



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	ガウスビームポンピングによるパラメトリック映像 : アップコンバータの空間周波数伝達特性
Author(s)	岡本, 淳; Okamoto, Atsushi; 三島, 瑛人 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 148, 91-100
Issue Date	1989-10-31
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/42203
Type	departmental bulletin paper
File Information	148_91-100.pdf



ガウスビームポンピングによるパラメトリック映像 アップコンバータの空間周波数伝達特性

岡本 淳 三島 瑛人 桜庭 一郎

(平成元年 7 月 25 日受理)

Spatial Frequency Transfer Properties of Gaussian-Beam-Pumped Parametric Image Upconverter

Atsushi OKAMOTO, Teruhito MISHIMA and Ichiro SAKURABA

(Received July 25, 1989)

Abstract

Gaussian-beam-pumped parametric image upconverters are analyzed by using spatial-frequency transfer equation in a thin and diffraction-free nonlinear medium. The response of the image upconverter for plane wave input is derived in the spatial-frequency domain. The result shows that the phase-matching properties depend not only on the direction of pumping Gaussian beams but also on their beam parameters (spot sizes and curvatures). The general equations of the image formation of sum-frequency response with infrared input are derived, and it is proved that the equations can be applied to both cases of plane-wave pumping and point-source pumping as special cases.

1. ま え が き

4 光波混合を用いたパラメトリック映像アップコンバータは、主にアルカリ金属蒸気などの非線形光学媒質中で赤外線像を和周波数光像に直接変換する映像デバイスであり、走査系や冷却を要せず可視光帯のすぐれた検出器を利用できる特長を持つ^{1),2)}。

このデバイスの像の特性に関して、著者らは空間周波数領域における解析法を提案した³⁾。すでに、パラメトリック相互作用を記述する空間周波数領域表示の結合波動方程式を導出し^{4),5)}、平面波ポンピング系における位相整合や結像特性などの解析を行った^{6),7),8)}。しかし、レーザや光パラメトリック発振器の出力を励起光として用いる場合には、ガウスビームポンピングを仮定する必要があり、これは実用上重要であるにもかかわらず十分な考察は行われていない。また、この系は従来の幾何光学的手法では取扱が困難であるため、空間周波数領域における解析が期待されていた。

本論文では、ガウスビームポンピングによるパラメトリック映像アップコンバータの空間周波数伝達特性を解析し、その位相整合や結像特性について報告する。これは文献 9 の内容を詳しく述べたものである。

以下の解析では、簡単のため、媒質は十分に薄く、すべての光波は単色な近軸光線と仮定する。一般に、2光子共鳴励起媒質を用いる系は、従来の非線形光学結晶を用いる系と比較すると、極めて大きな変換効率を実現できる¹⁾。しかし、映像変換器として用いる場合には、映像の品質を向上させるために、相互作用面上におけるポンピング光のスポットサイズを大きくし、媒質を薄くする必要があるため、量子変換効率は数%程度となる²⁾。従って、非線形相互作用による赤外光およびポンピング光の減衰は十分に小さく、それらの光波の包絡線は媒質中で一定と仮定できる。また、ガウスビームのスポットサイズに対して媒質の開口は十分に大きいものと仮定し、媒質開口による回折の影響を省略する。更に、媒質の屈折率は1に等しく媒質中の光波の波長は真空中の値と等しいと仮定する。

2. ガウスビームのフーリエスペクトル

図1に示す座標系において、変換系の光軸を z 軸にとり、横方向空間座標 (x, y) を $\rho = xu_x + yu_y$ で表す。ここで u_x, u_y は各々 x および y 方向の単位ベクトルである。二つのポンピング光を添字 $m=1, 2$ を用いて区別すると、非線形光学媒質のある相互作用面上($z=z_0$)における基本モードのガウスビーム電界は

$$E_m(\rho; z_0) = \frac{w_{0m}}{w_m} \exp\{-j(k_m z_{0m} - \phi_m) - \alpha_m(\rho - \rho_m)^2\} \quad (1)$$

で与えられる¹⁰⁾。但し、 ρ_m は変換系の光軸に対するガウスビーム光軸の横方向平行移動量であり、ビームウエストの位置と媒質のある相互作用面との距離(軸方向平行移動量)を $z_{0m} = z_0 - z_m$ で表す。また、ガウスビームのパラメータとして

$$\alpha_m = \frac{1}{w_m^2} + \frac{jk_m}{2R_m} \quad (2)$$

$$w_m^2 = w_{0m}^2 \left\{ 1 + \left(\frac{\lambda_m z_{0m}}{\pi w_{0m}^2} \right)^2 \right\} \quad (3)$$

$$R_m = z_{0m} \left\{ 1 + \left(\frac{\pi w_{0m}^2}{\lambda_m z_{0m}} \right)^2 \right\} \quad (4)$$

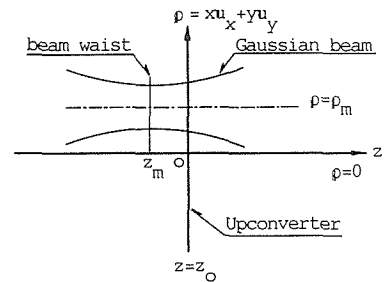


図1 ガウスビームの座標系
(コリニアな場合)

を用いた。ここで、 w_m は相互作用面上におけるスポットサイズ、 w_{0m} は固有スポットサイズ、 R_m は曲率半径であり、 $\phi_m = \tan^{-1}(\lambda_m z_{0m} / \pi w_{0m}^2)$ とおいた。また、 k_m と λ_m は媒質中におけるポンピング光の波数と波長である。

式(5)のフーリエスペクトル⁴⁾は、2次元フーリエ変換によって

$$F_m(\mathbf{f}; z_0) \equiv \int E_m(\rho; z_0) \exp\{j2\pi\mathbf{f} \cdot \rho\} d^2\rho \\ = \frac{w_{0m}}{w_m} \frac{\pi}{\alpha_m} \exp\{-j(k_m z_{0m} - \phi_m)\} \exp\left\{-\frac{\pi^2}{\alpha_m} \mathbf{f}^2 + j2\pi\rho_m \cdot \mathbf{f}\right\} \quad (5)$$

となる。 \mathbf{f} は横方向空間座標 ρ に対する空間周波数であり、 x 軸および y 軸に対応する二つの成分を持つベクトルである。

次に、式(5)においてガウスビームの中心空間周波数が \mathbf{f}_m となるようにスペクトルを平行移動すると

$$F_m(\mathbf{f}; z_0) = \frac{w_{0m}}{w_m} \frac{\pi}{\alpha_m} \exp\{-j(k_m z_{0m} - \phi_m)\} \exp\left\{-\frac{\pi^2}{\alpha_m} (\mathbf{f} - \mathbf{f}_m)^2 + j2\pi \boldsymbol{\rho}_m \cdot (\mathbf{f} - \mathbf{f}_m)\right\} \quad (6)$$

が得られる。これは、図2に示すように、変換系の光軸に対するガウスビームの傾きを、ビームウエストにおける波面の空間周波数 \mathbf{f}_m を用いて表したことに対応する¹¹⁾。但し、この対応関係はガウスビームの傾きが近軸近似の成立する程度に小さい場合に成立する。以下の解析では、ガウスビームのフーリエスペクトルとして式(6)を用いる。

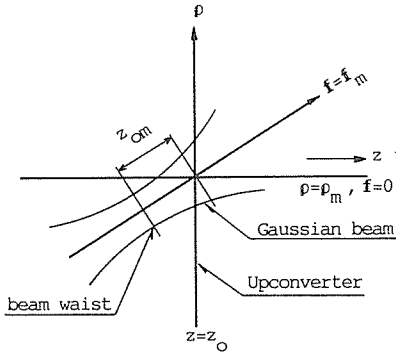


図2 ガウスビームの座標系(ノンコリニアな場合)

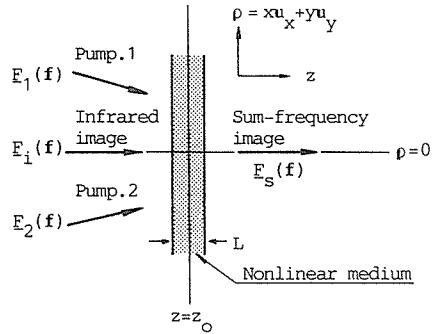


図3 映像アップコンバータ

3. 空間周波数伝達方程式

図3に示す映像アップコンバータにおいて、ガウスビームでポンピングされた媒質の前面に入射する赤外光と媒質の後面から出射する和周波数光のフーリエスペクトル間の関係を表す方程式(以下、空間周波数伝達方程式と呼ぶことにする)を導出する。一般に、2光子共鳴励起媒質を用いる系は、従来の非線形光学結晶を用いる系と比較すると、極めて大きな変換効率を実現できる¹⁾。特に、単に短波長光を得る目的でアップコンバータを用いる場合には、変換系の解像度を問題にしないため数10%に及ぶ量子変換効率が得られている¹²⁾。しかし、この結果は小さなスポットサイズのポンピング光と十分に厚い媒質を用いることによって達成されたものである。アップコンバータを用いて高解像度の映像変換を行うには、相互作用領域の有限な開口による回折ならびに媒質厚さによる収差¹³⁾の影響を避けるために、ポンピング光のスポットサイズを大きくし、媒質を薄くする必要がある。この点を考慮すると、現在知られているアルカリ金属蒸気を用いた映像アップコンバータの量子変換効率は1~数%程度になることが予想される。一例として、Newtonらの実験²⁾では、映像変換用金属蒸気セルの開口の直径を2cm、セルの厚さを3mmとして約5%の量子変換効率(赤外線波長2.94μm、ポンピング光強度275kw/cm²)を達成している。従って、本論文においては、十分に薄い媒質を用いた変換効率の小さな系を仮定する。この場合、相互作用による赤外光およびポンピング光の減衰は小さいためその影響を省略できる。これは文献6における1光波近似に相当する。また、ガウスビームのスポットサイズに対して媒質の開口は十分に大きいものと仮定する。

3.1 非線形媒質の伝達方程式

非線形媒質中では4光波パラメトリック相互作用によって、入射赤外光と二つのポンピング光から和周波数光が発生する。映像アップコンバータにおいて(図3参照)、入射する赤外光と出射する和周波数光のフーリエスペクトル間の関係を表す伝達方程式は

$$F_s(\mathbf{f}; z_o) = -j\beta_s L \cdot F_{we}(\mathbf{f}; z_o) * F_i(\mathbf{f}; z_o) \quad (7)$$

で与えられる⁶⁾。ここで、 β_s はパラメトリック相互作用における結合定数、 L は媒質の厚さである。演算記号 $*$ は空間周波数に関する2次元のconvolution、添字の i と s は赤外光と和周波数光を表す。また、関数 $F_{we}(\mathbf{f}; z_o)$ は入射した赤外光像が相互作用面上で受ける回折の影響を表し、ここでは実効的な窓関数のフーリエスペクトルと呼ぶ。媒質開口の影響を無視できる場合を仮定すると、ポンピング光のフーリエスペクトル $F_1(\mathbf{f}; z_o)$ および $F_2(\mathbf{f}; z_o)$ によって

$$F_{we}(\mathbf{f}; z_o) = F_1(\mathbf{f}; z_o) * F_2(\mathbf{f}; z_o) \quad (8)$$

が成立する⁶⁾。

3.2 入出力像面間の伝達方程式

図4に示す映像変換系において、変換される赤外光像(入力)の位置を z_i 、パラメトリック映像変換によって生ずる和周波数光像(出力)の位置を z_s とおく。各像面と相互作用面との距離を $z_{oi} = z_o - z_i$ および $z_{so} = z_s - z_o$ で与えると、各像面から相互作用面までのフーリエスペクトルの伝搬は

$$F_i(\mathbf{f}; z_o) = F_i(\mathbf{f}; z_i) \cdot \exp\left\{-jk_i z_{oi} \left[1 - \left(2\pi \frac{f}{k_i}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \quad (9)$$

$$F_s(\mathbf{f}; z_s) = F_s(\mathbf{f}; z_o) \cdot \exp\left\{-jk_s z_{so} \left[1 - \left(2\pi \frac{f}{k_s}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \quad (10)$$

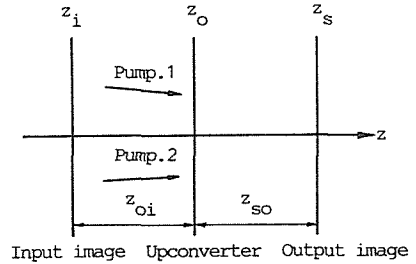


図4 映像変換系

となる⁶⁾。ここで k_i および k_s は、赤外光と和周波数光の波数を表し、伝搬区間における各フーリエスペクトルの包絡線は一定と仮定した。式(9)および式(10)を式(7)に代入すると入出力像面間の空間周波数伝達方程式として

$$F_s(\mathbf{f}; z_s) = -j\beta_s L \cdot \exp\left\{-jk_s z_{so} \left[1 - \left(2\pi \frac{f}{k_s}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\} \cdot F_{we}(\mathbf{f}; z_o) * \left[F_i(\mathbf{f}; z_i) \exp\left\{-jk_i z_{oi} \left[1 - \left(2\pi \frac{f}{k_i}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}\right\}\right] \quad (11)$$

が得られる。更に、実用的な観点から、赤外光と和周波数光に対して変換系の光軸に対する近軸光線近似 $[1 - (2\pi f/k)^2]^{\frac{1}{2}} \approx 1 - 2(\pi f/k)^2$ を仮定すると

$$F_s(\mathbf{f}; z_s) = -j\beta_s L \cdot \exp\{j2\pi^2 \sigma_s f^2\} \cdot F_{we}(\mathbf{f}; z_o) * [F_i(\mathbf{f}; z_i) \exp\{j2\pi^2 \sigma_i f^2\}] \quad (12)$$

となる。但し、像に影響を与えないコンスタントな位相因子 $\exp\{-jk_i z_{oi} - jk_s z_{so}\}$ を省略し、 $\sigma_i \equiv z_{oi}/k_i$ および $\sigma_s \equiv z_{so}/k_s$ とおいた。

3.3 ガウスビームポンピングの場合

式(12)より、映像変換系の特性は式(8)で与えられる実効的な窓関数のフーリエスペクトルによって決定される。ガウスビームポンピングの場合には、窓関数として式(6)を用いると

$$F_{we}(\mathbf{f}; z_o) = F_1(\mathbf{f}; z_o) * F_2(\mathbf{f}; z_o)$$

$$= \frac{w_{o1}w_{o2}}{w_1w_2} \frac{\pi}{\alpha} \exp\{-C(\rho_1 - \rho_2)^2\} \exp\left[-\frac{\pi^2}{\alpha} \left\{(\mathbf{f} - \mathbf{f}_p)^2 - \frac{j}{\pi} \boldsymbol{\mu} \cdot (\mathbf{f} - \mathbf{f}_p)\right\}\right] \quad (13)$$

が得られる (付録A参照)。但し

$$\mathbf{f}_p \equiv \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2 \quad (14)$$

$$\alpha \equiv \alpha_1 + \alpha_2 \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\mu} \equiv 2(\alpha_1 \rho_1 + \alpha_2 \rho_2) \quad (16)$$

および $C \equiv \alpha_1 \alpha_2 / (\alpha_1 + \alpha_2)$ とおき, コンスタントな位相因子 $\exp\{-j(k_1 z_{o1} + k_2 z_{o2} - \phi_1 - \phi_2)\}$ は検出される像に影響を与えないため省略した。

式(13)は $\alpha \rightarrow 0$ の極限において, ディラックのデルタ関数を用いて

$$F_{we}(\mathbf{f}; z_o) \propto \delta(\mathbf{f} - \mathbf{f}_p) \quad (17)$$

と収束する。上式の右辺は空間周波数 \mathbf{f}_p の平面波であるから, これは平面波ポンピング系の窓関数を表している⁶⁾。

4. 位相整合特性

4.1 平面波応答

映像変換系の位相整合特性を調べるため, 赤外光入射電界として $F_i(\mathbf{f}; z_i) = \delta(\mathbf{f} - \mathbf{f}_i)$ で表される平面波を仮定する。定数 \mathbf{f}_i は赤外光平面波の空間周波数である。式(12)を用いて, 和周波数光応答を求めると

$$F_s(\mathbf{f}; z_s) = j\beta_s L \cdot F_{we}(\mathbf{f} - \mathbf{f}_2; z_o) \cdot \exp\{j2\pi^2(\sigma_s \mathbf{f}^2 + \sigma_i \mathbf{f}_i^2)\} \quad (18)$$

となる。更に, ガウスビームポンピングにおける窓関数として, 式(13)を代入すると

$$F_s(\mathbf{f}; z_s) = -j\beta_s L \frac{w_{o1}w_{o2}}{w_1w_2} \frac{\pi}{\alpha} \exp\{-C(\rho_1 - \rho_2)^2\} \exp\left\{-\frac{\pi^2}{\alpha} \left(\mathbf{f}'^2 - \frac{j}{\pi} \boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{f}'\right)\right\} \\ \cdot \exp\{j2\pi^2(\sigma_s \mathbf{f}^2 + \sigma_i \mathbf{f}_i^2)\} \quad (19)$$

が得られる。但し, $\mathbf{f}' = \mathbf{f} - \mathbf{f}_i - \mathbf{f}_p$ とおいた。平面波ポンピングにおいては, 赤外光の平面波入力に対する和周波数光応答もまた平面波になるが⁶⁾, ガウスビームポンピングの場合には, その応答がガウス分布のフーリエスペクトルを持つことを式(19)は示している。

4.2 位相整合特性

和周波数光の中心空間周波数をその応答が最大となる空間周波数 $(\mathbf{f}_s)_{\max}$ で定義すると, 式(19)より

$$|F_s(\mathbf{f}; z_s)| \\ \propto \exp\left[-\pi^2 \frac{\alpha_r}{|\alpha|^2} \left\{\left(\mathbf{f}' + \frac{1}{2\pi\alpha_r}(\alpha_r \boldsymbol{\mu}_i - \alpha_i \boldsymbol{\mu}_r)\right)^2 - \frac{1}{4\pi^2 \alpha_r^2}(\alpha_r \boldsymbol{\mu}_i - \alpha_i \boldsymbol{\mu}_r)^2\right\}\right] \quad (20)$$

となり

$$(\mathbf{f}_s)_{\max} = \mathbf{f}_i + \mathbf{f}_p - \frac{1}{2\pi\alpha_r}(\alpha_r \boldsymbol{\mu}_i - \alpha_i \boldsymbol{\mu}_r) \quad (21)$$

が得られる (付録B参照)。但し, α および $\boldsymbol{\mu}$ の実数部と虚数部を

$$\begin{cases} \alpha = \alpha_r + j\alpha_i \\ \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}_r + j\boldsymbol{\mu}_i \end{cases} \quad (22)$$

とおいた。式(21)は、式(2)、(15)と式(16)を用いると

$$(\mathbf{f}_s)_{\max} = \mathbf{f}_i + \mathbf{f}_p + \delta\mathbf{f}_p \quad (23)$$

但し

$$\delta\mathbf{f}_p = \frac{1}{2\pi(w_1^2 + w_2^2)} \left(\frac{k_2}{R_2} w_2^2 - \frac{k_1}{R_1} w_1^2 \right) (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) \quad (24)$$

となる。式(23)はパラメトリック相互作用における位相整合を空間周波数領域で表したものである。

平面波ポンピングの場合には、 $(R_1, R_2, w_1, w_2) \rightarrow \infty$ の極限を仮定して $\delta\mathbf{f}_p \rightarrow 0$ が成立する。また、このとき式(17)を用いると和周波数光応答も空間周波数 \mathbf{f}_p の平面波になり

$$\mathbf{f}_s = \mathbf{f}_i + \mathbf{f}_p \quad (25)$$

を満たすことが示される⁶⁾。尚、この場合、応答に含まれる空間周波数成分は一つであるから、式(23)の添字 max を用いていない。

ガウスビームポンピングの場合には、簡単のため $k_p = k_1 = k_2$ および $w = w_1 = w_2$ を仮定すると

$$\delta\mathbf{f}_p = \frac{k_p}{4\pi} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) (\boldsymbol{\rho}_1 - \boldsymbol{\rho}_2) \quad (26)$$

となるから、 $R_1 \neq R_2$ かつ $\boldsymbol{\rho}_1 \neq \boldsymbol{\rho}_2$ の場合には $\mathbf{f}_p \neq 0$ が成立する。ガウスビームの曲率半径 R_m はビームウエストから相互作用面までの距離 z_{om} に依存するから、式(26)で与えられる $\delta\mathbf{f}_p$ はガウスビームの空間座標 $\boldsymbol{\rho}_m$ および z_{om} の関数である。従って、ガウスビームポンピング系の位相整合特性がビームの空間的な配置にも依存することがわかる。このことは、その特性が各ビームの空間周波数のみに依存する平面波ポンピングの場合とは大きく異なる特徴である。

5. 結像特性

5.1 和周波数光像の電界分布

任意の赤外光像入力に対する和周波数光像応答の電界分布は、式(12)の両辺をフーリエ逆変換することにより

$$\begin{aligned} E_m(\boldsymbol{\rho}; z_s) = & \frac{j\beta_s L}{4\pi^2 \sigma_1 \sigma_s} \iint d^2 \boldsymbol{\rho}' d^2 \boldsymbol{\rho}'' E_{we}(\boldsymbol{\rho}''; z_o) E_t(\boldsymbol{\rho}''; z_i) \exp \left\{ \frac{1}{j2\sigma_i} (\boldsymbol{\rho}'' - \boldsymbol{\rho}')^2 \right\} \\ & \cdot \exp \left\{ \frac{1}{j2\sigma_s} (\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}'')^2 \right\} \end{aligned} \quad (27)$$

で与えられる。ここで、被積分関数に含まれる関数 $E_{we}(\boldsymbol{\rho}; z_o)$ は $F_{we}(\mathbf{f}; z_o)$ のフーリエ逆変換であり、ガウスビームポンピングの場合には式(13)から

$$E_{we}(\boldsymbol{\rho}; z_o) = \frac{w_{o1} w_{o2}}{w_1 w_2} \exp \{ -\alpha_1 \boldsymbol{\rho}_1^2 - \alpha_2 \boldsymbol{\rho}_2^2 \} \exp \{ -\alpha \boldsymbol{\rho}^2 + (\boldsymbol{\mu}_r + j\boldsymbol{\mu}_i) \cdot \boldsymbol{\rho} \} \quad (28)$$

なる。但し

$$\boldsymbol{\mu}_i' = \boldsymbol{\mu}_i - 2\pi\mathbf{f}_p \quad (29)$$

とおいた。式(28)を式(27)に代入すると

$$E_s(\rho; z_s) = \frac{-j\beta_s L}{4\pi A \sigma_1 \sigma_s} \frac{w_{o1} w_{o2}}{w_1 w_2} \exp\{-\alpha_1 \rho_1^2 - \alpha_2 \rho_2^2\} \exp\left\{\frac{1}{j2\sigma_2} \rho^2 - \frac{\mu_r^2}{4A}\right\} \cdot \int d^2 \rho' E_i(\rho'; z_i) \exp\left\{\frac{1}{j2\sigma_1} \rho'^2 + \frac{\xi'^2}{4A} - \frac{j}{2A} \mu_r \cdot \xi'\right\} \quad (30)$$

が得られる。ここで

$$\xi' \equiv \frac{\rho'}{\sigma_1} + \frac{\rho}{\sigma_s} + \mu_i' \quad (31)$$

および

$$A \equiv -\alpha + \frac{1}{j2} \left(\frac{1}{\sigma_i} + \frac{1}{\sigma_s} \right) \quad (32)$$

とした。

5.2 軸方向結像式

はじめに、軸方向の結像について考察する。式(30)右辺の被積分関数に含まれるガウス指数因子は、 $A \rightarrow 0$ の極限において

$$-\frac{1}{4\pi A} \exp\left\{\frac{\xi'^2}{4A}\right\} \rightarrow \delta(\xi') \quad (33)$$

のように収束する。 $\delta(\xi')$ は $\xi'=0$ でのみ零でない値を持つから、式(30)の右辺は簡単に積分され

$$E_s(\rho; z_s) \propto E_i\left(-\sigma_i \left(\frac{\rho}{\sigma_s} + \mu_i'\right); z_i\right) \quad (34)$$

が成立する。実際には、式(2)、(15)および式(32)より、 A の実数部は零でない有限な値を持つ。これはガウスビームのスポットサイズによる回折の影響を表す。しかし、 A の虚数部は、各像面の位置を調節することで零にすることができる。そこで、 A の虚数部に対して $A \rightarrow 0$ を適用すると

$$\alpha_i + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\sigma_i} + \frac{1}{\sigma_s} \right) = 0 \quad (35)$$

が得られる。これは幾何光学における軸方向結像式に相当する。式(35)は式(2)を用いると

$$\frac{k_i}{z_{oi}} + \frac{k_s}{z_{so}} + \frac{k_1}{R_1} + \frac{k_2}{R_2} = 0 \quad (36)$$

と表される。特別な場合として

$$R_1, R_2 \rightarrow \infty \quad (37)$$

の極限において式(36)は

$$\frac{k_i}{z_{oi}} + \frac{k_s}{z_{os}} = 0 \quad (38)$$

となり、これは平面波ポンピングに対応する⁶⁾。また、ガウスビームの曲率半径を

$$\begin{cases} R_1 \rightarrow z_{o1} \\ R_2 \rightarrow z_{o2} \end{cases} \quad (39)$$

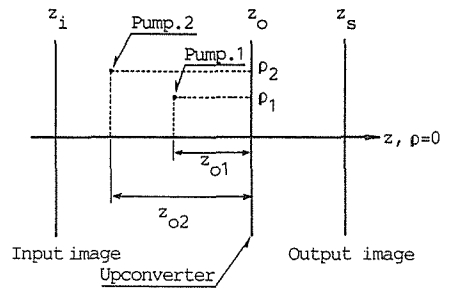


図5 点光源ポンピング

と置き換えると、これは図5に示すような相互作用面からの距離が各々 z_{o1} および z_{o2} にある点光源ポンピング系の結像式に一致する¹³⁾。

5.3 横方向結像式

次に、横方向の結像を考える。赤外光入力として、横座標 $\rho = \rho_i$ の位置にある単位インパルス $E_i(\rho; z_i) = (\rho - \rho_i)$ を仮定し、式(30)に代入すると

$$E_s(\rho; z_s) = \frac{j\beta_s L}{4\pi \alpha_r \sigma_i \sigma_s} \frac{w_{o1} w_{o2}}{w_1 w_2} \exp\{-C_r(\rho_1 - \rho_2)^2\} \cdot \exp\left\{\frac{1}{j2\sigma_s} \rho^2 + \frac{1}{j2\sigma_i} \rho_i^2\right\} \exp\left\{-\frac{\xi^2}{4\alpha_r} + \frac{j}{2\alpha_r} \mu_r \cdot \xi\right\} \quad (40)$$

が得られる。但し

$$\xi \equiv \frac{\rho_i}{\sigma_i} + \frac{\rho}{\sigma_s} + \mu_i \quad (41)$$

および

$$C_r \equiv \frac{\alpha_{1r} \alpha_{2r}}{\alpha_{1r} + \alpha_{2r}} \quad (42)$$

とおき、式(36)の結像条件を仮定した。また、 $\alpha_m (m=1, 2)$ の実数部と虚数部を α_{mr} および α_{mi} で表し、位相因子 $\exp\{-j\alpha_{1i} \rho_1^2 - j\alpha_{2i} \rho_2^2\}$ は省略した。

ここで、式(40)の右辺に含まれる $\exp\{-C_r(\rho_1 - \rho_2)^2\}$ は相互作用面上における二つのポンピングガウスビームの重なりと系の変換効率 ($\propto |E_s(\rho; z_s)|$) との関係を示している。変換効率が最大になるのは $\rho_1 = \rho_2$ すなわち相互作用面上で二つのビームの光軸が重なる場合である。また、和周波数光像はガウス状の分布を持ち、その像の中心の横方向座標 ρ_s は $\xi = 0$ によって与えられる。これは式(2)、(16)、(29)および式(41)より

$$\frac{k_i}{z_{oi}} \rho_i + \frac{k_s}{z_{so}} \rho_s + \frac{k_1}{R_1} \rho_1 + \frac{k_2}{R_2} \rho_2 = 2\pi f_p \quad (43)$$

と表され、映像変換系の横方向結像式である。特別な場合として、曲率半径が無限大のとき、すなわち式(37)を用いると

$$\frac{k_i}{z_{oi}} \rho_i + \frac{k_s}{z_{so}} \rho_s = 2\pi f_p \quad (44)$$

となり、平面波ポンピング系の結像式と一致する⁶⁾。また、式(39)および $f_p = 0$ を仮定すると、図5に示した点光源ポンピング系の結像式と一致する¹³⁾。

6. む す び

ガウスビームポンピングによるパラメトリック映像アップコンバータの空間周波数伝達特性を解析した。

まず、ポンピング光の配置が映像変換特性に与える影響を考察するために、変換系に対するビームの平行移動ならびに空間周波数領域におけるスペクトルの平行移動を考慮して、ガウスビームのフーリエスペクトルを導出した。このガウスビーム系に対し、薄い媒質における空間周波数伝達方程式を適用し、赤外光の平面波入力に対する和周波数光応答のフーリエスペクトルを求め

た。その結果、ガウスビームの諸パラメータが映像変換系の位相整合に与える影響を明らかにした。特に、位相整合特性がビームの空間周波数にのみ依存する平面波ポンピングの場合と比較して、ガウスビームポンピングにおいては、二つのビームの空間的な配置ならびに相互作用面上におけるスポットサイズおよび曲率半径の影響も考慮する必要があることを示した。

次に、赤外光像面上の単位インパルス電界に対する和周波数光電界分布を求めることによって、ガウスビームポンピング系の結像式を導出した。その結果が適当な条件のもとで、すでに明らかにされている平面波ポンピングや点光源ポンピングの結像式と一致することを確認し、本結像式の一般性を示した。更に、相互作用面上における二つのポンピング光の重なりと系の変換効率との関係にも検討を加えた。

本論文の結果は、厚い媒質の空間周波数伝達特性やフーリエモード光学系の解析に応用できる。更に、近軸光線における媒質厚さによる収差や色収差ならびに分解能の解析は今後の課題である。終わりに、ご助言をいただいた小柴正則教授に深謝する。

付 録

A. 式(13)の導出

式(6)のフーリエ逆変換は

$$E_m(\boldsymbol{\rho}; z_o) \equiv \int F_m(\mathbf{f}; z_o) \exp\{-j2\pi\mathbf{f} \cdot \boldsymbol{\rho}\} d^2\mathbf{f}$$

$$= \frac{w_{om}}{w_m} \exp\{-j(k_m z_{om} - \phi_m) - \alpha_m(\boldsymbol{\rho} - \boldsymbol{\rho}_m)^2 - j2\pi\mathbf{f}_m \cdot \boldsymbol{\rho}\} \quad (\text{A}\cdot 1)$$

であり、 \mathcal{F} をフーリエ変換演算子とすると

$$F_{we}(\mathbf{f}; z_o) = F_1(\mathbf{f}; z_o) * F_2(\mathbf{f}; z_o) = \mathcal{F}\{E_1(\boldsymbol{\rho}; z_o)E_2(\boldsymbol{\rho}; z_o)\} \quad (\text{A}\cdot 2)$$

より式(13)が得られる。

B. 式(20)の導出

式(19)の右辺において、 $a = a^{-1}$ および $a = a_r + ja_i$ とおくと、位相整合特性を表す指数因子に対して

$$\left| \exp\left\{-\frac{\pi^2}{\alpha}(\mathbf{f}'^2 - \frac{j}{\pi}\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{f}')\right\} \right| = \exp\left\{-\pi^2(a_r \mathbf{f}'^2 + \frac{a_r}{\pi}\boldsymbol{\mu}_r \cdot \mathbf{f}')\right\}$$

$$= \exp\left[-\pi^2 a_r \left\{(\mathbf{f}' + \frac{1}{2\pi a_r}(a_r \boldsymbol{\mu}_i + a_i \boldsymbol{\mu}_r))^2 - \frac{(a_r \boldsymbol{\mu}_i + a_i \boldsymbol{\mu}_r)^2}{4\pi^2 a_r^2}\right\}\right] \quad (\text{B}\cdot 1)$$

が成立する。これに対して $a_r = a_r/|\alpha|^2$ および $a_i = -a_i/|\alpha|^2$ を用いて式(20)を得る。

参考文献

- 1) 桜庭一郎：光学，11 (1982)，3，pp. 261-266
- 2) J. H. Newton and J. F. Young：IEEE J. Quantum Electron., QE-16(1980)，3，pp. 268-276
- 3) 岡本，三島，桜庭：昭61電気関係学会北海道連大，203
- 4) 岡本，佐藤，三島，桜庭：信学論(C)，J-71C (昭63)，1，pp. 155-156
- 5) 岡本，三島，桜庭：北大工研究報告，第142号，(昭63)，pp. 45-52
- 6) 岡本，佐藤，三島，桜庭：信学論(C)，J-71C (昭63)，8，pp. 1164-1170
- 7) 岡本，三島，桜庭：北大工研究報告，第144号，(昭63)，pp. 31-38
- 8) 岡本，三島，桜庭：北大工研究報告，第144号，(昭63)，pp. 39-48
- 9) 岡本，三島，桜庭：信学論(C I)，J-72CI (平元)，9，pp. 521-528

- 10) 桜庭一郎：レーザー工学，森北出版(昭 59)
- 11) J. W. Goodman: Introduction to Fourier Optics, Mc-Graw-Hill (1968)
- 12) D. M. Bloom, J. T. Yardley, J. F. Young, and S. E. Harris: Appl. Phys. Lett., 24 (1974), 9, pp. 427-428
- 13) 佐々木, 三島, 桜庭：信学論(C), J63-C (昭 55), 9, pp. 593-600