



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	視空間の非リーマン計量的性質とその応用 (I) : 実体鏡を用いたalley実験と大きさ-距離不変仮説についての考察
Author(s)	山崎, 敏正; Yamazaki, Toshimasa; 河口, 至商 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 126, 119-126
Issue Date	1985-05-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41938
Type	departmental bulletin paper
File Information	126_119-126.pdf



視空間の非リーマン計量的性質とその応用(I)
—実体鏡を用いたalley実験と大きさ—距離不変仮説についての考察—

山崎敏正 河口至商
(昭和59年12月27日受理)

**Non-Riemannian Metrical Properties of Visual Space
and Their Applications (I)**

**—Alley Experiments in Stereoscopic Vision and
Considerations of the Size-Distance Invariance Hypothesis—**

Toshimasa YAMAZAKI and Michiaki KAWAGUCHI
(Received December 27, 1984)

Abstract

An explicit form of metric is introduced into the theory of non-Riemannian (and/or Riemannian) visual space. The stereoscopic alley experiments are reported. The results make it possible to analyze the data in the stereoscopic stimulation geometrically as well as those of actual cases. From a standpoint of the relationship between the apparent size and distance, our model is shown to be characterized by satisfying the general form of the size-distance invariance hypothesis with $n=1.5$. This will be supported by numerous experimental evidence under a reduced condition of observation such as in a dark room, including stereoscopic vision. Furthermore, a straightforward consideration is made with reference to Oyama's analysis of causal relations of perceived size and distance.

1. 序 論

近年、人間の心理物理的認識過程を一種の情報処理過程とみなす傾向が強くなっている。とりわけ人間の視覚は、パターン認識の観点から他の感覚に比べて情報量が豊富であり、この機能を模倣化して一般の情報処理系へ応用していく際には、人間の視覚における刺激—反応系の性質を解明することが非常に重要である。

もし被験者に、距離知覚の要因がかなり欠如している状況下(例えば、提示されている対象以外には完全な暗室)で見慣れない対象を提示するならば、大きさと距離の判断はその対象の実際の大きさや距離の正確な模写には対応していない。ここで、刺激対象が提示される空間を物理空間と呼び、これに対して人間の判断の意味も含めてこの知覚される空間を視空間という。単にそのような判断が不正確であるばかりでなく、各個人における判断の変動が大きいこともあって、

両空間の間の関係は決して単純なものではない。しかしながら、一方ではこれらの複雑な視知覚現象もいくつかの基本的な機能を複合した結果であろうという立場から、一次的要因^{註1)}のみが利用し得るような暗室実験は簡単化された視覚状況の下での実験とみなされ、今日までに数多く行われてきており、それらに対応して視空間の数理モデルがいくつか提案されてきている。

この暗室において Hillebrand¹⁾ と Blumenfeld²⁾ によって行われた parallel alley 実験と distance alley 実験の結果の相違に着目して、Luneburg³⁾ は視空間の Riemann 幾何学的モデルを提案した。これに対して新保ら^{4) 5)} は両空間の間に幾何学的な変換を想定し、微視的構造模型^{6) 7)} の観点から非 Riemann 的視空間論を提案し、両 alley に対して数学的に明確な定式化を行った。最近、著者ら^{8) 9)} は後者の理論に対する具体的な数理モデルを与え、両 alley の違いを数値実験的に示した。

しかしながら、両モデルに共通して言えることは、古くから知られている基本的な知覚現象を説明し得ていないことである。例えば、一般に網膜像の大きさ（あるいは視角）が一定ならば、遠くに見えるものほど大きく見え、近くに感じられるものほど小さく見えるという傾向がある。これは残像の見かけの大きさがそれを投射する面までの距離に比例するという Emmert の法則¹⁰⁾ にも既に述べられている傾向である。このように一般的対象の見かけの大きさと見かけの距離が相互依存的にしかも比例的に変わる関係は、最初、Koffka¹¹⁾ によってその考え方が述べられたとされている。その後、Gilinsky¹²⁾ によって定式化され、Kilpatrick & Ittelson¹³⁾ により大きさ-距離不変仮説として、「網膜像の大きさ、または視角が一定ならば見かけの大きさと見かけの距離の比は一定となる」と定義された。この関係が成立するならば、同一の網膜像でも、距離感が明確になり、実際に遠くにあるいは近くにあるものがそのとおりに知覚されるならば、見かけの大きさもそれに応じて大きくまたは小さくなる。従って実際の大きさに近く感じられることになる。これは、奥行知覚の手掛りが豊富で距離感が明確なほど大きさの恒常性が生じやすくなる事実と合致する。

ところで、一般に距離感が一定である場合は網膜像が大きくなれば見かけの大きさは増大する。ところが網膜像の大きさ自体が距離知覚の手掛りであり、通常、網膜像が大きいほど近くに見える。一方、大きさ-距離不変仮説が示すように近くに見えることは見かけの大きさを減少させる要因となる。従って、距離感が不確定であるような状況で網膜像の大きさを変化させる場合には見かけの大きさに対して相反する要因が作用することになる。Epstein & Landauer¹⁴⁾ は暗黒中にいろいろな大きさの光円を様々な距離に提示し、被験者にその大きさと距離を判断させる実験を行った。この時、視角が変化した場合は、視角が小さければ小さくかつ遠いと判断され、視角が大きければ大きくかつ近いと判断された。彼らは、この結果が大きさ-距離不変仮説に矛盾すると結論したが、Gogel¹⁵⁾ は彼らの結果を整理し直して、見かけの大きさ S' と見かけの距離 D' の比は視角 θ の巾関数

$$\frac{S'}{D'} = \kappa \theta^n \quad (\kappa \text{ は個人定数}) \quad (1.1)$$

となる関係が成立することを見出し、これを“一般化された大きさ-距離不変仮説(the general form of the size-distance invariance hypothesis)”と呼んだ。

ところで、暗室に匹敵するような縮減された観察条件を供給するものの1つに実体鏡がある。実体鏡とは、各々の眼に、実際には2次元平面上にある対象についての異なった像を送ることに

註1) 奥行知覚の生理的手掛りとも呼ばれ、一般に調節 (accommodation), 輻輳 (convergence), 両眼視差 (binocular disparity) をさす。

より、人為的に両眼視差を生じさせ3次元的に見せる装置である。上で述べた大きさ-距離不変仮説に関する実験で実体鏡を用いたものが数多くある。

本論文においては、まず初めに新保らによって提案された非 Riemann 的視空間論の概要を述べる。次に実体鏡を用いた alley 実験の結果を報告し、本研究のモデルが実体鏡視に関する実験的事実に対しても適用し得ることを確かめる。最後に、空間知覚において基本的な問題である見かけの大きさ-距離に関する問題の観点から本論文の視空間モデルが特徴付けられる。これについては既存の実験データとの比較がなされるであろう。

2. 非 Riemann 的 (and/or Riemann 的) 視空間論の概要

本章では新保らによって提案された非 Riemann 的視空間を概説する。

幾何学的な立場から、両眼視に限定せずに物理空間と視空間の間の心理物理的認識過程を微視的構造模型とみなす。すなわち、

$$\begin{aligned} x^i (i=1, 2, 3) &: \text{物理空間内の各点の座標} \\ dx^i &: \text{物理空間内の微小線素} \\ (dx)^\alpha &: dx^i \text{ によって惹き起こされる線素} \end{aligned}$$

とし、これらの間に局所的に定義される線型変換

$$(dx)^\alpha = A_i^\alpha dx^i, \quad dx^i = A_\alpha^i (dx)^\alpha \quad (2.1)$$

を仮定する。ここで変換係数 A_i^α は物理空間内の点 x^k の関数であり、 A_α^i は A_i^α の逆変換係数である。また、(2.1) 式の一次微分形式は必ずしもホロノームではないものとする。すなわち、一般には積分可能性が保証されない。

視空間内における線素の長さ ds は、それが Euclid 空間内に実現可能であるとして

$$\begin{aligned} ds^2 &= \delta_{\alpha\beta} (dx)^\alpha (dx)^\beta \\ &= g_{ij} dx^i dx^j \end{aligned}$$

で与えられる。ここで $\delta_{\alpha\beta}$ は Kronecker のデルタであり、

$$g_{ij} = \delta_{\alpha\beta} A_i^\alpha A_j^\beta \quad (2.2)$$

は物理空間に実現された視空間の基本計量テンソルである。

擬平行はアファイン接続係数 $\Gamma_{j^i k}$ を定義する。すなわち、物理空間内の接続は、視空間内の任意のベクトル v^i の平行性から

$$\begin{aligned} \delta v^i &= dv^i + \Gamma_{j^i k} v^j dx^k = 0 \\ \Gamma_{j^i k} dx^k &= A_\alpha^i dA_j^\alpha \end{aligned} \quad (2.3)$$

で定まる。ここで δv^i は v^i の共変微分、

$$\begin{aligned} dv^i &= v^i(x^k + dx^k) - v^i(x^k) \\ dA_j^\alpha &= A_j^\alpha(x^k + dx^k) - A_j^\alpha(x^k) \end{aligned}$$

とする。一般に $\Gamma_{j^i k}$ は物理空間内の位置 x^k と線素 dx^k の関数となる。

視空間において直線で定義される parallel alley と distance alley はいずれも物理空間における測地線として把握されるべきものである。非 Riemann 的視空間における測地線の方程式は曲線の接ベクトルの擬平行性から

$$\frac{\delta}{ds} \left(\frac{dx^i}{ds} \right) = \frac{d^2 x^i}{ds^2} + \Gamma_{j^i k} \frac{dx^j}{ds} \frac{dx^k}{ds} = 0 \quad (2.4)$$

註2) 特にことわりのない限り、繰り返された指標に関しては Einstein の総和規約を採用する。

で与えられる。ここで s は弧長パラメータ, δ/ds は s に沿った共変微分係数である。ここで parallel alley 及び distance alley は, 物理空間から視空間への変換に際して, それぞれ線素の方向と位置が一意に規定されるとみなされ, 非 Riemann 的視空間における遠隔平行性の制約及び Riemann 的制約のもとでの測地線となる。具体的には, (2.4) 式において, それぞれ

$$\Gamma_k^i{}_j = \left\{ \begin{matrix} i \\ k & j \end{matrix} \right\} + S_{kj}{}^i - S_j^i{}_k + S^i{}_{hj}$$

$$\Gamma_k^i{}_j = \left\{ \begin{matrix} i \\ k & j \end{matrix} \right\}$$

とにおいて求まる。ここで

$$\left\{ \begin{matrix} i \\ k & j \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} g^{ih} (\partial_k g_{hj} + \partial_j g_{kh} - \partial_h g_{kj}) \quad (\partial_k = \partial / \partial x^k)$$

$$S_{kj}{}^i = \Gamma_{[kj]}^i$$

はそれぞれ Christoffel の 3 添字記号と換率テンソル, g^{ih} は $g^{ih} g_{hj} = \delta_j^i$ から決まる基本テンソルであり,

$$S_{j;k}^i = -S^i{}_{jk} = g^{ih} g_{kl} S_{jh}{}^l$$

とする。なお, [] 内の指標は交代量を取るものとする。特に parallel alley に関しては, 上記の仮定と, 変換テンソル A_j^a が Euclid 的な状態から少しだけズレているとして

$$A_j^a = \delta_j^a + \varepsilon_j^a \quad (2.5)$$

で与えられるとすれば, 接続係数は (2.3) 式により

$$\Gamma_k^i{}_j = \delta_a^i \partial_k \varepsilon_j^a \quad (2.6)$$

となる。

以下では, 2次元視空間に議論を限定する。

最近, 著者らは parallel alley 曲線の実験式をあらかじめ $f(x^k) = 0$ と与えることにより

$$\Gamma_k^i{}_j = \delta_k^i \partial_j (\log f_k) \quad (f_k = \partial_k f) \quad (2.7)$$

が parallel alley の条件 (遠隔平行性) を満たすことをみ出した。更に (2.6) 式と (2.7) 式から得られる, ε_j^a を未知関数とする 1 階偏微分方程式系を解くことにより, 1 つの解として

$$(\varepsilon_a^i) = \begin{pmatrix} a_2 x^1 + b_1 & a_2 x^2 \\ a_1 x^1 & a_1 x^2 + b_2 \end{pmatrix}$$

が得られた。こうして (2.2) 式と (2.5) 式から

$$g_{11} = 1 + 2(a_2 x^1 + b_1)$$

$$g_{12} = g_{21} = a_1 x^1 + a_2 x^2 \quad (2.8)$$

$$g_{22} = 1 + 2(a_1 x^2 + b_2)$$

となる。ここで a_1 と a_2 は上述の偏微分方程式を解く過程において決まる parallel alley の実験式

$$a_2 x^1 + a_1 x^2 = C \quad (2.9)$$

に含まれるパラメータであり, b_1 と b_2 はある条件を満たす定数である^{註3)}。ただし, C は初期値

注 3) 偏微分方程式を解く過程で, f_1 と f_2 は

$$f_1 = F_1(x^1) e^{a_1 x^2 + b_1}, \quad f_2 = F_2(x^2) e^{a_2 x^1 + b_2}$$

と任意関数 $F_1(x^1)$, $F_2(x^2)$ を含む形で求まる。それから F_1 と F_2 は $f_i dx^i$ が全微分となるように, すなわち $\partial_2 f_1 = \partial_1 f_2$ を満たすように選ばれる。それと同時に b_1 と b_2 が満たすべき条件式

$$e^{b_1 - b_2} = a_2 / a_1$$

が得られる。

(x_0^1, x_0^2) に対して $C = a_2 x_0^1 + a_1 x_0^2$ で与えられる定数である。

3. 実体鏡を用いた alley 実験¹⁶⁾

我々が行った alley 実験では, Fig. 1 に示されるような簡易な実体鏡が用いられた。コンピュータ・グラフィック・ディスプレイ上に青い光点と赤い光点の組が提示される。両眼の前方にそれぞれ青いフィルターと赤いフィルターを置けば, 赤い光点と青い光点はそれぞれ左眼と右眼の網膜に別々に投射される。正常な視力を持った被験者であれば各々の像は容易に融合され, Fig. 1 に示されるような見かけの奥行を持った単一の光点として認識される。更にもう一組の光点を同じ見かけの奥行に位置するように提示し, これらを alley 実験における標準刺激あるいは比較刺激の光点の組とする。比較刺激の移動はコンピュータによって制御され, 実際には実験者のキーボード操作によって簡単に実現される。

周囲をほとんど完全な暗黒にして, 3人の被験者に parallel alley と distance alley を構成させる実験を行った。Fig. 2 には各の alley について 5 回行って得られたデータ点の平均値が図示されている。これから明らかなように, 実体鏡視においても distance alley が parallel alley の外側に位置するという従来と同様の結果が得られた。

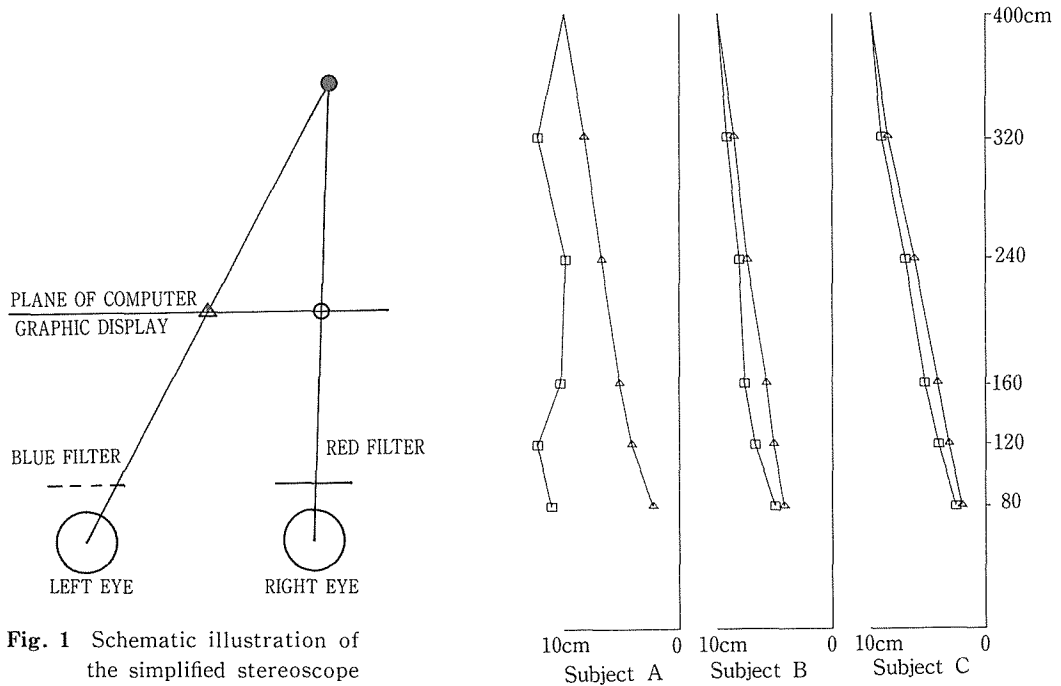


Fig. 1 Schematic illustration of the simplified stereoscope as seen from above. The stereoscopic lights are depicted by open circle (blue) and triangle (red); the simulated light by a filled circle.

Fig. 2 Mean positions of the lights of visual alleys in stereoscopic coordinates for three subjects (A, B, C). Parallel and distance alleys are designated by triangles and squares, respectively.

4. 大きさ-距離不変仮説への応用

物理空間に提示された対象 C の見かけの大きさあるいは見かけの長さは

$$\int_C ds = \int_C \sqrt{g_{ij} dx^i dx^j}$$

で定義される。従って観察距離 R に提示された視角 θ をなす対象の見かけの大きさ S' と見かけの距離 D' は Fig. 3 により、それぞれ

$$S' = \int_{-w}^w \sqrt{g_{22}} dx^2$$

$$D' = \int_0^R \sqrt{g_{11}} dx^1$$

で与えられる。こうして第2章で得た結果 ((2.8) 式) を代入すれば

$$\frac{S'}{D'} = \frac{a_2 (1+2b_2+2a_1w)^{3/2} - (1+2b_2-2a_1w)^{3/2}}{a_1 (1+2b_1+2a_2R)^{3/2} - (1+2b_1)^{3/2}}$$

を得る。

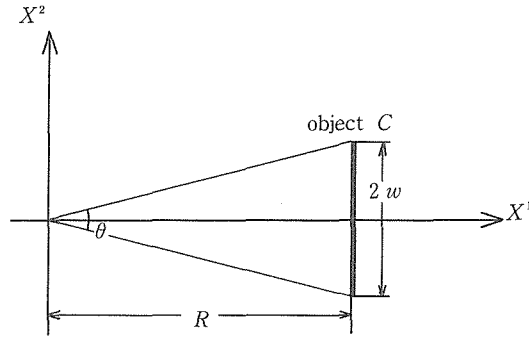


Fig. 3 Parameters of a physical stimulus (object C) used to estimate apparent size and distance.

ここで R が十分大である場合を考えると、 $w/R = \tan \frac{\theta}{2} \approx \frac{\theta}{2}$ に注意すれば

$$\begin{aligned} \frac{S'}{D'} &= \frac{a_2 \left(\frac{1+2b_2}{R} + 2a_1 \frac{w}{R} \right)^{3/2} - \left(\frac{1+2b_2}{R} - 2a_1 \frac{w}{R} \right)^{3/2}}{a_1 \left(\frac{1+2b_1}{R} + 2a_2 \right)^{3/2} - \left(\frac{1+2b_1}{R} \right)^{3/2}} \\ &\approx \frac{1}{\sqrt{\frac{2a_2}{a_1}}} \theta^{3/2} \end{aligned} \quad (4.1)$$

となる。これは Foley¹⁷⁾ や Gogel¹⁵⁾ によって提案された、(1.1)式で与えられるような“一般化された大きさ-距離不変仮説”の $n=1.5$ の場合に相当する。

Table 1 は暗室において行われた大きさ-距離不変仮説に関する実験結果をまとめたものである。刺激対象の形状が様々であるにもかかわらず、(4.1)式から予測されるように指数 n はすべて 1.5 の近辺に存在している。特に実体鏡視の場合に得られた指数 n がほぼ 1.5 に等しいことは、第3章で得られた実験結果も含めて、本研究のモデルが暗室のような縮減された観察条件の下で得られた実験的事実をよく反映していると思われる。

Table 1. Summary of size and distance judgements under reduced condition of observation.

Source	Method	Observation Condition	Target Shape	Visual Angle		Exponent ^{*)}
				Min.	Max.	
Ueno (1962) ¹⁸⁾	Transposition	Monocular (reduction tube)	Disks	24'	1'00'	1.573
Foley (1968) ¹⁷⁾	Magnitude estimation	Stereoscopic	Small Circles	30'	2'42'	1.498 1.497
Epstein & Landauer (1969) ¹⁴⁾	Magnitude estimation	Monocular	Circles	17'	3'03'	1.62
Landauer & Epstein (1969) ¹⁹⁾		Monocular	Disks	13'	4'35'	1.63
Oyama (1974) ²⁰⁾		Stereoscopic	Rectangle	21'	6'53'	1.46
				1'30'	3'03'	1.56 1.48

*) "Exponent" refers to n involved in (1.1).

5. 結論並びに考察

実体鏡による alley 実験を行い本論文のモデルが実体鏡視的な実験結果に対しても適用し得ることを示した。見かけの大きさと距離の問題の観点から、本研究の視空間モデルは "一般化された大きさ-距離不変仮説: $n=1.5$ を満たす" ことによって特徴付けられることが示された。

Oyama²¹⁾ は大きさ-距離不変仮説に関するいくつかの実験結果について、それらにおける S' , D' , θ , α (輻輳角) の因果関係を偏相関係数を用いて分析し、その結果を次のように述べている。 S' と D' の間に invariant な関係が見い出されるのは、

(1) 奥行知覚の手掛りが十分にある条件の下では、 S' と D' がともに共通した刺激条件(例えば θ , α など) に個々に規定されている結果である。

(2) 単眼視や刺激対象の第一回目の提示、そして両眼視でも暗室のように手掛りが少ない場合には、 S' と D' の間に一方が他方を規定する直接的な因果関係が存在するためである。

ここで(4.1)式からわかるように S'/D' は parallel alley 実験から決まる個人定数 $\kappa = 1/\sqrt{\frac{2a_2}{a_1}}$ によって規定されている。他方、 S'/D' を求める過程において S' と D' はそれぞれパラメータ a_1 と a_2 に別々に規定されている。従って、parallel alley 実験の実現により同時に S' と D' が決まり、 S'/D' も決まる。こうして(2)で述べられている直接的な因果関係が視空間の平行性に相当するのではないかということが予想される。

参 考 文 献

- 1) Hillebrand, F.: *Denkschr. Akad. Wiss. Wien, Math-Nat. Kl.*, **72** (1902), p. 255.
- 2) Blumenfeld, W.: *Zeits. f. Physiol. d. Sinnesorgane*, **65** (1913), p. 241.
- 3) Luneburg, R. K.: *Mathematical Analysis of Binocular Vision*. Princeton Univ. Press, 1947 : *Courant Anniversary Volume*, New York Univ. Press, New York, 1948, p. 215 : *J. Opt. Soc. Am.*, **40** (1950), p. 627.
- 4) 新保勝, 山ノ井高洋: 北大工学部研究報告, **87** (1978), p. 169.
- 5) Shimbo, M. et al.: *Proc. Int. Conf. on Cybern. Soc.*, '78, **I**, (1978), p. 394.
- 6) Shimbo, M.: *Bull. Fac. Engng.*, Hokkaido Univ., **77** (1975), p. 155.
- 7) 新保勝, 河口至商: 北大工学部研究報告, **80** (1976), p. 75.

- 8) 山崎敏正, 山ノ井高洋, 河口至商: 北大工学部研究報告, **112** (1983), p. 95.
- 9) Yamazaki, T.: Report of Symp. on Finsler Geom. at Nara, (1982).
- 10) Emmert, E.: *Klin. Mbl. Augenheilk*, **19** (1881), p. 443.
- 11) Koffka, K.: *Principles of Gestalt Psychology*. Kegan Paul, Trench, Trubner & CO., LTD. New York: Harcourt, Brace and Company, 1940.
- 12) Gilinsky, A. S.: *Psychol. Rev.*, **58** (1951), p. 460.
- 13) Kilpatrick, F. P. & Ittelson, W. H.: *Psychol. Rev.*, **60** (1953), p. 223.
- 14) Epstein, W. & Landauer, A. A.: *Perception & Psychophysics* **6** (1969), p. 269.
- 15) Gogel, W. C.: *Perception & Psychophysics* **9** (1971), p. 92.
- 16) 種田和正, 山田真司, 山ノ井高洋: 第6回マイクロコンピュータ札幌シンポジウム論文集 (1983), p. 13.
- 17) Foley, J. M.: *Perception & Psychophysics* **3** (1968), p. 265.
- 18) Ueno, T.: *Jap. psychol. Res.*, **4** (1962), p. 99.
- 19) Landauer, A. A. & Epstein, W.: *Perception & Psychophysics* **6** (1969), p. 273.
- 20) Oyama, T.: *Perception & Psychophysics* **16** (1974), p. 175.
- 21) Oyama, T.: *Stability and Constancy in Visual Perception: Mechanisms and Processes*. Ed. Epstein, W. A Wiley-Interscience Publication, 1977, p. 183.