (2A_j \mu_j^3 \operatorname{ch} \mu_j x - B_j \gamma_j \operatorname{ch} \gamma_j x) \sin \mu_j y \end{aligned} \right\} \quad (a)$$

但し、 $\alpha_j = \mu_j a/2$ 、 $\gamma_j^2 = \mu_j^2 + 10/h^2$

上式を用い、境界条件  ${}_1\theta_y(\pm a/2, y) = 0$ 、及び  ${}_1M_x(\pm a/2, y) = \sum_j R_j \cos \mu_j y$  から、 $A_j, B_j$  は

$$A_j = - \frac{R_j}{2\mu_j^2 \operatorname{ch} \alpha_j} \quad B_j = - \frac{\mu_j R_j}{\gamma_j \operatorname{ch} \lambda_j} \quad \text{但し、} \lambda_j = \gamma_j a/2 \quad (b)$$

となる。この関係を用いると、平均回転角  ${}_1\theta_x, {}_1\theta_y$  は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} {}_1\theta_x &= \frac{1}{2D} \sum_j \frac{R_j}{\mu_j \operatorname{ch} \alpha_j} \left\{ \mu_j x \operatorname{ch} \mu_j x + (1 - \alpha_j \operatorname{th} \alpha_j) \operatorname{sh} \mu_j x + \frac{2\mu_j^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \operatorname{sh} \mu_j x - \frac{\mu_j \operatorname{ch} \alpha_j}{\gamma_j \operatorname{ch} \lambda_j} \operatorname{sh} \gamma_j x \right) \right\} \cos \mu_j y \\ {}_1\theta_y &= - \frac{1}{2D} \sum_j \frac{R_j}{\mu_j \operatorname{ch} \alpha_j} \left\{ \mu_j x \operatorname{sh} \mu_j x - \alpha_j \operatorname{th} \alpha_j \operatorname{ch} \mu_j x + \frac{2\mu_j^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \operatorname{ch} \mu_j x - \frac{\operatorname{ch} \alpha_j}{\operatorname{ch} \lambda_j} \operatorname{ch} \gamma_j x \right) \right\} \sin \mu_j y \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

(c) 齊次解(2)  $y = \pm b/2$  上に  ${}_2M_y(x, \pm b/2) = \sum_i S_i \cos \mu_i x$  が作用する場合の齊次解は、境界条件  ${}_2w(x, \pm b/2) = {}_2w(\pm a/2, y) = 0$ 、及び対称性を考慮して、次式を得る (図2)。

$$\left. \begin{aligned} {}_2w &= \frac{1}{D} \sum_i A_i (\mu_i y \operatorname{sh} \mu_i y - \alpha_i \operatorname{th} \alpha_i \operatorname{ch} \mu_i y) \cos \mu_i x \\ {}_2Q_x &= \sum_i (2A_i \mu_i^3 \operatorname{ch} \mu_i y + B_i \gamma_i \operatorname{ch} \gamma_i y) \sin \mu_i x \\ {}_2Q_y &= - \sum_i (2A_i \mu_i^3 \operatorname{sh} \mu_i y + B_i \mu_i \operatorname{sh} \gamma_i y) \cos \mu_i x \end{aligned} \right\} \quad (c)$$

但し、 $\alpha_i = \mu_i b/2$ 、 $\gamma_i^2 = \mu_i^2 + 10/h^2$

上式を用い、境界条件  ${}_2\theta_x(x, \pm b/2) = 0$ 、及び  ${}_2M_y(x, \pm b/2) = \sum_i S_i \cos \mu_i x$  から、 $A_i, B_i$  は

$$A_i = - \frac{S_i}{2\mu_i^2 \operatorname{ch} \alpha_i} \quad B_i = \frac{\mu_i S_i}{\gamma_i \operatorname{ch} \lambda_i} \quad \text{但し、} \lambda_i = \gamma_i b/2 \quad (d)$$

となり、この場合の平均回転角は下式となる。

$$\begin{aligned}
 {}_2\theta_x &= -\frac{1}{2D} \sum_i \frac{S_i}{\mu_i \operatorname{ch} \alpha_i} \left\{ \mu_i y \operatorname{sh} \mu_i y - \alpha_i \operatorname{th} \alpha_i \operatorname{ch} \mu_i y + \frac{2\mu_i^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \operatorname{ch} \mu_i y - \frac{\operatorname{ch} \alpha_i}{\operatorname{ch} \lambda_i} \operatorname{ch} \gamma_i y \right) \right\} \\
 &\quad \sin \mu_i x \\
 {}_2\theta_y &= \frac{1}{2D} \sum_i \frac{S_i}{\mu_i \operatorname{ch} \alpha_i} \left\{ \mu_i y \operatorname{ch} \mu_i y + (1 - \alpha_i \operatorname{th} \alpha_i) \operatorname{sh} \mu_i y + \frac{2\mu_i^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \operatorname{sh} \mu_i y - \frac{\mu_i \operatorname{ch} \alpha_i}{\gamma_i \operatorname{ch} \lambda_i} \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \operatorname{sh} \gamma_i y \right) \right\} \cos \mu_i x
 \end{aligned} \tag{8}$$

### 3.2 係数 $R_j$ , $S_i$ の決定

特別解 (6), 及び齊次解 (7), (8) は境界条件 (3) のうち, 下記の条件を満足しており,

$$w(\pm a/2, y) = \theta_y(\pm a/2, y) = 0, \quad w(x, \pm b/2) = \theta_x(x \pm b/2) = 0 \tag{e}$$

残りの条件から係数  $R_j$ ,  $S_i$  を求める。

i)  $\theta_x(a/2, y) = {}_0\theta_x(a/2, y) + {}_1\theta_x(a/2, y) + {}_2\theta_x(a/2, y) = 0$ : (6)~(8)式から

$$\begin{aligned}
 &\sum_i \sum_j \frac{L_{ij} \mu_i}{(\mu_i^2 + \mu_j^2)^2} (-1)^{\frac{i-1}{2}} \left\{ 1 - \frac{h^2}{10} \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) (\mu_i^2 + \mu_j^2) \right\} \cos \mu_j y \\
 &+ \sum_j \frac{R_j}{2\mu_j} \left\{ \operatorname{th} \alpha_j + \frac{\alpha_j}{\operatorname{ch}^2 \alpha_j} + \frac{2\mu_j^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \operatorname{th} \alpha_j - \frac{\mu_j \operatorname{th} \lambda_j}{\gamma_j} \right) \right\} \cos \mu_j y \\
 &- \sum_i \frac{S_i}{2\mu_i} (-1)^{\frac{i-1}{2}} \left\{ \frac{\mu_i y \operatorname{sh} \mu_i y}{\operatorname{ch} \alpha_i} - \frac{\alpha_i \operatorname{th} \alpha_i \operatorname{ch} \mu_i y}{\operatorname{ch} \alpha_i} + \frac{2\mu_i^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \frac{\operatorname{ch} \mu_i y}{\operatorname{ch} \alpha_i} - \frac{\operatorname{ch} \gamma_i y}{\operatorname{ch} \lambda_i} \right) \right\} = 0
 \end{aligned}$$

境界条件を合せるために, フーリエ余弦級数に展開して  $\cos \mu_j y$  の係数比較から次式を得る。

$$\begin{aligned}
 &\frac{R_j}{2\mu_j} \left\{ \operatorname{th} \alpha_j + \frac{\alpha_j}{\operatorname{ch}^2 \alpha_j} + \frac{2\mu_j^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \operatorname{th} \alpha_j - \frac{\mu_j \operatorname{th} \lambda_j}{\gamma_j} \right) \right\} \\
 &+ \frac{4\mu_j}{b} (-1)^{\frac{j-1}{2}} \sum_i S_i (-1)^{\frac{i-1}{2}} \mu_i \left\{ \frac{1}{(\mu_i^2 + \mu_j^2)^2} - \frac{h^2}{5(1-\nu)} \left( \frac{1}{\mu_i^2 + \mu_j^2} - \frac{1}{\gamma_i^2 + \mu_j^2} \right) \right\} \\
 &= - \sum_i \frac{L_{ij} \mu_i}{(\mu_i^2 + \mu_j^2)^2} (-1)^{\frac{i-1}{2}} \left\{ 1 - \frac{h^2}{10} \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) (\mu_i^2 + \mu_j^2) \right\}
 \end{aligned} \tag{9}$$

ii)  $\theta_y(x, b/2) = {}_0\theta_y(x, b/2) + {}_1\theta_y(x, b/2) + {}_2\theta_y(x, b/2) = 0$ : i) と同様にフーリエ余弦級数に展開し,  $\cos \mu_i x$  の係数比較から次式を得る。

$$\begin{aligned}
 &\frac{4\mu_i}{a} (-1)^{\frac{i-1}{2}} \sum_j R_j (-1)^{\frac{j-1}{2}} \mu_j \left\{ \frac{1}{(\mu_i^2 + \mu_j^2)^2} - \frac{h_2}{5(1-\nu)} \left( \frac{1}{\mu_i^2 + \mu_j^2} - \frac{1}{\gamma_j^2 + \mu_i^2} \right) \right\} \\
 &+ \frac{S_i}{2\mu_i} \left\{ \operatorname{th} \alpha_i + \frac{\alpha_i}{\operatorname{ch}^2 \alpha_i} + \frac{2\mu_i^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \operatorname{th} \alpha_i - \frac{\mu_i \operatorname{th} \lambda_i}{\gamma_i} \right) \right\} \\
 &= - \sum_j \frac{L_{ij} \mu_j}{(\mu_i^2 + \mu_j^2)^2} (-1)^{\frac{j-1}{2}} \left\{ 1 - \frac{h^2}{10} \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) (\mu_i^2 + \mu_j^2) \right\}
 \end{aligned} \tag{10}$$

(9), (10) 式は,  $R_j$ ,  $S_i$  についての連立方程式となり, これを解くことによって, 対称・対称分布荷重時のすべての係数が求まる。

## 4. 対称・逆対称分布荷重を受ける周辺固定矩形版

## 4.1 非斉次特別解及び斉次解

(a) 非斉次特別解 (1) 式の特別解は、対称・逆対称分布荷重を 2 重フーリエ級数

$$p = \sum_m \sum_n L_{mn} \sin \mu_m x \cos \mu_n y \quad (11)$$

但し、 $\mu_m = 2m\pi/a$ ,  $\mu_n = n\pi/b$ ,  $m=1, 2, 3, \dots$ ,  $n=1, 3, 5, \dots$   
に展開すると、境界条件(3)のうち(e)を満たす特別解として次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} {}_0w &= \frac{1}{D} \sum_m \sum_n \frac{L_{mn}}{(\mu_m^2 + \mu_n^2)^2} \left\{ 1 + \frac{h^2}{10} \left( \frac{2-\nu}{1-\nu} \right) (\mu_m^2 + \mu_n^2) \right\} \sin \mu_m x \cos \mu_n y \\ {}_0Q_x &= \sum_m \sum_n \frac{L_{mn} \mu_m}{\mu_m^2 + \mu_n^2} \cos \mu_m x \cos \mu_n y \\ {}_0Q_y &= - \sum_m \sum_n \frac{L_{mn} \mu_n}{\mu_m^2 + \mu_n^2} \sin \mu_m x \sin \mu_n y \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

上式から、平均回転角は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} {}_0\theta_x &= - \frac{1}{D} \sum_m \sum_n \frac{L_{mn} \mu_m}{(\mu_m^2 + \mu_n^2)^2} \left\{ 1 - \frac{h^2}{10} \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) (\mu_m^2 + \mu_n^2) \right\} \cos \mu_m x \cos \mu_n y \\ {}_0\theta_y &= \frac{1}{D} \sum_m \sum_n \frac{L_{mn} \mu_n}{(\mu_m^2 + \mu_n^2)^2} \left\{ 1 - \frac{h^2}{10} \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) (\mu_m^2 + \mu_n^2) \right\} \sin \mu_m x \sin \mu_n y \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(b) 斉次解 (1)  $x = \pm a/2$  上に、 $M_x(\pm a/2, y) = \pm \sum_n R_n \cos \mu_n y$  が作用する場合の斉次解を求める。境界条件 ${}_1w(\pm a/2, y) = {}_1w(x, \pm b/2) = 0$ 、及び逆対称性を考慮して、次式を得る(図 2 参照)。

$$\left. \begin{aligned} {}_1w &= \frac{1}{D} \sum_n A_n \left( \text{sh } \mu_n x - \frac{\text{th } \alpha_n}{\alpha_n} \mu_n x \text{ ch } \mu_n x \right) \cos \mu_n y \\ {}_1Q_x &= \sum_n \left( 2A_n \frac{\mu_n^3 \text{th } \alpha_n}{\alpha_n} \text{ch } \mu_n x + B_n \mu_n \text{ch } \gamma_n x \right) \cos \mu_n y \\ {}_1Q_y &= - \sum_n \left( 2A_n \frac{\mu_n^3 \text{th } \alpha_n}{\alpha_n} \text{sh } \mu_n x + B_n \gamma_n \text{sh } \gamma_n x \right) \sin \mu_n y \end{aligned} \right\} \quad (f)$$

但し、 $\alpha_n = \mu_n a/2$ ,  $\gamma_n^2 = \mu_n^2 + 10/h^2$

上式を用い、条件 ${}_1\theta_y(\pm a/2, y) = 0$  及び ${}_1M_x(a/2, y) = \sum_n R_n \cos \mu_n y$  から、 $A_n, B_n$  は下式となる。

$$A_n = \frac{\alpha_n R_n}{2\mu_n^2 \text{th } \alpha_n \text{sh } \alpha_n} \quad B_n = - \frac{\mu_n R_n}{\gamma_n \text{sh } \lambda_n} \quad \text{但し、} \lambda_n = \gamma_n a/2 \quad (g)$$

従って、この場合の平均回転角は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} {}_1\theta_x &= - \frac{1}{2D} \sum_n \frac{R_n}{\mu_n \text{sh } \alpha_n} \left\{ \left( \frac{\alpha_n}{\text{th } \alpha_n} - 1 \right) \text{ch } \mu_n x - \mu_n x \text{sh } \mu_n x - \frac{2\mu_n^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \text{ch } \mu_n x - \frac{\mu_n \text{sh } \alpha_n}{\gamma_n \text{sh } \lambda_n} \text{ch } \gamma_n x \right) \right\} \cos \mu_n y \\ {}_1\theta_y &= \frac{1}{2D} \sum_n \frac{R_n}{\mu_n \text{sh } \alpha_n} \left\{ \frac{\alpha_n}{\text{th } \alpha_n} \text{sh } \mu_n x - \mu_n x \text{ch } \mu_n x - \frac{2\mu_n^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \text{sh } \mu_n x - \frac{\text{sh } \alpha_n}{\text{sh } \lambda_n} \text{sh } \gamma_n x \right) \right\} \sin \mu_n y \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

(c) 齊次解 (2)  $y = \pm b/2$  上に  ${}_2M_y(x, \pm b/2) = \sum_m S_m \sin \mu_m x$  が作用する場合の齊次解は、条件  ${}_2w(x, \pm b/2) = {}_2w(\pm a/2, y) = 0$ 、及び対称性を利用して、下式を得る (図2)。

$$\left. \begin{aligned} {}_2w &= \frac{1}{D} \sum_m A_m (\mu_m y \operatorname{sh} \mu_m y - \alpha_m \operatorname{th} \alpha_m \operatorname{ch} \mu_m y) \sin \mu_m x \\ {}_2Q_x &= - \sum_m (2A_m \mu_m^3 \operatorname{ch} \mu_m y - B_m \gamma_m \operatorname{ch} \gamma_m y) \cos \mu_m x \\ {}_2Q_y &= - \sum_m (2A_m \mu_m^3 \operatorname{sh} \mu_m y - B_m \mu_m \operatorname{sh} \gamma_m y) \sin \mu_m x \end{aligned} \right\} \quad (h)$$

但し、 $\alpha_m = \mu_m b/2$ 、 $\gamma_m^2 = \mu_m^2 + 10/h^2$

条件  ${}_2\theta_x(x, \pm b/2) = 0$  及び  ${}_2M_x(x, \pm b/2) = \sum_m S_m \sin \mu_m x$  から、 $A_m, B_m$  は次のようになる。

$$A_m = - \frac{S_m}{2\mu_m^2 \operatorname{ch} \alpha_m} \quad B_m = - \frac{\mu_m S_m}{\gamma_m \operatorname{ch} \lambda_m} \quad \text{但し、} \lambda_m = \gamma_m b/2 \quad (i)$$

従って、この場合の平均回転角は下式となる。

$$\left. \begin{aligned} {}_2\theta_x &= \frac{1}{2D} \sum_m \frac{S_m}{\mu_m \operatorname{ch} \alpha_m} \left\{ \mu_m y \operatorname{sh} \mu_m y - \alpha_m \operatorname{th} \alpha_m \operatorname{ch} \mu_m y + \frac{2\mu_m^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \operatorname{ch} \mu_m y - \frac{\operatorname{ch} \alpha_m}{\operatorname{ch} \lambda_m} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \operatorname{ch} \gamma_m y \right) \right\} \cos \mu_m x \\ {}_2\theta_y &= - \frac{1}{2D} \sum_m \frac{S_m}{\mu_m \operatorname{ch} \alpha_m} \left\{ \mu_m y \operatorname{ch} \mu_m y + (1 - \alpha_m \operatorname{th} \alpha_m) \operatorname{sh} \mu_m y + \frac{2\mu_m^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \operatorname{sh} \mu_m y - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \frac{\mu_m \operatorname{ch} \alpha_m}{\gamma_m \operatorname{ch} \lambda_m} \operatorname{sh} \gamma_m y \right) \right\} \sin \mu_m y \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

#### 4.2 係数 $R_n, S_m$ の決定

前章と同様に特別解 (13)、及び齊次解 (14)、(15) は、境界条件 (3) のうち (e) を満足しており、残りの条件から係数  $R_n, S_m$  を求める。

i)  $\theta_x(a/2, y) = {}_0\theta_x(a/2, y) + {}_1\theta_x(a/2, y) + {}_2\theta_x(a/2, y) = 0$  : (13)~(15)式から

$$\begin{aligned} & - \sum_m \sum_n \frac{L_{mn} \mu_m}{(\mu_m^2 + \mu_n^2)^2} (-1)^m \left\{ 1 - \frac{h^2}{10} \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) (\mu_m^2 + \mu_n^2) \right\} \cos \mu_n y \\ & - \sum_n \frac{R_n}{2\mu_n} \left\{ \frac{\alpha_n}{\operatorname{sh}^2 \alpha_n} - \frac{1}{\operatorname{th} \alpha_n} - \frac{2\mu_n^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \frac{1}{\operatorname{th} \alpha_n} - \frac{\mu_n}{\gamma_n \operatorname{th} \lambda_n} \right) \right\} \cos \mu_n y \\ & + \sum_m \frac{S_m}{2\mu_m} (-1)^m \left\{ \mu_m y \frac{\operatorname{sh} \mu_m y}{\operatorname{ch} \alpha_m} - \alpha_m \operatorname{th} \alpha_m \frac{\operatorname{ch} \mu_m y}{\operatorname{ch} \alpha_m} + \frac{2\mu_m^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \frac{\operatorname{ch} \mu_m y}{\operatorname{ch} \alpha_m} - \frac{\operatorname{ch} \gamma_m y}{\operatorname{ch} \lambda_m} \right) \right\} \\ & = 0 \end{aligned}$$

境界条件を合せるために、フーリエ余弦級数に展開して  $\cos \mu_n y$  の係数比較から次式を得る。

$$\begin{aligned} & \frac{R_n}{2\mu_n} \left\{ \frac{\alpha_n}{\operatorname{sh}^2 \alpha_n} - \frac{1}{\operatorname{th} \alpha_n} - \frac{2\mu_n^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \frac{1}{\operatorname{th} \alpha_n} - \frac{\mu_n}{\gamma_n \operatorname{th} \lambda_n} \right) \right\} \\ & + \frac{4\mu_n}{b} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \sum_m S_m (-1)^m \mu_m \left\{ \frac{1}{(\mu_m^2 + \mu_n^2)^2} - \frac{h^2}{5(1-\nu)} \left( \frac{1}{\mu_m^2 + \mu_n^2} - \frac{1}{\gamma_m^2 + \mu_n^2} \right) \right\} \\ & = - \sum_m \frac{L_{mn} \mu_m}{(\mu_m^2 + \mu_n^2)^2} (-1)^m \left\{ 1 - \frac{h^2}{10} \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) (\mu_m^2 + \mu_n^2) \right\} \quad (16) \end{aligned}$$

ii)  $\theta_y(x, b/2) = {}_0\theta_y(x, b/2) + {}_1\theta_y(x, b/2) + {}_2\theta_y(x, b/2) = 0$  : i) に倣い境界条件を合せるためフーリエ正弦級数に展開し、 $\sin \mu_m x$  の係数比較から次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & -\frac{4\mu_m}{a}(-1)^m \sum_n R_n (-1)^{\frac{n-1}{2}} \mu_n \left\{ \frac{1}{(\mu_m^2 + \mu_n^2)^2} - \frac{h^2}{5(1-\nu)} \left( \frac{1}{\mu_m^2 + \mu_n^2} - \frac{1}{\gamma_n^2 + \mu_m^2} \right) \right\} \\
 & + \frac{S_m}{2\mu_m} \left\{ \text{th } \alpha_m + \frac{\alpha_m}{\text{ch}^2 \alpha_m} + \frac{2\mu_m^2 h^2}{5(1-\nu)} \left( \text{th } \alpha_m - \frac{\mu_m \text{th } \lambda_m}{\gamma_m} \right) \right\} \\
 & = -\sum_n \frac{L_{mn} \mu_n}{(\mu_m^2 + \mu_n^2)^2} (-1)^{\frac{n-1}{2}} \left\{ 1 - \frac{h^2}{10} \left( \frac{\nu}{1-\nu} \right) (\mu_m^2 + \mu_n^2) \right\} \tag{17}
 \end{aligned}$$

(16), (17) 式は,  $R_n, S_m$  についての連立方程式となり, これを解いて, 対称・逆対称分布荷重時のすべての係数が求まる。

### 5. 解析結果

計算は鉄筋コンクリート床版を対象として,  $\nu=0.2$  とする。また Reissner 理論は, 釣合方程式 (1) で  $h \rightarrow 0$  とした時, 古典理論と一致するので, 比較・対照のため薄版解を併記する。

#### 5.1 等分布荷重

対称・対称分布荷重を受ける周辺固定矩形版解で, (4) 式の係数  $L_{ij}$  は下式で表わされる。

$$L_{ij} = \frac{16p}{ij\pi^2} (-1)^{\frac{i-1}{2}} (-1)^{\frac{j-1}{2}} \tag{18}$$

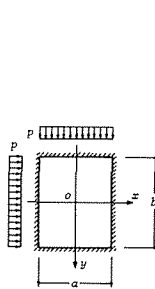


図3 等分布荷重

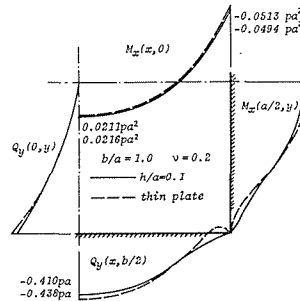


図4 等分布荷重:  $M_x, Q_y$  の分布

表1 等分布荷重:  $w(0,0)$

$a \leq b$		unit: $pa^4/D$				
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	0.00206	0.00148	0.00132	0.00127	0.00127	0.00127
1.2	0.00267	0.00197	0.00179	0.00174	0.00173	0.00173
1.4	0.00313	0.00235	0.00214	0.00208	0.00207	0.00207
1.6	0.00345	0.00260	0.00238	0.00231	0.00230	0.00230
1.8	0.00365	0.00275	0.00252	0.00246	0.00245	0.00245
2.0	0.00377	0.00285	0.00261	0.00255	0.00254	0.00253
2.5	0.00388	0.00293	0.00269	0.00262	0.00262	0.00261
3.0	0.00388	0.00293	0.00270	0.00263	0.00262	0.00262
3.5	0.00387	0.00293	0.00269	0.00262	0.00261	0.00261
4.0	0.00292	0.00292	0.00269	0.00262	0.00261	0.00261

表2 等分布荷重:  $M_x(0,0)$

$a \leq b$		unit: $pa^2$				
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	0.0227	0.0216	0.0213	0.0212	0.0212	0.0211
1.2	0.0295	0.0288	0.0286	0.0285	0.0285	0.0285
1.4	0.0346	0.0341	0.0339	0.0338	0.0338	0.0338
1.6	0.0381	0.0376	0.0374	0.0373	0.0373	0.0373
1.8	0.0404	0.0398	0.0396	0.0395	0.0395	0.0395
2.0	0.0417	0.0411	0.0409	0.0408	0.0408	0.0408
2.5	0.0430	0.0422	0.0419	0.0419	0.0419	0.0419
3.0	0.0430	0.0422	0.0420	0.0419	0.0419	0.0419
3.5	0.0428	0.0420	0.0418	0.0418	0.0418	0.0418
4.0	0.0427	0.0420	0.0418	0.0417	0.0417	0.0417

表3 等分布荷重:  $My (0, 0)$

$a \leq b$		unit: $pa^2$				
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	0.0227	0.0216	0.0213	0.0212	0.0212	0.0211
1.2	0.0226	0.0210	0.0205	0.0203	0.0203	0.0203
1.4	0.0208	0.0189	0.0183	0.0182	0.0181	0.0181
1.6	0.0184	0.0164	0.0159	0.0157	0.0157	0.0157
1.8	0.0161	0.0142	0.0137	0.0136	0.0135	0.0135
2.0	0.0141	0.0124	0.0120	0.0119	0.0118	0.0118
2.5	0.0110	0.0097	0.0094	0.0094	0.0094	0.0093
3.0	0.0097	0.0088	0.0086	0.0085	0.0085	0.0085
3.5	0.0093	0.0086	0.0084	0.0083	0.0083	0.0083
4.0	0.0093	0.0086	0.0084	0.0083	0.0083	0.0083

表4 等分布荷重:  $Mx (a/2, 0)$

$a \leq b$		unit: $pa^2$				
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	-0.0457	-0.0494	-0.0508	-0.0512	-0.0513	-0.0513
1.2	-0.0582	-0.0622	-0.0635	-0.0638	-0.0639	-0.0639
1.4	-0.0677	-0.0713	-0.0723	-0.0725	-0.0726	-0.0726
1.6	-0.0741	-0.0771	-0.0778	-0.0780	-0.0780	-0.0780
1.8	-0.0783	-0.0806	-0.0810	-0.0812	-0.0812	-0.0812
2.0	-0.0808	-0.0824	-0.0828	-0.0829	-0.0829	-0.0829
2.5	-0.0830	-0.0838	-0.0840	-0.0840	-0.0840	-0.0840
3.0	-0.0830	-0.0836	-0.0837	-0.0838	-0.0838	-0.0838
3.5	-0.0827	-0.0833	-0.0835	-0.0835	-0.0835	-0.0835
4.0	-0.0826	-0.0832	-0.0833	-0.0834	-0.0834	-0.0834

表5 等分布荷重:  $My (0, b/2)$

$a \leq b$		unit: $pa^2$				
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	-0.0457	-0.0494	-0.0508	-0.0512	-0.0513	-0.0513
1.2	-0.0498	-0.0533	-0.0548	-0.0553	-0.0554	-0.0554
1.4	-0.0514	-0.0547	-0.0562	-0.0567	-0.0568	-0.0568
1.6	-0.0518	-0.0550	-0.0565	-0.0570	-0.0571	-0.0571
1.8	-0.0518	-0.0549	-0.0564	-0.0570	-0.0570	-0.0570
2.0	-0.0518	-0.0549	-0.0564	-0.0569	-0.0570	-0.0570
2.5	-0.0516	-0.0547	-0.0563	-0.0568	-0.0569	-0.0569
3.0	-0.0516	-0.0547	-0.0563	-0.0568	-0.0569	-0.0569
3.5	-0.0516	-0.0547	-0.0563	-0.0568	-0.0569	-0.0569
4.0	-0.0516	-0.0547	-0.0562	-0.0568	-0.0569	-0.0569

表6 等分布荷重:  $Qx (a/2, 0)$

$a \leq b$		unit: $pa$				
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	-0.381	-0.410	-0.426	-0.434	-0.436	-0.438
1.2	-0.437	-0.463	-0.474	-0.480	-0.481	-0.483
1.4	-0.473	-0.492	-0.500	-0.503	-0.504	-0.506
1.6	-0.494	-0.508	-0.511	-0.513	-0.513	-0.514
1.8	-0.504	-0.511	-0.513	-0.514	-0.515	-0.515
2.0	-0.507	-0.511	-0.512	-0.512	-0.513	-0.513
2.5	-0.506	-0.505	-0.505	-0.505	-0.504	-0.504
3.0	-0.501	-0.500	-0.500	-0.499	-0.499	-0.499
3.5	-0.498	-0.498	-0.498	-0.497	-0.497	-0.497
4.0	-0.497	-0.497	-0.497	-0.497	-0.497	-0.496

表7 等分布荷重:  $Qy (0, b/2)$

$a \leq b$		unit: $pa$				
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	-0.381	-0.410	-0.426	-0.434	-0.436	-0.438
1.2	-0.392	-0.424	-0.442	-0.451	-0.454	-0.456
1.4	-0.394	-0.427	-0.446	-0.455	-0.458	-0.461
1.6	-0.392	-0.426	-0.445	-0.455	-0.458	-0.460
1.8	-0.391	-0.424	-0.444	-0.453	-0.456	-0.459
2.0	-0.389	-0.423	-0.442	-0.452	-0.455	-0.458
2.5	-0.387	-0.421	-0.440	-0.450	-0.453	-0.455
3.0	-0.385	-0.419	-0.438	-0.448	-0.451	-0.454
3.5	-0.384	-0.417	-0.437	-0.447	-0.449	-0.452
4.0	-0.382	-0.416	-0.435	-0.445	-0.448	-0.450

この結果を表1~7に掲げる( $i, j$ の項数は、 $i, j = 1, 3, 5 \dots 61$ と各31項採用)。剪断変形を考慮した場合、平板の版厚が増すに従って、版中央点の無次元化した撓みと曲げモーメントは増大するが、対称軸線上、固定端の曲げモーメントと剪断力は減少する傾向にある。図4は、固定辺上の応力分布を薄版解と対比して描いたものであるが、版厚の増加と共に、固定辺に沿い、応力が対称軸線上で減少し、隅角部で増加して、その負担分布が平均化される様相を呈している。尚、通常使用される鉄筋コンクリート床版の版厚程度では、剪断変形の影響は、差程生じないことを知り得る。

5.2 等変分布荷重

等変分布荷重は、対称・対称と対称・逆対称分布荷重の和で表わされ、(4)、(11)式の係数  $L_{ij}$ 、 $L_{mn}$ は(9)式となる。計算結果を表8~16、及び図6に掲げる( $i, j, n = 1, 3, 5 \dots 61, m = 1, 2 \dots 31$ と各31項を採用)。この場合、剪断変形による影響は、等分布荷重時と同様な傾向を示している。

$$L_{ij} = \frac{8p}{ij\pi^2} (-1)^{\frac{i-1}{2}} (-1)^{\frac{j-1}{2}} \quad L_{mn} = \frac{4p}{mn\pi^2} (-1)^m (-1)^{\frac{n-1}{2}} \quad (19)$$

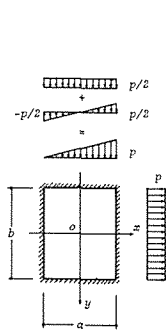


図5 等変分布荷重

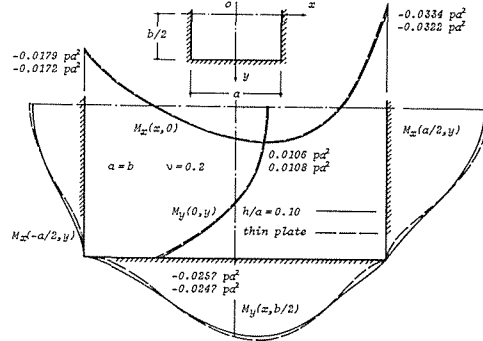


図6 等変分布荷重:  $M_x, M_y$  の分布

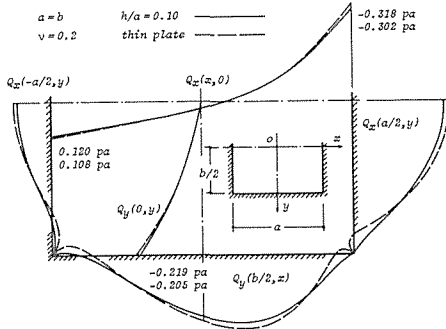


図7 等変分布荷重:  $Q_x, Q_y$  の分布

表8 等変分布荷重:  $w (a/20, 0)$

1) $a \leq b$ $w$ unit: $pa^4/D$						
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	0.00106	0.00075	0.00067	0.00065	0.00064	0.00064
1.2	0.00136	0.00100	0.00090	0.00088	0.00087	0.00087
1.4	0.00159	0.00118	0.00108	0.00105	0.00104	0.00104
1.6	0.00174	0.00131	0.00119	0.00116	0.00116	0.00115
1.8	0.00184	0.00138	0.00127	0.00123	0.00123	0.00123
2.0	0.00190	0.00143	0.00131	0.00127	0.00127	0.00127
2) $a > b$ $w$ unit: $pb^4/D$						
$\frac{a}{b}$	$\frac{h}{b}=0.20$	$\frac{h}{b}=0.10$	$\frac{h}{b}=0.05$	$\frac{h}{b}=0.02$	$\frac{h}{b}=0.01$	thin plate
1.2	0.00138	0.00102	0.00092	0.00089	0.00089	0.00089
1.6	0.00182	0.00137	0.00125	0.00122	0.00121	0.00121
2.0	0.00203	0.00153	0.00141	0.00137	0.00136	0.00136

表9 等変分布荷重:  $M_x (a/20, 0)$

1) $a \leq b$ $w$ unit: $pa^2$						
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	0.0122	0.0117	0.0115	0.0114	0.0114	0.0114
1.2	0.0156	0.0152	0.0151	0.0151	0.0150	0.0150
1.4	0.0182	0.0178	0.0177	0.0177	0.0177	0.0177
1.6	0.0199	0.0195	0.0194	0.0194	0.0194	0.0194
1.8	0.0210	0.0206	0.0205	0.0204	0.0204	0.0204
2.0	0.0216	0.0212	0.0211	0.0210	0.0210	0.0210
2) $a > b$ $w$ unit: $pb^2$						
$\frac{a}{b}$	$\frac{h}{b}=0.20$	$\frac{h}{b}=0.10$	$\frac{h}{b}=0.05$	$\frac{h}{b}=0.02$	$\frac{h}{b}=0.01$	thin plate
1.2	0.0125	0.0116	0.0114	0.0113	0.0113	0.0113
1.6	0.0107	0.0096	0.0093	0.0092	0.0092	0.0092
2.0	0.0085	0.0074	0.0072	0.0071	0.0071	0.0071

表10 等変分布荷重:  $M_y (a/20, 0)$

1) $a \leq b$ $w$ unit: $pa^2$						
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	0.0117	0.0111	0.0109	0.0108	0.0108	0.0108
1.2	0.0115	0.0106	0.0104	0.0103	0.0103	0.0103
1.4	0.0106	0.0096	0.0093	0.0092	0.0092	0.0092
1.6	0.0094	0.0083	0.0080	0.0079	0.0079	0.0079
1.8	0.0082	0.0072	0.0069	0.0069	0.0069	0.0069
2.0	0.0072	0.0063	0.0061	0.0060	0.0060	0.0060
2) $a > b$ $w$ unit: $pb^2$						
$\frac{a}{b}$	$\frac{h}{b}=0.20$	$\frac{h}{b}=0.10$	$\frac{h}{b}=0.05$	$\frac{h}{b}=0.02$	$\frac{h}{b}=0.01$	thin plate
1.2	0.0153	0.0149	0.0147	0.0147	0.0147	0.0147
1.6	0.0201	0.0198	0.0198	0.0197	0.0197	0.0197
2.0	0.0225	0.0221	0.0220	0.0220	0.0220	0.0220

表11 等変分布荷重:  $M_x (a/2, 0)$

1) $a \leq b$ $w$ unit: $pa^2$						
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	-0.0295	-0.0322	-0.0331	-0.0334	-0.0334	-0.0334
1.2	-0.0362	-0.0390	-0.0398	-0.0400	-0.0401	-0.0401
1.4	-0.0411	-0.0437	-0.0444	-0.0445	-0.0446	-0.0446
1.6	-0.0444	-0.0466	-0.0472	-0.0473	-0.0473	-0.0473
1.8	-0.0465	-0.0484	-0.0488	-0.0489	-0.0489	-0.0489
2.0	-0.0478	-0.0493	-0.0497	-0.0498	-0.0498	-0.0498
2) $a > b$ $w$ unit: $pb^2$						
$\frac{a}{b}$	$\frac{h}{b}=0.20$	$\frac{h}{b}=0.10$	$\frac{h}{b}=0.05$	$\frac{h}{b}=0.02$	$\frac{h}{b}=0.01$	thin plate
1.2	-0.0341	-0.0367	-0.0378	-0.0379	-0.0380	-0.0380
1.6	-0.0393	-0.0417	-0.0427	-0.0430	-0.0430	-0.0431
2.0	-0.0423	-0.0445	-0.0455	-0.0458	-0.0458	-0.0458

表12 等変分布荷重:  $M_x (-a/2, 0)$

1) $a \leq b$ $w$ unit: $pa^2$						
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	-0.0162	-0.0172	-0.0177	-0.0179	-0.0179	-0.0179
1.2	-0.0220	-0.0232	-0.0237	-0.0238	-0.0238	-0.0238
1.4	-0.0265	-0.0276	-0.0279	-0.0280	-0.0280	-0.0280
1.6	-0.0297	-0.0305	-0.0306	-0.0307	-0.0307	-0.0307
1.8	-0.0317	-0.0322	-0.0322	-0.0323	-0.0323	-0.0323
2.0	-0.0330	-0.0331	-0.0331	-0.0331	-0.0331	-0.0331
2) $a > b$ $w$ unit: $pb^2$						
$\frac{a}{b}$	$\frac{h}{b}=0.20$	$\frac{h}{b}=0.10$	$\frac{h}{b}=0.05$	$\frac{h}{b}=0.02$	$\frac{h}{b}=0.01$	thin plate
1.2	-0.0158	-0.0167	-0.0172	-0.0174	-0.0174	-0.0174
1.6	-0.0125	-0.0133	-0.0138	-0.0140	-0.0140	-0.0141
2.0	-0.0095	-0.0104	-0.0109	-0.0111	-0.0111	-0.0112

表13 等変分布荷重:  $My (a/20, b/2)$

1) $a \leq b$ unit: $pa^2$						
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	-0.0236	-0.0255	-0.0263	-0.0266	-0.0266	-0.0266
1.2	-0.0256	-0.0274	-0.0283	-0.0286	-0.0286	-0.0286
1.4	-0.0264	-0.0281	-0.0289	-0.0292	-0.0293	-0.0293
1.6	-0.0266	-0.0282	-0.0291	-0.0294	-0.0294	-0.0294
1.8	-0.0266	-0.0282	-0.0291	-0.0294	-0.0294	-0.0294
2.0	-0.0265	-0.0282	-0.0290	-0.0293	-0.0294	-0.0294
2) $a > b$ unit: $pb^2$						
$\frac{a}{b}$	$\frac{h}{b}=0.20$	$\frac{h}{b}=0.10$	$\frac{h}{b}=0.05$	$\frac{h}{b}=0.02$	$\frac{h}{b}=0.01$	thin plate
1.2	-0.0302	-0.0324	-0.0332	-0.0334	-0.0334	-0.0334
1.6	-0.0322	-0.0410	-0.0415	-0.0416	-0.0416	-0.0417
2.0	-0.0435	-0.0446	-0.0449	-0.0450	-0.0450	-0.0450

表14 等変分布荷重:  $Qx (a/2, 0)$

1) $a \leq b$ unit: $pa$						
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	-0.284	-0.302	-0.311	-0.316	-0.317	-0.318
1.2	-0.314	-0.330	-0.336	-0.339	-0.340	-0.341
1.4	-0.333	-0.345	-0.349	-0.351	-0.351	-0.352
1.6	-0.344	-0.351	-0.354	-0.355	-0.356	-0.356
1.8	-0.349	-0.354	-0.355	-0.355	-0.356	-0.356
2.0	-0.350	-0.354	-0.354	-0.355	-0.355	-0.355
2) $a > b$ unit: $pb$						
$\frac{a}{b}$	$\frac{h}{b}=0.20$	$\frac{h}{b}=0.10$	$\frac{h}{b}=0.05$	$\frac{h}{b}=0.02$	$\frac{h}{b}=0.01$	thin plate
1.2	-0.305	-0.325	-0.336	-0.342	-0.343	-0.345
1.6	-0.328	-0.351	-0.364	-0.370	-0.372	-0.374
2.0	-0.340	-0.365	-0.378	-0.385	-0.387	-0.389

表15 等変分布荷重:  $Qx (-a/2, 0)$

1) $a \leq b$ unit: $pa$						
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	0.097	0.109	0.115	0.118	0.119	0.120
1.2	0.123	0.133	0.138	0.141	0.141	0.142
1.4	0.140	0.148	0.151	0.153	0.153	0.154
1.6	0.150	0.155	0.157	0.158	0.158	0.158
1.8	0.155	0.157	0.158	0.159	0.159	0.159
2.0	0.157	0.157	0.157	0.158	0.158	0.158
2) $a > b$ unit: $pb$						
$\frac{a}{b}$	$\frac{h}{b}=0.20$	$\frac{h}{b}=0.10$	$\frac{h}{b}=0.05$	$\frac{h}{b}=0.02$	$\frac{h}{b}=0.01$	thin plate
1.2	0.087	0.099	0.106	0.109	0.110	0.111
1.6	0.065	0.075	0.081	0.085	0.086	0.087
2.0	0.049	0.058	0.064	0.067	0.068	0.068

表16 等変分布荷重:  $Qy (a/20, b/2)$

1) $a \leq b$ unit: $pa$						
$\frac{b}{a}$	$\frac{h}{a}=0.20$	$\frac{h}{a}=0.10$	$\frac{h}{a}=0.05$	$\frac{h}{a}=0.02$	$\frac{h}{a}=0.01$	thin plate
1.0	-0.201	-0.217	-0.227	-0.231	-0.232	-0.234
1.2	-0.207	-0.224	-0.234	-0.239	-0.241	-0.242
1.4	-0.207	-0.225	-0.236	-0.241	-0.243	-0.244
1.6	-0.207	-0.225	-0.235	-0.241	-0.242	-0.244
1.8	-0.206	-0.224	-0.235	-0.240	-0.242	-0.243
2.0	-0.205	-0.223	-0.234	-0.239	-0.241	-0.242
2) $a > b$ unit: $pb$						
$\frac{a}{b}$	$\frac{h}{b}=0.20$	$\frac{h}{b}=0.10$	$\frac{h}{b}=0.05$	$\frac{h}{b}=0.02$	$\frac{h}{b}=0.01$	thin plate
1.2	-0.232	-0.247	-0.254	-0.258	-0.259	-0.259
1.6	-0.266	-0.275	-0.278	-0.280	-0.280	-0.281
2.0	-0.277	-0.281	-0.282	-0.282	-0.282	-0.283

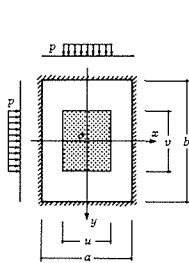


図8 部分荷重

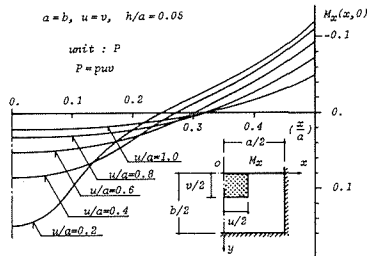


図9 部分荷重:  $Mx$  の分布

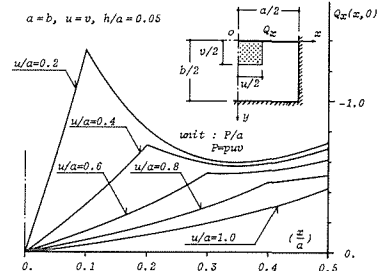


図10 部分荷重:  $Qx$  の分布

5.3 部分荷重

荷重として、2軸対称の部分荷重を取り扱うことにする。(4)式の係数は次のようになる。

- i) 部分荷重:  $L_{ij} = \frac{16p}{ij\pi^2} \sin \frac{\mu_i u}{2} \sin \frac{\mu_j v}{2}$  但し,  $u \neq 0, v \neq 0$
- ii) 線荷重:  $L_{ij} = \frac{8p}{aj\pi} \sin \frac{\mu_j v}{2}$  但し,  $u = 0, v \neq 0$
- $L_{ij} = \frac{8p}{bi\pi} \sin \frac{\mu_i u}{2}$  但し,  $u \neq 0, v = 0$
- iii) 中央集中荷重:  $L_{ij} = 4P/ab$  但し,  $u = v = 0$

(20)

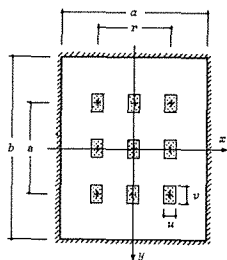


図11 9点部分荷重

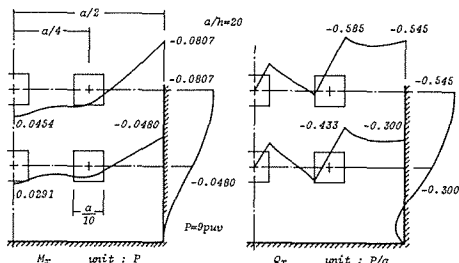


図12 9点部分荷重:  $M_x, Q_x$  の分布

表17 部分荷重 ( $a=b$ ) :  $w(0,0)$

1) thin plate		unit : $Pa^2/D$					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	0.00561	0.00528	0.00465	0.00393	0.00321	0.00261	
$v/b=0.2$	0.00528	0.00501	0.00444	0.00376	0.00308	0.00250	
$v/b=0.4$	0.00465	0.00444	0.00395	0.00336	0.00275	0.00223	
$v/b=0.6$	0.00393	0.00376	0.00336	0.00285	0.00234	0.00190	
$v/b=0.8$	0.00321	0.00308	0.00275	0.00234	0.00192	0.00156	
$v/b=1.0$	0.00261	0.00250	0.00223	0.00190	0.00156	0.00127	

2) $h/a=0.01$		unit : $Pa^2/D$					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	0.00563	0.00529	0.00466	0.00393	0.00322	0.00261	
$v/b=0.2$	0.00529	0.00502	0.00445	0.00376	0.00308	0.00250	
$v/b=0.4$	0.00466	0.00445	0.00396	0.00336	0.00275	0.00224	
$v/b=0.6$	0.00393	0.00376	0.00336	0.00286	0.00235	0.00190	
$v/b=0.8$	0.00322	0.00308	0.00276	0.00235	0.00193	0.00156	
$v/b=1.0$	0.00261	0.00250	0.00224	0.00190	0.00156	0.00127	

3) $h/a=0.05$		unit : $Pa^2/D$					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	0.00605	0.00554	0.00485	0.00409	0.00335	0.00272	
$v/b=0.2$	0.00554	0.00522	0.00461	0.00390	0.00320	0.00260	
$v/b=0.4$	0.00485	0.00461	0.00410	0.00348	0.00286	0.00232	
$v/b=0.6$	0.00409	0.00390	0.00348	0.00296	0.00243	0.00198	
$v/b=0.8$	0.00335	0.00320	0.00286	0.00243	0.00200	0.00163	
$v/b=1.0$	0.00272	0.00260	0.00232	0.00198	0.00163	0.00132	

4) $h/a=0.10$		unit : $Pa^2/D$					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	0.00737	0.00631	0.00544	0.00457	0.00375	0.00306	
$v/b=0.2$	0.00631	0.00584	0.00511	0.00432	0.00355	0.00290	
$v/b=0.4$	0.00544	0.00511	0.00452	0.00384	0.00317	0.00258	
$v/b=0.6$	0.00457	0.00432	0.00384	0.00327	0.00270	0.00220	
$v/b=0.8$	0.00375	0.00355	0.00317	0.00270	0.00222	0.00181	
$v/b=1.0$	0.00306	0.00290	0.00258	0.00220	0.00181	0.00148	

表18 部分荷重 ( $a=b$ ) :  $M_x(0,0)$

1) thin plate		unit : P					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	0	0.1746	0.1133	0.0811	0.0617	0.0494	
$v/b=0.2$	0.2302	0.1476	0.1003	0.0726	0.0553	0.0443	
$v/b=0.4$	0.1676	0.1195	0.0849	0.0624	0.0478	0.0383	
$v/b=0.6$	0.1295	0.0961	0.0700	0.0520	0.0399	0.0320	
$v/b=0.8$	0.1025	0.0771	0.0567	0.0423	0.0326	0.0261	
$v/b=1.0$	0.0827	0.0623	0.0459	0.0343	0.0264	0.0211	

2) $h/a=0.01$		unit : P					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	0	0.1752	0.1136	0.0813	0.0618	0.0495	
$v/b=0.2$	0.2302	0.1476	0.1003	0.0726	0.0553	0.0443	
$v/b=0.4$	0.1676	0.1195	0.0849	0.0624	0.0478	0.0383	
$v/b=0.6$	0.1296	0.0961	0.0700	0.0520	0.0400	0.0320	
$v/b=0.8$	0.1025	0.0771	0.0567	0.0423	0.0326	0.0261	
$v/b=1.0$	0.0827	0.0623	0.0459	0.0343	0.0264	0.0212	

3) $h/a=0.05$		unit : P					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	0	0.1894	0.1210	0.0863	0.0656	0.0525	
$v/b=0.2$	0.2309	0.1485	0.1009	0.0730	0.0556	0.0445	
$v/b=0.4$	0.1680	0.1200	0.0853	0.0627	0.0480	0.0389	
$v/b=0.6$	0.1300	0.0965	0.0704	0.0523	0.0401	0.0322	
$v/b=0.8$	0.1050	0.0775	0.0571	0.0426	0.0327	0.0262	
$v/b=1.0$	0.0832	0.0627	0.0463	0.0345	0.0266	0.0213	

4) $h/a=0.10$		unit : P					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	0	0.2358	0.1441	0.1018	0.0771	0.0616	
$v/b=0.2$	0.2330	0.1508	0.1026	0.0742	0.0565	0.0451	
$v/b=0.4$	0.1693	0.1212	0.0863	0.0634	0.0485	0.0388	
$v/b=0.6$	0.1312	0.0976	0.0713	0.0529	0.0406	0.0325	
$v/b=0.8$	0.1042	0.0786	0.0580	0.0433	0.0332	0.0268	
$v/b=1.0$	0.0844	0.0638	0.0471	0.0352	0.0270	0.0216	

表19 部分荷重 ( $a=b$ ) :  $M_x(a/2,0)$

1) thin plate		unit : P					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	-0.1266	-0.1268	-0.1296	-0.1337	-0.1381	-0.1402	
$v/b=0.2$	-0.1216	-0.1225	-0.1247	-0.1275	-0.1284	-0.1184	
$v/b=0.4$	-0.1103	-0.1109	-0.1121	-0.1126	-0.1096	-0.0974	
$v/b=0.6$	-0.0947	-0.0950	-0.0953	-0.0945	-0.0902	-0.0790	
$v/b=0.8$	-0.0780	-0.0781	-0.0782	-0.0770	-0.0729	-0.0635	
$v/b=1.0$	-0.0633	-0.0634	-0.0634	-0.0624	-0.0589	-0.0513	

2) $h/a=0.01$		unit : P					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	-0.1262	-0.1267	-0.1295	-0.1335	-0.1378	-0.1394	
$v/b=0.2$	-0.1215	-0.1224	-0.1246	-0.1274	-0.1282	-0.1182	
$v/b=0.4$	-0.1102	-0.1108	-0.1120	-0.1125	-0.1095	-0.0973	
$v/b=0.6$	-0.0946	-0.0949	-0.0953	-0.0945	-0.0901	-0.0789	
$v/b=0.8$	-0.0780	-0.0781	-0.0781	-0.0770	-0.0728	-0.0635	
$v/b=1.0$	-0.0633	-0.0634	-0.0634	-0.0624	-0.0589	-0.0513	

3) $h/a=0.05$		unit : P					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	-0.1227	-0.1242	-0.1266	-0.1299	-0.1324	-0.1263	
$v/b=0.2$	-0.1194	-0.1201	-0.1221	-0.1243	-0.1243	-0.1138	
$v/b=0.4$	-0.1065	-0.1090	-0.1101	-0.1104	-0.1073	-0.0952	
$v/b=0.6$	-0.0934	-0.0937	-0.0940	-0.0932	-0.0888	-0.0776	
$v/b=0.8$	-0.0771	-0.0773	-0.0773	-0.0761	-0.0720	-0.0628	
$v/b=1.0$	-0.0627	-0.0628	-0.0628	-0.0618	-0.0583	-0.0508	

4) $h/a=0.10$		unit : P					
	$u/a=0.$	$u/a=0.2$	$u/a=0.4$	$u/a=0.6$	$u/a=0.8$	$u/a=1.0$	
$v/b=0.$	-0.1150	-0.1186	-0.1205	-0.1225	-0.1229	-0.1099	
$v/b=0.2$	-0.1144	-0.1150	-0.1165	-0.1178	-0.1165	-0.1051	
$v/b=0.4$	-0.1045	-0.1049	-0.1056	-0.1055	-0.1020	-0.0902	
$v/b=0.6$	-0.0905	-0.0907	-0.0908	-0.0899	-0.0855	-0.0747	
$v/b=0.8$	-0.0752	-0.0753	-0.0752	-0.0739	-0.0699	-0.0608	
$v/b=1.0$	-0.0614	-0.0614	-0.0613	-0.0602	-0.0568	-0.0494	

表20 部分荷重( $a=b$ ):  $Q_x(a/2,0)$

1) thin plate		unit: P/a					
	u/a=0.2	u/a=0.4	u/a=0.6	u/a=0.8	u/a=1.0		
v/b=0.	-1.135	-0.826	-0.894	-1.031	-1.325	-2.782	
v/b=0.2	-0.787	-0.782	-0.840	-0.949	-1.133	-1.359	
v/b=0.4	-0.692	-0.693	-0.732	-0.795	-0.874	-0.938	
v/b=0.6	-0.580	-0.580	-0.604	-0.639	-0.676	-0.701	
v/b=0.8	-0.472	-0.471	-0.487	-0.509	-0.531	-0.545	
v/b=1.0	-0.382	-0.381	-0.394	-0.411	-0.428	-0.438	

2) h/a=0.01		unit: P/a					
	u/a=0.2	u/a=0.4	u/a=0.6	u/a=0.8	u/a=1.0		
v/b=0.	-1.068	-0.814	-0.881	-1.014	-1.296	-2.516	
v/b=0.2	-0.778	-0.772	-0.830	-0.937	-1.117	-1.344	
v/b=0.4	-0.684	-0.685	-0.724	-0.787	-0.866	-0.931	
v/b=0.6	-0.574	-0.574	-0.598	-0.633	-0.671	-0.697	
v/b=0.8	-0.467	-0.466	-0.483	-0.505	-0.528	-0.542	
v/b=1.0	-0.378	-0.378	-0.390	-0.407	-0.425	-0.436	

3) h/a=0.05		unit: P/a					
	u/a=0.2	u/a=0.4	u/a=0.6	u/a=0.8	u/a=1.0		
v/b=0.	-0.976	-0.761	-0.821	-0.936	-1.162	-2.043	
v/b=0.2	-0.732	-0.724	-0.777	-0.874	-1.034	-1.254	
v/b=0.4	-0.646	-0.646	-0.746	-0.826	-0.897	-0.932	
v/b=0.6	-0.545	-0.545	-0.570	-0.607	-0.648	-0.678	
v/b=0.8	-0.445	-0.445	-0.462	-0.486	-0.512	-0.529	
v/b=1.0	-0.361	-0.361	-0.374	-0.393	-0.413	-0.426	

4) h/a=0.10		unit: P/a					
	u/a=0.2	u/a=0.4	u/a=0.6	u/a=0.8	u/a=1.0		
v/b=0.	-0.901	-0.689	-0.742	-0.841	-1.028	-1.824	
v/b=0.2	-0.667	-0.658	-0.705	-0.791	-0.932	-1.141	
v/b=0.4	-0.592	-0.591	-0.627	-0.686	-0.765	-0.843	
v/b=0.6	-0.503	-0.503	-0.528	-0.566	-0.611	-0.647	
v/b=0.8	-0.413	-0.413	-0.431	-0.458	-0.487	-0.509	
v/b=1.0	-0.336	-0.336	-0.350	-0.371	-0.394	-0.410	

表21 部分荷重( $a=b$ ):  $Q_x(u/2,0)$

1) thin plate		unit: P/a			
	u/a=0.2	u/a=0.4	u/a=0.6	u/a=0.8	
v/b=0.	-2.905	-1.772	-1.407	-1.383	
v/b=0.2	-1.339	-0.970	-0.861	-0.945	
v/b=0.4	-0.877	-0.702	-0.660	-0.739	
v/b=0.6	-0.641	-0.541	-0.522	-0.583	
v/b=0.8	-0.496	-0.427	-0.417	-0.463	
v/b=1.0	-0.399	-0.345	-0.336	-0.373	

2) h/a=0.01		unit: P/a			
	u/a=0.2	u/a=0.4	u/a=0.6	u/a=0.8	
v/b=0.	-2.905	-1.772	-1.407	-1.382	
v/b=0.2	-1.339	-0.970	-0.861	-0.946	
v/b=0.4	-0.877	-0.702	-0.660	-0.738	
v/b=0.6	-0.641	-0.541	-0.522	-0.538	
v/b=0.8	-0.496	-0.427	-0.417	-0.463	
v/b=1.0	-0.399	-0.345	-0.336	-0.373	

3) h/a=0.05		unit: P/a			
	u/a=0.2	u/a=0.4	u/a=0.6	u/a=0.8	
v/b=0.	-2.905	-1.770	-1.402	-1.366	
v/b=0.2	-1.339	-0.969	-0.857	-0.932	
v/b=0.4	-0.877	-0.702	-0.657	-0.731	
v/b=0.6	-0.641	-0.541	-0.521	-0.579	
v/b=0.8	-0.497	-0.428	-0.416	-0.460	
v/b=1.0	-0.399	-0.345	-0.336	-0.372	

4) h/a=0.10		unit: P/a			
	u/a=0.2	u/a=0.4	u/a=0.6	u/a=0.8	
v/b=0.	-2.905	-1.767	-1.392	-1.331	
v/b=0.2	-1.338	-0.967	-0.848	-0.902	
v/b=0.4	-0.877	-0.700	-0.650	-0.711	
v/b=0.6	-0.642	-0.541	-0.516	-0.567	
v/b=0.8	-0.498	-0.428	-0.413	-0.453	
v/b=1.0	-0.401	-0.346	-0.335	-0.366	

表22 9点部分荷重の計算結果

a=b	$r=v=a/2$		$u=v=a/10$	
	$M_x(x,0)$		$Q_x(x,0)$	
	$x=0$	$x=a/2$	$x=(r+u)/2$	$x=a/2$
$a/h=10$	0.002602	0.04680	-0.07809	-0.5813
$a/h=20$	0.002332	0.04544	-0.08066	-0.5846
$a/h=30$	0.002280	0.04517	-0.08123	-0.5854
$a/h=40$	0.002261	0.04507	-0.08145	-0.5856
$a/h=50$	0.002253	0.04503	-0.08155	-0.5857
thin plate	0.002237	0.04495	-0.08175	-0.5860

unit  $w: P\alpha^2/D$   $M_x: P$   $Q_x: P/a$   $F=9puv$

正方形版についての計算結果を全荷重 ( $P=puv$ ) で整理し、表17~20に掲げる ( $i, j=1, 3, 5 \dots 61$ の各31項を採用)。図9, 10は、荷重面積の増積 ( $u=v$ ) に伴う平板内の曲げモーメントと、剪断力の分布を示したものであるが、荷重面積が小さい場合には荷重端に剪断力が集中し、打抜き剪断に対する配慮の必要があり、この便宜のため、表21に荷重端の剪断力の値を掲げた。

5.4 9点部分荷重

筆者等が行っている一連の鉄筋コンクリート床版の実験における載荷型式<sup>7)</sup>は、図11に示す9点部分荷重で、この場合の係数  $L_{ij}$  は下式となる。

$$L_{ij} = \frac{16p}{ij\pi^2} \sin \frac{\mu_i u}{2} \sin \frac{\mu_j v}{2} \left( 1 + 2 \cos \frac{\mu_i r}{2} \right) \left( 1 + 2 \cos \frac{\mu_j s}{2} \right) \quad (21)$$

計算は、 $a=b$ の正方形版で、荷重面積を  $u=v=a/10$  として行い、その結果を全荷重 ( $P=9puv$ ) で整理し、表22に掲げて実験のためのデータとする ( $i, j=1, 3, 5 \dots 61$ の各31項を採用)。また図12は、平板内の曲げモーメントと剪断力の分布状態を示したものである。

## 6. む す び

剪断効果を考慮した Reissner 理論に基づく周辺固定矩形版の弾性解を求めたが、常用される鉄筋コンクリート床版の版厚程度では、殆ど弾性域では影響のないことを知り得た。鉄筋コンクリート床版の弾塑性挙動は、コンクリートの圧縮と引張り強度の相違から、亀裂発生後に膜力の発生することが知られており、既に弾塑性解析も試みられているが、この解析では剪断効果を組み込まれておらず、筆者等の実験でも版厚が可撓長の1/25より厚くなると、極限荷重は膜作用による耐荷力の増大と共に、終局時において屢々剪断破壊を生ずる例に遭遇している。周辺固定版では、曲げモーメントと剪断力の最大となる位置が一致しているので、極限解析においては曲げ・膜力・剪断の連成効果を考慮する必要があるものと思われる。今後、剪断効果を詳細に追跡する弾塑性解析、及びこの効果を巨視的に扱いうる、曲げと剪断の連成効果を含めた降伏線理論<sup>8)</sup>と、部分荷重に対する打抜き剪断を表現出来る実用的な降伏線理論の確立が必要と考えている。

### 参 考 文 献

- 1) E. Reissner : J. Appl. Mech., Vol.12, No.2, 1945, pp.69-77
- 2) R.D.Mindlin : J. Appl. Mech., March, 1951, pp.31~38
- 3) T. G. Carley, H. L. Langhaar : ASCE, EM1, Feb., 1968, pp.137~151
- 4) 角野, 大沢 : 建築学会論文報告集, 第241号, 昭和51年3月, pp.111~122
- 5) 土橋, 内山, 杉野目 : 建築学会論文報告集, 第294号, 昭和55年8月, pp.61~73
- 6) 例えば, 5)の参考文献
- 7) 例えば, 土橋外 : 建築学会北海道支部研究報告集, No.49, 1978. 3, pp.49~52
- 8) 内山, 土橋, 森 : 建築学会大会学術講演梗概集 (東北), 昭和57年10月, pp.1071~72