



Title	砂層の成層化現象の解析
Author(s)	船水, 尚行; 高桑, 哲男
Citation	北海道大學工學部研究報告, 136, 1-9
Issue Date	1987-07-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/42046
Type	departmental bulletin paper
File Information	136_1-10.pdf



砂 層 の 成 層 化 現 象 の 解 析

船 水 尚 行 高 桑 哲 男

(昭和 62 年 3 月 31 日受理)

Stratification of a Sand bed

Naoyuki FUNAMIZU and Tetsuo TAKAKUWA

(Received March 31, 1987)

Abstract

Sedimentation tests were carried out by the use of single and multi-species suspensions of sand particles. In these tests settling velocities of sand particles and particle diameter distributions in settled beds were measured.

Settling velocity data showed that the formulation¹⁾ of a hindered settling velocity presented by the authors is applicable to non-spherical sand particles.

Diameter distributions of settled beds were computed by the model describing a differential settling process and a stratification pattern of a settled bed. Computed results were compared with those of experimentals obtained both in the laboratory and a practical water treatment plant and the validity of this model was confirmed.

1. は じ め に

水処理に用いられているろ過池では、ろ材の逆流洗浄が行われる。ろ材粒子には粒径や密度の分布があり、逆流洗浄によってこれらの粒子の成層化が生じる。筆者らは、この成層化現象を粒径や密度の分布をもつ粒子群 (多成分粒子群とよぶ) の干渉沈降現象としてとらえ、多成分粒子群の沈降速度式^{1),2)}と多成分粒子充填層の充填率の推定法³⁾を提案するとともに、沈降開始から最終堆積段階にいたる回分沈降過程の計算法を明らかにし、球形粒子 (ガラス球, アクリル球, ABS 樹脂球) について 2 成分および 3 成分粒子群を用いた沈降・堆積実験によってその妥当性を検証した⁴⁾。

本研究では、実際のろ過池で用いられている非球形で粒径分布をもつ砂粒子群に対して上記の多成分粒子群の回分沈降過程の計算法が適用可能かを検討する。

2. 多成分粒子群の回分沈降過程の計算法の概要

粒径分布をもつ粒子群の回分沈降過程では各成分の沈降速度差によって層の分離が生じる。いま、粒子群が粒径の異なる N 種類の成分より成るとし、沈降速度の小さい順に 1, 2, ..., N とす

ると、沈降時の分離状況は図-1(a)のようになる。すなわち、成分 1, ..., N が共存する層(層を構成する成分で名前をつけ層 (1, ..., N) とする)の上に層 (1, ..., N-1), ..., 層 (1, 2), 層 (1) ができる。また、層 (1, ..., N) の下には成分 1, ..., N の堆積によって層 [1, ..., N] ができる。ただし、堆積によって生じた層は[]で囲んで区別する。

沈降終了後の堆積状況は図-1(b)のようになる。すなわち、層 (1, ..., N) の各成分の堆積による層 [1, ..., N], 層 (1, ..., N-1) による層 [1, ..., N-1], 最後

層(1)	
層(1, 2)	層[1]
⋮	層[1, 2]
⋮	⋮
層(1, ..., N-1)	層[1, ..., N-1]
層(1, ..., N)	層[1, ..., N]
層[1, ..., N]	

(a) 回分沈降時の
分離パターン

(b) 沈降終了後の
堆積パターン

図-1 N成分粒子群の沈降・堆積パターン

に層 [1] と N 個の堆積層が形成される。このようにして堆積した各層の各成分の体積濃度を求めるためには、まず、沈降時の分離によって生じる各層の各成分の体積濃度を計算する必要がある。

層 [1, ..., N-1] の成分 i (i=1, ..., N-1) を例にとって、体積濃度を計算するために必要な式を示すと以下のようになる。

○層 (1, ..., N-1) の成分 i について

$$\phi_{(1, \dots, N-1), i} = \phi_{(1, \dots, N), i} \frac{u_{(1, \dots, N), i} - u_{(1, \dots, N), N}}{u_{(1, \dots, N-1), i} - u_{(1, \dots, N), N}} \quad (1)$$

○層 [1, ..., N-1] の成分 i について

$$\phi_{[1, \dots, N-1], i} = \frac{\phi_{(1, \dots, N-1), i} u_{(1, \dots, N-1), i}}{\sum_{j=1}^{N-1} \phi_{(1, \dots, N-1), j} u_{(1, \dots, N-1), j}} (\phi_{[1, \dots, N-1], T} - \phi_{(1, \dots, N-1), T}) + \phi_{(1, \dots, N-1), i} \quad (2)$$

ここで、 $\phi_{(1, \dots, N-1), i}$, $u_{(1, \dots, N-1), i}$ はそれぞれ層 (1, ..., N-1) の成分 i の体積濃度、沈降管壁基準の沈降速度、(みかけの沈降速度とよぶ)、 $\phi_{[1, \dots, N-1], i}$ は層 [1, ..., N-1] の成分 i の体積濃度である。また添字 T は全体積濃度を示す、式(1), (2)中の沈降速度は多成分粒子群の沈降速度式、堆積層の全体積濃度は多成分粒子充填層の充填率の推定法により計算される。

砂粒子群の沈降・堆積過程を式(1), (2)によって計算するにあたっては、まず多成分粒子群の沈降速度式、充填率の推定法が砂粒子群に適用可能かを検討する必要がある。充填率の推定法が砂粒子群に適用可能であることは既に報告³⁾したので、ここではまず3章において砂粒子群の沈降速度式について検討し、式(1), (2)の砂粒子群への適用結果は4章で述べる。

3. 砂粒子群の沈降速度式

3.1 粒径分布をもつ N 成分球形粒子群の沈降速度式

N 成分球形粒子群の成分 i の周囲流体基準の沈降速度 (絶対沈降速度とよぶ) U_i は

$$U_i = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot \frac{g d_i}{C_{D\phi_i}} \cdot \frac{\rho_p - \rho_f}{\rho_f} \cdot \frac{1 - \phi_T}{1 + \phi_i^{*1/3}}} \quad (3)$$

となる¹⁾。ここで g は重力加速度、 d は粒径、 ρ_p , ρ_f はそれぞれ粒子と流体の密度、 ϕ_T は粒子群の全体積濃度、添字 i は成分を示す。 ϕ_i^* は粒径の異なる粒子が共存する効果を考慮した成分 i の体積濃度で

$$\phi_i^* = \sum_{j=1}^N (d_i/d_j)^a \phi_j \quad \begin{cases} a=1 & d_i/d_j \leq 1 \\ a=1/3 & d_i/d_j > 1 \end{cases} \quad (4)$$

である。 $C_{D\phi i}$ は濃度と粒径分布を考慮した抗力係数であり、次式で示されるレイノルズ数 $Re_{\phi i}$ との関係が単粒子自由沈降時のレイノルズ数 Re_0 と抗力係数 C_{D0} の関係と一致することが確認されている。

$$Re_{\phi i} = \frac{d_i U_i \rho_f}{\mu_f} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{5}{3} \cdot \frac{\phi_i^*}{1 - \phi_T}\right)} \quad (5)$$

ここで μ_f は流体の粘度である。

また、多成分粒子群回分沈降過程の計算に必要なみかけの沈降速度 u_i は絶対沈降速度 U_i と次の関係がある。

$$u_i = U_i - \sum_{j=1}^N U_j \phi_j \quad (6)$$

3.2 実験

本実験は、砂粒子群についても式(3)中の $C_{D\phi i}$ と式(5)の $Re_{\phi i}$ の関係が単粒子自由沈降時の Re_0 と C_{D0} の関係と一致するかを検討するために行った。

実験にはふるいわけにより粒度をそろえた表-1の砂粒子と水道水、グリセリン水溶液を用いた。はじめに各粒子群から約200個の粒子を抽出して、単粒子自由沈降実験を行い、 Re_0 と C_{D0} の関係を求めた。次に、各粒子群を用いた均一粒子群、各2種類を所定の粒径比、混合比で混合した2成分粒子群を所定の初期濃度になるように一様に懸濁させて回分沈降実験を行い、各成分の絶対沈降速度を測定した。

表-1 実験に用いた砂粒子

記号	ふるい (mm)	幾何平均径 (mm)	密度 (g/cm ³)	単独堆積時の体積濃度(—)
S1100	1.19~1.00	1.10	2.626	0.485
S920	1.00~0.84	0.92	2.626	0.485
S770	0.84~0.71	0.77	2.626	0.485
S650	0.71~0.59	0.65	2.615	0.486
S540	0.59~0.50	0.54	2.802	0.490
S460	0.50~0.42	0.46	2.802	0.487
S380	0.42~0.35	0.38	2.834	0.493
S300	0.35~0.25	0.30	2.890	0.496

3.3 実験結果

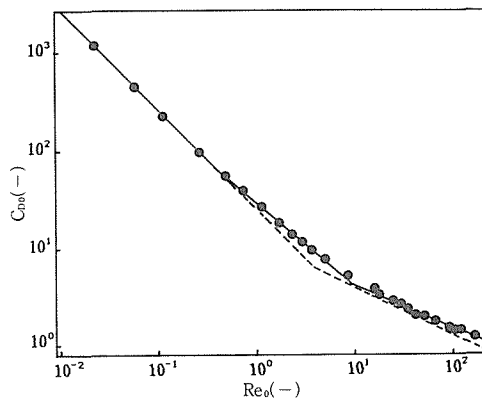
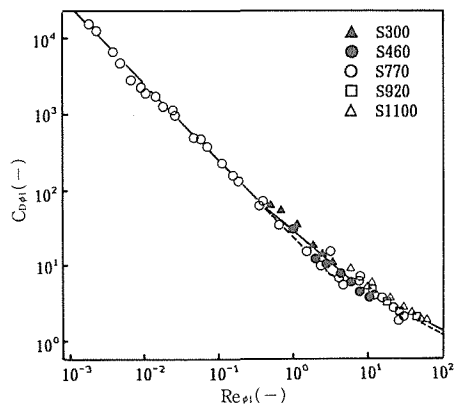
(1) 単粒子自由沈降実験 図-2に砂粒子の単粒子自由沈降速度より計算した Re_0 と C_{D0} の関係を示す。図中の破線は球形粒子の場合⁵⁾である。砂粒子の代表径はふるいわけの際の二つのふるい目の幾何平均値を用いた。今回用いた砂粒子の Re_0 と C_{D0} の関係は次の三つの式によって近似可能であった。

$$C_{D0} = 24/Re_0 \quad (Re_0 < 0.3) \quad (7-1)$$

$$C_{D0} = 28/Re_0^{0.85} \quad (0.3 < Re_0 < 10^1) \quad (7-2)$$

$$C_{D0} = 11.5/Re_0^{0.45} \quad (10^1 < Re_0 < 10^2) \quad (7-3)$$

(2) 均一粒子群沈降実験 本実験で得た絶対沈降速度の値を式(3), (5)に代入して計算した $C_{D\phi}$ と Re_{ϕ} の関係を図-3に示す。図中の実線は(1)項で得た Re_0 と C_{D0} の関係、破線は球形粒子の

図-2 Re_0 と C_{D0} の関係図-3 均一粒子群の Re_ϕ と $C_{D\phi}$ の関係

場合である。図より Re_ϕ と $C_{D\phi}$ の関係が Re_0 と C_{D0} の関係と一致していることがわかる。この Re_ϕ と $C_{D\phi}$ の関係と式(3)より体積濃度と絶対沈降速度の関係を計算し、実測値と比較した例を図-4に示す。 U_0 は単粒子自由沈降速度である。図より、いずれの領域においても式(3)による計算値と実測値はほぼ一致していることがわかる。

(3) 2成分粒子群沈降実験 本実験で得た各成分の絶対沈降速度の値を式(3)、(5)に代入して計算した $C_{D\phi 1}$ と $Re_{\phi 1}$ を図-5に示す。図中の実線、破線は図-3の場合と同じである。図より、2成分粒子群についても式(5)の $Re_{\phi 1}$ と式(3)の $C_{D\phi 1}$ の関係が Re_0 と C_{D0} の関係とほぼ一致していることがわかる。この $Re_{\phi 1}$ と $C_{D\phi 1}$ の関係を(3)に代入すると、式(7-1)～(7-3)に対応して次の三つの沈降速度式を得る。

$$U_i = \frac{g(\rho_{p1} - \rho_f)}{18\mu_f} d_i^2 \frac{1 - \phi_T}{(1 + \phi_i^{*1/3}) \exp\left(\frac{5}{3} \cdot \frac{\phi_i^*}{1 - \phi_T}\right)} \quad (Re_{\phi 1} < 0.3) \quad (8-1)$$

$$U_i = 0.078 \left\{ \frac{(\rho_{p1} - \rho_f)g}{\mu_f^{0.85} \rho_f^{0.15}} \right\}^{0.87} \cdot d_i^{1.61} \cdot \left\{ \frac{1 - \phi_T}{(1 + \phi_i^{*1/3}) \exp\left(\frac{17}{12} \cdot \frac{\phi_i^*}{1 - \phi_T}\right)} \right\}^{0.87} \quad (0.3 < Re_{\phi 1} < 10^1) \quad (8-2)$$

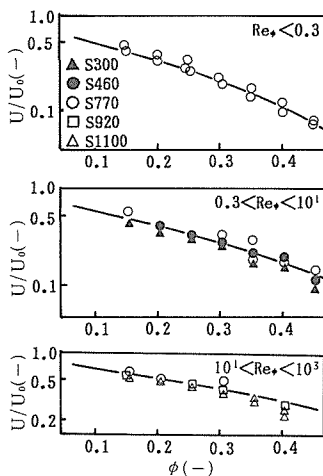
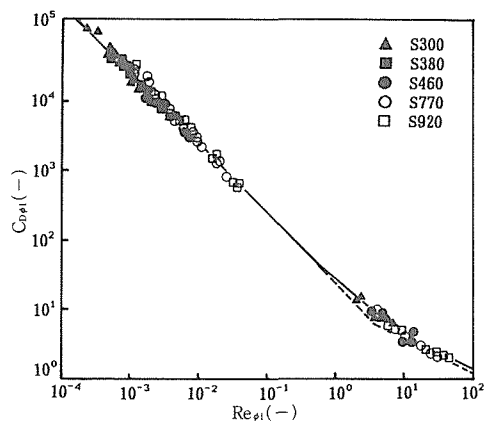


図-4 均一粒子群の濃度と絶対沈降速度の関係

図-5 2成分粒子群の $Re_{\phi 1}$ と $C_{D\phi 1}$ の関係

$$U_i = 0.249 \left\{ \frac{(\rho_{p1} - \rho_f)}{\mu_f^{0.45} \rho_f^{0.55}} \right\}^{0.645} \cdot d_i^{0.935} \cdot \left\{ \frac{1 - \phi_T}{(1 + \phi_i^{*1/3}) \exp\left(\frac{3}{4} \cdot \frac{\phi_i^*}{1 - \phi_T}\right)} \right\}^{0.645} \quad (10^1 < Re_{\phi 1} < 10^3) \quad (8-3)$$

式(8-1)～(8-3)による計算値と実測値を比較すると図-6～8 のようである。計算結果は実測値をほぼ表現しているといえる。

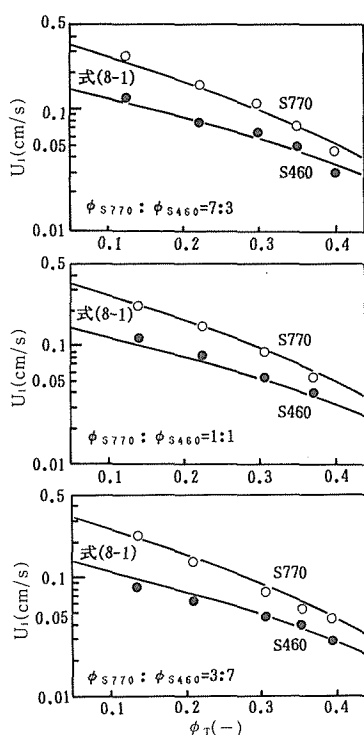


図-6 2成分粒子群の濃度と絶対沈降速度の関係-1

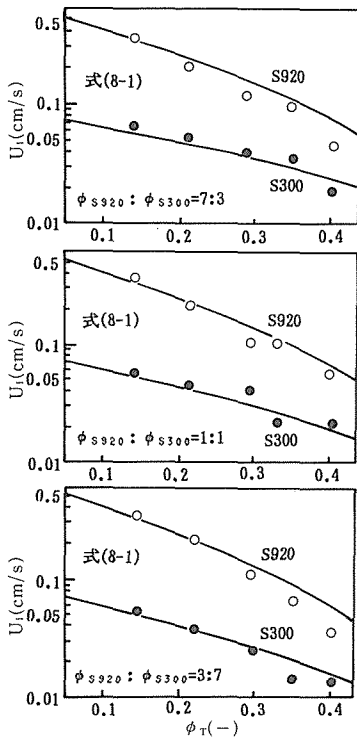


図-7 2成分粒子群の濃度と絶対沈降速度の関係-2

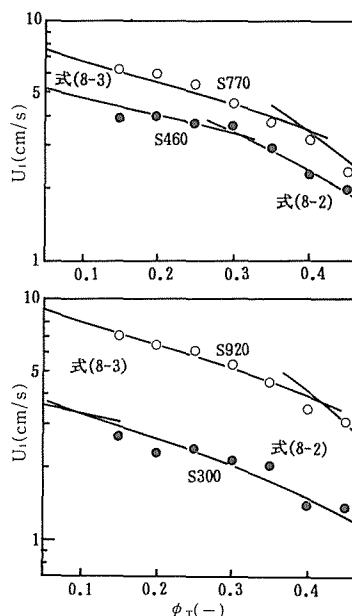


図-8 2成分粒子群の濃度と絶対沈降速度の関係-3

4. 成層砂層への多成分回分沈降過程の計算法の適用

4.1 実験

多成分粒子群の回分沈降過程の計算法を砂粒子群へ適用可能かを検討するために以下の回分沈降実験を行った。実験では表-1の粒子を混合して所定の粒径分布をもつ粒子群を調整した。懸濁媒体としては水道水を用いた。沈降開始時の粒子群の体積濃度は実際の砂ろ過池の状況に合わせ、沈降終了後の堆積層厚 h_0 を基準とした膨張率 $e = (h - h_0) / h_0$ (h : 沈降開始時の層厚) が約 0.3 と一定になるようにした。沈降終了後の堆積層の粒径分布は、堆積層を一定厚さずつかきとり、ふるい分けにより測定した。なお、多成分粒子群を用いた沈降実験に先立ち、表-1の各粒子群を単独で沈降・堆積させた場合の堆積層の体積濃度を測定し、多成分粒子群の沈降終了後の堆積層の濃度計算のための基礎データを得た。表-1に測定結果を示す。

4.2 回分沈降過程の計算法の適用結果

(1) 均等係数を変化させた粒子群への適用結果 粒子群の粒径分布を対数正規分布とし、有

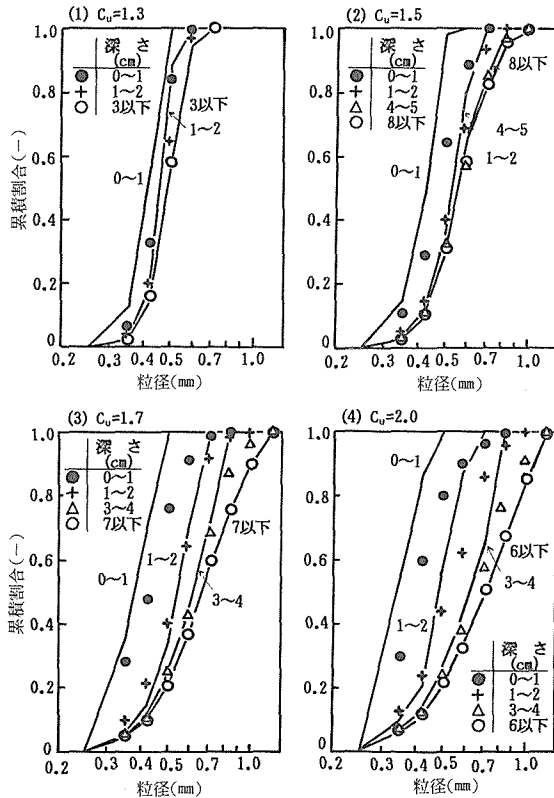
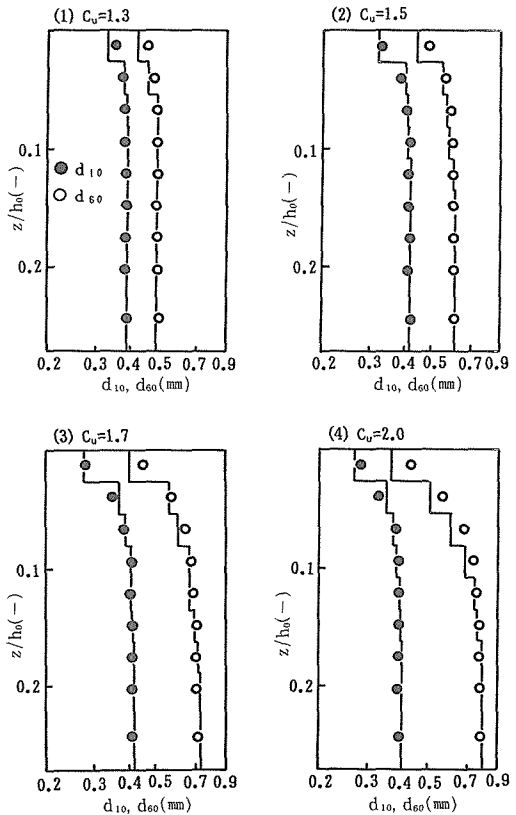


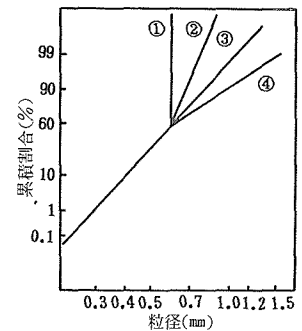
図-9 堆積層各深さの粒径分布-1

図-10 d_{10} , d_{60} の鉛直分布

効径(d_{10} : 10%非超過径)を約 0.4 mm と一定, 均等係数 C_u をそれぞれ約 1.3, 1.5, 1.7, 2.0 とした粒子群の沈降終了後の堆積層の各深さの粒径分布の実測値と計算値の比較結果を図-9 に示す。堆積層の各深さの粒径分布の計算結果は表層付近 (0~1 cm) における適合性が低いものの, 実測値をほぼ表現している。図-10 には粒径分布の指標として d_{10} , d_{60} (60%非超過径) をとり, これらの鉛直方向分布について実測値と計算値の比較結果を示す。図では堆積層の表層からの距離 z を堆積層厚 h_0 で無次元化し, d_{10} と d_{60} の鉛直方向変化が観測された表層部分 (全堆積層の 25%) の状況を示した。図より堆積層の各深さの粒径分布の変化は表層付近に集中しており, 粒子群の均等係数の値が大きいほど粒径分布の変化する部分の層厚が厚くなる傾向があることがわかる。計算結果は d_{60} の値を過小に見積もる傾向があるが実測値をほぼ表現しているといえる。

(2) d_{60} 以上の粒径分布を変化させた粒子群への適用結果 粒子群の有効径を約 0.4 mm, 均等係数を約 1.5 と一定とし, d_{60} 以上の粒径分布を図-11 のように定めた粒子群を用いた場合の結果を図-12 に示す。 d_{60} 以上の粒径の分布幅が広がるほど沈降終了後の堆積層の表層付近の粒径分布の変化が大きくなっており, 計算結果もこの傾向をよく表現している。

(3) 浄水場砂ろ過池砂層への適用結果 次に, 回分沈降過程の計算法を浄水場砂ろ過池砂層へ適用した例を示す。適用を試みたデータは札幌市 S 浄水場の砂ろ過池砂粒径調査結果資料であ

図-11 d_{60} 以上の粒径分布

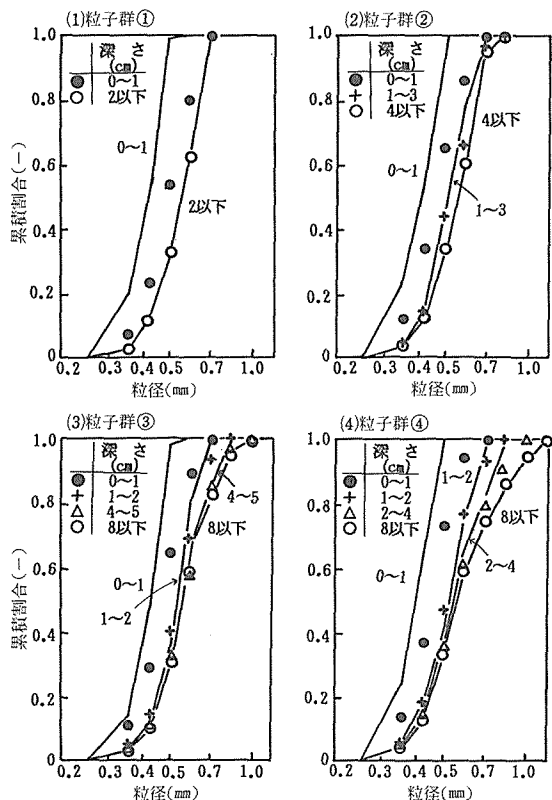


図-12 堆積層各深さの粒径分布-2

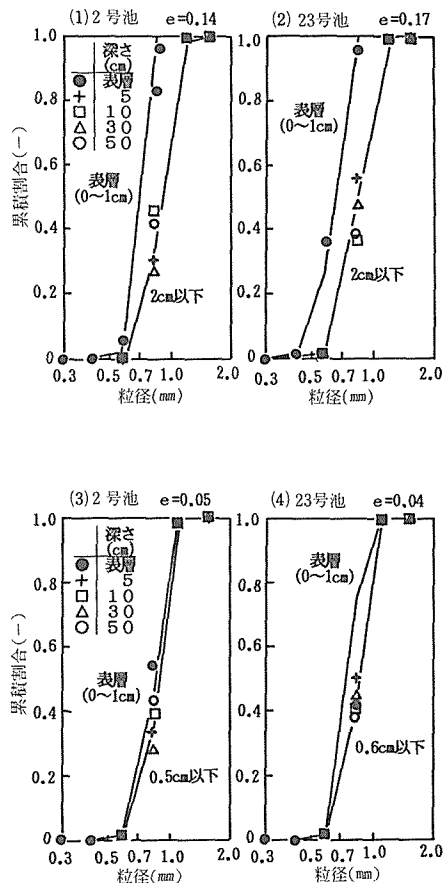


図-13 浄水場ろ過池砂層の粒径分布

る。実測値と計算値の比較結果を図-13に示す。S浄水場のろ過砂は有効粒径約0.7 mm, 均等係数約1.26で粒径の分布幅が狭く, ろ層のうち粒径分布が変化しているのはろ層厚57~58 cmのうち表層0~1 cmに限られている。計算結果もこの傾向を表現している。

5. 一定粒径分布砂層厚さの推定法

粒径分布が一定とみなせる層が砂層の大部分を占めることが今回の実験と浄水場ろ過池砂層の調査結果ならびに多成分粒子群回分沈降過程の計算法による計算結果より明らかとなった。本章では砂層の成層化を表現する一つの指標として, 全砂層厚 h_0 のうち粒径分布が一定とみなせる層(一定粒径分布層)の厚さ h^* の割合 h^*/h_0 をとりあげ, h^*/h_0 の推定法を以下に示す。

一定粒径分布層は前出の図-1(b)における層[1, ..., N]に相当し, この層の厚さは層[1, ..., N]と層[1, ..., N-1]の境界面(ここでは境界面 S_{max} とする)と底面より上昇する堆積層[1, ..., N]と層[1, ..., N]の境界面(境界面 S_T とする)との交点により決定される(図-14参照)。境界面 S_{max} の進行速度を V_{max} , 境界面 S_T の進行速度を V_T とすれば, h^*/h_0 は

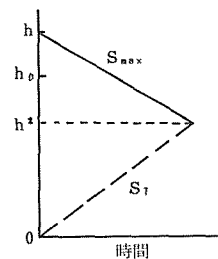


図-14 一定粒径分布層の形成パターン(模式図)

$$\frac{h^*}{h_0} = \frac{V_T}{V_T - V_{\max}} (1 + e) \quad (9)$$

となる。境界面 $S_{\max}$ の進行速度 $V_{\max}$ は層 (1, ..., N) の最大沈降速度成分である成分 N のみかけの沈降速度に等しく、これは沈降開始時の体積濃度における粒子群の最大沈降速度成分のみかけの沈降速度である。境界面 S_T の進行速度は

$$V_T = - \frac{\sum_{j=1}^N \phi_{(1, \dots, N), j} v_{(1, \dots, N), j}}{\phi_{[1, \dots, N], T} - \phi_{(1, \dots, N), T}} \quad (10)$$

で計算される。ここで $\phi_{[1, \dots, N], T}$ は一定粒径分布層の全体濃度 ϕ_T 、 $\phi_{(1, \dots, N), T}$ は沈降開始時の砂粒子群の全体積濃 ϕ_0 に相当する。

砂層の平均体積濃度を ϕ_s とすれば、今回の実験や浄水場の砂ろ過池では $\phi_s \doteq \phi_T$ となっており、式(10)の分母は

$$\phi_{[1, \dots, N], T} - \phi_{(1, \dots, N), T} = \phi_T - \phi_0 \doteq \phi_s \cdot \frac{e}{1 + e} \quad (11)$$

とすることができる。なお、式(11)では $\phi_0(1 + e) = \phi_s$ の関係を用いた。式(10)の分子は層 (1, ..., N) における全沈降フラックスであり、層 (1, ..., N) 中の各成分の平均沈降速度 v_{ave} を用いて、

$$\sum_{j=1}^N \phi_{(1, \dots, N), j} v_{(1, \dots, N), j} = v_{ave} \cdot \phi_0 = v_{ave} \cdot \frac{\phi_s}{1 + e} \quad (12)$$

となる。よって式(10)に式(11)、(12)の関係を代入して整理すれば

$$\frac{h^*}{h_0} = \frac{1 + e}{1 + (V_{\max}/v_{ave})e} \quad (13)$$

を得る。式(13)中の $V_{\max}/v_{ave}$ 項は砂粒子群の粒径分布と沈降開始時の体積濃度(膨張率)によって計算することができ、砂粒子群の粒径のバラツキの程度を沈降速度によって表現している。式(13)の h^*/h_0 と $V_{\max}/v_{ave}$ の関係を膨張率 e をパラメータとして図-15 に示す。図より $V_{\max}/v_{ave}$ の値が小さいほど、膨張率 e の値が小さいほど h^*/h_0 が大きい、すなわち、一定粒径分布層の割合が大きくなることがわかる。また図-15 には砂粒子群の有効径を 0.6 mm、均等係数を 1.2~2.0 とした場合の計算結果を示す。これらの結果より、均等係数 1.6~2.0 では h^*/h_0 に与える膨張率 e の影響が大きくなっていることがわかる。

6. お わ り に

本論文で得られた結果を要約すると以下ようになる。

- (1) 多成分粒子群の回分沈降過程の計算法を砂粒子群へ適用するに先立ち、粒径分布をもつ砂粒子群の沈降速度式について検討した。8 種類の粒径の異なる砂粒子群を用いた単粒子自由沈降実験、均一粒子群、2 成分粒子群沈降実験により、式(5)の濃度と粒径分布を考慮したレイノルズ数 $Re_{\phi 1}$ と式(3)中の抗力係数 $C_{D\phi 1}$ の関係が単粒子自由沈降時のレイノルズ数 Re_0 と抗力係数 C_{D0} の関係と一致することを確認した。

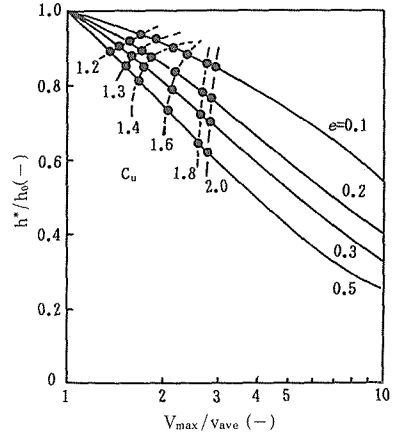


図-15 h^*/h_0 と $V_{\max}/v_{ave}$ の関係

- (2) 種々の粒径分布をもつ砂粒子群の沈降・堆積実験結果ならびに浄水場ろ過池の調査結果と多成分粒子群回分沈降過程の計算法による計算結果を比較し、本計算法が砂粒子群に対しても適用可能であることを示した。
- (3) 今回の実験結果や浄水場の調査結果ならびに回分沈降過程の計算結果より、砂層のうち粒径分布が変化する層は表層付近に集中しており、砂層の大部分では粒径分布が一定となっていることを明らかにした。
- (4) 粒径分布が一定となっている砂層厚さの推定法を提案した。

参 考 文 献

- 1) 船水尚行, 高桑哲男: 粒径分布をもつ粒子群の干渉沈降, 水道協会雑誌, 第 607 号, pp. 23~26, 昭和 60 年
- 2) 船水尚行, 高桑哲男: 粒径・密度分布をもつ粒子群の干渉沈降, 水道協会雑誌, 第 609 号, pp. 2~12, 昭和 60 年
- 3) 船水尚行, 高桑哲男: 多成分粒子充填層の充填率の推定, 土木学会論文集, 第 369 号, pp. 281~286, 昭和 61 年
- 4) 船水尚行, 高桑哲男: 多成分粒子群の回分沈降過程, 衛生工学研究論文集, Vol. 22, pp. 61~72, 昭和 61 年
- 5) 土木学会編: 水理公式集, p. 411, 昭和 46 年