



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	大動脈内派波の非線形理論と計算機実験
Author(s)	宮崎, 敏幸; Miyazaki, Toshiyuki; 佐久間, 哲郎 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 126, 101-110
Issue Date	1985-05-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41927
Type	departmental bulletin paper
File Information	126_101-110.pdf



大動脈内脈波の非線形理論と計算機実験

宮崎 敏幸 佐久間 哲郎

(昭和59年12月27日受理)

Nonlinear Theory and Computer Simulation of Pulse Waves in the Aorta

Toshiyuki MIYAZAKI and Tetsuro SAKUMA

(Received December 27, 1984)

Abstract

The asymptotic theory of nonlinear propagation of pressure pulses in the aorta is presented based on a quasi-one-dimensional model. The blood is assumed to behave as an incompressible Newton fluid. The effects of the outflow of blood from the aorta through the discrete branches or bifurcations, the tapering of the aorta with increasing distance away from the ventricle and also the tension along the vessel axis caused by the aortic contraction *in vivo*, are taken into account.

By means of the reductive perturbation method, the basic equations are reduced to the Korteweg-de Vries equation in an inhomogeneous medium. Numerical simulation for the basic equations is also carried out and compared with the theoretical results.

1. 序 論

心臓から拍出された血流中を伝わる脈波に関して、大動脈中を伝播してゆく際に、波形が急峻になってゆく現象(steeptening phenomena)や圧力の最高値が高くなってゆく現象(peaking phenomena)が知られている。

このような現象を解析的に取り扱うためには、現象をよい近似で記述するモデルを考える必要がある。動脈管のように細長い管の中の流れでは、管の半径方向の加速度や圧力勾配は無視して考えることができるので、軸方向の流れの加速度や圧力勾配、管の断面積の変化のみを考慮したモデルを考えればよい。このようなモデルを準一次元モデルという。また血液は大動脈中では非圧縮性 Newton 流体とみなせるので、結局、大動脈中の脈波伝播は Navier-Stokes 方程式(N-S 方程式)と連続の式を連立したもので記述される。

菅原¹⁾は、このモデルを用いて、steepening phenomena は Navier-Stokes 方程式の非線形項が強ききくため、また peaking phenomena は血管壁の平均弾性率が心臓からの距離に伴って増加しているため起こる現象であることを解析的に示している。また M. Anliker²⁾は動脈の枝分れによる分流を大動脈管からの連続的な漏れと考え、連続の式の中に漏れの項を導入し、さらに管

の圧力と断面積の関係を脈波の伝播速度の実測値から求め、より現実に近いモデルを用いて脈波の波形変化を数値的に調べている。また脈波は安定に伝播する波としても知られ、ソリトンのような波動である可能性も指摘されている³⁾。しかしこの点についてはまだはっきりしたことはわかっていない。

一方、血管は生体内においては、管軸方向に30%程度伸長されていることが知られている。本論文では、この伸長効果によって生ずる分散項を考慮することによって、脈波の伝播は漸近的に不均一系の Korteweg-de Vries (KdV) 方程式によって表わされることを示す。その際管壁はフック弾性に従うとし、モデルができるだけよく実際の脈波伝播を記述するように、血管内-外圧力平衡時の半径やヤング率に空間依存性を持たせ、動脈壁からの枝分れによる分流を動脈壁からの連続的な漏れとして考慮する。

しかし大動脈の長さは有限であるから、脈波が大動脈中を伝播する間に分散効果と非線形効果とが釣合ってソリトンを形成し得るか否かは数値的に解析しなければならない。数値解析を行なった結果、大動脈中では軸方向張力による分散項の大きさは非線形項のそれより小さいため、脈波はソリトンのような波動ではないことが明らかにされた。

2. 運動方程式

2.1 血管内圧-半径の関係

動脈の内面は一層の内皮細胞より成り、その外側をエラスチン、コラーゲンおよび平滑筋が取巻いており、これらは部位によりその成分比が異なっている。従って、血管壁の平均ヤング率の値も部位によって異なる。また動脈の断面は普通円形であるが、太さは一様ではなく、末端に近づくに従って細くなって1~2度程度のテーパを持っており、管壁の厚さと管の半径との比は0.07~0.13の間にある。更に、動脈は、生体内では軸方向に約30%伸長されている⁴⁾。

これらの事を考慮して血管の力学的モデルを次の様に設定する。血管壁の弾性を軸方向と円周方向の平均ヤング率で表し、厚さ、血管の内外圧平衡時の半径、ヤング率に軸方向の依存性を持たせる。血管は静止しているものとし、軸方向を z 軸とする円柱座標 (r, θ, z) を用い、血管の微小区間を考えて、その長さを Δz 、midwall radiusを r 、管壁の厚さを $d(z)$ で表す。この微小区間は内圧 P 、外圧 P_0 を受け、また、両端では軸方向に T なる張力、円周方向には半径の増加に伴っておきる応力 $\tau(z)$ が存在するとする。また、半径の空間変化は緩かであり、半径の増加は

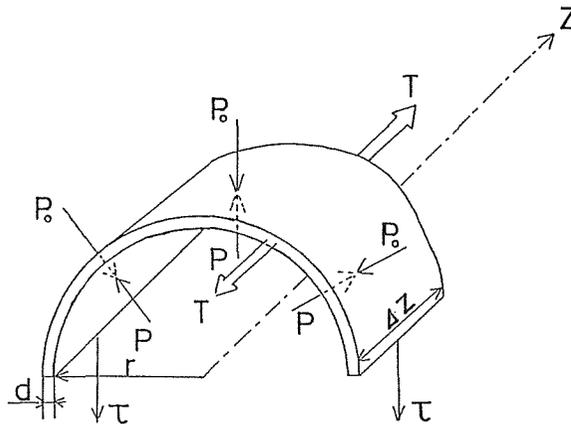


Fig. 1 動脈を輪切りにした半円筒に加わる力

小さいとする。これを Fig. 1 に示す。

これらの力の釣合いにより次式を得る。

$$P - P_0 = \frac{\tau d}{r} - T \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} \quad (2-1)$$

また、フックの法則が成立つとすれば、

$$P - P_0 = f(z) - g(z) \frac{1}{r} - T \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} \quad (2-2)$$

となる。ここで、

$$f(z) \equiv \frac{d(0)}{r_0(0)} E(z),$$

$$g(z) \equiv f(z) r_0(z) \quad (2-3)$$

とし、また、内外圧平衡時の半径 $r_0(z)$ と血管壁の厚さの比は一定とした。

2. 2 運動方程式

動脈管のように細長い管の中の流れでは、管の半径方向の加速度や圧力勾配を無視する事ができる。このような場合には、管の軸方向の流れの加速度や圧力勾配のみを考えればよい。この場合でも、管の断面積の変化は考慮するので、これを準一次元モデル(quasi-one-dimensional model)と呼ぶ。準一次元モデルでは、管の半径方向の速度分布も無視して、平均流速のみを取扱う。更に、動脈管中の血流の問題では、管壁の伸展性に比べて、流体(血液)の圧縮性は極めて小さいので、流体は非圧縮性とみなす事ができる。

非圧縮性の準一次元流に対する連続の式は、

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z}(uS) + \psi = 0 \quad (2-4)$$

で表される。ここで、 z は管軸に沿っての心臓からの距離、 t は時間、 u は流速、 S は管の断面積、 ψ は動脈の枝分れによる分流を連続的な漏れと考えたものであり、後で具体的な形を仮定する。今、動脈を円管と仮定すると、 $S = \pi r^2$ であるから、これを(2-4)に代入して、 $2\pi r$ で割ると、

$$\frac{\partial r}{\partial t} + \frac{r}{2} \frac{\partial u}{\partial z} + u \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{\psi}{2\pi r} = 0 \quad (2-5)$$

を得る。また、動脈の管壁は薄く、その慣性力を無視する事が出来れば、運動量保存の式は通常の Euler の式と同じもので次の様になる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = 0 \quad (2-6)$$

ここで、 ρ は流体の密度で、非圧縮性の仮定により一定であり、 P は流体中の圧力で z および t の関数である。また(2-6)式では粘性項は非線形項(対流項)や圧力項より小さいとして無視した。次に、漏れ ψ の表現を

$$\psi = \gamma(P - P_0)k(z) \quad (2-7)$$

とする。ここで、 γ は漏れの抵抗、 $k(z)$ は空間的に緩やかな漏れの分布関数である。

(2-1)、(2-7)を用いて、(2-5)、(2-6)を書換えると、

$$\frac{\partial r}{\partial t} + u \frac{\partial r}{\partial z} + \frac{r}{2} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\gamma}{2\pi r} f(z)k(z) - \frac{\gamma}{2\pi r^2} g(z)k(z) - \frac{\gamma T}{2\pi r} k(z) \frac{\partial^2 r}{\partial z^2} = 0 \quad (2-8)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{df(z)}{dz} - \frac{1}{\rho r} \frac{dg(z)}{dz} - \frac{1}{\rho} g(z) \frac{1}{r^2} \frac{\partial r}{\partial z} - \frac{T}{\rho} \frac{\partial^3 r}{\partial z^3} = 0 \quad (2-9)$$

(2-8), (2-9) は行列表示すると,

$$\frac{\partial U}{\partial t} + A(U) \frac{\partial U}{\partial z} + B(U) \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + C \frac{\partial^3 U}{\partial z^3} + D(z) E(U) + F(U) \frac{dG(z)}{dz} = 0 \quad (2-10)$$

但し,

$$\begin{aligned} U &= \begin{pmatrix} r \\ u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \end{pmatrix}, \\ A(U) &= \begin{pmatrix} u & r/2 \\ g(z)/\rho r^2 & u \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_2 & u_1/2 \\ g(z)/\rho u_1^2 & u_2 \end{pmatrix}, \\ B(U) &= \begin{pmatrix} -\gamma T k(z)/2 \pi r & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\gamma T k(z)/2 \pi u_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ C &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -T/\rho & 0 \end{pmatrix}, \\ D(z) &= \begin{pmatrix} \gamma f(z) k(z)/2 \pi & -\gamma g(z) k(z)/2 \pi \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \\ E(U) &= \begin{pmatrix} 1/r \\ 1/r^2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/u_1 \\ 1/u_1^2 \end{pmatrix}, \\ F(U) &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1/r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1/u_1 \end{pmatrix}, \\ G(z) &= \begin{pmatrix} f(z)/\rho \\ -g(z)/\rho \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2-11)$$

である。

この方程式 (2-10) は非線形項, 分散項および散逸項を含む複雑な非線形方程式であり, 解析的に解くことは困難である。そのため, まず通減摂動法を用いて, より簡単な非線形方程式に還元する。

3. 通減摂動法による KdV 型方程式への還元

3. 1 通減摂動法

通減摂動法は, はじめ Gardner および Morikawa⁵⁾ によって磁気流体波を記述する KdV 方程式の導出に用いられ, その後 Taniuti ら⁶⁾ によって体系化された漸近的摂動論である。この方法を要約すれば, 非線形性を持つ分散媒質あるいは散逸媒質中では, それらの効果がたとえ小さくとも, 波源から十分離れた遠方での波動場 (遠方場) においては, 非線形性と分散効果あるいは散逸効果とが釣合って安定な定常状態が存在することが予想される。そこでその釣合いを実現させるため, 座標のひきのぼしを行い, また微小なパラメータ ε を導入し, このパラメータに関して両効果をバランスさせて, モデル方程式を導くというものである。この方法によれば, 複雑な非線形方程式系をその階数を減じて簡単な非線形方程式に帰着させる事が出来, この意味でこの漸近的方法を通減摂動法と呼んでいる。

3. 2 通減摂動法の適用

まず, 定常状態を $U^{(0)}$ として U をこのまわりで次のように展開する。

$$U = U^{(0)} + \varepsilon U^{(1)} + \varepsilon^2 U^{(2)} + \dots \quad (3-1)$$

ここで、 ε は小さな量である。このとき U の関数、例えば行列 $A(U)$ も次のように展開する。

$$A(U) = A_0 + \varepsilon A_1 + \varepsilon^2 A_2 + \dots \quad (3-2)$$

ここで、

$$A_0 \equiv A(U^{(0)})$$

$$A_1 \equiv \nabla_u A_0 \cdot U^{(1)} \equiv \sum_{i=1}^2 \frac{\partial A_{ij}(U)}{\partial u_i} \Big|_{U=U^{(0)}} U_i^{(1)} \quad (3-3)$$

である。また、 $B(U)$ 、 $E(U)$ 、 $F(U)$ も同様である。次に、非線形項と分散項が同程度の大きさで摂動の一次の項 $U^{(1)}$ の満たす式に取込まれ、ゆっくりとした変化が見られるように、引伸ばされた変数

$$\begin{aligned} \xi &= \varepsilon^{1/2} \left[\int \frac{dz}{\lambda_0} - t \right] \\ \eta &= \varepsilon^{3/2} z \end{aligned} \quad (3-4)$$

を導入する。ここで λ_0 は $A(U^{(0)})$ の縮退していない一つの固有値である。また、漏れに関する量は小さく、ヤング率などの軸方向に変化する量は全て z について緩かに変化する関数であるとする。

$$\begin{aligned} B(U) &= \varepsilon^{3/2} \tilde{B}(U) \\ D(z) &= \varepsilon^{3/2} \tilde{D}(\varepsilon^{3/2} z) \\ G(z) &= G(\varepsilon^{3/2} z) \end{aligned} \quad (3-5)$$

これらを用いると運動方程式は次のように書換える事ができる。

$$\begin{aligned} & -\varepsilon^{1/2} \frac{\partial}{\partial \xi} \sum_{i=0}^{\infty} U^{(i)} \varepsilon^i + \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j A_j \left(\frac{\varepsilon^{1/2}}{\lambda_0} \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \eta} \right) \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i U^{(i)} \\ & + \varepsilon^{3/2} \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j \tilde{B}_j \left(\frac{\varepsilon^{1/2}}{\lambda_0} \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \eta} \right)^2 \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i U^{(i)} + C \left(\frac{\varepsilon^{1/2}}{\lambda_0} \frac{\partial}{\partial \xi} + \varepsilon^{3/2} \frac{\partial}{\partial \eta} \right)^3 \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon^i U^{(i)} \\ & + \varepsilon^{3/2} \tilde{D}(\eta) \sum_{i=0}^{\infty} E_i \varepsilon^i + \sum_{j=0}^{\infty} \varepsilon^j F_j \left(\varepsilon^{3/2} \frac{d}{d\eta} \right) G(\eta) = 0 \end{aligned} \quad (3-6)$$

次に、定常状態 $U^{(0)}$ が、方程式

$$A_0 \varepsilon^{3/2} \frac{dU^{(0)}}{d\eta} + \varepsilon^{3/2} \tilde{B}_0 \left(\varepsilon^{3/2} \frac{d}{d\eta} \right)^2 U^{(0)} + C \left(\varepsilon^{3/2} \frac{d}{d\eta} \right)^3 U^{(0)} + \varepsilon^{3/2} \tilde{D}(\eta) E_0 + F_0 \left(\varepsilon^{3/2} \frac{d}{d\eta} \right) G(\eta) = 0 \quad (3-7)$$

を満たす事に注意して、(3-6)の両辺を $\varepsilon^{1/2}$ で割り、 ε の各オーダーで両辺を比較すれば、 $O(\varepsilon)$ の項から、

$$U^{(1)} = \varphi(\xi, \eta) \mathbf{R}(\eta) + V(\eta) \quad (3-8)$$

を得る。ここで $\mathbf{R}(\eta)$ は A_0 の右固有ベクトルであり、 $V(\eta)$ は η の任意関数、 $\varphi(\xi, \eta)$ は変数 ξ, η のスカラー関数である。また、 $O(\varepsilon^2)$ の項からは、

$$\left(-1 + \frac{A_0}{\lambda_0} \right) \frac{\partial U^{(2)}}{\partial \xi} + A_0 \frac{\partial U^{(1)}}{\partial \eta} + A_1 \frac{1}{\lambda_0} \frac{\partial U^{(1)}}{\partial \xi} + A_1 \frac{\partial U^{(0)}}{\partial \eta} + C \frac{1}{\lambda_0^3} \frac{\partial^3 U^{(1)}}{\partial \xi^3} + \tilde{D} E_1 + F_1 \frac{dG(\eta)}{d\eta} = 0 \quad (3-9)$$

が得られる。これに A の左固有ベクトル \mathbf{L} を左から乗じ、 $\partial U^{(2)}/\partial \xi$ が代数的に解けるとすれば、

$$\lambda_0 L \frac{\partial U^{(1)}}{\partial \eta} + \frac{L A_1}{\lambda_0} \frac{\partial U^{(1)}}{\partial \xi} + L A_1 \frac{\partial U^{(0)}}{\partial \eta} + \frac{L C}{\lambda_0^3} \frac{\partial^3 U^{(1)}}{\partial \xi^3} + L \tilde{D} E_1 + L F_1 \frac{dG(\eta)}{d\eta} = 0 \quad (3-10)$$

が得られ、(3-3) などを用いて、(3-8) を代入してまとめると、

$$\varphi_\eta + [\alpha\varphi + \alpha']\varphi_\xi + \beta\varphi_{\xi\xi\xi} + \gamma\varphi + \gamma' = 0 \quad (3-11)$$

が得られる。ここで添字は微分を表し、 α 、 α' 、 β 、 γ 、 γ' は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \alpha &= L(\nabla_u A_0 R)R / \lambda_0^2 LR \\ \alpha' &= L(\nabla_u A_0 V)R / \lambda_0^2 LR \\ \beta &= LCR / \lambda_0^2 LR \\ \gamma &= [\lambda_0 LR_\eta + L(\nabla_u A_0 R)U_\eta^{(0)} + L\tilde{D}(\nabla_u E_0 R) + L(\nabla_u F_0 R)G_\eta] / \lambda_0 LR \\ \gamma' &= [\lambda_0 LV_\eta + L(\nabla_u A_0 V)U_\eta^{(0)} + L\tilde{D}(\nabla_u E_0 V) + L(\nabla_u F_0 V)G_\eta] / \lambda_0 LR \end{aligned} \quad (3-12)$$

(3-11) は、次のような変数変換

$$\begin{aligned} \phi &= \varphi \exp\left(\int \gamma d\eta\right) + \int \gamma' \exp\left(\int \gamma d\eta\right) d\eta \\ \xi &= \xi - \int \alpha' d\eta + \int [\alpha \exp\left(-\int \gamma d\eta\right) - \gamma' \exp\left(\int \gamma d\eta\right)] d\eta \end{aligned} \quad (3-13)$$

$$\theta = \eta$$

を行なえば、不均一系の KdV 方程式

$$\phi_\theta + \alpha \exp\left(-\int \gamma d\theta\right) \phi \phi_\xi + \beta \phi_{\xi\xi\xi} = 0 \quad (3-14)$$

となる。ここで α 、 β 、 γ は θ のみの関数である。

4. 計算機実験

3. で議論した結果によれば、脈波の従う方程式は、漸近的には不均一系の KdV 方程式で表わされることがわかった。KdV 方程式はソリトン解を持つ事が知られているので、不均一系の KdV 方程式は、不均一さが小さければソリトンのような解を持つと思われる。従って、脈波が漸近的にはソリトンのような波動となる可能性もある。しかし実際の脈波の波形変化が問題となるような短時間において遠方場が形成される保証はない。そこでこの節では、(2-8)、(2-9)を数値的に解き、脈波が大動脈末端に達するまでの短い時間における脈波の波形変化を調べる。着目するポイントは以下の2つである。

Point 1 大動脈内圧と外圧が平衡している時の血管の半径 $r_0(z)$ や血管壁の厚さは、心臓から離れるに伴い減少し、血管壁のヤング率 $E(z)$ は増加する事が一般に知られている。大動脈からの分岐や、これ等のパラメーターの空間依存性が波形に対して、実際にどのような効果を与えるかを調べる。

Point 2 脈波が大動脈を伝播してゆく際に、ソリトンのような波動となるならば、それは心臓からどの位の距離であるかを調べる。

上記の2つを実行するため、次の3つのケースについて血流速度 u 、血圧 P 、非線形項と分散項の空間プロファイルの時間変化を調べた。

Case 1 内-外圧平衡時の半径 $r_0(z)$ 、管壁のヤング率 $E(z)$ が軸方向に変化せず漏れのない場合。

$$r_0(z) = r_0(0) = 1.215(\text{cm})$$

$$E(z) = E(0) = 2 \times 10^6 (\text{dyn/cm})$$

$$\psi(z)=0$$

Case 2 $r_0(z)$ は一定であり、漏れもなく、管壁のヤング率 $E(z)$ だけが軸方向に増加してゆく場合。

$$r_0(z)=r_0(0)=1.215(\text{cm})$$

$$E(z)=E(0)+\Delta E \times z$$

$$\Delta E=3.75 \times 10^4(\text{dyn/cm})$$

$$\psi(z)=0$$

Case 3 $r_0(z)$ は軸方向に減少し、管壁のヤング率 $E(z)$ は増加し、更に漏れもある場合。

$$r_0(z)=r_0(0)-\beta \times z$$

$$\beta=0.00683$$

$$E(z)=E(0)+\Delta E \times z$$

$$\psi(z)=\gamma(P-P_0)k(z)$$

ここで、 γ 、 $k(z)$ は Anliker ら (1971) によって用いられたものを使用した。また境界条件は以下のようにとった。

$z=0(\text{cm})$ 速度 $u(0)$ の時間変化を与え、 $r(0)$ は方程式を満たす様に数値的に決める。ここで、時間変化は実測された波形をガウス関数で近似したものを用いる。

$z=160(\text{cm})$ 末梢での速度は次式で与えられるとした。

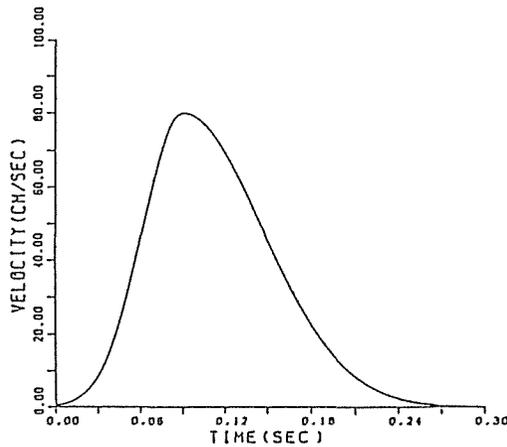


Fig. 2 $z=0$ での血流速度の時間変化

$$u(160)=\frac{P-P_0}{R_l \cdot 2 \pi r^2(160)}$$

ここで R_l は末梢の抵抗である。 $r(160)$ は $z=0(\text{cm})$ の時と同様に決めた。

数値計算の手法は差分法(陰解法)を用い、空間の刻み幅 $\Delta z=0.1(\text{cm})$ 、時間の刻み幅 $\Delta t=2 \times 10^{-5}(\text{sec})$ とした。陰解法は点反復法を用い、点反復法の初期値は陽解法で求めたものを与えた。

5. 結果と考察

5. 1 結 果

Case 1 についての計算機実験の結果を Fig. 3~Fig. 5 に示す。Fig. 3 は血流速度と血圧の空間ブ

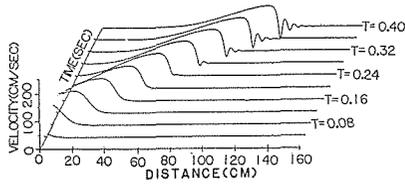


Fig. 3 血流速度と血圧の空間プロファイルの時間発展 (CASE 1)

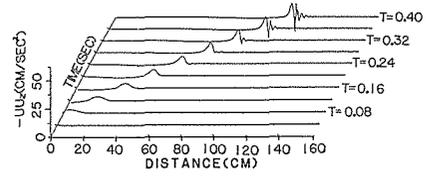


Fig. 4 非線形項 $-uu_z$ と分散項 $t/\rho \cdot r_{zzz}$ の空間プロファイルの時間発展 (CASE 1)

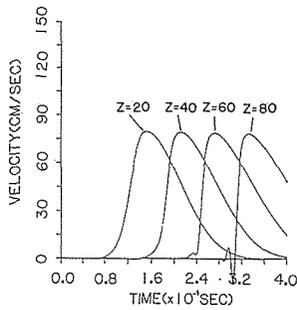


Fig. 5 $z=20$ cm, $z=40$ cm, $z=60$ cm, $z=80$ cm での血流速度と血圧の時間変化 (CASE 1)

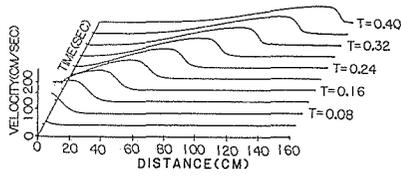


Fig. 6 血流速度と血圧の空間プロファイルの時間発展 (CASE 2)

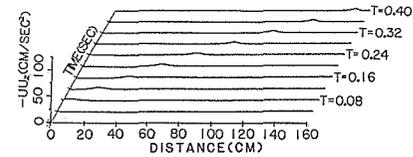


Fig. 7 非線形項 $-uu_z$ と分散項 $t/\rho \cdot r_{zzz}$ の空間プロファイルの時間発展 (CASE 2)

ロファイルの時間発展を示したもので、Fig. 4 は非線形項の中でも特に大きな値を持つ $-u u_z$ (添字は微分を表す) と分散項 $T/\rho \cdot r_{zzz}$ の空間プロファイルの時間発展を示したものである。また、Fig. 5 は血管の各点 ($z=20$ cm, $z=40$ cm, $z=60$ cm, $z=80$ cm) での血流速度と血圧の時間変化である。なお、Fig. 3, Fig. 4 の横軸は心臓からの距離であり、Case 2 (Fig. 6~Fig. 8) および Case 3 (Fig. 9~Fig. 11) についても同様である。

5. 2 考 察

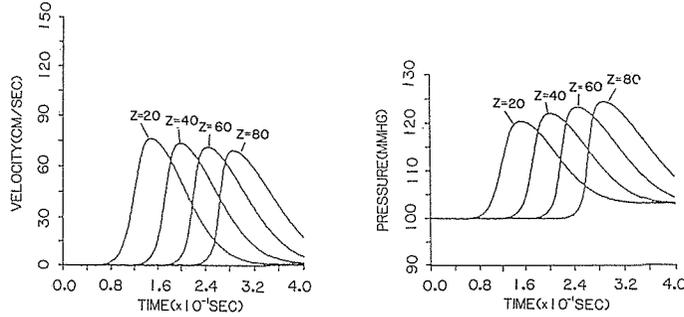


Fig. 8 $z=20$ cm, $z=40$ cm, $z=60$ cm, $z=80$ cm での血流速度と血圧の時間変化 (CASE 2)

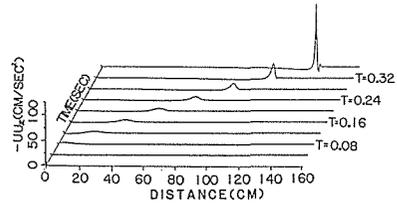
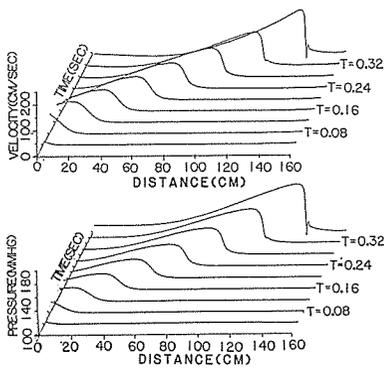


Fig. 9 血流速度と血圧の空間プロファイルの時間発展 (CASE 3)

Fig. 10 非線形項 $-uu_z$ と分散項 $t/\rho \cdot \tau_{zzz}$ の空間プロファイルの時間発展 (CASE 3)

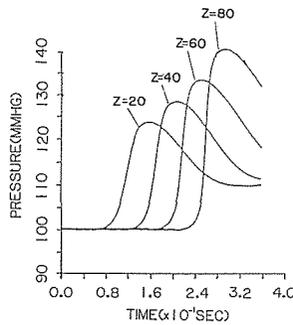
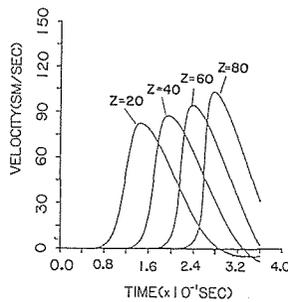


Fig. 11 $z=20$ cm, $z=40$ cm, $z=60$ cm, $z=80$ cm での血流速度と血圧の時間変化 (CASE 3)

結果を4のPoint 1, Point 2 に従って考察する。まず、Point 1 に対して考察する。 E, r_0 が空間依存性を持たなく漏れのないCase 1 は、非線形効果による steepening は起こるが、peaking は起こっていない事が Fig. 3, Fig. 5 から明らかである。 E だけが空間依存性を持ち漏れのないCase 2 では、速度の最高値が少し減少し、peaking が少し起きる事がわかる。また、この場合 steepening はCase 1 よりも起こり難くなっている。それは、steepening を起こす非線形項がCase 1 より小さい事からも理解される。最後に、現実が一番近い E, r_0 が空間依存性を持ち、かつ漏れもある

Case 3 では, peaking が大きく生じ steepening も Case 2 より大きくなっている。これらの事により, ヤング率が軸方向に増加する事による効果は, peaking を起こし, 更に steepening を押えることがわかる。また, テーパーは steepening と peaking を助長させる効果がある。

次に Point 2 に対して考察する。ソリトンは非線形効果と分散効果が釣合って安定に伝播する波動であるから, 脈波がソリトンのような波動となるには, 非線形項と分散項が同程度にならなければならない。そこで, 実際の生体に最も近い条件である Case 3 の Fig. 10 を見てみると, 末梢付近まで脈波が進まなければ非線形項と分散項は同程度にならない事がわかる。これは, ヤング率の軸方向増加率 ΔE , r_0 の軸方向減少率を色々変化させて行なった場合でもほぼ同じ結果となる事がわかっている。従って, 脈波の大動脈中での波形変形においては非線形効果が主として働き, 脈波はソリトンのような波動のモードではないと思われる。

参 考 文 献

- 1) 菅原基晃, 桜井靖久, 井街 宏, 藤正 巖, 医用電子と生体工学, **11**, 34 (1973)
- 2) M. Anliker, R. L. Rockwell & E. Ogan, ZAMP, **22**, 217/246 (1971)
- 3) S. Rowlands, J. Biol. Phys., **10**, 199 (1982)
- 4) 岡 小天: 物理科学選書7『レオロジー』, 裳華房(1976)
- 5) C. S. Gardner and G. K. Morikawa, Courant Math. Sci. Rept., NYO-9082 (1960)
- 6) T. Taniuti and C. C. Wei, J. Phys. Soc. Japan, **24**, 941 (1968)