



Title	フーリエ変換干渉分光映像法
Author(s)	伊東, 一良; Itoh, Kazuyoshi; 大塚, 喜弘 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 130, 105-111
Issue Date	1986-03-25
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/41967">https://hdl.handle.net/2115/41967</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	130_105-112.pdf



## フーリエ変換干渉分光映像法

伊東 一良 大塚 喜弘

(昭和 60 年 11 月 20 日受理)

### Fourier-Transform Spectral Imaging

Kazuyoshi ITOH and Yoshihiro OHTSUKA

(Received November 20, 1985)

#### Abstract

The method of Fourier-transform spectral imaging [K. Itoh and Y. Ohtsuka, J. Opt. Soc. Am. A, to be published.] is concisely described. The method is suggested for obtaining efficiently the comprehensive information of a polychromatic radiator. Under certain conditions both the spatial and spectral details of the radiative object can simultaneously be recovered from the three-dimensional spatial coherence function of the optical wave field. The recovery of object information is based on a Fourier transform relationship derived from the basic formula [E. Wolf and W. H. Carter, J. Opt. Soc. Am. 68, 953-964 (1978).] describing the field correlation in terms of the source correlation function. A new type of interferometer is proposed for the efficient collection of the spatial coherence data. Experimental results of the spectral-image recovery are also presented.

#### 1. はじめに

光源の空間的パワー密度分布 (強度分布) と時間周波数スペクトル密度分布が, 光源から発せられた光の 2 次の相関関数を用いて推定できることは良く知られている<sup>1)-4)</sup>。これらの関係は, それぞれ, Van Cittert-Zernike の定理, Wiener-Knintchine の定理の名で呼ばれ, 干渉計を利用した像再生法<sup>5)-12)</sup> や, フーリエ分光法<sup>13),14)</sup> の原理となっている。これらの手法は, 従来の映像法や分光法にない特長を持ち, 分野によっては広く利用されている。

しかし, 強度分布とスペクトル分布とが得られたとして, これらのみから対象を同定することは一般的に不可能である。光学的対象を同定するには, 空間座標  $(x, y)$  と周波数  $\nu$  とに共に依存するような, より一般的な密度分布  $G(x, y, \nu)$  を求める必要がある。そのため, 従来から, この一般的な密度分布を求めるための様々なアプローチがなされている<sup>15)-20)</sup>。最も簡単な方法は, 幾種類かの色フィルタを通して写真を撮ることであろう。精密な測定には, より手の混んだフィルタ, 例えば, Fabry-Perot 干渉計<sup>15)</sup> などが用いられている。この他, 分光器の前に結像装置を配置する方法も試みられている。像の 1 点 1 点を分光する方法<sup>16)</sup>, 像を細い帯に分割しそれぞれを分光する方法<sup>17)</sup> などがそれである。このような従来の方法を結合した方法は, 特定の目的には有利であるが<sup>15)-17)</sup>, 一般的には効率が悪い。これは, 入射光のほとんどが, スペクトルを選ぶための

色フィルタまたは分光器のスリットによって遮られてしまうためである。Hadamard 変換分光器に用いられている多重化手法<sup>18)</sup>は、この効率を上げるのに役立つ。特に、Hadamard 変換映像分光法<sup>18)-19)</sup>は、文字どおり  $G(x, y, \nu)$  を求めることを目的とした手法である。しかし、検出器を1個だけ用いてこの目的を達成しようとしているため、機械系がかなり複雑になっている。

本報告では、光波の相関測定に基づいて分光と結像とを同時に行なう分光映像法<sup>21)-22)</sup>の原理と測定装置及び実験結果について概略を説明する。基本的な原理は、密度関数  $G(x, y, \nu)$  が、3次元空間コヒーレンスの3次元フーリエ変換で得られるというものであるが、この関係は、Wolf と Carter による成果<sup>23)</sup>に基づいている。本報告で述べられる理論は、Wiener-Khintchine の定理と Van Cittert-Zernike の定理とをコヒーレンス理論の場において統一するもので、多物体を同時に分光する高能率の光源解析装置の開発や、多色の部分的コヒーレント光の統計的性質<sup>24)-27)</sup>を理解する上で役立つことが期待される。

## 2. 理 論

Fig. 1 に示されるような直交座標系の  $z=0$  面内に多色のインコヒーレント光源 ( $\sigma$ ) が存在すると仮定し、この平面光源の一般化されたパワー密度関数を  $G(\bar{P}, \nu)$  とする。ここで、 $\bar{P}$  は2次元ベクトル  $\bar{P}=(x, y)$  で、 $\nu$  は光の周波数である。次に、この  $G(\bar{P}, \nu)$  と、光の場の相互コヒーレンス関数  $\Gamma(\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, \tau)$  との関係を求める。ここで、 $\bar{Q}_1$  と  $\bar{Q}_2$  は3次元の位置ベクトルであり、 $\bar{Q}_1=(x_1, y_1, z_1)$ 、 $\bar{Q}_2=(x_2, y_2, z_2)$  で表わされる。

多色の部分コヒーレント場の相互コヒーレンス関数に対する伝播方程式はすでに知られている<sup>1)-4)</sup>。この方程式から求める関数を近似的に得ることはできる。しかし、ここでは最近 Wolf と Carter が導いた結果<sup>23)</sup>を用いる。彼等は、光源と光の場との記述の区別を明確にし、これらのクロス・スペクトル密度間関係を導いた。

完全にインコヒーレントな光源に対する彼等の結果が今の解析に当てはまる。このクロス・スペクトル密度に関する方程式を  $\nu$  について積分すると、 $\tau=0$  のときの相互コヒーレンス関数を得る；

$$\Gamma(\bar{Q}_1, \bar{Q}_2, 0) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \int_0^{\infty} (|\bar{R}_1||\bar{R}_2|)^{-1} G(\bar{P}, \nu) \exp[jk(|\bar{R}_1| - |\bar{R}_2|)] d\nu d\bar{P}. \quad (1)$$

ここで、 $j = \sqrt{-1}$ 、 $k$  は波数、 $\bar{R}_m = \bar{D}_m - \bar{OP}$  ( $m=1, 2, \dots$ )、 $d\bar{P} = dx dy$ 。光源の密度関数  $G(\bar{P}, \nu)$  は光源の外側では完全に0となる。より簡単な結果を得る目的で、次のような仮定を行なう；

$$k(|\bar{R}_1| - |\bar{R}_2|) \cong \bar{k} \cdot \bar{r}. \quad (2)$$

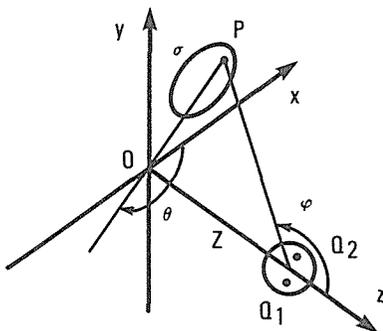


Fig. 1 Geometry ; (a) free-space propagation and (b) propagation through a positive lens. The mutual coherence function propagates from polychromatic incoherent source  $\sigma$  to an observation area, where the mutual coherence function at  $Q_1$  and  $Q_2$  without the time delay is evaluated.

ここで、

$$\begin{aligned}\bar{k} &= k(\bar{Z} - \bar{P}) / |\bar{Z} - \bar{P}|, \\ \bar{Z} &= (0, 0, Z), \\ \bar{r} &= \bar{R}_1 - \bar{R}_2 = \bar{Q}_1 - \bar{Q}_2,\end{aligned}$$

この(2)式の関係は、入射光が平面波のインコヒーレントなたし合わせになっているような、比較的よく起こる状況に当てはまる。通常、天体観測などがその一例である。さてここで、Fig. 1で示したように、観測点  $\bar{Q}_1, \bar{Q}_2$  が  $\bar{Z} = (0, 0, Z)$  に中心を置く半径  $a$  の球内にあるものとしよう。すると、次のような関係式が成り立つとき、入射光は平面波の集まりで近似できる。

$$Z \ll \pi a^2 / \lambda. \quad (3)$$

ここで、 $\lambda$  は波長を意味する。

さて、入射光が平面波の集まりで近似できるものとする、光源要素の位置を示すベクトル  $\bar{P}$  は、その光源要素から発せられた平面波の方向を決定することになる。角度  $\theta$  と  $\phi$  とを Fig. 1 のように定義すると、位置ベクトル  $\bar{P}$  は次のように示すことができる。

$$\bar{P} = (Z \tan \phi \cos \theta, Z \tan \phi \sin \theta). \quad (4)$$

ここで、当然  $a \gg \lambda$  と考えることができるので、(3)式より、

$$|\bar{R}_1| \cong |\bar{R}_2| \cong Z / \cos \phi, \quad (5)$$

が成り立つ。式(2), (4), (5)を(1)に代入すると、

$$\begin{aligned}\Gamma(\bar{r}) &= - \int_0^{2\pi} \int_{\pi/2}^{\pi} \int_0^{\infty} G(Z \tan \phi \cos \theta, Z \tan \phi \sin \theta, \nu) \\ &\quad \times \exp(j \bar{k} \cdot \bar{r}) \tan \phi \cos \theta d\nu d\phi d\theta.\end{aligned} \quad (6)$$

ここに、 $\Gamma(\bar{r}) = \Gamma(\bar{Q} + \bar{r}, \bar{Q}, 0)$  である。(6)式は、3次元極座標  $\nu - \phi - \theta$  での積分と考えることができるが、この表現を3次元直交座標系  $u - v - w$  での表現に変換すると、

$$\Gamma_t(\bar{t}) = \iiint_{-\infty}^{\infty} G_c(\bar{s}) \exp(-2\pi j \bar{t} \cdot \bar{s}) d\bar{s}, \quad (7)$$

を得る。ここに、 $\bar{t} = \bar{r}/c$ ,  $c$  は光速、 $d\bar{s} = dudvdw$ ,

$$\Gamma_t(\bar{t}) = \Gamma(c\bar{t}), \quad (8-a)$$

$$G_c(\bar{s}) = (-w|\bar{s}|)^{-1} G_c(Zu/w, Zv/w, |\bar{s}|). \quad (8-b)$$

これが、3次元空間コヒーレンスと光源のパワー密度を関係づける最終的な結果である。(7)式の逆変換の関係から、 $\Gamma_t(t)$  より  $G_c(s)$  を求める表式を得ることができる。この  $G_c(s)$ こそ、光源の光学的性質の全てを与える量である。このフーリエ変換の関係に基づいて、空間コヒーレンス関数から  $G_c(s)$  を求める手法をフーリエ変換干渉分光映像法 (Fourier-transform spectral imaging) と呼ぶ。

最後に、実際の光源と再生像との関係について述べる。Fig. 1の  $z=0$  の内面の1点  $\bar{P} = (x, y)$  に、周波数  $\nu$  の単色の点光源が存在するものとする。空間コヒーレンスが  $Z = (0, 0, Z)$  を中心とした小領域で測定されるものとする、この領域は固定されているので、 $\bar{P}$  の位置は2つの

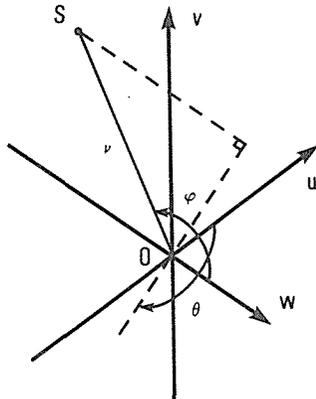


Fig. 2 Spectral image of a monochromatic point object. The spatial information is preserved in the angular position of image while the spectral information is encoded in the distance between the origin and the point of image.

角度  $\phi$  と  $\theta$  で記述できる。再生像は、この場合、Fig. 2 のようになる。像の位置  $S$  の方向は、Fig. 1 と同様に  $\phi$  と  $\theta$  で示される。しかし、原点と  $S$  との距離は光の周波数  $\nu$  を表わしている。光源が広がりを持つときには、空間コヒーレンスは各光源要素の寄与の和となり、その逆フーリエ変換としてその広がった像が再生される。各光源要素が多くのスペクトル成分をもつ場合も同様である。ただし、各要素の成分に相関がないこと（インコヒーレント光源）が条件となる。通常の1次光源は完全なインコヒーレント光源と見なせるので、全く問題はない。このように、光源要素の空間情報と周波数スペクトル情報とを同時に再生できるのが、フーリエ変換干渉分光映像法の特徴である。

### 3. 干 渉 計

3次元空間コヒーレンスの測定のために著者等が提案する干渉計は、マイケルソン干渉計と波面折畳干渉計を結合したものである。マイケルソン干渉計は、フーリエ分光法によく用いられる干渉計である。波面折畳干渉計は Murty により提案された干渉計で<sup>28)</sup>、像再生<sup>5)-12), 29)</sup> や大気による光波の位相ゆらぎの測定<sup>30)-32)</sup> などに用いられている。

体積干渉計と名付けられたこの新しい干渉計は、Fig. 3 に示されている。入射光はビームスプ

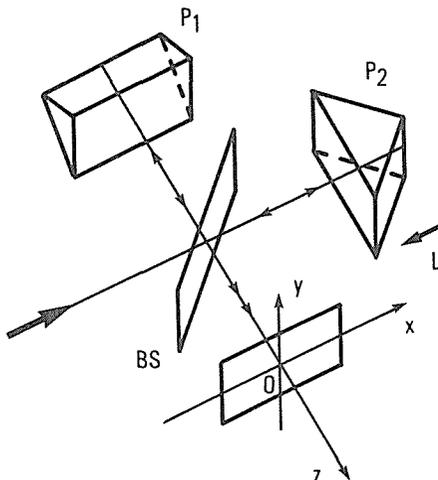


Fig. 3 Schematic of the volume interferometer. The light beams split by BS (beam splitter) are reflected back by  $P_1$  and  $P_2$  (right-angle prisms) and combined again at BS. The superposed wave field suffers from lateral shear of  $180^\circ$ -rotation. The motion of  $P_2$  further introduces longitudinal shear and thus a 3-D shear displacement is achieved.

リッタ BS により 2 つのビームに分けられる。それぞれのビームは直角プリズムで反射され、再び BS 上で重ね合わされる。図のように直交座標系をとり、一方のビームによる  $z=0$  の面上の光の場を  $V(x, y, 0)/2$  で表わすと、もう一方のビームによる光の場は、 $V(-x, -y, 0)/2$  と書くことができる。これで波面は折畳まれたことになる。次に、プリズム  $P_2$  を光軸に沿って移動させる。この  $P_2$  の移動量を  $L$  とすると、 $z=0$  の面上の強度分布は、 $|V(x, y, 0)/2 + V(-x, -y, -2L)/2|^2$  となる。表現の簡略化のため  $L$  を  $z$  で置き換えると、強度分布は、

$$I(\vec{r}) = \{ \Gamma(\vec{0}) + [\Gamma(2\vec{r}) + \Gamma(-2\vec{r})] / 2 \} / 2, \quad (9)$$

と表わされる<sup>1)</sup>。これを体積インターフェログラム (VI) と呼ぶ。この VI は、 $x, y$  軸が実際の空間の座標軸に対応し、 $z$  軸がプリズムの移動量に対応する仮想的な空間内で記述されている。

再生像は、基本的には VI のフーリエ変換で与えられる。まず VI のスケールを次のように変換する。

$$I_t(\vec{t}) = I(c\vec{t}) \quad (10)$$

(7)式より、 $I_t(t)$  の 3 次元フーリエ変換は

$$\tilde{I}_t(\vec{s}) = \{ G_0\delta(\vec{s}) + [G_c(\vec{s}/2)/8 + G_c(-\vec{s}/2)/8] / 2 \} / 2, \quad (11)$$

ここで、

$$G_0 = \iiint_{-\infty}^{\infty} G_c(\vec{s}) d\vec{s}.$$

(11)式中の第 1, 第 3 項は本来の像ではない。このような虚像はホログラフィーでよくみられるもので、VI が空間コヒーレンスそのものではなく、その実部と直流バイアス成分を記録しているため生じる。しかし、これらの余分な像は、ホログラフィーの場合と異なり、本来の像と重なって再生されることはない<sup>22)</sup>。

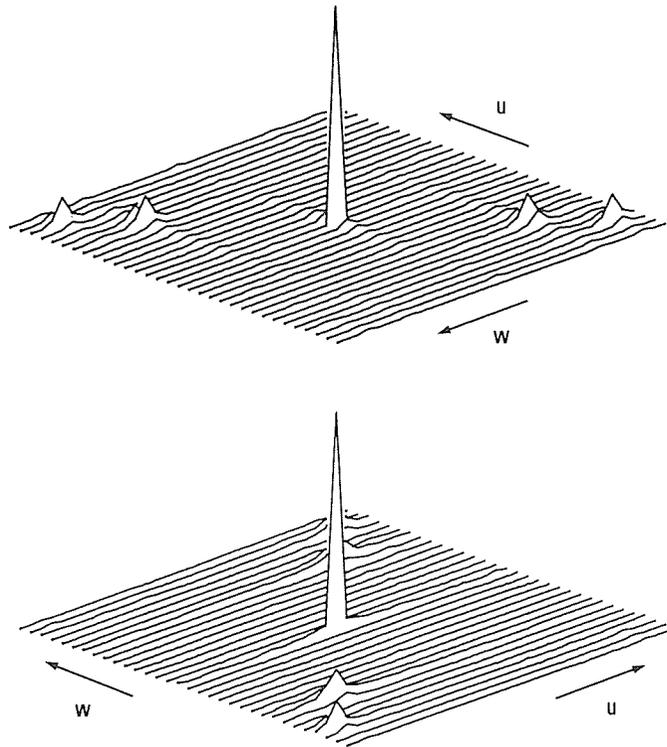
#### 4. 実験結果

理論を検証するために、空間的に 1 次元の物体を用いて実験を行なった。したがって試作した干渉計も、Fig. 1 中のプリズム  $P_1$  が平面鏡で置き換えられている。VI は  $z=0$  面上に置かれた 1 次元のイメージセンサにより検出した。2 つのスペクトル成分をもつ点光源を発生させるために、He-Ne(6328 Å) レーザと He-Cd(4416 Å) レーザとが用いられた。縦方向の光路差の走査は、マイクロコンピュータで駆動されるパルスモーターを使って行なわれた。

再生像を Fig. 4 に示す。必要な像以外の余分な像も同時に再生されている。また、同一再生像を異なる角度から見た様子も示されている。物体は 2 つのスペクトル成分をもつ点物体であるので、1 本の放射線の上に 2 つのピークが再生されているのがわかる。このことを見やすくするため、再生像は、 $u$ -軸の方向に  $10^3$  倍拡大されている。

#### 5. 結 論

フーリエ変換分光映像法とその実験結果について概略を述べた。空間的情報と時間周波数の情報をもとに多重化したこの手法を赤外領域に応用すると、高い効率が期待できる。また、多重化のメリットが活かされない可視、紫外領域においても、広い視野を確保できるというこの手法の利点をいかす事が可能である。



**Fig. 4** Reconstructed spectral image of a point object composed of He-Cd (4416Å) and He-Ne (6328Å) laser spectra. Two different aspects are shown along with the spurious images. The two spectral components lie on the same radial line, which indicates the angular position of object.

#### 参考文献

- 1) M. Born and E. Wolf, *Principles of Optics*, 4th ed. (Pergamon, London, 1970), Ch. 10.
- 2) M. J. Beran and G. B. Parrent, Jr., *Theory of Partial Coherence* (PerenticeHall, Englewood Cliffs, NJ, 1964), Chs. 2, 3.
- 3) J. Perina, *Coherence of Light* (Van Nostrand Reinhold, London, 1972), Chs. 2, 3.
- 4) J. W. Goodman, *Statistical Optics* (John Wiley and Sons, New York, 1985), Chs. 3, 5.
- 5) L. Mertz, *Transformations in Optics* (John Wiley and Sons, New York, 1965), Chs. 1, 2.
- 6) T. D. Beard, "Imaging by correlation of intensity fluctuations," *Appl. Phys. Lett.* **15**, 277–229 (1969).
- 7) D. Kohler and L. Mandel, "Source reconstruction from the modulus of the correlation function : practical approach to the phase problem of optical coherence theory," *J. Opt. Soc. Am.* **63**, 126–134 (1973).
- 8) W. T. Rhodes and J. W. Goodman, "Interferometric technique for recording and restoring images degraded by unknown aberrations," *J. Opt. Soc. Am.* **63**, 647–656 (1973).
- 9) J. J. Burk and J. B. Breckinridge, "Passive imaging through the turbulent atmosphere : fundamental limit on the spatial frequency resolution of a rotational shearing interferometer," *J. Opt. Soc. Am.* **68**, 67–77 (1978).
- 10) A. H. Greenaway and J. C. Dainty, "On long-baseline amplitude interferometers in astronomical applications," *Opt. Acta* **25**, 181–189 (1978).
- 11) C. Roddier and F. Roddier, "Imaging with a coherence interferometer in optical astronomy," in *Image Formation from Coherence Functions in Astronomy*, C. van Schooneveld, ed. (Reidal, Dordrecht, The Netherlands, 1979), pp. 175–178.

- 12) K. Itoh and Y. Ohtsuka, "Interferometric image reconstruction through the turbulent atmosphere," *Appl. Opt.* **20**, 4239–4244 (1981).
- 13) Ref. 5, Ch. 4.
- 14) G. A. Vanasse and H. Sakai, "Fourier Spectroscopy," in *Progress in Optics*, Vol. 6, E. Wolf, ed. (North-Holland, New York, 1967), pp. 261–327.
- 15) for example, R. E. Loughhead, R. J. Bray, and N. Brown, "Instrument profile of a triple Fabry-Perot interferometer for use in solar spectroscopy," *Appl. Opt.* **17**, 415–419 (1978).
- 16) for example, J. M. Hill, J. R. P. Angel, J. S. Scott, D. Lindley, and P. Hintzen, "Multiple object spectroscopy : the Medusa Spectrograph," *Astrophys. J.* **242**, L69–L72 (1980).
- 17) for example, J. B. Breckinridge, N. A. Page, R. R. Shannon, and J. M. Rodgers, "Reflecting Schmidt imaging spectrometers," *Appl. Opt.* **22**, 1175–1180 (1983).
- 18) M. Harwit and N. J. Sloane, *Hadamard Transform Optics* (Academic Press, New York, 1979), Chs. 3–5.
- 19) H. Sakai, "Doubly multiplex Fourier spectroscopy," *J. Opt. Soc. Am.* **73**, 1947 (1983).
- 20) G. Weigelt, "Speckle interferometry, speckle holography, speckle spectroscopy, and reconstruction of high-resolution images from space telescope," in *Proceedings, ESO Conference on Scientific Importance of High Angular Resolution at IR and Optical Wavelengths*, M. H. Ulrich and K. Kjar, eds. (ESO, Garching, 1981), pp. 95–113.
- 21) K. Itoh and Y. Ohtsuka, "Interferometric spectral imaging," in Conference Digest of The 13th Congress of the International Commission for Optics (Sapporo, 1984) pp. 600–601.
- 22) K. Itoh and Y. Ohtsuka, "Fourier-transform spectral imaging ; retrieval of source information from 3–D spatial coherence," *J. Opt. Soc. Am. A*, to be published.
- 23) E. Wolf and W. H. Carter, "Coherence and radiant intensity in scalar wave fields generated by fluctuating primary planar sources," *J. Opt. Soc. Am.* **68**, 953–964 (1978).
- 24) E. Wolf and A. J. Devaney, "On a relationship between spectral properties and spatial coherence properties of light," *Opt. Lett.* **6**, 168–170 (1981).
- 25) A. M. Lohmann and J. Ojeda-Castaneda, "Spatial periodicities in partially coherent fields," *Opt. Acta* **30**, 475–479 (1983).
- 26) E. Wolf, A. J. Devaney, and F. Gori, "Relationship between spectral properties and spatial properties in one-dimensional free fields," *Opt. Commun.* **46**, 4–8 (1983).
- 27) G. Indebetouw, "Spatially periodic wave fields : an experimental demonstration of the relationship between the lateral and the longitudinal spatial frequencies," *Opt. Commun.* **49**, 86–90 (1984).
- 28) M. V. R. K. Murty, "Interference between wavefronts rotated or reversed with respect to each other and its relation to spatial coherence," *J. Opt. Soc. Am.* **54**, 1187–1190 (1964).
- 29) O. Bryngdahl and A. W. Lohmann, "Variable magnification in incoherent holography," *Appl. Opt.* **9**, 231–232 (1970).
- 30) J. C. Dainty and R. J. Scaddan, "A coherence interferometer for direct measurement of the atmospheric transfer function," *Mon. Not. Astr. Soc.* **167**, 69–73 (1974).
- 31) J. B. Breckinridge, "Measurement of the amplitude of phase excursions in the earth's atmosphere," *J. Opt. Soc. Am.* **66**, 143–144 (1976).
- 32) J. W. O'Byrne (University of Sydney, School of Physics), private communications.