



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	平面波ポンピングを用いたパラメトリック映像：アップコンバータの位相整合特性
Author(s)	岡本，淳；三島，瑛人；桜庭，一郎
Citation	北海道大學工學部研究報告，147，75-84
Issue Date	1989-07-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/42194
Type	departmental bulletin paper
File Information	147_75-84.pdf



平面波ポンピングを用いたパラメトリック映像 アップコンバータの位相整合特性

岡 本 淳 三 島 瑛 人 桜 庭 一 郎
(平成元年 3 月 31 日受理)

Phase Matching Properties of Plane-Wave-Pumped Parametric Image Upconverter

Atsushi OKAMOTO, Teruhito MISHIMA and Ichiro SAKURABA
(Received March 31, 1989)

Abstract

Phase matching properties of a plane-wave-pumped parametric image upconverter are analyzed by using the optical transfer function which describe the system. The condition that maximizes the conversion efficiency yields the generalized phase matching condition for the available coupling strength. Phase matching spatial-frequencies are calculated analytically with a paraxial ray approximation.

1. ま え が き

パラメトリック 4 光波混合を用いて、赤外線像を可視光像に直接変換する映像アップコンバータ^{1),2)}は、最近、特に $10\mu\text{m}$ 領域における赤外線映像検出器への応用が期待されている^{3),4)}。

映像アップコンバータにおける像の品質に関する研究としては、従来、幾何光学による変換系の結像式の導出⁵⁾や波動光学による像分布の計算⁶⁾などが行われた。これに対し、著者らは空間周波数領域における映像変換系の解析法を提案した^{7),8)}。この方法は、幾何光学ならびに波動光学を用いた従来の解析と比較して、光線角度に依存した非線形相互作用が像に与える影響や光波間の結合の影響などの解析が容易に行える利点がある。すでに、パラメトリック相互作用を記述する空間周波数領域表示の結合波動方程式を導出し^{8),9)}、十分に薄い非線形光学媒質を用いる系ならびに実用的な厚い媒質を用いる系の特性を空間周波数伝達関数の形式で表現した^{7),10),11)}。また、極めて薄い媒質を用いる系の位相整合特性を空間周波数領域で考察し、更に、これらの結果を用いて、映像変換系の結像式の導出や像分布の解析を行った^{7),11)}。しかし、厚い媒質における位相不整合量の問題や赤外光から和周波数光への変換効率を最大化する信号空間周波数(赤外光および和周波数光の空間周波数)を求める方法については十分な検討が行われていなかった。

そこで本研究では、厚い非線形媒質に平面波ポンピングを行う系における位相整合特性について一般的な解析を行う。パラメトリック映像変換系における位相整合条件としては、従来、波数

表 1 重要な記号の説明

記 号	説 明
$F_i(f; z_i)$	フーリエスペクトル (赤外光)
$F_s(f; z_s)$	〃 (和周波数光)
$H(f; z_i, z_s)$	映像変換系の空間周波数伝達関数
β	結合定数
L	相互作用長 (非線形媒質の厚さ)
Δk	k ベクトル不整合量の軸方向成分
Δk_{COL}	コリニア系における k ベクトル不整合量
f_i	平面波の空間周波数 (赤外光)
f_s	〃 (和周波数光)
f_1	〃 (ポンピング光 1)
f_2	〃 (ポンピング光 2)
$f_p = f_1 + f_2$	ポンピング光の等価空間周波数
$(f_i)_{\text{PM}}$	位相整合空間周波数 (赤外光)
$(f_s)_{\text{PM}}$	〃 (和周波数光)

ベクトル間の不整合量 Δk に対して $\Delta k=0$ とする条件が用いられた。しかし、これは位相整合の問題を波数ベクトル整合の問題に単純化して取り扱う方法であり、パラメトリック相互作用による入出力光間の結合の影響は考慮されていない。また、いかなる信号空間周波数に対しても $\Delta k=0$ を実現できない系やガウスビームなどの非平面波によるポンピングを行う系に対して実用上重要な位相整合空間周波数を定義できない問題がある。

これらの問題点を解決する実用的な方法として、本報告では、結合強度の比較的小さな系に対して、その変換効率を最大にする条件を用いて、一般化された位相整合条件を導く方法を提案

する。また、その結果が従来のものと矛盾の無いことを確認し、更に、近軸光線における位相整合空間周波数を特性の異なる二つの場合に分けて導出する。

以下の解析では、すべての光波は単色とする。2光子共鳴励起媒質としてはアルカリ金属蒸気を仮定し、その屈折率を1とする。また、映像変換用金属蒸気セルの開口は十分に大きく、それによる回折の影響を無視できると仮定する。さらに、式の導出において、コンスタントな位相因子は特に必要のない限り省略する。本論文において用いる重要な記号の一覧を表1に示す。

2. 空間周波数伝達関数

図1に示す映像変換系において、赤外光の入力面が $z=z_i$ 、和周波数光の出力面が $z=z_s$ 、非線形光学媒質が $z=z_o$ にある。入力面上の赤外光および出力面上の和周波数光のフーリエスペクトルを $F_i(f; z_i)$ および $F_s(f; z_s)$ で表す。但し、 f は空間周波数である。非線形光学媒質が平面波ポンピングされている場合を仮定すると、入出力像面間の映像伝達特性は

$$H(f; z_i, z_s) = \frac{F_s(f + f_p; z_s)}{F_i(f; z_i)} \quad (1)$$

で定義される空間周波数伝達関数によって表現される⁷⁾。ここで、ポンピング光の等価

空間周波数 f_p は、変換前の赤外光と変換後の和周波数光との空間周波数シフトを表し、二つのポンピング平面波の空間周波数 f_1 と f_2 を用いて

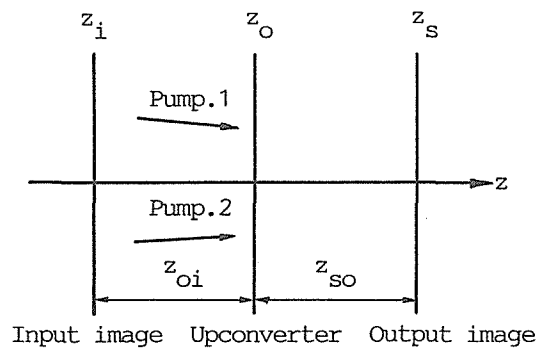


図 1 映像変換系

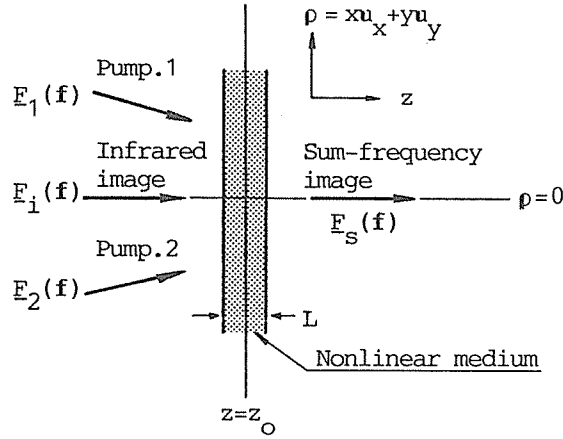


図 2 映像アップコンバータ

$$f_p = f_1 + f_2 \quad (2)$$

で与えられる。

パラメトリック相互作用によるポンピング光の減衰を無視できる無損失な映像アップコンバータにおいて (図 2 参照), 式(1)の伝達関数を求めると

$$H(f; z_i, z_s) = H_o(f; z_i, z_s) \cdot \text{sinc} \left\{ L \left[\beta^2 + \left(\frac{\Delta k}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (3)$$

となる⁷⁾。但し

$$\Delta k = k_s \left[1 - \left(2\pi \frac{f + f_p}{k_s} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - k_i \left[1 - \left(2\pi \frac{f}{k_i} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} - k_{pz} \quad (4)$$

および

$$k_{pz} = k_1 \left[1 - \left(2\pi \frac{f_1}{k_1} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} + k_2 \left[1 - \left(2\pi \frac{f_2}{k_2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

とき, Δk は図 3 に示す位相不整合量の軸方向成分, L は非線形光学媒質の厚さ, β はパラメトリック相互作用における結合定数, k_m は各光波の波数を表す。添字の $m = i, s, 1, 2$ は, 赤外光, 和周波数光および二つのポンピング光に対応する。また, 式(3)右辺に含まれる関数 $H_o(f; z_i, z_s)$ は, $z = z_0$ に置かれた厚さが無限小の媒質の伝達関数であり, 媒質と各像面との距離

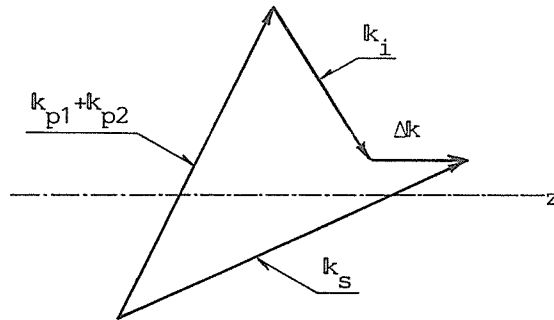


図 3 k ベクトル不整合

$$\left. \begin{aligned} z_{oi} &= z_o - z_i \\ z_{so} &= z_s - z_o \end{aligned} \right\} (6)$$

を用いて

$$H_o(f; z_i, z_s) = -j\beta L \exp\left\{-jk_s z_{so} \left[1 - 2\pi \left(\frac{f+f_p}{k_s}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \exp\left\{-jk_i z_{io} \left[1 - \left(2\pi \frac{f}{k_i}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \quad (7)$$

と表される。

ここで、結合定数 β を実数と仮定し

$$H(f; z_i, z_s) = A(f) \exp\{-j\Theta(f)\} \quad (8)$$

として、伝達関数の振幅因子 $A(f)$ と位相因子 $\Theta(f)$ を求めると

$$A(f) = \beta L \text{sinc}\left\{L \left[\beta^2 + \left(\frac{\Delta k}{2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \quad (9)$$

および

$$\Theta(f) = \frac{\pi}{2} - k_s z_{so} \left[1 - \left(2\pi \frac{f+f_p}{k_s}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} + k_i z_{io} \left[1 - \left(2\pi \frac{f}{k_i}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} + k_{pz} \quad (10)$$

が得られる。

3. 位相整合条件の一般化

従来の位相整合特性の解析においては、位相整合条件として波数ベクトル間の整合条件 $\Delta k = 0$ を仮定した。しかし、結合定数 β が信号光包絡線の波数に与える影響を考慮した上で、 $\Delta k = 0$ の場合に系の振幅伝達関数が最大化されることは証明されていない。そこで、以下において、結合強度 βL の比較的小さな系に対してこの仮定が成立することを示す。また、従来の方法では、許容空間周波数内のいかなる空間周波数に対しても $\Delta k = 0$ が成立しない系やガウスビームなどの非平面波を用いてポンピングを行う場合には、位相整合空間周波数を定義できない問題がある。本報告では、許容帯域内の信号空間周波数に対して変換効率を最大にする条件を求めることによって、従来の結果と撞着がなく、また、上記の問題点をも解決できる一般化された位相整合条件を導出する。

3.1 赤外光平面波に対する和周波数光応答

媒質に入射する赤外光として空間周波数 f_i の平面波を仮定すると、そのフーリエスペクトルは

$$\underline{F}_i(f; z_i) = \delta(f - f_i) \quad (11)$$

で与えられる。伝達関数の定義式(1)を用いると、デルタ関数の性質から観測される和周波数光フーリエスペクトルは

$$\begin{aligned} \underline{F}_s(f + f_p; z_s) &= H(f; z_i, z_s) \underline{F}_i(f; z_i) \\ &= H(f; z_i, z_s) \delta(f - f_i) \\ &= H(f_i; z_i, z_s) \delta(f - f_i) \end{aligned} \quad (12)$$

となる。従って、発生する和周波数光も平面波であり、これを

$$\underline{F}_s(f; z_s) \propto \delta(f - f_s) \quad (13)$$

と表し、和周波数光の空間周波数と f_s とおくと

$$f_s = f_i + f_p \quad (14)$$

が成立する。上式は、横方向(x, y)、すなわち媒質が無限大に広がっている方向の位相整合条件が常に満足されていることを示している⁷⁾。

3. 2 一般化された位相整合条件の導出

一般に、系の変換効率 η は振幅伝達関数の2乗に比例する。従って、変換効率が入射赤外光の空間周波数に対して極値を持つ条件は

$$\frac{d}{df_i} \left\{ A(f_i) \right\}^2 = 2A(f_i) \frac{dA(f_i)}{df_i} = 0 \quad (15)$$

となる。上式において $A(f_i)=0$ の場合は、明らかに変換効率は最小になるから、系の変換効率を最大にする赤外光の空間周波数に対して

$$\frac{dA(f_i)}{df_i} = 0 \quad (16)$$

が成立する必要がある。

式(9)より、振幅伝達関数 $A(f_i)$ は、結合定数 β と k ベクトル不整合量 Δk の関数である。従って、 $A(f_i)$ の入射空間周波数 f_i に対する変化率は

$$\frac{dA(f_i)}{df_i} = \frac{\partial A(f_i)}{\partial \Delta k} \frac{d\Delta k}{df_i} + \frac{\partial A(f_i)}{\partial \beta} \frac{d\beta}{df_i} \quad (17)$$

で表される。実用上、等方性媒質では f_i に対する β の変化は単調かつ十分に小さいため、映像アップコンバータの許容空間周波数帯域内においてはこの影響は無視できる。すなわち、上式において

$$\frac{d\beta}{df_i} = 0 \quad (18)$$

を仮定すると

$$\frac{dA(f_i)}{df_i} = \frac{\partial A(f_i)}{\partial \Delta k} \frac{d\Delta k}{df_i} \quad (19)$$

となる。ここで、信号光の包絡線の波数を

$$K = \left[\beta^2 + \left(\frac{\Delta k}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (20)$$

とおくと

$$\frac{\partial K}{\partial \Delta k} = \frac{\Delta k}{4K} \quad (21)$$

であるから

$$\begin{aligned} \frac{\partial A(f_i)}{\partial \Delta k} &= \beta L \frac{\partial K}{\partial \Delta k} \frac{\partial}{\partial k} \text{sinc}(LK) \\ &= \frac{\beta L}{4K} \Delta k \frac{\partial}{\partial k} \text{sinc}(LK) \end{aligned} \quad (22)$$

が成立する。上式を式(19)に代入すると

$$\frac{dA(f_i)}{df_i} = \frac{\beta L}{4K} \Delta k \frac{d\Delta k}{df_i} \frac{\partial}{\partial k} \text{sinc}(LK) \quad (23)$$

が得られる。更に、式(20)より

$$\frac{\partial}{\partial K} \text{sinc}(LK) = \frac{LK \cos LK - \sin LK}{LK^2} \quad (24)$$

となるから、結合強度 βL が比較的小さく

$$0 < LK < \pi/2 \quad (25)$$

を満たす実用的な動作領域においては、常に

$$\left. \begin{aligned} A(f_i) &\propto \text{sinc}(LK) > 0 \\ \frac{\partial}{\partial K} \text{sinc}(LK) &< 0 \end{aligned} \right\} (26)$$

が成立する。従って、式(25)を仮定して式(15)を用いると、パラメトリック映像変換系における一般化された位相整合条件として

$$\Delta k \frac{d\Delta k}{df_i} = 0 \quad (27)$$

が得られる。

上式左辺の第1因子は

$$\Delta k = 0 \quad (28)$$

の場合を表し、これは、 k ベクトル整合が完全に満たされることに対応する。また、第2因子から

$$\frac{d\Delta k}{df_i} = 0 \quad (29)$$

が得られるが、これは、後で説明するように k ベクトル不整合量の大きさが最小となる場合に対応する。

4. 近軸領域における位相整合特性

4.1 近軸光線近似

ここでは、一般化された位相整合条件を満たす空間周波数(以下、位相整合空間周波数と呼ぶ)を求める。簡単のため、すべての光線は変換系の光軸に対して近軸光線と仮定する。この場合、式(4)および(5)におけるフーリエスペクトルの伝搬に伴う位相因子に対して

$$\left[1 - \left(2\pi \frac{f_m}{k_m} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \simeq 1 - 2\pi^2 \left(\frac{f_m}{k_m} \right)^2 \quad (m = i, s, 1, 2) \quad (30)$$

が成立するため、式(4)は式(5)を含めて

$$\Delta k = k_s - k_i - k_1 - k_2 - 2\pi^2 \left(\frac{f_s^2}{k_s} - \frac{f_i^2}{k_i} - \frac{f_1^2}{k_1} - \frac{f_2^2}{k_2} \right) \quad (31)$$

と近似される。また、コリニアな系における k ベクトル不整合量

$$\Delta k_{\text{COL}} = k_s - k_i - k_1 - k_2 \quad (32)$$

および

$$\phi = \Delta k_{\text{COL}} + 2\pi^2 \left(\frac{f_1^2}{k_1} + \frac{f_2^2}{k_2} \right) \quad (33)$$

とおくと、式(31)は

$$\Delta k = \phi - 2\pi^2 \left(\frac{f_s^2}{k_s} - \frac{f_i^2}{k_i} \right) \quad (34)$$

と表される。更に、赤外光の空間周波数 f_i と和周波数光の空間周波数 f_s との間には、式(14)の関係が成立するため、これを用いて f_s を消去すると

$$\Delta k = \phi + 2\pi^2 \left\{ \frac{1}{k_i} - \frac{1}{k_s} f_i^2 - \frac{2}{k_s} f_p f_i - \frac{1}{k_s} f_p^2 \right\} \quad (35)$$

が得られる。

4.2 近軸近似における位相整合特性

式(35)の Δk は、赤外光空間周波数 f_i の2次式であるから、式(28)の条件 $\Delta k = 0$ を満たす実ベ

クトル f_i が存在する条件は

$$\frac{f_p^2}{k_s - k_i} \geq \frac{\phi}{2\pi^2} \quad (36)$$

である。上式において、等号が成立しない場合には $\Delta k = 0$ を満足する二つの解が存在する。ここで、それらを $(f_i)_{\text{Pm-}}$ および $(f_i)_{\text{Pm+}}$ で表し、 $(f_i)_{\text{Pm-}} < (f_i)_{\text{Pm+}}$ を仮定する。同様に、条件式(29)を満たす赤外光空間周波数を $(f_i)_o$ とおくと、2次式の性質より $(f_i)_{\text{Pm-}} < (f_i)_o < (f_i)_{\text{Pm+}}$ が常に成立する。従って、系の変換効率¹は赤外光の空間周波数が $(f_i)_{\text{Pm-}}$ および $(f_i)_{\text{Pm+}}$ において極大(最大)、 $(f_i)_o$ において極小となる。特別な場合として、式(36)の等号が成立するならば、位相整合条件を満たす一つの解 $(f_i)_{\text{Pm-}} = (f_i)_o = (f_i)_{\text{Pm+}}$ が存在する。更に、式(9)より、 $\Delta k = 0$ における振幅伝達関数 A_{Pm} は

$$A_{\text{Pm}} = \sin L\beta$$

となる。

式(36)が成立しない場合には、 $\Delta k = 0$ を満たす赤外光空間周波数は存在しないため、式(29)の位相整合条件 $d\Delta k/df_i = 0$ を満足する空間周波数において変換効率¹は最大となる。後述するように、この条件は $\Delta k(>0)$ の大きさをその最小値 Δk_{Pm} に一致させることに相当する。 Δk_{Pm} を用いると位相整合時の振幅伝達関数 A_{Pm} は

$$A_{\text{Pm}} = \beta L \text{sinc} \left\{ L \left[\beta^2 + \left(\frac{\Delta k_{\text{Pm}}}{2} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (38)$$

と表される。

5. 位相整合空間周波数

ここでは、信号光の位相整合空間周波数、すなわち位相整合条件を満たす赤外光および和周波数光の空間周波数を導出する。

5.1 $\Delta k = 0$ の場合

はじめに、式(36)が成立する場合を考察する。これに含まれるのは、例えば、 $f_1 = f_2 = 0$ において、コリニアな不整合量 Δk_{col} が零または負の値を持つ場合である。式(35)に対して位相整合条件 $\Delta k = 0$ を仮定すると

$$\left(\frac{1}{k_i} - \frac{1}{k_s} \right) f_i^2 - \frac{2}{k_s} f_p f_i - \frac{1}{k_s} f_p^2 + \frac{\phi}{2\pi^2} = 0 \quad (39)$$

が成立する。これを f_i について解くと

$$(f_i)_{\text{Pm}\pm} = (f_i)_o \pm \frac{1}{2} \Delta(f_i)_{\text{Pm}} \quad (40)$$

が得られる。但し、 $(f_i)_{\text{Pm}\pm}$ は赤外光の位相整合空間周波数であり

$$(f_i)_o = \frac{k_i}{k_s - k_i} f_p \quad (41)$$

および

$$\Delta(f_i)_{\text{Pm}} = 2 \sqrt{\frac{k_s k_i}{k_s - k_i} \left(\frac{f_p^2}{k_s - k_i} - \frac{\phi}{2\pi^2} \right)} \quad (42)$$

とおいた。式(40)～(42)に含まれるパラメータ $(f_i)_{\text{Pm}\pm}$ 、 $(f_i)_o$ および $\Delta(f_i)_{\text{Pm}}$ に関する説明を図4に示す。

赤外光と同様に、和周波数光応答に対する位相整合空間周波数 $(f_s)_{\text{Pm}}$ を

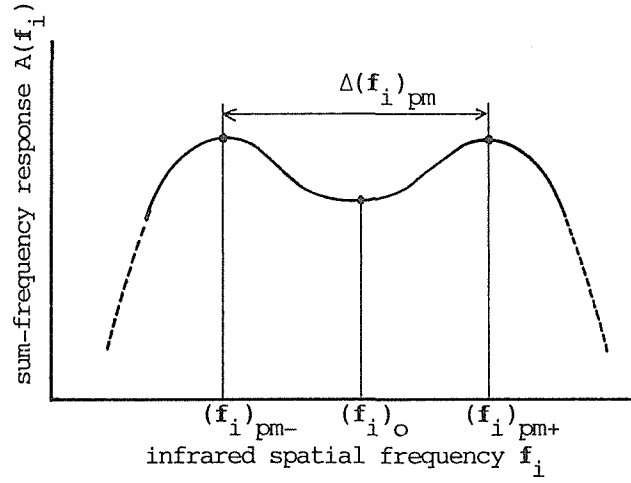


図 4 位相整合空間周波数

$$(f_s)_{\text{PM}\pm} = (f_s)_o \pm \frac{1}{2} \Delta(f_s)_{\text{PM}} \quad (43)$$

とおくと、式(4)の関係から

$$(f_s)_o = \frac{k_s}{k_s - k_i} f_p \quad (44)$$

および

$$\Delta(f_s)_{\text{PM}} = \Delta(f_i)_{\text{PM}} \quad (45)$$

が得られる。

映像アップコンバータにおいては、実用上、赤外光に比べて和周波数光の波数は十分に大きく

$$k_s \gg k_i \quad (46)$$

を仮定できる。これを用いると式(41)、(42)、(44)および式(45)は

$$(f_i)_o = \frac{k_i}{k_s} f_p \quad (47)$$

$$(f_s)_o = f_p \quad (48)$$

および

$$\Delta(f_i)_{\text{PM}} = \Delta(f_s)_{\text{PM}} = 2 \sqrt{k_i \left(\frac{f_p^2}{k_s} - \frac{\phi}{2\pi^2} \right)} \quad (49)$$

となる。

特別な場合として、 $f_p = 0$ を仮定すると

$$(f_i)_o = (f_s)_o = 0 \quad (50)$$

および

$$\begin{aligned} \Delta(f_i)_{\text{PM}} = \Delta(f_s)_{\text{PM}} &= 2 \sqrt{\frac{k_s k_i}{k_s - k_i} \frac{\phi}{2\pi^2}} \\ &\simeq \frac{\sqrt{-2k_i \phi}}{\pi} \\ &\simeq \frac{\sqrt{-2k_i \Delta k_{\text{COL}}}}{\pi} \end{aligned} \quad (51)$$

が得られる。最後の近似は、 $f_1=f_2 \approx 0$ の場合に成立する。

5. 2 $\Delta k \neq 0$ の場合

次に、式(36)が成立しない系を考察する。これは例えば、 $f_1=f_2=0$ において、コリニアな不整合量 Δk_{col} が正の値を持つ場合である。従って、 $\Delta k=0$ を満たす信号空間周波数は存在しないから、式(29)の $d\Delta k/df_i=0$ を満たす信号空間周波数において変換効率の最大値をとる。式(35)を用いると

$$\frac{d\Delta k}{df_i} = 4\pi^2 \left\{ \left(\frac{1}{k_i} - \frac{1}{k_s} \right) f_i - \frac{1}{k_s} f_p \right\} \quad (52)$$

となり、上式の右边を零とおくことにより、赤外光の位相整合空間周波数として

$$(f_i)_{\text{pm}} = \frac{k_i}{k_s - k_i} f_p \approx \frac{k_i}{k_s} f_p \quad (53)$$

が得られる。式(14)を用いると和周波数光の位相整合空間周波数は

$$(f_s)_{\text{pm}} = \frac{k_s}{k_s - k_i} f_p \approx f_p \quad (54)$$

となる。近似は $k_s \gg k_i$ の場合に成立する。

また、この場合の位相不整合量は

$$\Delta k_{\text{pm}} = \phi - 2\pi^2 \frac{f_p^2}{k_s - k_i} > 0 \quad (55)$$

であり、式(35)から、 Δk_{pm} は Δk の最小値に一致する。

6. む す び

パラメトリック映像変換系の空間周波数伝達関数を用いて、赤外光平面波入力に対する和周波数応答を求め、系の変換効率を最大にする条件を用いて、一般化された位相整合条件を導出した。その結果、結合強度が比較的に小さい場合には、位相整合特性が以下に示す二つの場合に分類されることを示した。

1) ある信号空間周波数において $\Delta k=0$ が成立する場合。AおよびBを定数として、 $A \pm B$ の形式で表される二つの位相整合空間周波数が存在する。特に、 $B=0$ の場合には一つの位相整合空間周波数が存在する。

2) $\Delta k=0$ を満たす信号空間周波数が存在しない場合には、 $d\Delta k/df_i=0$ を満たす位相整合空間周波数が一つ存在する。この空間周波数において Δk は最小となる。

本報告で用いた位相整合特性の解析方法は、ガウスビームなどの非平面波によるポンピングを行う系に対しても応用可能である。また、結合強度の大きな系の特性や映像変換系の空間周波数帯域幅の解析は今後の課題である。終わりに、ご助言いただいた小柴正則教授に深謝する。

参 考 文 献

- 1) 桜庭一郎：光学，11(1982)，3，pp. 261-266.
- 2) J. H. Newton and J. F. Young：IEEE J. Quantum Electron., QE-16 (1980)，3，pp. 268-276.
- 3) 岡本，久留，三島，桜庭：信学技報，OQE85-144 (1986).
- 4) K. S. Krishnan, J. S. Ostrem, E. A. Stappaerts：Opt. Eng. (1978)，17，2，pp. 108-112.
- 5) 佐藤，伊藤，桜庭：信学論 (C)，J66-C (昭58)，8，pp. 545-552.
- 6) 佐藤，桜庭：信学論 (C)，J67-C (昭59)，4，pp. 353-360.
- 7) 岡本，佐藤，三島，桜庭：信学論 (C)，J-71C (昭63)，8，pp. 1164-1170.

- 8) 岡本, 佐藤, 三島, 桜庭: 信学論 (C), J-71C (昭 63), 1, pp. 155-156.
- 9) 岡本, 三島, 桜庭: 北大工研究報告, 第 142 号, (昭 63), pp. 45-52.
- 10) 岡本, 三島, 桜庭: 北大工研究報告, 第 144 号, (昭 63), pp. 31-38.
- 11) 岡本, 三島, 桜庭: 北大工研究報告, 第 144 号, (昭 63), pp. 39-48.