



Title	動的計画法に基づく電源計画
Author(s)	安田, 恵一郎; Yasuda, Keiichiro; 西谷, 健一 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 142, 11-20
Issue Date	1988-10-31
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/42127">https://hdl.handle.net/2115/42127</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	142_11-20.pdf



## 動的計画法に基づく電源計画

安田恵一郎 西谷 健一 長谷川 淳

(昭和 63 年 6 月 30 日受理)

### Optimal Generation Expansion Planning based on the Dynamic Programming

Keiichiro YASUDA, Ken-ichi NISHIYA and Jun HASEGAWA

(Received June 30, 1988)

#### Abstract

The fundamental problem of generation expansion planning in electric power systems is to decide the type and number of generation technologies that should be added to power system, and the appropriate time to add them, so that future load demands can be met at the least cost. In this paper, an efficient method based on the dynamic programming is developed to determine the optimal generation mix and addition process. The dynamic programming, whose states are the cumulative capacity of generators and whose stages are generator technologies, is developed to determine the optimal generation mix. The dynamic programming method, whose states are the number of addition generators and whose stages are time periods, is applied to obtain the optimal addition process. A feasible computation time is required to obtain the optimal solution and the obtained generation mix can satisfy specified discrete capacities for all generators exactly. The feasibility of the proposed method is demonstrated on a typical power system model.

#### 1. ま え が き

電力系統における設備計画は、「最小の費用で将来の電力需要を安定に満足するためにはどのような設備をいつ・どこに・どれだけ建設すればよいか」を決定することである。電力系統における設備計画問題のなかでも、特に電源計画問題は電源の建設地点が限定されることが多いため、導入電源の種類と規模およびその導入時期が主たる検討事項となる。電力需要が大きく増加していた高度成長期では、増加する需要に対していかに安定に電力を供給するかが最も重要な課題であった。従って、経済性よりも電力の安定供給（供給信頼度）に主眼が置かれた電源計画が立案されていた。しかし、現在は高度成長期のような大幅な電力需要の伸びが期待できないので、電力の安定供給よりもむしろ経済性を重視したより慎重な電源計画の立案が必要となってきている。このような現状を踏まえ、本論文では経済性を目的とし、供給信頼度を制約条件とした電源計画手法を検討する。

本論文は、導入すべき電源の種類と規模（ベストミックス）を決定する部分とその導入時期（最

適導入手順)を決定する部分の2つから成っている。つまり、まず目標年を設定してその年の総経費を最小とする電源のベストミックスを決定し、各電源の最終的な導入台数を求める。次に、現在の電源構成から目標年の電源構成に最小の費用で推移する各電源の最適導入手順を決定する。前者のベストミックス決定には電源の種類を段(stage)、電源の累積導入容量を状態(state)とした動的計画法(Dynamic Programming)を適用している。動的計画法の適用に際し、各段・各状態における決定(decision)を適切に限定することにより、新設電源だけでなく既存電源、さらには各電源の単機容量をも考慮することができる。後者の最適導入手順は、適切な幅で離散化した年度を段、累積導入容量を状態とした動的計画法により決定している。

以下本論文では、第2章において各種電源のベストミックス決定手法を述べ、第3章において最適導入手順決定手法を述べる。更に、第4章では提案手法を典型的なモデル系統に適用し、その有効性を明らかにする。

## 2. 各種電源のベストミックスの決定

本章では、ある目標年における年間の固定費と可変費の総和を最小とするような、各種電源のベストミックス決定手法を述べる。但し、以下の仮定のもとで、ベストミックスならびに最適導入手順が決定される。

- (1) 各電源の総経費は可変費と固定費の線形和とする。
- (2) 各電源の単機容量は予め与える。
- (3) 現在から将来に至る電力需要は既知とする。
- (4) 目標年における既存電源の利用政策(休廃止するか最大利用するか等)は予め与える。

さて、一般にある目標年度 $T$ におけるベストミックスはその年度の総経費 $f_m$ を最小とするように決定されるものであり、数理計画問題として以下のように定式化される。

$$\min_{\mathbf{x}} f_M(\mathbf{x}) = \sum_{j=1}^M a_j \cdot x_j + b_j \cdot Q_{Tj}(X_{j-1}, X_{j-1} + x_j) \quad (1)$$

$$\text{sub j. to } x_j \min \leq x_j \leq x_j \max, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^M x_j \geq P_{DT} + P_{RT} \quad (3)$$

但し、

$$Q_{Tj}(X_{j-1}, X_{j-1} + x_j) = \int_{X_{j-1}}^{X_{j-1} + x_j} L_T(u) du, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (4)$$

$$b_j \leq b_{j+1}, \quad j=1, 2, \dots, M-1 \quad (5)$$

$$\left. \begin{array}{l} X_0 = 0 \\ X_j = \sum_{k=1}^j x_k, \quad j=1, 2, \dots, M \end{array} \right\} \quad (6)$$

各変数の定義は表1を参照されたい。なお、電源のベストミックスの概念を図1に示す。

この最適化問題は各電源の導入量 $\mathbf{x}$ (単機容量の整数倍の離散量)とその運用状態(連続量)を決定する混合整数計画問題である。従って、(2)および(3)式を満足するすべての電源の組合せ $\mathbf{x}$ に対して目的関数を評価することにより最適解を得ることができるが、このような手法では問題の規模の増大にともない計算量が指数関数的に増大してしまい、実用的とは言えない。また、これ

表1. 記号の定義

$M$	; 発電機の種類
$N$	; 離散化した年度数
$x_j$	; 電源 $j$ の導入 kW 容量 [kW]
$X_j$	; 電源 1 から $j$ までの累積導入 kW 容量 [kW]
$y_{ij}$	; 第 $i$ 年度における電源 $j$ の導入 kW 容量 [kW]
$Y_{ij}$	; 第 $i$ 年度までの電源 $j$ の累積導入 kW 容量 [kW]
$\Psi_{ij}$	; 第 $i$ 年度における電源 1 から $j$ までの累積導入 kW 容量 [kW]
$a_j$	; 電源 $j$ の固定費 [千円/kW]
$b_j$	; 電源 $j$ の可変費 [円/kWh]
$L_i(u)$	; 第 $i$ 年度における年負荷持続曲線の逆関数 (負荷レベル $u$ [kW] 以上の負荷の年間持続時間 [時間])
$Q_{ij}$	; 第 $i$ 年度における発電機 $j$ の年間発電電力量 [kWh]
$P_{Di}$	; 第 $i$ 年度における年間最大負荷 [kW]
$P_{Ri}$	; 第 $i$ 年度における予備力 [kW]
min, max; 変数の下限値および上限値	

まで電源計画決定手法として広く用いられてきたスクリーニング法<sup>(1),(3)-(5)</sup>は、直観的に理解しやすく種々の物理的な概念を与えてはくれるが、

- (1) 解が連続量として得られるため必ずしも各々の電源の離散単機容量を満足しない、
- (2) 既存電源の利用政策を考慮し難い、等の欠点があり、実際の電源計画に対しては必ずしも十分であるとは言えない。そこで本論文では、動的計画法に基づく手法<sup>(2)</sup>を用いる。この手法は、各段・各状態の決定を適切に限定することにより、従来のスクリーニング法では考慮が困難であった各電源の離散単機容量や既存電源の利用政策を容易に考慮することができる利点がある。

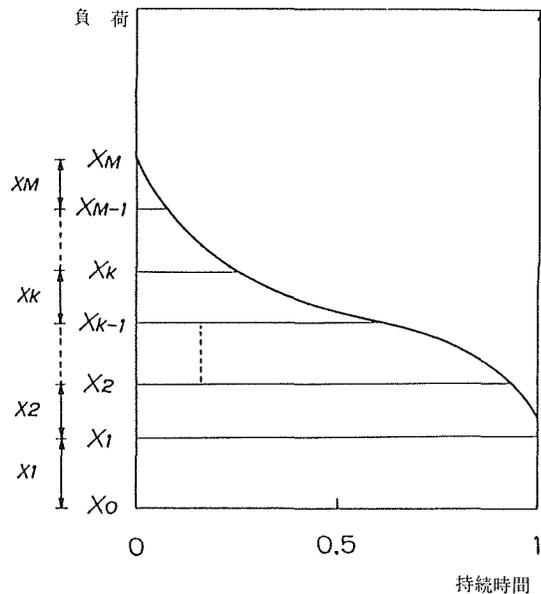


図1 電源のベストミックスの概念

さて、動的計画法の適用に先立ち目的

関数が段に関して左もしくは右に分離可能となるように、つまり各段・各状態における決定がその段以前の目的関数値に何等の影響も与えないように段と状態を選定しなければならない。本論文では図2に示すように左から可変費の安い順に電源を並べて、段とし、各電源の累積導入 kW 値を状態 ( $X$ ) とする。最適の方策 (policy ; 決定を 1 次元の系列に並べたもの) が図2のように与えられたとき、電源  $k$  の最適導入 kW 値は図の  $x_k$  となる。いま、電源の燃料費は可変費として電源出力の線形関数としているので、負荷持続曲線における負荷分担は可変費の安い順に最大出力を出すことになる。即ち、上述のように段と状態を選択すれば各段・各状態に対応する可変費

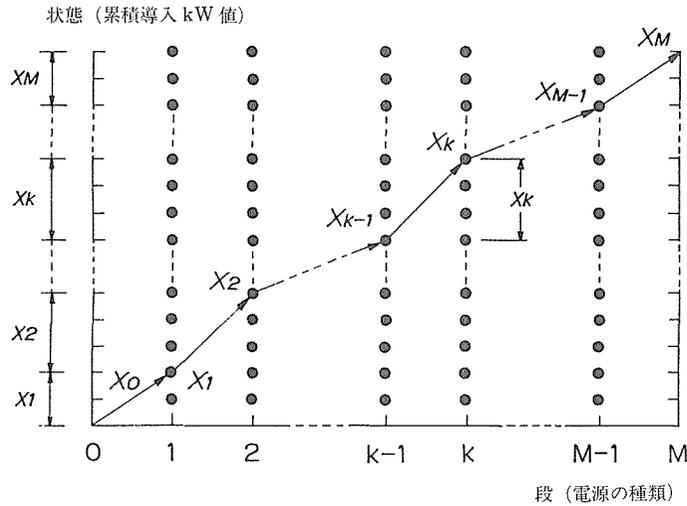


図2 動的計画法に基づくベストミックスの決定

は一意に決まり、それ以降の決定からは何等の影響も受けない。つまり、図2において目的関数は右に分離可能となっている。従って、左から右に向かって動的計画法が適用可能であり、第 $k$ 段における状態 $X_k$ の決定 $x_k$ に対する関数漸化式は次式となる。

$$G_k(X_k) = \min_{x_k \min \leq x_k \leq x_k \max} [g_k(X_{k-1}, x_k) + G_{k-1}(X_{k-1})], \quad k=1, 2, \dots, M \quad (7)$$

但し、

$$g_k(X_{k-1}, x_k) = a_k \cdot x_k + b_k \cdot Q_{Tk}(X_{k-1}, X_{k-1} + x_k) \quad (8)$$

$$\left. \begin{array}{l} X_0 = 0 \\ X_k = X_{k-1} + x_k, \quad k = 1, 2, \dots, M \end{array} \right\} \quad (9)$$

既存電源の利用政策および新規導入電源の単機容量は各段・各状態での決定 $x_k$ を適切に限定することにより容易に考慮できる。既存電源の利用政策は、目標年度における既存電源の利用政策に応じて決定 $x_k$ を限定すればよい。また、電源の離散単機容量は、すべての電源の単機容量の最大公約数で総導入kW値を離散し、各電源の単機容量の整数倍とはるように決定 $x_k$ を限定することにより厳密に考慮することができる。このような限定操作は、コスト( $g_k(X_{k-1}, x_k)$ )を評価しなければならない決定の数を減少させるので、結果として計算量の削減をもたらすことになる。以下にアルゴリズムの概要を示す。

ステップ 1；既存および新規導入電源を可変費の安い順に並べ、各段とする。すべての電源の単機容量の最大公約数を単位として総導入kW値を離散化し、動的計画法の各状態とする。

ステップ 2；(7)式の関数漸化式を用いて、既存電源の利用政策および新規導入電源の単機容量を満足するように、各段・各状態における最適決定 $x_k$ を選ぶ。

ステップ 3；最終段から逆方向に最適方策をたどる。電源 $k$ の最適導入量は $x_k$ となる。

### 3. 最適導入手順の決定

前章のベストミックス決定手法により、目標年における各種電源のベストミックスが決定された。本章では、現在の電源構成から目標年のベストミックスへ、最小の費用で推移するような各種電源の最適導入手順を動的計画法に基づいて決定する。最適導入手順決定問題の目的は、現在から目標年に至る総経費  $f_p$  の最小化であり、数理計画問題として以下のように定式化される。なお、導入手順決定の概念図を図3に示す。

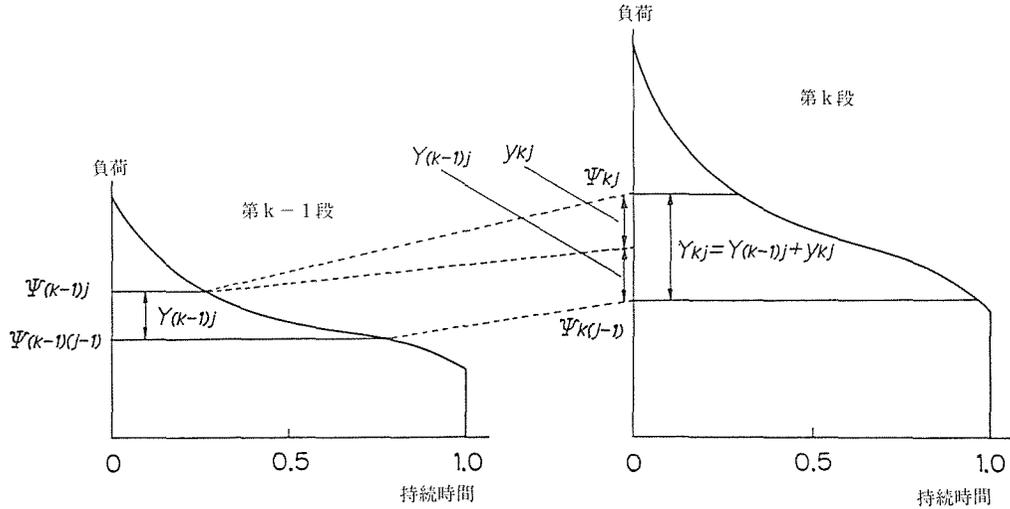


図3 電源の最適導入手順の概念

$$\min_y f_p(\mathbf{y}) = \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^M a_j (Y_{(i-1)j} + y_{ij}) + b_j \cdot Q_{ij}(\Psi_{i(j-1)}, \Psi_{i(j-1)} + Y_{ij}) \quad (10)$$

$$\text{subj. to } y_{ij} \min \leq y_{ij} \leq y_{ij} \max, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (11)$$

$$\sum_{j=1}^M Y_{ij} \geq P_{Di} + P_{Ri}, \quad i=1, 2, \dots, N \quad (12)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{0j} &= Y_{Ej}, \quad j=1, 2, \dots, M \\ Y_{Nj} &= Y_{Tj}, \quad j=1, 2, \dots, M \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

但し、

$$Q_{ij}(\Psi_{i(j-1)}, \Psi_{i(j-1)} + Y_{ij}) = \int_{\Psi_{i(j-1)}}^{\Psi_{i(j-1)} + Y_{ij}} L_i(u) du, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (14)$$

$$b_j \leq b_{j+1}, \quad j=1, 2, \dots, M-1 \quad (15)$$

$$Y_{ij} = \sum_{k=1}^i y_{kj} + Y_{0j}, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (16)$$

$$\Psi_{ij} = \sum_{k=1}^j Y_{ik}, \quad i=1, 2, \dots, N, \quad j=1, 2, \dots, M \quad (17)$$

$Y_E, Y_T$  はそれぞれ各電源の既存容量および最終導入容量ベクトルであり、その他の変数の定義は表1の通りである。最終導入容量  $Y_T$  は各電源の単機容量の整数倍となっているので、 $Y_T$  をそれぞれの電源の単機容量で離散化して各状態とすることにより、各離散年度における最適導入台数を決定することができる。

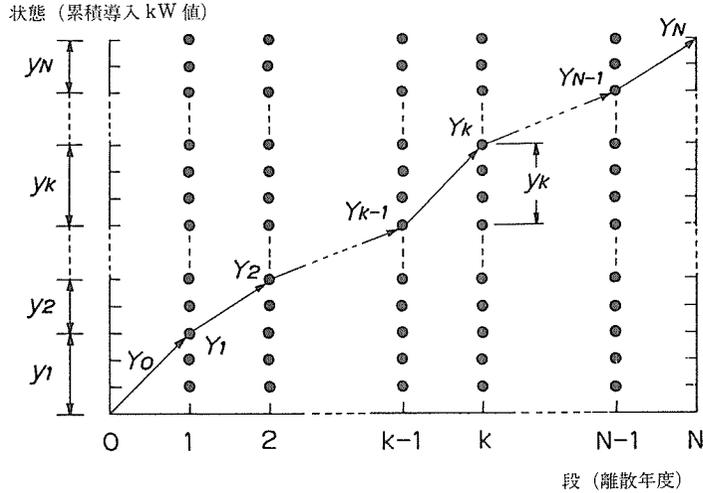


図4 動的計画法に基づく最適導入手順の決定

本論文では図4に示すように対象期間を適切に分割して各段とし、電源の累積導入 kW 値をそれぞれの電源の単機容量で離散化して各状態とする。簡単のために図4には導入対象電源が1種類の場合について示してあるが、実際には電源の種類数だけの次元 ( $M$ 次元) を有する。最適方針が図4のように与えられたとすると、いま着目している電源の第  $k$  年度における導入量は単機容量の整数倍として図の  $y_k$  で与えられる。図4において目的関数は2章のベストミックス決定の場合と同様に右に分離可能となっている。従って、左から右に向かって動的計画法が適用可能であり、第  $k$  段における状態  $Y_k$  の決定  $y_k$  に対する関数漸化式は次式となる。

$$H_k(Y_k) = \min_{y_k} \min_{y_k \leq y_k \leq y_k \max} [h_k(Y_{k-1}, y_k) + H_{k-1}(Y_{k-1})], \quad k=1, 2, \dots, N \quad (18)$$

但し、

$$H_0(Y_0) = \sum_{j=1}^M a_j \cdot Y_{0j} + b_j \cdot Q_{0j}(\Psi_{0(j-1)}, \Psi_{0(j-1)} + Y_{0j}) \quad (19)$$

$$h_k(Y_{k-1}, y_k) = \sum_{j=1}^M a_j (Y_{(k-1)j} + y_{kj}) + b_j \cdot Q_{kj}(\Psi_{k(j-1)}, \Psi_{k(j-1)} + Y_{kj}) \quad (20)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{0j} &= Y_{Ej}, \quad j=1, 2, \dots, M \\ Y_{Nj} &= Y_{Tj}, \quad j=1, 2, \dots, M \\ Y_k &= Y_{k-1} + y_k, \quad k=1, 2, \dots, N \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

上式中の  $Y_k, y_k$  はそれぞれベクトル  $Y, y$  の第  $k$  行ベクトルである。漸化式(18)において、各段の決定  $y_k$  が決まればすべての電源構成が一意に定まる。以下に具体的なアルゴリズムを示す。  
ステップ 1: 対象期間を適切な幅で離散化し、各段とする。最終導入容量  $Y_T$  をそれぞれの電源の単機容量で離散化して各状態とする。

ステップ 2 ; (18)式の関数漸化式を用いて、各段・各状態における最適決定  $y_k$  を予備力を満足するように選ぶ。

ステップ 3 ; 最終段から逆方策をたどる。第  $k$  年度の電源  $j$  の最適導入量は  $y_{kj}$  として得られる。

#### 4. 数値計算例

4種類の既存電源と4種類の新規導入電源を有する最適化期間15年の電源計画問題に提案手法を適用した。但し、既存電源と導入電源は同一の特性をもつものとしており、これらの諸経費と単機容量は表2の通りである。

最適化に際しては15年の最適化期間を3年ごとの5つの期間に分割し、予備力は各離散年度において最大負荷の10%とした。また、既存電源は目標年度(15年後)において最大限利用(休・廃止等は行わない)するものとし仮定している。負荷は1年を春夏秋冬の4つに分け、更にそれぞれを週日と土日の2つに分けた合計8パターンの日負荷を用いた。負荷の伸び率は図5に示すように日負荷持続曲線を負荷の大きい順に6つの部分に分け、それぞれの時間帯に対して図のように仮定している。負荷の伸び率は8パターンの日負荷に対して同一である。これらの日負荷から合成される年負荷持続曲線(年負荷率60%)と既存電源の負荷分担の様子を示したものが図6である。但し、持続時間は一年を単位としている。

表2. 電源の諸経費と単機容量

電 源	可 変 費 [円/kWh]	固 定 費 [千円/kW]	単機容量 [MW]
原子力 (N)	5	65	1000
石 炭 (C)	8	45	500
LNG (L)	10	40	300
石 油 (O)	15	35	200

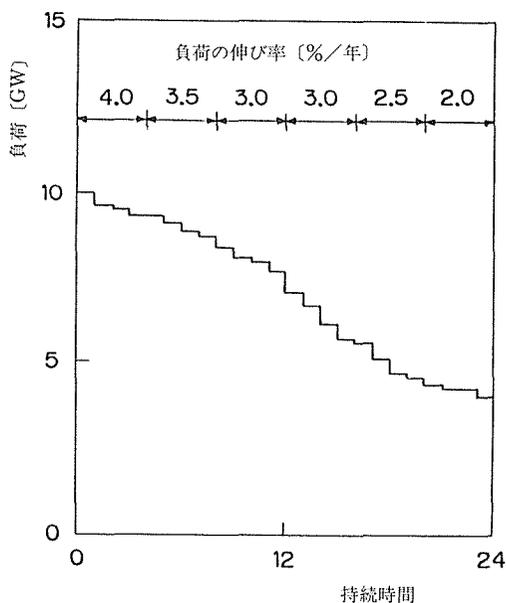


図5 現在の夏の平日の日負荷持続曲線

現在の電源構成ならびに提案手法により得られた15年後のベストミックス(最適導入台数)をそれぞれ表3に示す。15年後には年負荷率が現在の60%から53%へ悪化するため、ベース用電源である原子力の比率は現在よりも減少し、ピーク用電源であるLNGや石油火力の比率は増加している。15年後の年負荷持続曲線に対する負荷分担の様子が図7に示されている。

一方、表4は現在から15年後のベストミックスに至る各種電源の最適な導入手順、ならびに各年度ごとの総増設容量を示したものである。ベース用電源である原子力は3年および9年後に導入するのが最適であり、一方ピーク用電源である石油火力はほぼ一定量ずつ導入するのが最適となっている。

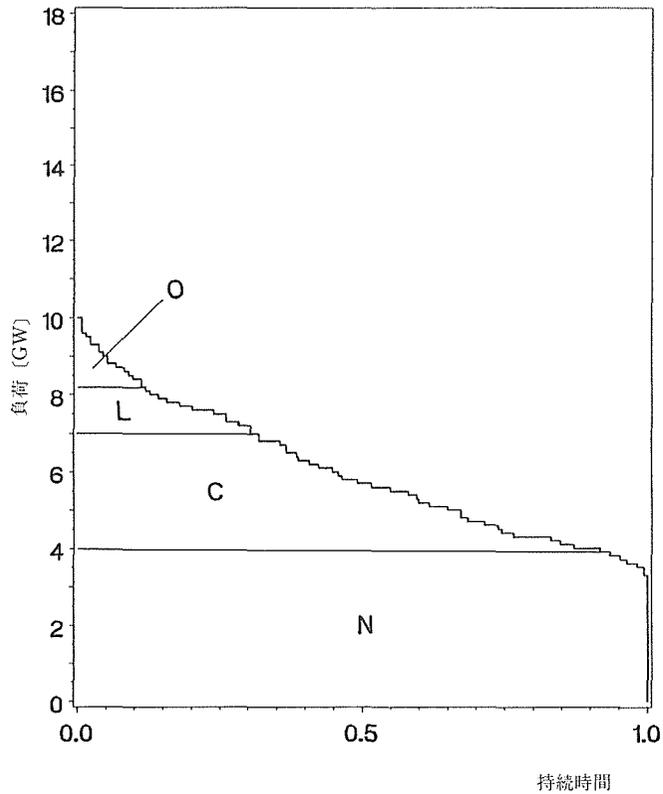


図6 現在の年負荷持続曲線と負荷分担

表3. 現在の電源構成と目標年におけるベストミックス

電 源	現 在		目 標 年 (15年後)	
	既設台数 [台]	設備容量 [MW] (構成比)	最終台数 [台] (増設台数)	設備容量 [MW] (構成比)
原子力	4	4000 (36%)	6 (2)	6000 (30%)
石 炭	6	3000 (27%)	11 (5)	5500 (28%)
LNG	4	1200 (11%)	9 (5)	2700 (14%)
石 油	14	2800 (26%)	28 (14)	5600 (28%)
年間総経費	8669億円		14775億円	

表4. 現在から目標年に至る電源の最適導入手順

年 度	現 在	3 6 9 12 15					目 標 年
		増設台数 [台]					
電 源	既設台数 [台]						最終(増設)台数 [台]
原子力	4	1	0	1	0	0	6 (2)
石 炭	6	0	1	0	2	2	11 (5)
LNG	4	0	1	1	2	1	9 (5)
石 油	14	2	4	2	2	4	28 (14)
増設容量 [MW]	—	1400	1600	1700	2000	2100	—

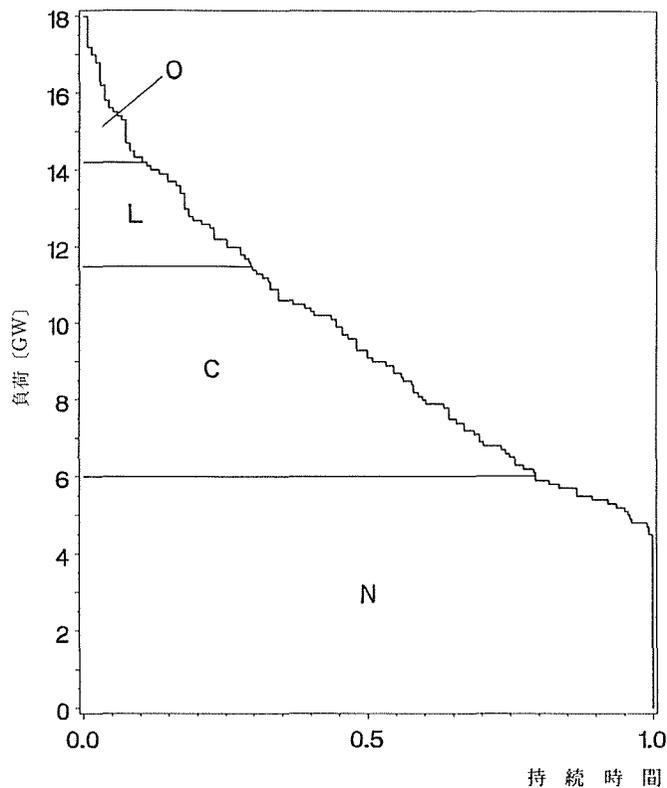


図7 目標年における年負荷持続曲線と負荷分担

なお、計算時間はベストミックス決定に 0.2 秒を要し、最適導入手順決定に 78 秒を要した。

## 5. あとがき

本論文では各種電源の最適組合せ（ベストミックス）ならびに最適導入手順決定のための動的計画法に基づく手法を提案し、数値例により手法の有効性を明らかにした。提案手法の特長は以下の通りである。

- (1) 新設電源だけでなく既存電源をも含めたベストミックスならびに最適導入手順の決定が可能であり、得られたベストミックスは各種電源ごとの離散的な単機容量を完全に満足する。
- (2) 4 種類 28 台の既存電源、4 種類の導入電源を有するモデル系統に適用した結果、ベストミックス決定に 0.2 秒を要し、最適導入手順決定に 78 秒を要した。

貯蔵システムおよび計画問題に内在する不確定要因を考慮できるように手法を拡張することが今後の課題である。

第 4 章の数値計算を行うに当たり、ご協力頂いた本学大学院生福島知之君に感謝致します。なお、本研究は文部省科学研究費エネルギー特別研究および重点領域研究の補助を受けて行いました。また、数値計算はすべて北海道大学大型計算機センター HITAC-M682H を使用いたしました。

## 参 考 文 献

- (1) N. M. Stoughton, et al, "Direct Construction of Optimal Generation Mix", IEEE Trans. Vol. PAS-99, No. 2, pp. 753 (1980)
- (2) A. B. Borison, et al, "An Efficient Approach to The Optimal Static Generation Mix Problem", IEEE Trans. Vol. PAS-103, No.3, pp. 576. (1984)
- (3) N. Levin, et al, "Optimal Mix Algorithms with Existing Units", IEEE Trans. Vol. PAS-103, No.5, pp. 954. (1984)
- (4) 茂木, 他:「系統の信頼度を考慮した新設電源の最適規模の多段決定」電気学会電力技術研究会 PE-86-26(昭61-7)
- (5) 野崎, 他:「系統信頼度を考慮した電源導入手順の多段決定」電気学会電力技術研究会 PE-87-87(昭62-7)
- (6) 安田, 他:「動的計画法に基づく電源のベストミックスならびに最適導入手順の決定」電気学会システム・制御研究会 SC-88-8(昭63-5)