HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	主応力軸回転下における異方性砂の変形挙動
Author(s)	三浦, 均也; 三浦, 清一; 土岐, 祥介
Citation	北海道大學工學部研究報告, 128, 1-14
Issue Date	1985-10-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/41957
Type	departmental bulletin paper
File Information	128_1-14.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第128号（昭和60年）

Bulletin of the Faculty of Engineering,
Hokkaido University. No.128 (1985)

主応力軸回転下における異方性砂の変形挙動

三浦　均也　　三浦　清一　　土岐　祥介

（昭和60年6月30日受理）

Deformation Behavior of Anisotropic Sand During Principal Stress Axes Rotatiom

Kinya MIURA, Seiichi MIURA and Shosuke TOKI

(Received June 30, 1985)

Abstract

In order to investigate the fundamental characteristics of deformation behavior of sand under general stress conditions involving the rotation of the principal stress axes, a series of drained tests was carried out on dense anisotropic sand using a hollow cylinder torsional shear apparatus. The hollow cylindrical specimens have an anisotropic fabric formed by the parallel alignment of particles induced during the sand deposition in a mold, and are tested under principal stress axes rotation maintaining the values of the three principal stresses constant.

The experimental results showed that the shear deformation of sand under the rotation of principal stress axes and the effects of the inherent anisotropic fabric on the deformation behavior are considerably large. It was indicated that the anisotropic deformation characteristics can be explained by taking account of the predominant sliding occurring on the bedding plane, irrespective of whether the principal stress axes rotate or not. This consideration seems to be supported by the fact that the bedding plane has the lowest value of the resistance against shear stress, owing to the horizontal alignment of subelongated sand particles.

1．まえがき

砂質土の変形，強度特性は，その粒度組成，密度および粒子の配列構造などに強く依存していることは広く知られている。しかし，これらの影響要因に関する研究は，これまで，主応力軸方向が固定されている応力条件の下で行うのが普通であった。一方，波浪や車両などの移動荷重や地震動などにより原位置地盤で生じる応力状態の変化は，主応力軸の連続した回転を含んでいるのが一般的である。

このような主応力軸回転下の土の変形挙動に関する研究は，単純せん断試験装置を用いて行われることが多い（例えば，Cole[1]，Stroud[2]）。しかし，水平端面にはせん断力を負荷できるものの鉛直端面にせん断力を与えることができない単純せん断試験装置を用いるよりも，応力やひずみ

の分布がより明確な中空円筒ねじりせん断試験装置を用いることの妥当性が解析的あるいは実験的な手法により指摘されている（例えば，Saada ら[3]）。

Symes ら[4,5]は独自に開発した中空円筒試験装置[6]を用いて，緩詰めおよび密詰め異方性砂について排水・非排水せん断試験を主応力軸が固定および連続的に回転する条件で行った。主応力軸の回転範囲は狭いが，異方性砂の変形・強度・間隙水圧発生特性についての幾つかの知見を得るとともに，その異方的な挙動を基本的には限界状態面の概念[7]により説明できることを示している。一方，Ishihara ら[8]は主応力軸が連続的に回転する応力条件のもとで，緩詰め飽和砂の非排水試験を実施し，変形・間隙水圧発生挙動の主応力軸回転への依存性を明らかにした。さらに，Ishihara ら[9]は広範囲な密度の砂について液状化試験を行い，液状化抵抗は主応力軸回転によって著しく低下することを定量的に示した。しかし，Ishihara ら[8,9]の試験条件では円筒供試体に等しい内・外圧力が作用しているため，主応力軸回転時には応力系（例えば，中間主応力の相対的な大きさを示す b 値）が著しく変化する。よって，試験結果には応力系の変化の無視できない影響が含まれていると考えられる。

上述のように，砂の力学特性に及ぼす主応力軸回転の影響がある程度明らかにされてきたが，物性論的な観点からの説明を得るまでには至っていない。そこで，本研究では主応力軸の回転を伴う一般応力条件下での砂の変形機構を解明するための基礎研究の一環として，3個の主応力値を一定に保ちながら主応力軸を連続的に回転するという応力条件の下で密詰め異方性砂の排水変形特性を詳細に調べている。

その結果，主応力軸固定時と同様に，主応力回転下の変形挙動は砂の初期異方構造の影響を強く受けることなど幾つかの特性が明らかにされるとともに，主応力軸回転の有無により大きく異なるせん断変形の異方性は，せん断応力に対する抵抗が最も小さい堆積面上で生じる卓越したすべりによって統一的に説明し得ることが示された。

2．中空円筒ねじりせん断試験装置および応力・ひずみパラメータの表示

用いた中空円筒ねじりせん断試験装置を図1に，載荷・計測系の概要を図2に示す。試験装置は中空円筒供試体(高さ $H=200^{mm}$，外半径 $R_0=50^{mm}$，内半径 $R_i=30^{mm}$)に軸荷重 F，トルク T，外セル圧力 p_0 および内セル圧力 p_i を独立に制御して負荷することができる（図3(a)参照)。キャップおよびペデスタルは各々8個のポーラスストーン（$\phi=10^{mm}$）と8枚のステンレス刃（幅 16^{mm}，厚さ 0.5^{mm}，高さ 2^{mm})を備えている。これにより，供試体を飽和することおよび供試体との間にすべりを生じることなくトルクを伝達することが可能である。また，円筒座標系内の要素に作用している軸応力 σ_a，周方向応力 σ_θ，半径方向応力 σ_rおよびせん断応力 $\tau_{a\theta}(=\tau_{\theta a})$は任意の値に設定できる(図3(b))。供試体体積で平均した応力値を有効応力表示すると次式のようになる。

$$\sigma_a'=\frac{F+p_o\pi(R_0^2-R_r^2)-p_i\pi R_i^2}{\pi(R_0^2-R_i^2)}-u \tag{1}$$

$$\sigma_\theta'=\frac{p_0(4R_0^2+R_0R_i+R_i^2)-p_i(R_0^2+R_0R_i+4R_i^2)}{3(R_0^2-R_i^2)}-u \tag{2}$$

$$\sigma_r'=\frac{p_0(2R_0^2-R_0R_i-R_i^2)+p_i(R_0^2+R_0R_i-2R_i^2)}{3(R_0^2-R_i^2)}-u \tag{3}$$

$$\tau_{a\theta}=\frac{3T}{2\pi(R_0^3-R_i^3)} \tag{4}$$

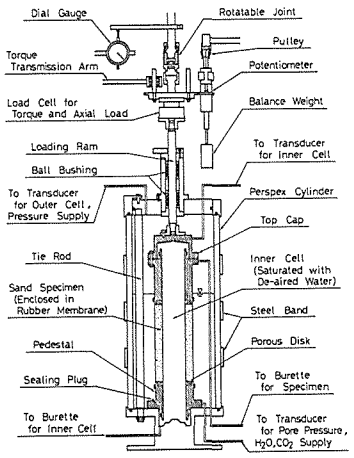

Fig. 1 Schematic diagram of the hollow cylinder torsional shear apparatus

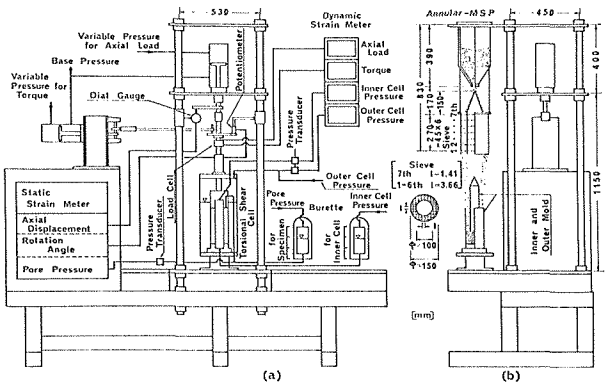

Fig. 2 Test apparatus ; (a) loading and measuring system, (b) schematic illustration of specimens preparation method

ここで，R_r は載荷ラム半径，u は間隙水圧である。

一方，発生する軸ひずみ ε_a，周方向ひずみ ε_θ，半径方向ひずみ ε_r およびせん断ひずみ $\varepsilon_{a\theta}(=\varepsilon_{\theta a})$ は計測される 4 つの変位量，軸変位 ΔH，外半径の変化 ΔR_0，内半径の変化 ΔR_i およびねじれ角 $\Delta\theta$ から次式により計算することができる（図 3(c)，(d)参照）。

$$\varepsilon_a=-\frac{\Delta H}{H} \tag{5}$$

$$\varepsilon_\theta=-\frac{\Delta R_0+\Delta R_i}{R_0+R_i} \tag{6}$$

$$\varepsilon_r=-\frac{\Delta R_0-\Delta R_i}{R_0-R_i} \tag{7}$$

$$\varepsilon_{a\theta}=-\frac{\Delta\theta(R_0^3-R_i^3)}{3H(R_0^2-R_j^2)} \tag{8}$$

ここで，ΔR_0 と ΔR_i は内セル容積と供試体体積の変化をビュレットで計測し，メンブレン貫入量を考慮して求めた。

主応力軸が回転する $a-\theta$ 面における応力，応力増分およびひずみ増分の状態はモールの円を用いて解析できる。図 4，5，6 に示すように，最大主応力軸，最大主応力増分軸および最大主ひずみ増分軸が鉛直軸となす角度はそれぞれ $\alpha_{\sigma'}$, $\alpha_{d\sigma'}$ および $\alpha_{d\varepsilon}$ と定義している。

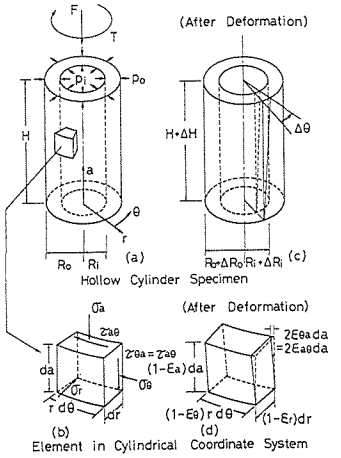

Fig. 3 Idealized stress and strain conditions in a hollow cylindrical element ; (a) hollow cylinder specimen subjected to axial load F, torque T, inner cell pressure p_i and outer cell pressure p_o' (b) stresses on an element, (c) deformed specimen, (d) strains in an element

主応力軸回転下におけるせん断応力状態は，図 7(a)に示す正規化された応力平面で表示すると便利である。応力ベクトル $\overrightarrow{OA}$ の大きさは応力比 $(\sigma_1'-\sigma_3')/(\sigma_1'+\sigma_3')$ すなわち $sin\phi$ に等しく，また，その方向は縦軸に対して $2\alpha_{\sigma'}$ の角度をなしている。さらに，応力増分は応力経路に接するベクトルで示すことかができ，その方向は縦軸から $2\alpha_{d\sigma'}$ の方向である。応力変化は平面上における応力点の移動量で与えられ，応力経路の線素 ds は次式で計算できる。

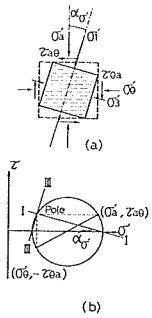

Fig. 4 Illustration of stress state ; (a) principal stresses on an element, (b) Mohr's circle representation of stress

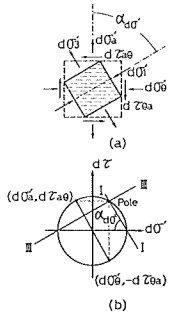

Fig. 5 Illuatration of stress increment state ; (a) principal stress increments on an element, (b) Mohr's circle representation of stress increment

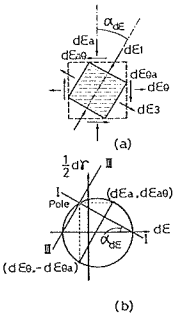

Fig.6 Illustration of strain increment state ; (a) principal strain increments on an element, (b) Mohr's circle representation of strain increment

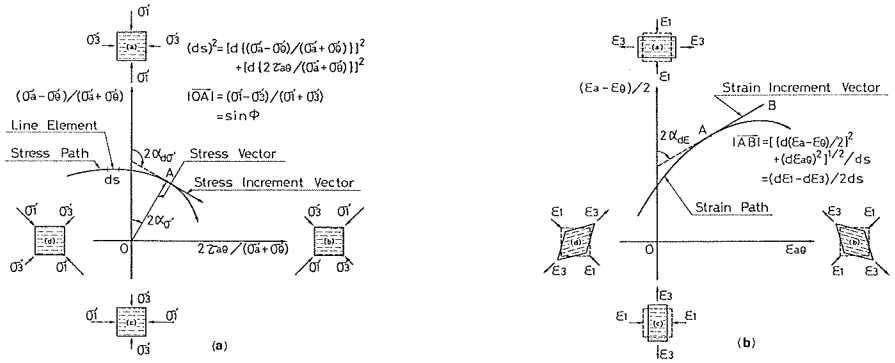

Fig. 7 Representation of shear stress and strain states on the a-θ plane ; (a) stress path, stress vector and stress increment vector on the normalized stress plane, (b) strain path and strain increment vector on the strain plane

$$(ds)^2=\left\{d\left(\frac{\sigma'_a-\sigma'_\theta}{\sigma'_a+\sigma'_\theta}\right)\right\}^2+\left\{d\left(\frac{2\tau_{a\theta}}{\sigma'_a+\sigma'_\theta}\right)\right\}^2 \tag{9}$$

せん断変形の状態についても類似の方法によって，図7(b)に示すひずみ面にひずみ経路を描くことができる。ひずみ状態を示す点が縦軸上を移動することは純粋せん断的な変形(図7(b))，要素(a)，(c))，また，横軸上の移動は単純せん断的な変形（要素(b)，(d)）を意味している。ひずみ経路に接するひずみ増分ベクトルの方向は縦軸から $2\alpha_{d\varepsilon}$ の方向となり，その大きさ(せん断ひずみ増分)は単位応力変化に対するひずみの発生量で定義した。よって，応力経路の線素 ds に対する比をとり，次式で計算した。

$$|\overrightarrow{AB}|=\frac{[\{d(\varepsilon_a-\varepsilon_\theta)\}^2+(2d\varepsilon_{a\theta})^2]^{1/2}}{2ds}=\frac{d\varepsilon_1-d\varepsilon_3}{2ds} \tag{10}$$

3．試験方法

用いた砂試料は洗浄後，炉乾燥した豊浦標準砂（$G_s=2.65$，$e_{max}=0.992$，$e_{min}=0.625$，$D_{50}=0.18^{mm}$）である。供試体作製は多重ふるい落下法[10]に従い，図2(b)に示す環状多重ふるい落下装

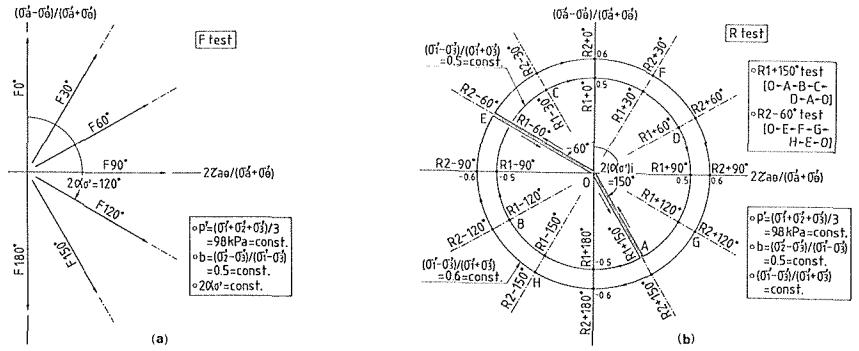

Fig. 8 Prescribed stress paths on the normalized stress pland for ; (a) F test, (b) R test

置を用いて砂試料をモールドに落下・堆積させることによって，中空円筒供試体を準備した。等方圧密完了時の供試体相対密度が $D_{rc}=82\pm3$ %の範囲に収まるように試料の堆積強度を調節している。豊浦砂は棒状あるいは偏平な粒子から成っているため，多重ふるい落下法による堆積過程において，供試体内には砂粒子長軸の水平方向への卓越配列が形成されている[11]。これにより，供試体の力学特性は堆積軸を対称軸とする二軸直交異方体でモデル化されることがMiuraら[12]によって明らかにされている。

26 kP_a の負圧の下で供試体を自立させ，装置を組立てた後，内セルを脱気水で満たし，内外のセル圧力を49 kP_a まで上昇させる。次に，供試体は CO_2 と脱気水を通して飽和され，196 kP_a のバックプレッシャーを約1時間与えて飽和を完了する。すべての供試体で0.98以上の間隙水圧係数Bが得られており，充分な飽和度が達成されている。約2時間の等方圧密（$p'_c=98$ kP_a）が終了した後，2種類の応力制御試験を実施した。すべての試験において，次式で示される2つの条件が常に満されている。

$$p'=\frac{\sigma_1'+\sigma_2'+\sigma_3'}{3}=98\ kP_a \tag{11}$$

$$b=\frac{\sigma_2'-\sigma_3'}{\sigma_1'-\sigma_3'}=0.5 \tag{12}$$

3.1. 主応力軸固定試験（F test）

まず，土の力学挙動に及ぼす砂粒子の異方配列構造の影響を調べる目的で，一連のF testを行った。この試験では，主応力軸を所定の方向に固定し，応力比 $(\sigma_1'-\sigma_3')/(\sigma_1'+\sigma_3')$ を破壊まで増加した。正規化応力面上での応力経路は放射状の直線となる(図8(a)参照)。供試体の力学特性は鉛直軸に対して対称であるので，試験は縦軸の右側についてのみ行い，応力経路の間隔は $2\alpha_{\sigma'}=30^\circ$ とした。例えば，F120°testの応力経路は縦軸から120°（$=2\alpha_{\sigma'}$）の方向の直線となる。なお，この時，最大主応力軸の方向は鉛直軸から60°（$=\alpha_{\sigma'}$）である。

すべてのF testでは主応力増分軸と主応力軸は常に一致しているので，各試験では最大主応力軸の鉛直軸に対する方向のみが異っている。したがって，土の力学特性に及ぼす初期異方構造の影響を評価することができる。

3.2. 主応力軸回転試験（R test）

次に，異方性砂の主応力軸回転時における変形挙動を調べる目的で，一連のR testを行った。

主応力軸回転時には，p' および b 値の一定条件に加えて，応力比 $(\sigma_1'-\sigma_3')/(\sigma_1'+\sigma_3')$ もまた一定に保持している。図8(b)に示したように，主応力軸は原点を中心とする円形の応力経路に沿って回転し，その回転方向は供試体の力学特性の対称性を考慮してすべて時計回りとした。主応力軸回転時の応力比 $(\sigma_1'-\sigma_3')/(\sigma_1'+\sigma_3')$ は2通り(0.5；R1 test，0.6；R2 test)，回転開始方向($2(\alpha_{\sigma'})_i$)は30°間隔で12方向を選択している。例えば，R1+150° test は等方的に圧密した状態(図8(b)，原点O)から，まず，主応力軸を150°（$=2(\alpha_{\sigma'})_i$）方向に固定したまま所定の応力比0.5までせん断し(点A)，次に，応力比を一定に保ちながら主応力軸を1サイクル回転する(点A→B→C→D→A)。その後，供試体は初期等方応力状態で除荷される(点O)。なお，1サイクル回転の間主応力軸は $\alpha_{\sigma'}=180°$ だけ回転している。例外的に，R1+0° と R2+0° test では，それぞれ7および8サイクルの主応力軸回転を供試体に与えている。各々の試験名は図8(b)上で主応力軸の回転開始点に記した。

平均主応力 p'，応力系パラメータ b 値および応力比 $(\sigma_1'-\sigma_3')/(\sigma_1'+\sigma_3')$ がすべて一定に保たれているため，主応力軸が回転する際には3個の主応力値は常に一定である。したがって，R test からは応力比や応力系の変化によらないと主応力軸の回転のみによる異方的な変形特性を知ることができる。このような条件における主応力軸回転は，波浪荷重によって海底地盤で発生する応力状態の変化をシミュレートしているとされている[8]。

4．試験結果および考察

4.1. 主応力軸固定試験（F test）

F test の典型例として F 60° および F 180° test の応力比～ひずみ関係を図9に，また，すべての F test から得たせん断ひずみ～応力比関係を図10に示す。もし，供試体が等方的な力学特性を有しているならば，変形特性は主応力軸方向により変わることはないはずであるが，図10に示すように，異方性砂のせん断変形挙動は主応力軸の方向に強く依存している。

破壊時のせん断抵抗角 ϕ_d は図11に黒丸で示した。破壊強度には強い異方性が認められ，主応力軸方向が $2\alpha_{\sigma'}=120°\sim150°$ の範囲で最小値を示している。初期異方構造を有する密詰め Ham River sand について中空円筒試験装置を用い，同種の試験（$p'\equiv196\ kP_a$，$b\equiv0.5$）を行った Symes ら[4]，および凍結法により砂試料の堆積方向を主応力軸方向に対して変化させ，密詰め豊浦砂（$D_r=89\sim91\%$）の排水平面ひずみ試験を実施した Oda ら[13]によっても，類似した傾向の破壊強度の異方性が報告されている（図11参照）。Oda ら[13]の報告によると，すべての試験における破壊時の b 値は0.2～0.3の範囲でほぼ一定であるにもかかわらず，強度は明らかに異方的な特徴を示しており，また，最小の破壊強度を示す試験では，破壊直後に現れるせん断面の向きがほぼ水平であったことを報告している。このような破壊強度の異方性は，供試体内部の粒子配列構造を考慮して次のように説明できる。すなわち，堆積時に形成される粒子長軸の水平方向への卓越した配列特性により，堆積面では粒子の噛み合わせが最も悪く，すべりに対する抵抗が最小の面であることがわかる（図12参照）。あるいは，図示のように，粒子間の接平面は水平方向に卓越しているために，砂要素の変形特性について支配的な役割を果たす砂粒子間のすべりは，堆積面上の応力状態に最も強く依存しているとも言えよう。

破壊以前のせん断変形の異方性は，図13に示す等せん断ひずみ増分線の形状から知ることができる。同図により，応力比が0.2程度の低い範囲では主応力軸が $2\alpha_{\sigma'}=90°$ 方向で最も変形し易く，応力比が増加するに従って等せん断ひずみ増分線は破壊包絡線に漸近するために，破壊付近では $2\alpha_{\sigma'}=130°$ 方向で剛性が最も小さくなっている。これまでに，Matsuoka[14]は垂直・せん断

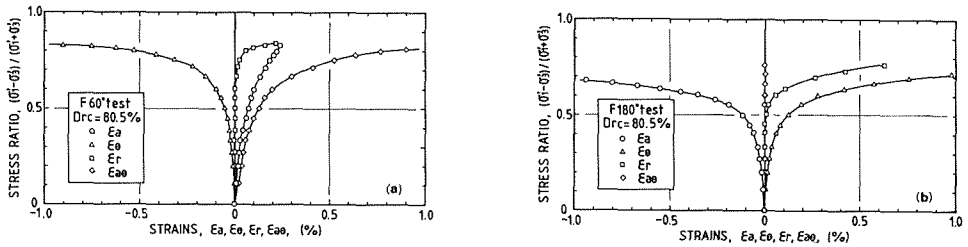

Fig. 9 Relationships between stress ratio and strains for ; (a) F60° test, (b) F180° test

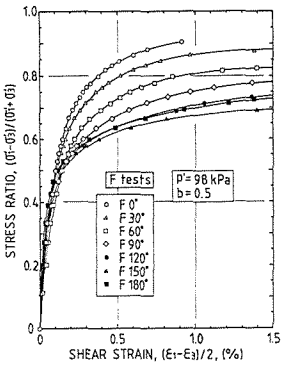

Fig. 10 Dependence of shear deformation characteristics on the direction of principal stress axes under the irrotational stress condition

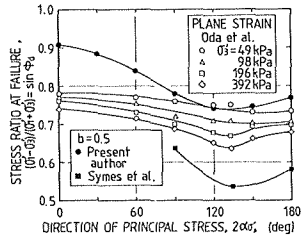

Fig. 11 Effects of initial anisotropic fabric on the failure strength under irrotatiomal shear (●; from present study, ○△□◇; reproduction from Oda et al.[13] for dense Toyoura sand, ■; reproduction from Symes et al.[4] fer dense Ham River sand)

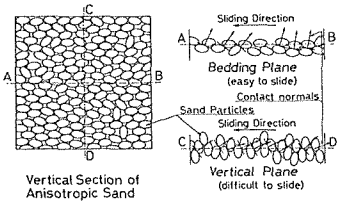

Fig. 12 Schematic explanation for the lowest resistance against sliding on the bedding plane

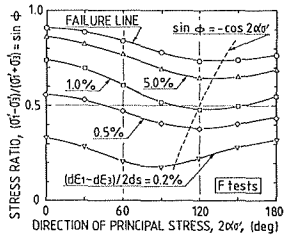

Fig. 13 Anisotropic deformability of specimen under irrotational stress condition represented by equi-shear strain increment lines

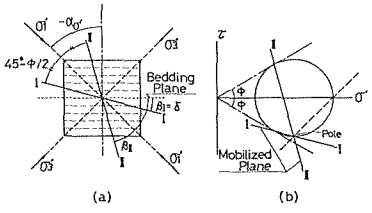

Fig. 14 Description of "Mobilized plane" after Matsuoka[14] ;(a) direction in an element, (b) Mohr's stress circle representation

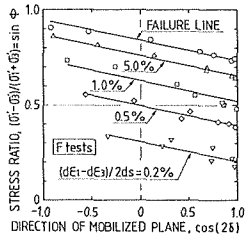

Fig. 15 Unique relationships between the deformability and the direction of "Mobilized Plane" under the irrotational stress condition

応力比が最大となる面（滑動面，図14参照）では粒子間の滑動が最も活発であり，その面に存在する砂粒子の挙動を微視的な観察に基づいて数式化し，砂要素の応力～ひずみ関係を誘導している。さらに，異方性砂に対しては滑動面と堆積面との成す角度 δ を取り入れて異方的な力学特性を誘導している[15]。この考察に従うと，動員されている内部摩擦角が等しい時には，滑動面が堆積面に一致する場合，つまり，垂直・せん断応力比が堆積面上で最大になる時に供試体の変形性が最大となる。図13にはこの時の条件（$\sin\phi=-\cos 2\alpha_{\sigma'}$）を破線で示しており，異方性砂が最も変形し易い時の主応力軸方向を良く予測しているようである。さらに，図15には滑動面の堆積面に対する角度 δ とひずみ増分量の一義的な関係が示されている。以上のことから，主応力軸固定下における異方性砂の変形特性は，等しい応力比においても堆積面上の応力状態に依存して大きく異なると言える。

図16は3つのせん断変形レベルにおける主ひずみ増分軸の方向（図7(b)参照）を単位ベクトルで示している。初期異方構造の対称軸である鉛直軸が主応力軸と一致しているF 0°とF 180° testを除いては，その量はたかだか（$2\alpha_{d\varepsilon}-2\alpha_{\sigma'}$）＝±7～8°ではあるが主ひずみ増分軸は主応力軸に一致せず，全体的に $2\alpha_{d\varepsilon}=90°$ 方向へ偏向していることが明らかである。一方，Symes ら[4]は主応力軸を $2\alpha_{\sigma'}=90°$ および135°方向に固定した試験結果から，主ひずみ増分軸は $2\alpha_{d\varepsilon}=180°$ 方向へ偏るという本研究結果と相反する結果を報告している。

ここで，主ひずみの増分軸が主応力軸と一致しない原因について考えてみる。すべてのF testでは主応力軸が常に固定されており，主応力増分軸は主応力軸と重なっているので，主ひずみが増分軸の偏向は，供試体の異方構造のみに起因していることは明白である。さらに，先に述べたように，異方的な変形・強度特性は，堆積面上においてせん断応力に対する抵抗が最も小さくなることと，その面で生じるすべりが卓越していることによって特徴付けられると言える。したがって，変形時には，図7(b)に示した要素(b)，(d)のような単純せん断的な単純せん断的な変形が卓越するであろう。以上の説明により，本研究の試験結果（図16）が示すように，主応力軸固定せん断時において，異方性砂のひずみ増分軸は $2\alpha_{d\varepsilon}=90°$ 方向へ偏向することが理解できる。

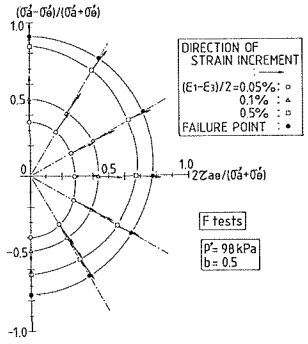

Fig. 16 Non-coincidence between principal strain increment axes and principal stress axes under the stress condition without principal stress rotation

図17は主応力軸固定場におけるダイレイタンシー特性（体積ひずみ $\varepsilon_v=\varepsilon_1+\varepsilon_2+\varepsilon_3$～応力比関係）を示している。相対密度が高いので体積収縮傾向の相違は顕著ではないが，体積膨張過程ではせん断変形（図10）が示す傾向と類似した強い異方性が認められる。図18に示されているせん断中に達成される最大の体積収縮ひずみ ε_{vmax} は主応力軸の方向角 $2\alpha_{\sigma'}$ の増加にともなって減少する傾向がある。一方，図19に示すように，体積ひずみ増分 $d\varepsilon_v=0$ となる時の応力は破壊強度や変形特性に見られるような主応力軸方向 $2\alpha_{\sigma'}$ への依存性を示さず，ほぼ一定値

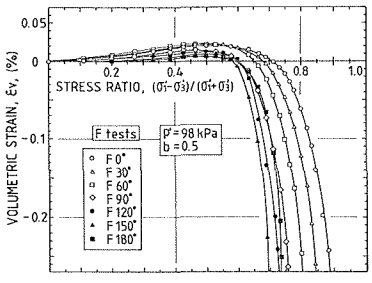

Fig. 17 Dependence of dilatancy behavior on the principal stress direction under the irrotational stress condition

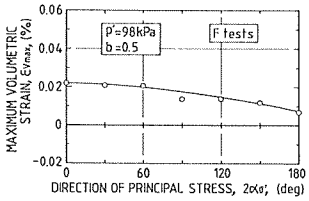

Fig. 18 Monotonic decrease of the amount of maximum volume contraction with the increase of directional angle of principal stress axes under irrotational shear

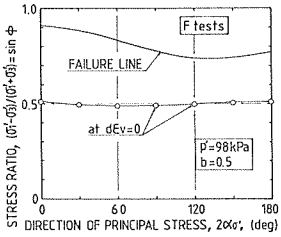

Fig. 19 Independence of the stress ratio at maximum volume contraction from an initial anisotropic fabric under irrotational shear

となっている。したがって，このパラメータの初期構造の異方性の影響を受けないパラメータであること[12]が本研究においても確かめられた。

4.2. 主応力軸回転試験

主応力軸回転時の各ひずみ成分の変化およびひずみ経路の典型例を，それぞれ図 20 と 21 に示す。発生するひずみ量は主応力軸回転時に維持されている応力比 $(\sigma_1'-\sigma_3')/(\sigma_1'+\sigma_3')=sin\phi$ に依存して大きく異なり，R2 test ($sin\phi=0.6$) で発生するひずみの大きさは R1 test ($sin\phi=0.5$) で生じるひずみの 2 倍以上である。供試体の力学特性の等方性を仮定すると，図 21 (a)および(b)に示されている 4 つの経路の形は主応力軸回転開始方向に依存せずに合同になり，90° の回転により互いに重なるはずである。しかし，主応力軸固定場と同様に，主応力軸回転場においても変形特性に及ぼす初期構造の異方性の影響は大きく，応力経路は全体的に横軸方向に長い楕円形をしていることがわかる。横長な楕円形状は図 21 (c), (d)に示した R1＋0° と R2＋0° test でも見られることから，変形特性における異方性は 7 および 8 サイクルの主応力回転によっても消滅しておらず，依然として異方的な粒子配列構造がある程度は保持されていると考えられる。

図 22 にひずみ増分ベクトルの代表例，図 23 にはベクトルの大きさは（ひずみ増分量）の変化を示す。図 23 (a), (b)から明らかなように，すべての試験において，主応力軸回転の初期におけるひずみの発生量は比較的小さいが，それ以後は各試験とも同一のパターンに従ってひずみが発生するようである。すなわち，応力比(0.5 または 0.6)によらず主応力軸が $2\alpha_{\sigma'}=60°$ および $-150°$ 方向でひずみ増分はピークに達している。主応力軸が 2 サイクル以上回転する場合には，ひずみ増分はしだいに減少するものの，2 つのピークを有するという異方的な変形パターンは変化しないことを図 23 (c), (d)は示している。

砂のような加工硬化材料は応力状態が破壊条件に近い程大きく降伏する，と言う一般的な考え方に従うと，主応力軸固定場で得られた結果（図 13 参照）から，ひずみ増分量は $2\alpha_{\sigma'}\fallingdotseq 130°$ および $-130°$ 付近で最大となるべきである。ところが，図 23 に示されている結果は明らかに異なっている。同様な説明により，主応力軸固定場では支持された滑動面の概念[14]は，主応力軸固定場では適用できないと考えられる。したがって，砂の変形を支配すると考えられる潜在的なすべり面の主応力軸に対する方向は，主応力軸回転の有無によって大きく異なると言える。

次に，主ひずみ増分軸の方向について調べてみる。R test では応力経路が円形であり，応力経路に接する応力増分ベクトルは応力ベクトルと常に直交している ($2\alpha_{d\sigma'}-2\alpha_{\sigma'}\equiv 90°$)。図 22 の典型例に示すように，主応力軸回転時におけるひずみ増分軸は主応力軸とも主応力増分軸とも一致せず，回転時の応力比および以前の主応力回転角によらず，常に両者の中間に位置している。すべ

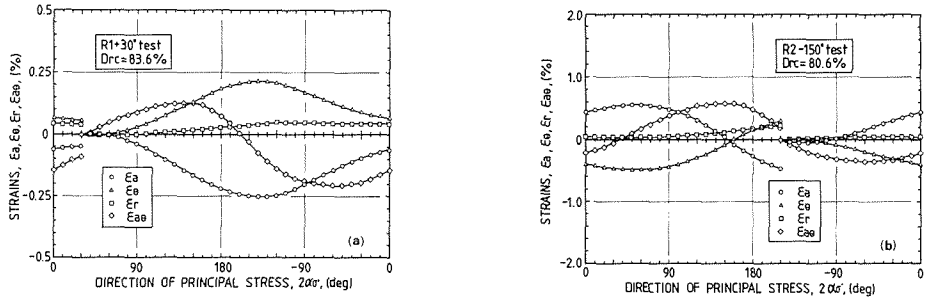

Fig. 20 Relationships between strains and the direction of principal stress axes for ; (a) R1+30° test, (b) R2−150° test

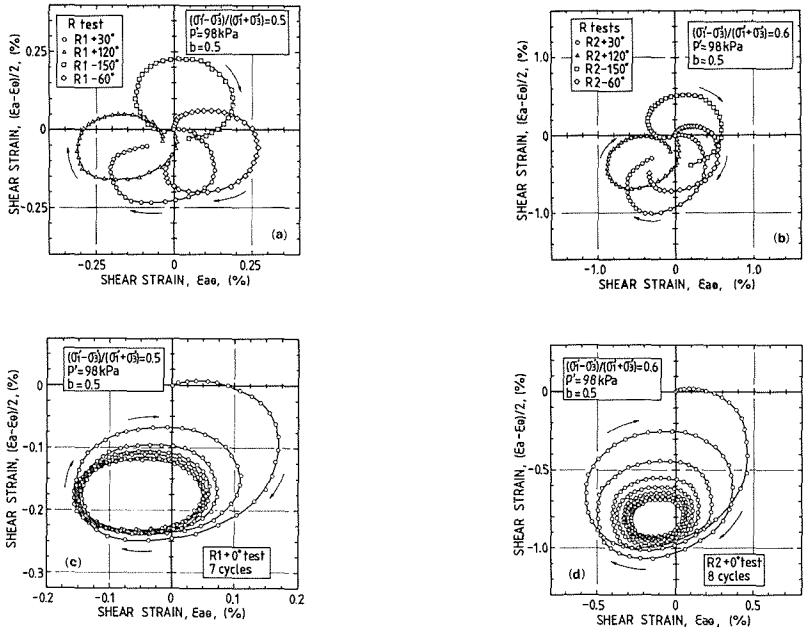

Fig. 21 Rotational strain paths for ; (a) R1 test, (b) R2 test, (c) R1+0° test, (d) R2+0° test

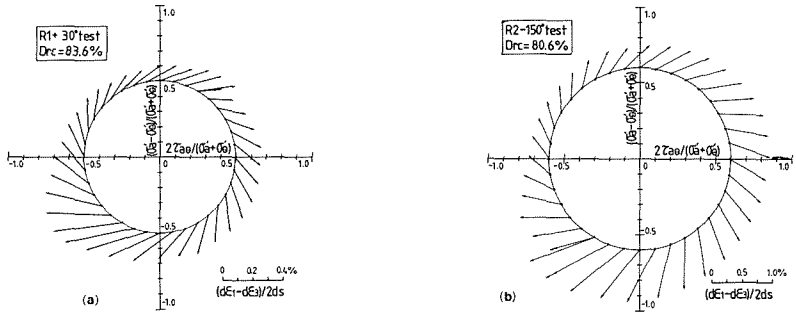

Fig. 22 Strain increment vectors due to the rotation of principal stress axes for ; (a) R1+30° test, (b) R2−150° test

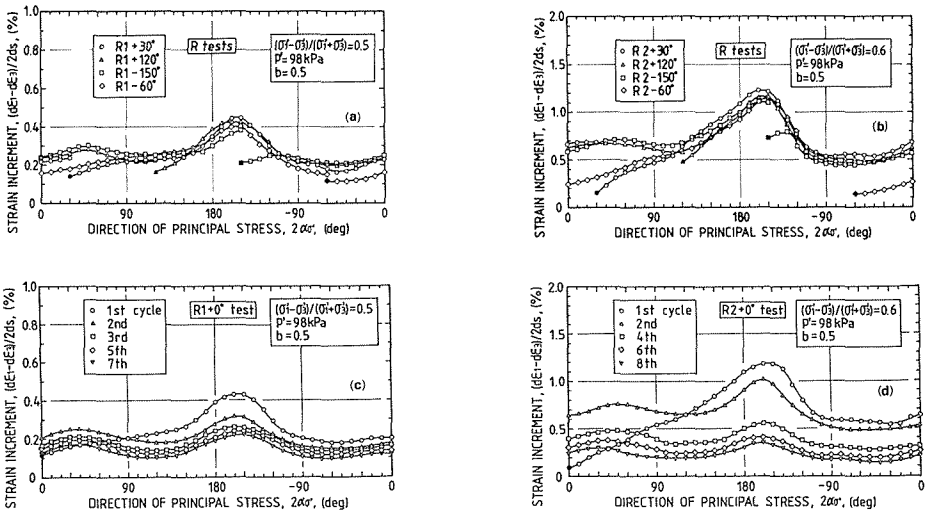

Fig. 23 Strain increment vs. the direction of principal stress axes relationships for ; (a) R1 tests, (b) R2 tests, (c) R1+0° test, (d) R2+0° test

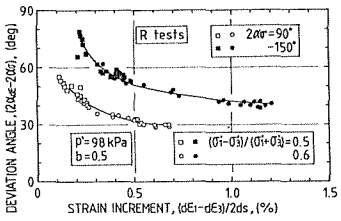

Fig. 24 Independent relationships between the direction and magnitude of principal strain increment from the stress ratio and previous principal stress rotation, for R test at $2\alpha_{\sigma'}$=90°and−150°

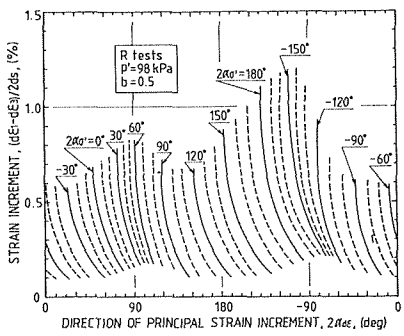

Fig. 25 Anisotropy of the direction and magnitude of principal strain increment characteristics under the principal stress axes rotation

てのR testの結果をプロットして得られた主ひずみ増分軸の主応力軸からの偏差角（$2\alpha_{d\varepsilon}-2\alpha_{\sigma'}$）とひずみ増分（$d\varepsilon_1-d\varepsilon_3$）/2 ds の関係を，$2\alpha_{\sigma'}=90°$ および$-150°$ の場合について図24に整理した。図から明らかなように，主ひずみ増分軸方向とひずみ増分の間には主応力軸回転時の応力比や以前の主応力軸回転数によらない関係が認められ，ひずみ増分が大きい程主ひずみ増分軸は主応力軸に近づくという明瞭な傾向が見られる。しかし，図示のように，主ひずみ増分方向とひずみ増分量との関係は主応力軸方向が $2\alpha_{\sigma'}=90°$ と$-150°$ で大きく異なっており，供試体が有する初期構造の異方性の無視できない影響が認められる。図24のようにして得られる主ひずみ増分軸方向～ひずみ増分関係を $2\alpha_{\sigma'}=10°$ の間隔で示したのが図25である。図示された主応力軸回転時のひずみ発生特性は明らかに異方的であり，主ひずみ増分軸が $2\alpha_{d\varepsilon}=\pm90°$ 方向でひずみ増分はピークとなり，また，その方向での曲線の間隔が狭くなっていることから，主ひずみ増分軸は全体的に $2\alpha_{\sigma'}=\pm90°$ 方向へ偏向していることがわかる。図21に示した横長楕円形のひずみ経路からも同様なことがわかるが，図7(b)に示した要素(b)，(d)で示される単純せん断モードの変形が卓越していることになる。すなわち，主応力軸固定場と同様に，主応力軸回転場においても異

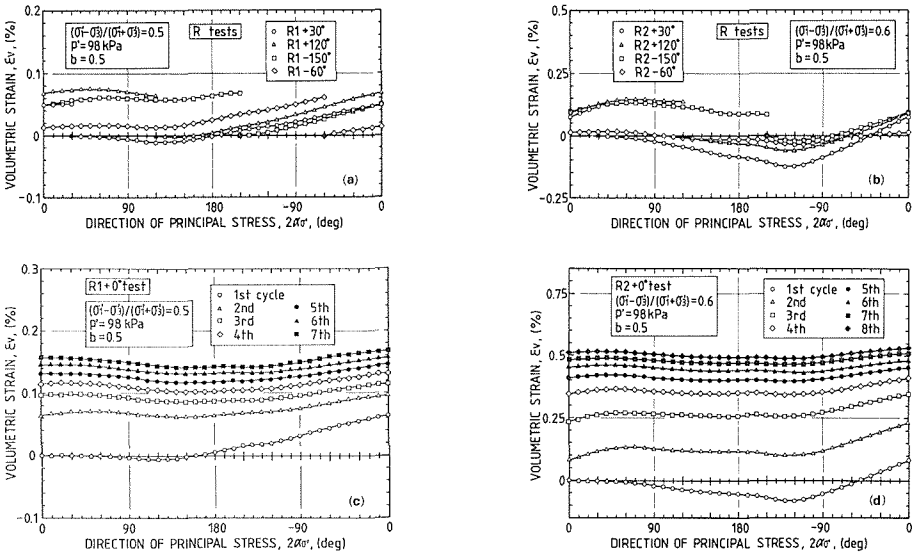

Fig. 26 Volume change characteristics under the rotation of principal stress for ; (a) R1+0° test, (b) R2+0° test, (c) R1+0° test, (d) R2+0° test

方性砂の変形特性はすべりに対する抵抗が最も小さい堆積面上で生じる卓越したすべりによって一義的に説明することができる。

主応力軸回転時における体積変化特性を図26に示す。せん断変形と同様に，体積変化特性にも砂の初期異方構造の影響が認められ，主応力軸回転の初期に見られる変形の小さい領域を過ぎた後は，一定のパターンに従って供試体体積が変化するようである。R1 test（$sin\phi=0.5$）では $2\alpha_{\sigma'}=120^\circ\sim60^\circ$ の範囲で，また R2 test（$sin\phi=0.6$）では $2\alpha_{\sigma'}=-120^\circ\sim60^\circ$ の範囲で顕著な体積収縮が生じるようである。図26(c), (d)に示すように，主応力軸回転が1サイクルを越えて継続する場合には，体積の変化量は次第に小さくなるが同様な体積収縮傾向が認められる。また，1サイクルの主応力軸回転で蓄積される体積ひずみは図26が示すように，主応力軸の回転開始方向によらず常に収縮側である。このような体積収縮特性は，非排水条件では間隙水圧が上昇することを意味しており，供試体剛性の著しい低下に繋がると言える。

主応力軸が1サイクル回転し，回転開始時の応力状態に復帰した時に発生しているひずみを残留ひずみと称し，せん断ひずみ $(\varepsilon_a-\varepsilon_\theta)/2$, $\varepsilon_{a\theta}$，半径方向ひずみ ε_r および体積ひずみ ε_v の残留量と主応力軸回転の開始方向 $2(\alpha_{\sigma'})_i$ の関係を図27に示す。ここで，供試体の力学特性が仮に等方的であるとすると，残留せん断ひずみ $(\varepsilon_a-\varepsilon_\theta)/2$ と $\varepsilon_{a\theta}$ の変化は正弦関数で表わされ，また，ε_r と ε_v は $2(\alpha_{\sigma'})_i$ に依存せずに一定値となるはずであるが，図示のように，残留ひずみにも初期構造の異方性の無視できない影響が現れている。図27(a)に示すように $(\varepsilon_a-\varepsilon_\theta)/2$ は常に負のひずみが残留し，図27(b)に比べてより強い異方性が認められている。この理由は力学特性の対称性により説明できる。すなわち，本研究で用いた異方性砂は，図7(b)に示したひずみ平面上において，左右に対称であるが，一方，圧縮（要素(a)）しにくいが逆に伸張（要素(c)）し易いという上下には非対称な力学特性を有しているためである。

残留ひずみの大きさは，主応力軸回転時の応力比の大きさ（$sin\phi=0.5$ または 0.6）によって大きく異なるが，主応力軸回転開始方向 $2(\alpha_{\sigma'})_i$ に対する変化は応力比によらず類似した傾向を示している。その傾向については次のような説明が可能である。例えば，せん断ひずみ $\varepsilon_{a\theta}$ は図20

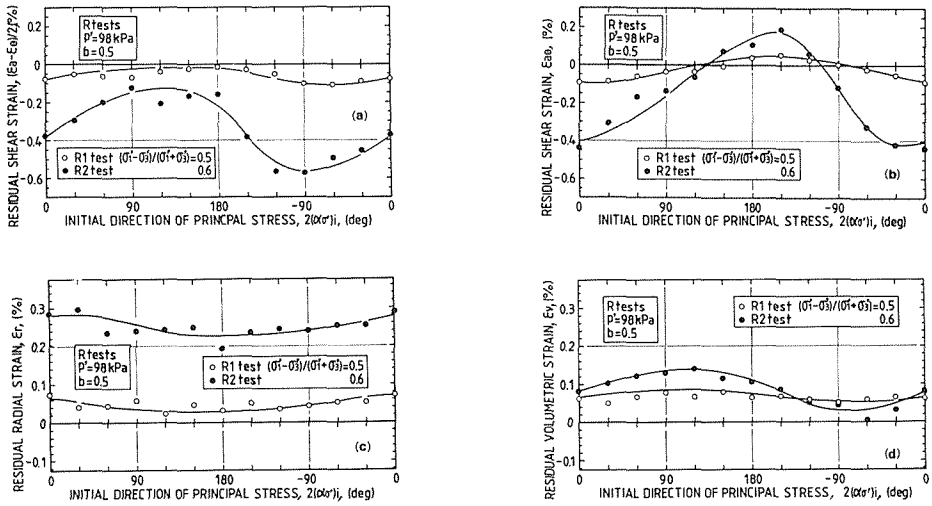

Fig. 27 Initial principal stress axes direction vs. residual strains after 1 cycle rotation of prin-dcipal stress axes for ; (a) shear strain $(\varepsilon_a-\varepsilon_\theta)/2$, (b) shear strain $\varepsilon_{a\theta}$, (c) radial strain ε_r' (d) volumetric strain ε_V

(a), (b)が示すように，$2\alpha_{\sigma'}=-30^\circ\sim90^\circ$ の範囲で正の方向へ，$180^\circ\sim90^\circ$ で負の方向へ大きく発生している。したがって，変形の小さい領域が主応力軸回転初期に存在するという図23，26に示されている実験事実を考慮すると，$2(\alpha_{\sigma'})_i=-30^\circ$ の場合には初期における正のひずみ発生が小さく，一方，$2(\alpha_{\sigma'})_i=180^\circ$ のときは，逆に初期に発生する負のひずみが小さくなるだろう。最終的に，主応力軸が1サイクル回転した後において，それぞれ相対的に負および正のひずみが残留すると言える（図27(b)参照）。他の残留ひずみについても同様な説明ができる。以上のように，残留ひずみの主応力軸回転開始方向への依存性は，供試体の異方的な変形特性と主応力軸回転初期に見られる変形の小さい領域を考慮することによって理解できる。

5．結　　論

主応力軸回転下における密詰め異方性砂の変形・強度特性についての実験を行った。限定された条件の下での研究ではあるが，得られた結果は以下のようにまとめられる。

(1) 異方性砂が示す変形・強度特性の異方性は，主応力軸回転の有無によらず堆積面上で生じる卓越したすべりによって一義的に説明することができる。その理由は，堆積過程において形成される砂粒子長軸の水平方向卓越配列により，砂粒子の噛み合わせは堆積面上で最も悪く，したがって，堆積面はせん断力に対する抵抗が最も小さく，せべりが生じ易いためである。

(2) 主応力軸固定場での変形・強度特性は，堆積面上での応力状態を考慮することによって統一的に説明できる。応力比が等しい時には，堆積面上での垂直・せん断応力比が大きい程変形は大きい。また，堆積面上で生じる卓越したすべりのため，ひずみ増分の主軸は主応力軸と一致せずに，純粋せん断モードに比べて単純せん断モードの変形が卓越している。

(3) 主応力軸回転下では，主ひずみ増分軸は主応力軸にも主応力増分軸にも一致せずに，ひずみ増分が大きい程，主ひずみ増分軸は主応力軸に近づく傾向が認められる。堆積面上でのすべりが支配的となる場合にひずみの増分は最も大きく，また，単純せん断的な変形が卓越するために，主ひずみ増分軸の偏向が生じている。

(4) 3つの主応力値は変化しないにもかかわらず，主応力軸の連続的な回転により供試体の体積

は変化する。主応力軸固定場では体積が膨張する応力領域においても，主応力軸回転により供試体は収縮傾向を示すことが明らかにされた。

(5) 主応力軸回転初期における変形は小さいが，ある程度回転した後には特定の異方的な変形パターンにしたがってひずみが発生する。さらに，砂粒子の配列構造に起因する変形挙動の異方性を考慮することによって，主応力軸が1サイクル回転して元の応力状態に戻った時に生じているひずみの主応力軸回転開始方向に対する変化を定性的に説明することができる。

最後に，本研究において，実験およびデータ整理に多大なる協力を得た国田　淳（当時，北大4年）および峯　寛之（当時，室工大4年）の両君に対して深甚なる謝意を表する。

参考文献

1) Cole, E. R. L. (1967) : Doctor thesis of Cambridge University.
2) Stroud, M. A. (1971) : Doctor thesis of Cambridge University.
3) Saada, A. S. and Townsend, F. C. (1981) : ASTM, STP740, pp. 7-77.
4) Symes, M. J. et al. (1982) : Proc. of IUTAM, pp. 441-449.
5) Symes, M. J. P. R. et al. (1984) : Geotechnique, Vol. 34, No. 1, pp. 11-27.
6) Hight, D. W. et al. (1983) : Geotechnique, Vol. 33, No. 4, pp. 355-383.
7) Roscoe, K. H. et al. (1958) : Geotechnique, Vel. 8, No. 1, pp. 22-53.
8) Ishihara, K. and Towhata, I. (1983) : Soils and Foundations, Vol. 23, No. 4, pp. 11-26.
9) Ishihara, K. and Yamazaki, A. (1984) : Soils and Foundations, Vol. 24, No. 3, pp. 85-100.
10) Miura, S. and Toki, S. (1982) Soils and Foundations, Vol. 22, No. 1, pp. 61-77.
11) Miura, S. and Toki, S. (1984) : Soils and Foundations, Vol. 24, No. 3, pp. 69-84.
12) Miura, S. and Toki, S. (1984) : Soils and Foundations, Vol. 24, No. 2, pp. 43-57.
13) Oda, M. et al. (1978) : Soils and Foundations, Vol. 18, No. 1, pp. 31-36.
14) Matsuoka, H. (1974) : Soils and Foundations, Vol. 14, No. 2, pp. 47-61.
15) Matsuoka, H. and Ishizaki, H. (1981) : Proc. of 10th ICSMFE, Vol. 1, pp. 669-702.