



Title	上注ぎ式複合鋳込み法における初期溶湯混合過程の解析
Author(s)	大参, 達也; Ohmi, Tatsuya; 田中, 康博 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 157, 23-34
Issue Date	1991-10-16
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/42296">https://hdl.handle.net/2115/42296</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	157_23-34.pdf



## 上注ぎ式複合鑄込み法における初期溶湯混合過程の解析

大参 達也 田中 康博\* 工藤 昌行

(平成3年6月25日受理)

### Analysis of the Initial Stage of Melt Mixing in the Duplex Casting Process with Top Pouring

Tatsuya OHMI, Yasuhiro TANAKA and Masayuki KUDOH

(Received June 25, 1991)

#### Abstract

In order to understand the initial stage of melt mixing in the Duplex Casting process with top pouring, the following problems were examined.

At first, water model experiments were carried out to obtain the information about the mixing flow, and the flow pattern resembling the impinging jet was observed. On the basis of this observation, a model was presented to explain the peculiar shape of the time-temperature curves obtained with the Duplex Casting process.

On the other hand, the rising rate of the meniscus in the mold and the falling speed of poured melt just above the meniscus during the second pouring were calculated using the Bernoulli equation.

The flow rate of the front of poured melt before impinging on the bottom of the mold was estimated from time-temperature curves and was in the range of 1.0 and 2.0 m/s. It is in the same order of falling speed of poured melt.

Furthermore, the cooling rate of poured melt in the free jet region was calculated as about 2200-3500 K/s.

#### 1. 緒 言

過共晶 Al-Si 合金および過共晶あるいは過包晶の Al-遷移金属合金は硬質でファセット状の初晶を晶出し、耐摩耗性や耐熱性に優れるという特徴がある。近年、これらの合金系にアトマイズ法などの急冷凝固法を適用して初晶を微細分散させることにより、耐摩耗性や耐熱性に加えて高強度をも兼ね備えた優れた合金が開発されている。しかし、多くの急冷凝固法では、急冷過程で溶湯の比表面積を大きくする必要上、合金は粉末や薄片、薄帯などの形状で得られる。これを製品形状にする上で consolidation の工程が不可欠であるが、熱の影響による強度の低下に加えて、高温強度の強い合金ほど変形抵抗が大きく成形が困難などの問題を抱えている<sup>1)</sup>。最近、著者らは、

組成の異なる二種類の溶湯を鋳型に時間差注湯する「複合鋳込み法」を過共晶 Al-Si 合金に適用することを検討し、初めに鋳込む合金溶湯（1次溶湯）より後から鋳込む溶湯（2次溶湯）の液相線温度が高くなるような組成の組合せを選択することにより、初晶 Si を微細化できることを見いだした<sup>2)</sup>。本手法では簡便な上注ぎ注湯のみを用いているため実施が容易であるという利点があり、その初晶微細化機構を解明することは、微細初晶粒子の分散した組織を持つ大質量のバルク体を単一工程で製造できる新たなプロセスの開発につながる可能性もあり実用上重要と考えられる。この微細化機構について、著者らは現在、次のような定性的な仮説モデルを提案している<sup>3)</sup>。すなわち低温の1次溶湯とこれよりも高温で液相線温度の高い2次溶湯とが乱流混合する過程において、溶質と熱の分子拡散速度の相違から、2次溶湯がその高い液相線温度を維持したまま急冷され、これにより生じる過冷却のため初晶 Si の多発核生成が起こると考えるものである。著者らは既に、Al-Si-Ge 系合金の複合鋳込みにより生じる初晶の Ge 濃度の測定から、微細な初晶が溶湯の完全混合以前に2次溶湯側から晶出することを確認している<sup>4)</sup>。しかし、本モデルを定量的に実証するためには、均一相の液-液混合における熱と物質の移動を乱流により変形分散する2次溶湯の流体塊に視点を置いたラグランジュの方法により解析して、流体塊内の温度と組成により決まる過冷却および初晶の核生成速度を定量的に求める必要がある。

本研究はその解析の一環として、2次溶湯がタンディシュのノズルから流出・落下し、鋳型内の溶湯に混入し始める初期の段階を対象とし、水モデルによる流動パターンを観察と複合鋳込みにおける温度変化測定データの解析から、2次溶湯の流速および冷却速度を検討したものである。

## 2. 実験方法

### 2.1 複合鋳込み実験の温度計測

著者らが以前行った複合鋳込み実験<sup>2)</sup>では、1次溶湯に Al-12mass % Si 合金、2次溶湯に Al-32mass % Si 合金を用いて、各溶湯の鋳込み温度および二段階の鋳込み操作の間の時間間隔を変えて実験を行い、その温度変化を計測した。このとき鋳型内 40 mm の高さで鋳壁から 5 mm, 20 mm, 40 mm (軸心) の位置に配列した3本の熱電対を用いている。本研究では、新たに熱電対の配置位置を種々に変えて実験を行ったが、これら以前の測定データをも解析の対象にした。

Fig. 1 に複合鋳込み実験に用いた装置を示す。鋳型は内径 80 mm, 外径 120 mm, 高さ 130 mm の黒鉛製円筒と厚さ 20 mm の断熱レンガ製の底盤からなる。注湯法としては上注ぎを採用し、タンディシュノズルから鋳型軸心に溶湯を落下させるようにした。装置では鋳型の上方に設置したルール上を1次鋳込み用の断熱レンガ製タンディシュと2次溶湯を鋳込み温度に保持するための電気炉とが独立して移動し、二段階の注湯操作を迅速に行えるようになっている。1次鋳込み用のタンディシュは内径 100 mm, 肉厚 10 mm, ノズル径 40 mm である。2次鋳込み用タンディシュは内径 60 mm, 肉厚 20 mm, ノズル径 16 mm である。またタンディシュ底から鋳型上部までの距離は 50 mm とした。

また1次溶湯には Al-12mass % Si 合金、2次溶湯には Al-32mass % Si 合金を用い、いずれも溶湯重量を 0.55 kg とした。

測温には鋳型内各位置に設置した 0.32 mm 径の K 熱電対を用い、データアキュイジションコントローラとパーソナルコンピュータのシステムを介して温度の計測・記録を行った。本システムでは、各熱電対に対応するチャンネルの順に、0.0235 s ごとのサンプリング時間を割り当て、この時間内の入力積分から得られる平均値をサンプリングデータとするスキッピングサンプリング方式をとっている。

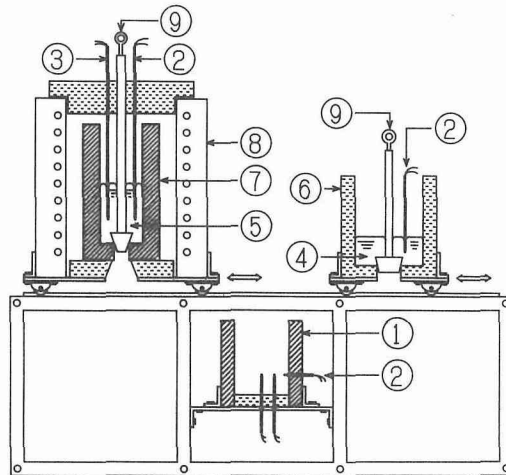


Fig. 1 複合鋳込み実験装置

- ①鋳型 ②温度測定用熱電対 ③炉制御用熱電対 ④1次溶湯 ⑤  
2次溶湯 ⑥1次溶湯用タンディッシュ ⑦2次溶湯用タンディッシュ  
⑧電気炉⑨ストッパー

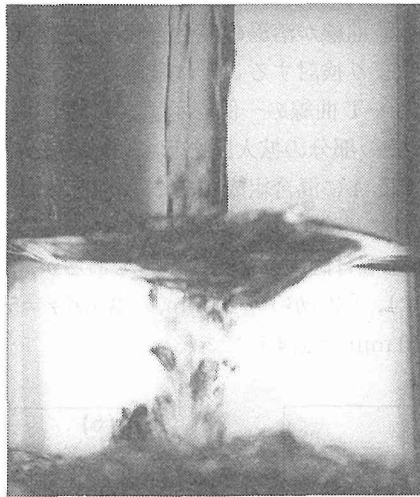


Fig. 2 水モデルによる2次鋳込み初期の鋳型内流動パターン

## 2.2 水モデル実験

2次溶湯の鋳込みによる鋳型内の流動パターンを推測する目的で、液体Alに近い動粘性係数をもつ水を用いた可視化モデル実験を行った。鋳型内径、タンディッシュの寸法およびタンディッシュ設置高さは、複合鋳込みの装置と同寸にし、Reynolds数相似がみだされるようにした。

## 3. 結果および考察

### 3.1 鋳型内流動パターン

Fig. 2 に、水モデルによる2次鋳込み初期の鋳型内流動パターンの写真を示す。1次溶湯は無

色、2次溶湯は弱アルカリ性としフェノールフタレインにより着色してある。写真によれば、2次溶湯はまず1次溶湯内を垂直下方に流れ、鑄型底に衝突して、鑄型底部を側壁に向かって広がるように流れており、いわゆる衝突噴流<sup>5)</sup>に類似した流動パターンとなっている。衝突噴流では、壁面に衝突する前は自由噴流領域であり、衝突後、衝突噴流領域から壁面噴流領域へと移行する。さらにこの後の過程を観察すると、2次溶湯は鑄型側壁を這上るように流れていく様子がみられた。しかし、複合鑄込みにおいては2次鑄込み以前に、鑄型側壁部および鑄型底部の一部に1次溶湯の凝固殻が形成している場合が多く<sup>2)</sup>、2次溶湯が鑄型底部に衝突した以後は、1次凝固殻を溶解しつつ流動・混合する複雑な挙動をとるとみられるが、水と金属との熱物性値の相違から水モデルでこの過程を再現することは困難であり、解析には数値シミュレーションが必要と思われる。その場合、2次溶湯の湯面突入速度や2次溶湯流入に伴う湯面上昇、自由噴流領域の流速等の情報が不可欠であり、本報ではこのような基礎データを得ることになる。

### 3.2 時間—温度曲線

通常鑄込みでは、一般に溶湯組成は均一と見なして良く、また溶湯流動も鑄込み初期を除けばさほど激しくないことから、測温により得られた時間—温度曲線(以後、 $t$ - $T$  曲線と記す)から冷却速度や過冷度などの情報を得ている<sup>6)</sup>。しかし複合鑄込みでは、少なくとも2次鑄込みの間は温度と組成の異なる溶湯が流動し混合している過程にある。したがって、この場合の $t$ - $T$  曲線を通常の冷却曲線として扱うことはできず、このことが、複合鑄込みにおける移動現象の解析を特に困難なものにしている。しかし、 $t$ - $T$  曲線が溶湯の混合過程を直接測定した唯一のデータであることから、適切な仮定をおくことにより検討することは重要と思われる。

Fig. 3 に複合鑄込み実験による $t$ - $T$  曲線の一例を示す。(a) は1次鑄込みから凝固終了までの全体を示し、(b) では2次鑄込み直後の部分の拡大図を示す(2次鑄込みの開始を時間軸の原点において)。また比較のために、Fig. 4 に混合組成であるAl-22mass% Si合金の通常鑄込みの $t$ - $T$  曲線を示す。Fig. 3と同様に(a)には全体図を、(b)には鑄込み直後の拡大図を示している(鑄込みの開始が時間軸の原点)。測定位置は図中に番号で示してあるが、番号「1」が鑄壁から40 mm(以下、 $r=40$  mmのように記す)、「2」が $r=20$  mm、「3」が $r=5$  mmで、高さはいずれも鑄型内底より40 mm(以下、 $z=40$  mmと記す)である。

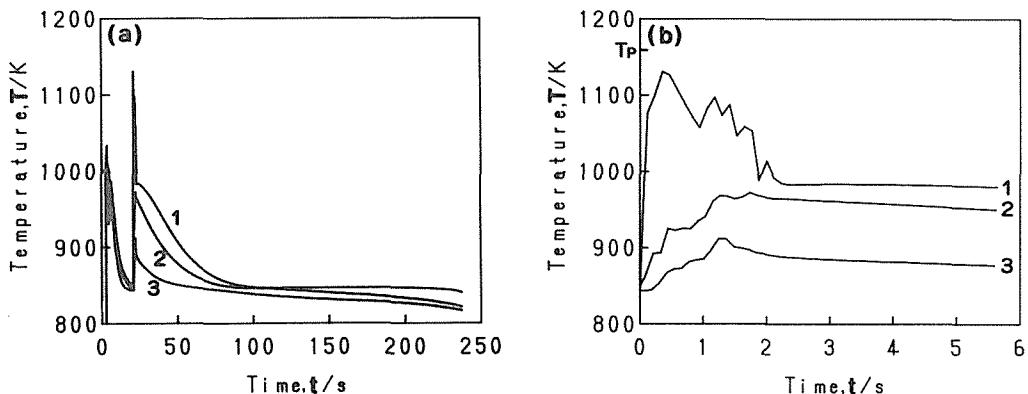


Fig. 3 複合鑄込みにおける時間—温度曲線

(a) 1次鑄込みから凝固終了まで。

(b) 2次鑄込み直後。Tpは2次溶湯の鑄込み温度。

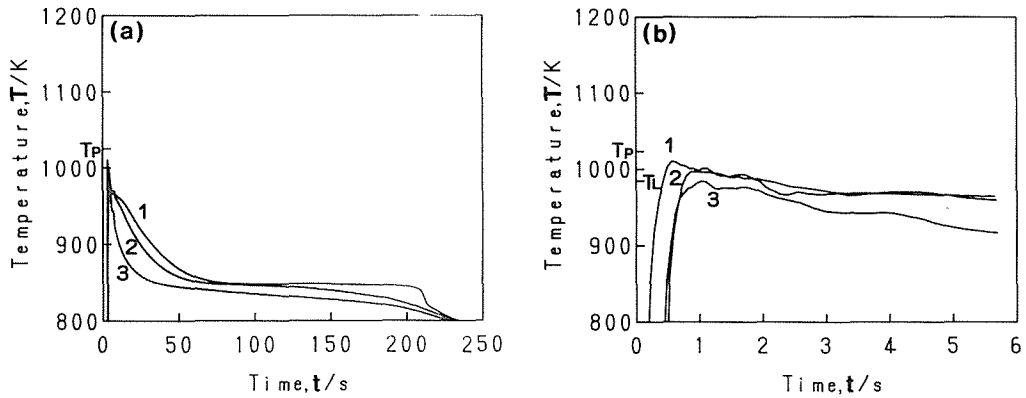


Fig. 4 Al-22mass%Si 合金の通常鋳込みにおける時間—温度曲線  
 (a)鋳込みから凝固終了まで。  $T_p$  は鋳込み湯度。  
 (b)鋳込み直後。  $T_l$  は Al-22mass%Si の液相温度。

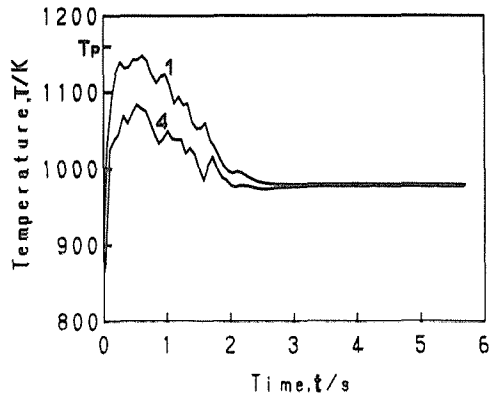


Fig. 5 複合鋳込みにおける時間—温度曲線

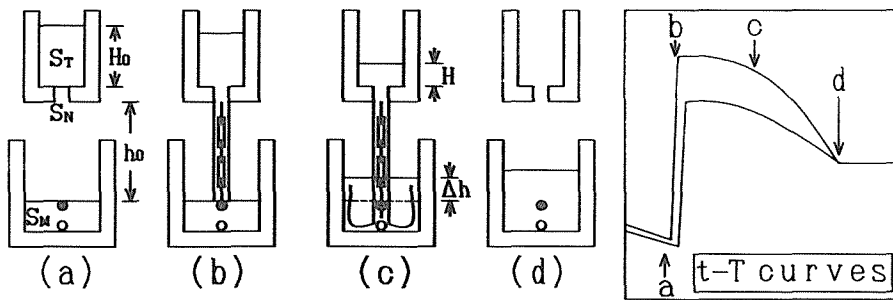


Fig. 6 複合鋳込みにおける時間—温度曲線形状を説明するモデル

Fig. 3(a)と Fig. 4(a)とを比較すると曲線の後半は良く似ており、複合鋳込みの  $t$ - $T$  曲線の特徴づけるのは1次鋳込みから2次鋳込み前後までの温度変化であるといえる。Fig. 4(b)から、通常鋳込みではいずれの位置でも温度変化の傾向は良く似ており、鋳込みの直後でピークを記録した後に冷却し、液相線温度以下において初晶の晶出による温度停滞を開始している。一方、複合鋳込みでは、Fig. 3(b)に見られるように熱電対の位置により曲線の形状が大きく異なる。タンディッシュノズルの鉛直下方にある  $r=40$  mm の位置では、2次鋳込み直後に2次溶湯の鋳込み温度 (1160 K) 近くまで急上昇した後、通常鋳込みの場合より大きな速度で降下し、約2 sで温度停滞に入っている。一方、 $r=5$  mm, 20 mm においては、 $r=40$  mm における温度降下に並行して、温度の緩やかな上昇が起こっている。

Fig. 5に、熱電対を鋳型軸心部 ( $r=40$  mm) で  $z=5$  mm および  $z=40$  mm の位置に設置した複合鋳込み実験の  $t$ - $T$  曲線を示す。番号「4」で示す  $z=5$  mm の  $t$ - $T$  曲線では、2次鋳込みに伴う温度の立ち上がりは、Fig. 4(b)の  $z=40$  mm での  $r=5$  mm や  $r=20$  mm の位置での温度の立ち上がりと比較すると非常に速く、湯面に落下した2次溶湯は半径方向に広がる前にまず垂直下方に流動することを示している。これは、水モデルにおいて観察された衝突噴流状の2次溶湯流動パターンに対応している。

Fig. 6は、Fig. 5の  $t$ - $T$  曲線を水モデルによる知見をもとに図式化して説明した図である。図中◎は  $z=40$  mm, ○は  $z=5$  mm の測定点を示し、各々、 $t$ - $T$  曲線の1および4に対応する。(a)は2次鋳込み直前であり、◎は、ほぼ1次溶湯の湯面直下に位置している。(b)は2次溶湯がはじめて熱電対に接触した瞬間を示しており、このとき  $t$ - $T$  曲線では、温度が2次溶湯の鋳込み温度近くまで急上昇することになる。そして、 $z=5$  mm の位置では、2次溶湯の先端部が35 mmの距離を通過する時間だけ遅れて、かつその間に冷却された分だけ低い温度を感知することになる。つぎに(c)では、既に鋳込まれた2次溶湯の分だけ湯面が上昇しているため、新たに流入する2次溶湯は、湯面に接触してから熱電対に到達するまでの間に冷却を受けることになり、 $z=40$  mm の位置で測定される温度も低くなる。そして、(d)において2次鋳込みの完了により鋳込み流が急速に減衰することにより、温度変化は緩やかになり停滞傾向が見られるようになる。

すなわち、軸心部における冷却速度は見かけの冷却速度であるが、2次溶湯が湯面に突入してから熱電対に到達するまでの冷却過程を反映している。したがって、任意の時刻の湯面高さ $z$ と湯面から熱電対までの2次溶湯の平均流速がわかれば、自由噴流域の軸心部を流れる2次溶湯の冷

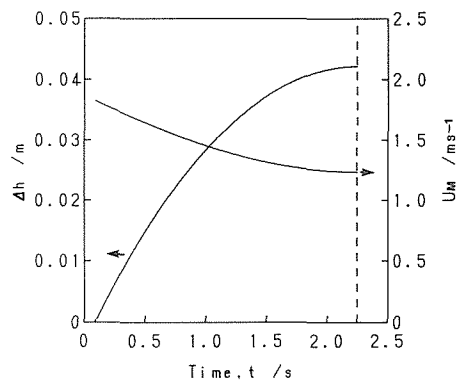


Fig. 7 湯面上昇距離  $\Delta h$  と湯面直上における2次溶湯の落下速度  $U_M$  の時間変化

却速度を見積ることができる。

Fig. 7 に、時刻  $t$  における湯面上昇距離  $\Delta h$  と湯面直上にある 2 次溶湯の落下速度  $U_M$  の計算結果を示す。計算の詳細は Appendix A. 1 にまとめてある。計算によると最後の 2 次溶湯が湯面に接触する時刻（図中、破線で示す）は、鋳込み開始後約 2 s であるが、これは、Fig. 3(b) や Fig. 5 において軸心の  $t$ - $T$  曲線が 2 次溶湯を感知してから温度停滞部に移行するまでに要する時間にはほぼ等しく、Fig. 6 のモデルの妥当性を示している。

### 3.3 自由噴流領域における 2 次溶湯の流速と冷却速度

一般の定常軸対称乱流噴流では、ノズルからの噴出速度の維持される速度一様の領域（ポテンシャルコア）の長さは噴出ノズル径の 5～8 倍である<sup>9)</sup>。本実験においては、2 次溶湯流は非定常であり、またノズルと湯面とが離れている点で通常の噴流とは異なるが、仮に、噴出ノズル径がタンディシュノズル径  $d$  に等しく、噴出速度が Fig. 7 で示した湯面直上の落下速度  $U_M$  に等しいような噴流を考え、2 次溶湯流にもこの場合と同程度のポテンシャルコア領域（長さ  $X_{pc}$ ）が存在すると仮定すると、 $d=16$  mm より  $X_{pc}=80\sim 128$  mm となる。2 次鋳込み後の最終湯面高さは 80～85 mm 程度であるので、鋳型軸心に設置された熱電対はほぼ常にポテンシャルコア領域内に入ることになり、自由噴流領域における流速として  $U_M$  を考えればよいことになる。この仮定の妥当性を実際に合金溶湯を用いた複合鋳込みにおいて確認することは困難であるが、Fig. 6 で検討したモデルに基づいて 2 本の熱電対がそれぞれ 2 次溶湯流先端を感知するときの時間差から鋳込み開始初期の流速を概算し、 $U_M$  値との比較を試みた。

Fig. 8(a) (b) にそれぞれ  $r=40$  mm で  $z=40$  mm および  $z=5$  mm の位置の  $t$ - $T$  曲線を示す。時刻 0 s は 2 次溶湯がはじめて  $z=40$  mm の熱電対に接触する瞬間 (Fig. 6 の (b) 参照) を示す。図中、○および△によるプロットは、それぞれ別の複合鋳込み実験からの実測値であるが、実測値は離散的かつ時間平均であることから、2 次溶湯との接触の瞬間を精密に特定することが困難なため、まず Fig. 8(a) において、実線で示すデータ・サンプリング方式を考慮した熱電対の応答シミュレーションの計算値を基準とし、温度の立ち上がりを示す最初の実測データ（図中、矢印）がシミュレーション結果に一致するように時間軸を調節した。シミュレーションの詳細は Appendix A. 2 に記したが、入力（熱電対周囲の温度変化）として実測値をよく再現するような関数形（時間  $t$  の 2 次式）を仮定している。次に、Fig. 8(b) では、 $z=5$  mm 位置のシミュレーションにおいて 2 次溶湯の流速が 0.5, 1.0, 2.0 m/s の 3 種類の場合を想定し、各流速に相当する時間遅れを与えて計算し、実測値と比較した。温度の立ち上がりの部分は 1.0～2.0 m/s の場合に実測値とよく一致する。Fig. 7 で示した  $U_M$  の最初の値は約 1.8 m/s であり、両者は比較的近い値となっている。

$U_M$  の値は時間と共に変化するが、流速 1.0～2.0 m/s で湯面から鋳型底まで通過するのに要する時間はごく短く、その間の  $U_M$  値自体の変化はほぼ無視できる。したがって時刻  $t$  における自由噴流領域における 2 次溶湯の流速として、 $U_M$  値を用いることは第一近似としては有効と思われる。

次に自由噴流領域内の 2 次溶湯の冷却速度について検討する。これまでの議論を踏まえて以下の仮定をおく。

- (1) 湯面直上の 2 次溶湯の温度は、鋳込み温度 ( $T_p$ ) とする。
- (2) 鋳型内溶湯の湯面上昇は、Fig. 7 の  $\Delta h$  により与えられる。
- (3) 2 次溶湯の流速は、Fig. 7 の  $U_M$  により与えられる。
- (4) 熱電対位置を通過する 2 次溶湯の温度としては、それぞれ Fig. 8(a) および (b) の計算で使

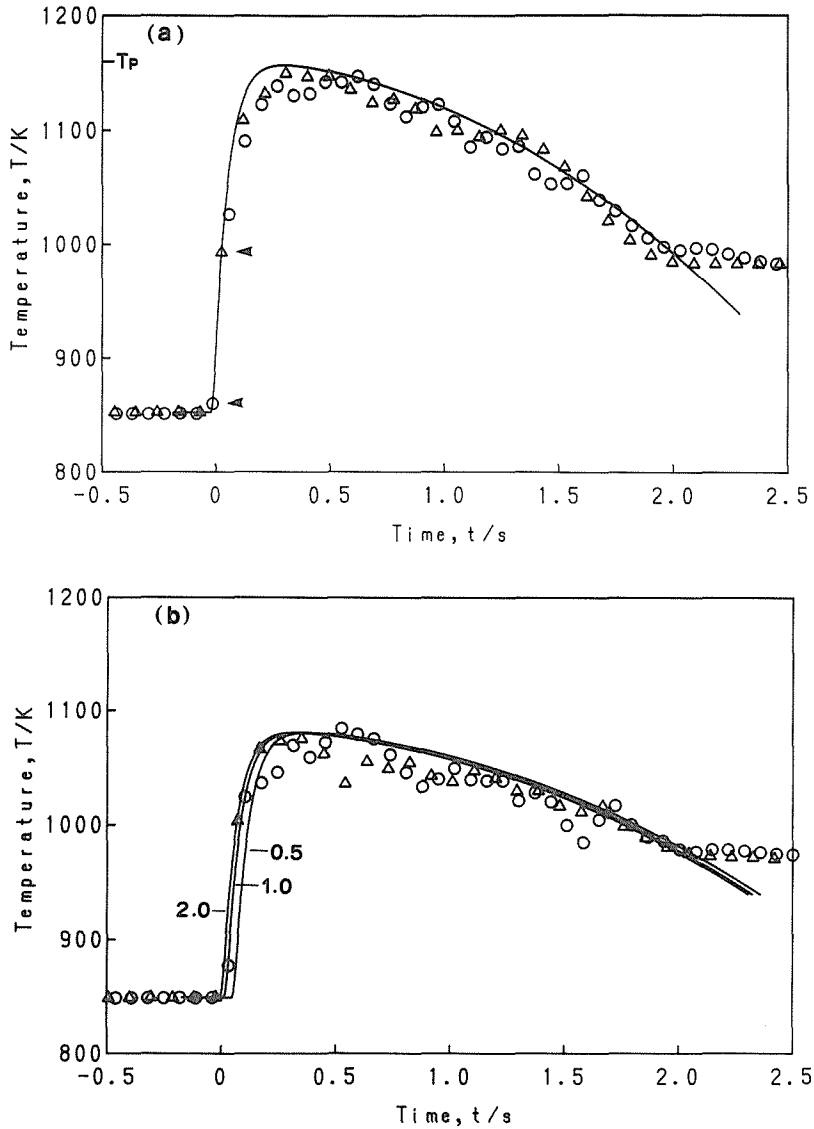


Fig. 8 時間-温度曲線の実測値とシミュレーション

(a)  $r=40\text{mm}$ 、 $z=40\text{mm}$ での時間-温度曲線の時間軸調節。

(b)  $r=40\text{mm}$ 、 $z=5\text{mm}$ での実験値とシミュレーションの比較による流速の推定

用した入力関数を用いる。これを  $T_A$  および  $T_B$  で表すことにする。

時刻  $t$  で湯面に突入した 2 次溶湯の流体要素が、 $z=40\text{ mm}$  の熱電対に到達するのに要する時間  $\tau_A$  は、次式で与えられる。

$$\tau_A = \Delta h / U_M \quad (1)$$

また、この間の冷却速度  $R_A$  は、

$$R_A = (T_P - T_A) / \tau_A = (T_P - T_A) / (\Delta h / U_M) \quad (2)$$

同様に、 $z=40\text{ mm}$  から  $5\text{ mm}$  まで到達する間の冷却速度  $R_B$  および湯面から  $z=5\text{ mm}$  まで

達する間の冷却速度  $R$  は、

$$R_B = (T_A - T_B) / (0.035 / U_M) \quad (3)$$

$$R = (T_P - T_B) / [(0.035 + \Delta h) / U_M] \quad (4)$$

Fig. 9 に、 $R$  の時間変化を示す。2 次溶湯は自由噴流領域で平均 2000 K/s 以上の冷却を受けることがわかる。

次に、一般に  $r = 40$  mm,  $z = 40$  mm の位置の熱電対周囲温度の時間変化  $T_A(t)$  が時間  $t$  の 2 次式で表せると仮定し、温度停滞を開始する時刻を  $t_c$ 、このときの温度  $T_A(t_c)$  を  $T_{AC}$  とすると、見かけの冷却速度は  $R_L = (T_P - T_{AC}) / t_c$  となり、

$$T_A(t) = T_P - (R_L / t_c) t^2 \quad (5)$$

(5) 式を (2) 式に代入して、

$$R_A = (R_L / t_c) t^2 / \tau_A \quad (6)$$

(6) 式において、タンディッシュ形状や 2 次溶湯量、タンディッシュと鋳型の距離などの鋳込み条件が同一ならば、 $t_c$  は一定値と考えて良いので、任意の時刻において  $R_A$  は  $R_L$  に比例することになる。よって、 $R_L$  は  $R_A$  の時間平均にも比例する。 $R_L$  は  $t$ - $T$  曲線から比較的簡単に求められるので、2 次溶湯冷却速度の良い指標となることが考えられる。

Fig. 10 に、様々の条件で行った複合鋳込みにおける  $R_L$  と初晶 Si 粒径  $D$  の関係を示す。両者の間には負の相関がみられる。 $R_A$  は比較的初期の冷却速度ではあるが、総体の冷却条件を一定程度反映していると考えられる。

Fig. 3 に示した複合鋳込みでは、初晶 Si 粒径は約 40  $\mu\text{m}$  であった<sup>2)</sup>。以前著者らが行った測定<sup>7)</sup>によれば、Al-32 mass%Si 合金の初晶 Si を 40  $\mu\text{m}$  まで微細化するには、947 K まで過冷却させる必要がある。またこのために必要な冷却速度は約 340 K/s である。自由噴流領域内での 2 次溶湯冷却速度は、Fig. 9 から 2200~3500 K/s 程度であり、初晶の微細化に必要な冷却速度より 1 オーダー大きい。また、壁面噴流領域では、凝固殻の溶解により熱を奪われると同時に溶解により生じる溶湯との混合も起こることから、自由噴流領域内に比較して冷却速度が大きく低下することは考えにくい。このことに加えて、Fig. 3 において、 $z = 40$  mm,  $r = 5$  mm の鋳壁近傍位置の温度が約 910 K 以下であることを考慮すると、実際に 2 次溶湯の一部が 947 K 以下まで過冷し、初

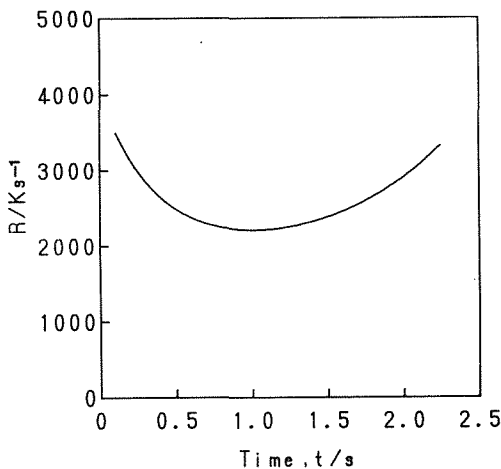


Fig. 9  $R$  の時間変化

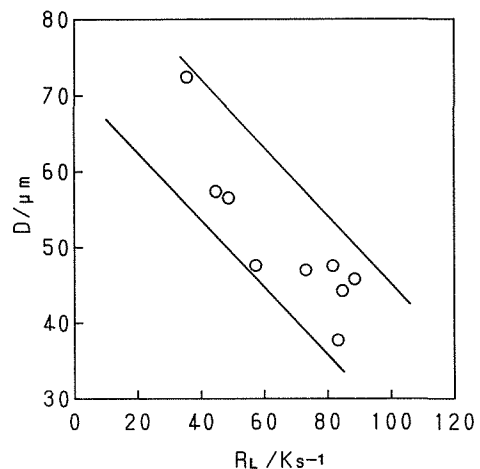


Fig. 10  $R_L$  と初晶 Si 粒径  $D$  の関係

晶の微細化をもたらした可能性は十分考えられる。この過程の詳細は、今後の壁面噴流領域の解析により明らかになるものと思われる。

#### 4. 結 言

水モデルによる観察および時間-温度曲線の解析から、上注ぎ式の複合鑄込み法における2次溶湯の流動パターン、2次溶湯流速および2次溶湯冷却速度の検討を試みた。得られた結果を以下に要約する。

- (1) 水モデルの観察から、2次溶湯の流動パターンは衝突噴流に類似していることがわかった。
- (2) 2次溶湯流の自由噴流領域における流速は、湯面直上での落下速度と同程度のオーダーである。
- (3) 2次溶湯が湯面から鑄型内高さ5 mmの位置まで流動する際の平均冷却速度は、約2200~3500 K/sである。
- (4) 時間-温度曲線における鑄型内高さ40 mm位置での見かけの冷却速度は、湯面から鑄型内高さ40 mmの位置まで2次溶湯が流動する間の冷却速度の時間平均に比例する。この見かけの冷却速度が大きいほど、初晶Si粒径は小さくなる傾向がみられた。

#### Appendix

##### A.1 2次溶湯の落下速度と鑄型内湯面上昇

Fig. 6 に示す寸法形状のタンディシュのノズル出口での単位時間当りの溶湯流量  $Q_N$  は Bernoulli の式をもとに次式のように表される<sup>8)</sup>。

$$Q_N = C S_N (2gH)^{1/2} \quad (7)$$

ここで、 $S_N$  はノズル流路断面積、 $g$  は重力加速度、 $H$  はタンディシュ内湯面高さ、また  $C$  はノズルの流量係数であり次式で表される。

$$C = C_c \cdot C_v = C_c (1 + \xi)^{-1/2} \quad (8)$$

$$\xi = \xi_i [1 - (S_N/S_T)^2] \quad (9)$$

(8)式の  $C_v$  は速度係数、 $C_c$  は収縮係数、 $\xi$  は形状損失係数であり、(9)式の  $\xi_i$  は入口損失係数、 $S_T$  はタンディシュの断面積である。ここで、 $\xi_i = 0.4 \sim 0.5$ 、また、 $C_c = 1$  である。本計算では、 $C = 0.817$  とした。

ここでノズル出口での2次溶湯の流出線速度を  $U_N$  とする（落下方向に正）と、

$$U_N = Q_N/S_N = C (2gH)^{1/2} \quad (10)$$

次に微小時間  $dt$  間に流出する溶湯体積  $Q_N dt = C S_N (2gH)^{1/2} dt$  を考え、タンディシュ内外の溶湯に関する質量保存則をとると  $-S_T dH = Q_N dt$ 。よって、

$$dt = -S_T dH / C S_N (2gH)^{1/2} \quad (11)$$

(11)式を変形して積分することにより、 $H$  を  $t$  の関数として表すことができる。

$$H(t) = [H_0^{1/2} - C(S_N/S_T)(g/2)^{1/2}t]^2 \quad (12)$$

$H_0$  はタンディシュ内の湯面初期高さである。時刻  $t_1$  においてノズルから流出する流体要素  $F_1$  の流出線速度  $U_{N1}$  は(10)式より、

$$U_{N1} = C(2gH_1)^{1/2} \quad (13)$$

ここでは下付き添字の数字  $i (= 1, 2, \dots)$  は時刻  $t_i (= t_1, t_2, \dots)$  における値を示すものとする。

流体要素  $F_1$  が時刻  $t_2$  で鑄型内溶湯の湯面に達するとすると、

$$h_0 - \Delta h_2 = \int_0^{t_2 - t_1} (U_{N1} + gt') dt' \quad (14)$$

ここで、 $h_0$  はノズル出口と鋳型内初期湯面との距離、 $\Delta h_2$  は時刻  $t_2$  における鋳型内湯面高さとの差である。

一方、 $0 \sim t_1$  の時間にタンディッシュから流出した溶湯の総体積について、マス・バランスをとると、

$$S_T (H_0 - H_1) = S_M \Delta h_2 \quad (15)$$

よって、

$$\Delta h_2 = (H_0 - H_1) (S_T / S_M) \quad (16)$$

ここで、 $S_M$  は鋳型断面積である。(16)式を(14)式に代入し(13)式を用いると、

$$h_0 - (H_0 - H_1) (S_T / S_M) = \int_0^{t_2 - t_1} [C (2gH_1)^{1/2} + gt'] dt' \quad (17)$$

(11)式の右辺の積分を計算して整理すると、

$$t_2 = t_1 - C (2H_1/g)^{1/2} + [C^2 (2H_1/g) + 2h_0/g - 2(H_0 - H_1) (S_T / S_M) / g]^{1/2} \quad (18)$$

$t_1$  を既知とすると(12)式と(18)式から  $t_2$  を知ることができる。

流体要素  $F_1$  が  $t_2$  で鋳型内溶湯の湯面に達したときの速度  $U_{M2}$  は、

$$U_{M2} = U_{N1} + g(t_2 - t_1) = C (2gH_1)^{1/2} + g(t_2 - t_1) \quad (19)$$

(12)式、(18)式および(19)式より、 $U_{M2}$  を  $t_1$  の関数として求めることができる。

Fig. 7 は、 $t_1$  を媒介変数として計算した、時刻  $t_2$  による  $\Delta h_2$  と  $U_{M2}$  の変化を示している。ここで、最後の2次溶湯流体要素が湯面に達する時刻は、(12)式で  $H=0$  とおいて得られる  $t$  を(18)式の  $t_1$  に代入し、 $H_1=0$  とおくことにより計算される。この例では2.26sとなり、複合鋳込みで、2次溶湯鋳込み開始から温度停滞に至るまでの時間に近似した値となっている。

## A.2 データ・サンプリング・シミュレーション

### (1) 熱電対の応答

熱電対の接点内の熱抵抗を無視すると、熱電対の応答特性は1次遅れ系となる<sup>9)</sup>。1次遅れ時定数  $T$  は、室温の熱電対を1073KのAl-12mass% Si合金溶湯に瞬間的に挿入する実験から求め、 $T=0.059s$ を得た。

入力(すなわち熱電対周囲の温度)  $y(t)$ が、

$$y(t) = y_0, [t < 0] \quad (20 a)$$

$$y(t) = y_1 + at^2, [t > 0] \quad (20 b)$$

のとき、熱電対の応答  $x(t)$ は、

$$x(t) = y_0, [t < 0] \quad (21 a)$$

$$x(t) = y_0 + at^2 + (b - 2aT^2) [1 - \exp(-t/T)] + 2aTt \cdot \exp(-t/T) \quad (21 b)$$

となる。ここで  $b = (y_1 - y_0)$  とおいている。(21 b)式はDuhamelの積分<sup>10)</sup>を用いて導出した。なお、 $a=0$ のとき上式はステップ応答となる。

### (2) 実測データとのフィッティング

温度計測においてデータのサンプリングを開始する時刻を  $t$ 、サンプリング時間を  $t^*$  とすると、時刻  $t$  における計測データ  $T(t)$  は(23)式となる。

$$T(t) = (1/t^*) \int_t^{t+t^*} x(t') dt' \quad (23)$$

Fig. 8(a)では、 $y_0=852.3$  K (2次鋳込み直前の1次溶湯温度)、 $y_1=1160$  K (2次溶湯の鋳込み温度)とし、(20 b)式より  $t \ll 1$  では  $a$  の影響は小さいことから、まず  $a=0$  として(23)式を計算し、実測値の時間軸を調節した。つぎに、計算曲線が実測値における停滞開始点を通るように  $a$  値を決定し、 $a=-42.4$  を得た。

Fig. 8(b)では  $y_0=849.2$  K、 $y_1=1083$  K として(23)式の計算を行い、2次溶湯流速(0.5, 1.0, 2.0 m/s)に対応する時間ずれ分だけ計算曲線をシフトさせた。ここで  $y_0$  は2次鋳込み直前の1次溶湯温度の実測値である。 $y_1$  の値は、Fig. 8(a)の  $z=40$  mm の場合のような基準が無いので、実測値のピーク温度を与えた。 $y_1$  値を25 K ( $y_0$  と  $y_1$  の温度差の約10%) 上下させた場合も検討したが、温度曲線の立ち上がりの初期についてはほとんど差がみられなかった。また、Fig. 8(a)と同様にして  $a=-27.5$  を得た。この際、曲線のシフト幅の差は小さく、これによる相違は無視できる程度である。

#### 参考文献

- 1) 武田義信：軽金属, 37 (1987), 639.
- 2) 大参達也, 工藤昌行：日本金属学会誌, 54 (1990), 700.
- 3) 大参達也, 工藤昌行, 高橋忠義：日本金属学会第105回大会講演概要集, (1989), 360.
- 4) 大参達也, 田中康博, 工藤昌行：投稿中
- 5) 日本機械学会編：機械工学便覧 A 5 流体工学, 日本機械学会, (1986), A 5-65.
- 6) 工藤昌行, 大参達也, 高橋忠義：日本金属学会誌, 51 (1987), 941.
- 7) 大参達也, 田中康博, 工藤昌行：北海道大学工学部研究報告, 156 (1991), 1.
- 8) 大中逸雄：コンピュータ伝熱・凝固解析入門 鋳造プロセスへの応用, 丸善, (1985), 114.
- 9) 井伊谷鋼一, 堀田和之：プロセス制御の基礎, 朝倉書店, (1967), 78.
- 10) 井伊谷鋼一, 堀田和之：プロセス制御の基礎, 朝倉書店, (1967), 27.