



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	非線形時系列データ解析 : 3. "MemCalc"を用いた理工学分野の時系列データの解析
Author(s)	大友, 詔雄; Ohtomo, Norio; 寺地, 三朗 他
Citation	北海道大學工學部研究報告, 160, 25-37
Issue Date	1992-07-30
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/42315
Type	departmental bulletin paper
File Information	160_25-38.pdf



非線形時系列データ解析

3. “MemCalc”を用いた理工学分野の時系列データの解析

大友 詔雄*) 寺地 三朗**) 岩佐 浩克*) 田中 幸雄***)

(平成4年3月27日受理)

Nonlinear Time Series Analysis

3. An Analysis of Time-Series Data in Natural Science and Engineering Branches by The Use of “MemCalc”

Norio OHTOMO*) Saburou TERACHI**) Hirokatsu IWASA*) and Yukio TANAKA***)

(Received March, 27, 1992)

Abstract

Time-series data in natural science and engineering branches, such as variations of temperature in chemical reaction processes, sunspot numbers, river flow, density-fluctuations of turbulent plasma and white noise, are analyzed by the use of MemCalc system, which is a newly-devised realization of nonlinear analysis (see paper 2 in the present series).

PSD's (power spectral densities), autocorrelation functions and the best fitting curves for these time-series data are calculated by MemCalc. Residual time-series, which is the remaining factor obtained by a subtraction of the best fitting curve from the raw data, is also analyzed. An example of forecasts is demonstrated. The lag-dependence of MEM-PSD and the log-transformation are discussed.

1. はじめに

前報で詳細に報告した“MemCalc”システム^{1,2)}は、非線形時系列データ解析を一切の恣意性を排除して厳密に行うコンピュータ・ソフトである。MemCalcは、これまで既に、生物・医学分野³⁾をはじめ、理工学分野、社会・経済学分野における極めて多種多様な時系列データの解析に用いられ、例外なく優秀な性能を実証している。そして、単にスペクトル解析だけに止まらず、非線形最小二乗法としても、更には、予測解析への発展やカオス解析への橋渡しとしても十分有効なツールとなり得ることを明らかにしている。本報告では、理工学分野の時系列データの典型例として、化学反応過程の温度変動、太陽黒点数の変動、河川の流量データ、乱流状態のプラズマの密度ゆらぎ、白色雑音の5種類の時系列データを選び、これらの時系列データへの適用結果について紹介する。次報以降で、社会・経済学分野や生物・医学分野の時系列データへの適用結果についても紹介する。

*) 北海道大学工学部原子工学科

**) 北海道工業大学経営工学科

***) (有)諏訪トラス

2. 時系列データ

本報告では、理工学分野の時系列データの典型例として、図1に示す5種類のデータ(化学反応過程の温度変動, 太陽黒点数の変動, 河川の流量データ, 乱流状態のプラズマの密度ゆらぎ, 白色雑音)を解析対象とする。

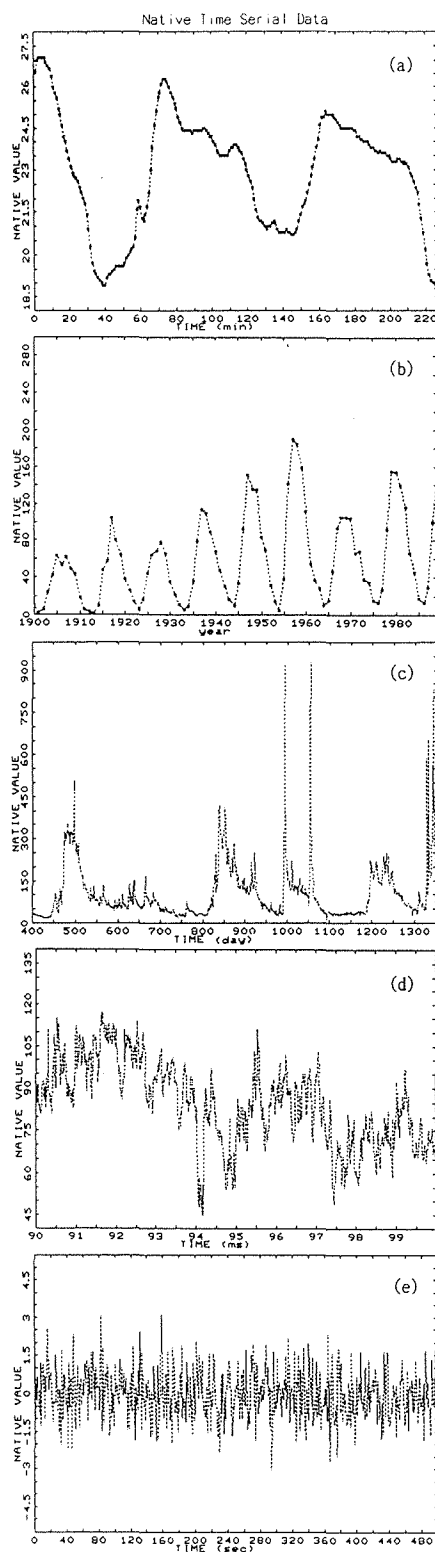
化学反応過程の温度変動: 図-1(a)は, 化学反応過程の温度変動の記録である。データは, Box-Jenkinsの書⁹⁾に掲載されている時系列データ(Series C)である。サンプリング間隔は1分, データ点数226点の時系列データである。強い周期性が認められるが, 極めて特異な変動パターンである。

太陽黒点数の変動: 図-1(b)は, 太陽のウォルフ黒点数の1900年から1989年の年毎の変動値である。データ値は, 理科年表⁹⁾からとった。11年周期と言われる顕著な周期特性が観測されるが, それだけでは十分に説明できない複雑な変動パターンである。

河川の流量データ: 図-1(c)は, 十勝川の流量の日単位の1000日間の時系列データ(流量年表による^{6,7)})である。基底変動として, 1年の周期特性が観測されるが, かなり複雑な周期特性パターンをもち, 更にそれに加えて間歇的なゆらぎ変動を伴う複雑な時系列である。

乱流状態のプラズマの密度ゆらぎ: 図-1(d)は, MHD燃焼プラズマ乱流の密度ゆらぎの時系列データである⁸⁾。大きくうねる基底変動を除くと, 大きな振幅をもつゆらぎ成分が主体をなす時系列データである。このゆらぎは白色雑音ではなく, Kolmogoroffの乱流として知られるものである⁹⁾。

白色雑音: 図-1(e)は, 白色雑音の時系列データである。データの出所はPriestleyの書¹⁰⁾である。



- (a) 化学反応過程の温度
- (b) 太陽黒点数
- (c) 河川の流量
- (d) MHDプラズマ乱流の密度ゆらぎ
- (e) 白色雑音

図-1. 時系列データ

3. 解析の方法

前述の5種類の時系列データについて、著者の1人田中によって開発された汎用時系列データ解析システムMemCalc²⁾を適用し、スペクトル解析(PSDと自己相関関数)、非線形最小二乗fitting、予測解析を行う。また、カオス解析への発展として、“アトラクタ”も求める。

MemCalcシステムは、最大エントロピー法(MEM: Maximum Entropy Method)に基づくスペクトル解析法とそれを組み込んだ非線形最小二乗法の2つを中核とするコンピュータ・ソフトである。詳細については、前報²⁾もしくは関係文献¹⁾を参照されたい。

4. PSDと自己相関関数

与えられた時系列データ(図-1)のPSDと自己相関関数が図-2に示されている。上から順に、化学反応過程の温度変動、太陽黒点数の変動、河川の流量データ、乱流状態のプラズマの密度ゆらぎ、白色雑音についてのPSD(左)と自己相関関数(右)である。

化学反応過程の温度変動: 図-2(a)に示される化学反応過程の温度変動のPSDには、孤立ピークとして、周期値88.67分の卓越ピーク(相対強度1)に次いで周期値45.5分(相対強度0.062)、31.16分(相対強度0.002)、22.97分(相対強度0.013)、15.43分(相対強度0.002)などが観測される。孤立ピークはかなり幅広いピークである。また、卓越ピークの強度に比べて、その他のピーク強度は6%以下である。更に、PSDの強度は、高周波数側には周波数の“-4乗”で逡減しており、かなり急激に落ち込んでいる。従って、この化学反応過程の周期変動は、88.67分の周期をもつ卓越周波数の変動とそのまわりの種々の周波数の変動の重ね合わせであることがわかる。

このことは、図-2(a')に示される自己相関関数の振舞いからも十分に理解できる。自己相関関数の振動は、基本的に卓越ピークの周期によっているが、連続的に変わる多くの振動が重なっているため、減衰は大きく、20回ほどの振動でほとんど減衰しきっている。

太陽黒点数の変動: 図-2(b)に示される太陽黒点数のPSDの卓越ピーク(相対強度1)は、周期値10.50年にあり、極めて急峻なピークである。この周期は良く知られている11年周期に対応している。このピークに次いで、周期値137.34年(相対強度0.027)と5.31年(相対強度0.015)の2つの孤立ピークが観測されるが、いずれも強度は卓越ピークの3%以下である。さらに強度を下げてその他の多くの孤立ピークが観測されている。

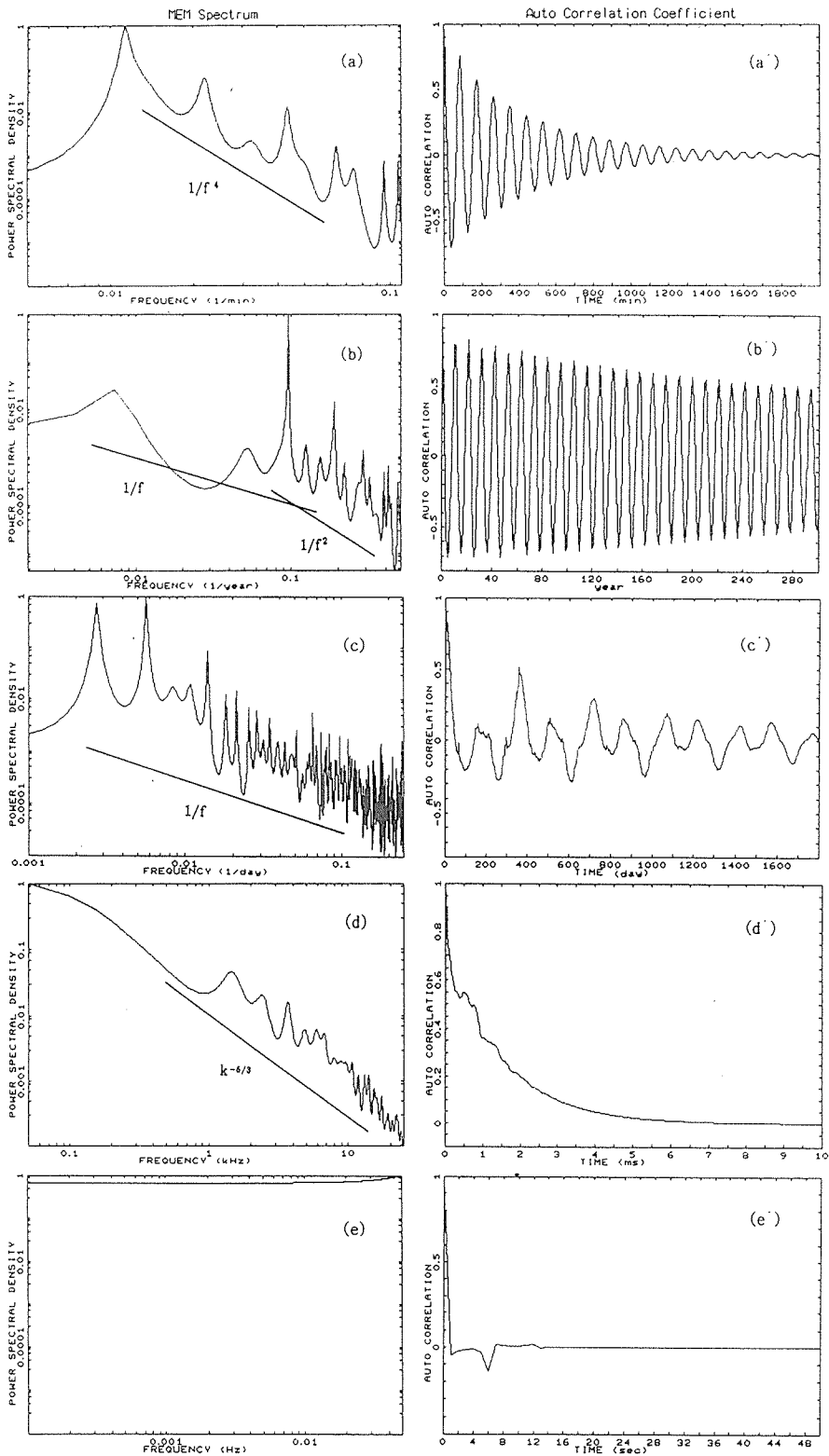
このことは、図-2(b')に示される自己相関関数の振動が、11年周期であること、また、振動が100回を越えてもまだ十分に減衰しきらないことなどと良く合致している。

太陽黒点数の変動のPSDで興味深いことは、PSDの強度が、高周波数領域(≥ 0.1 [1/year])では、周波数の“-2乗”で逡減しているが、周波数の全領域ではほぼ“-1乗”で逡減していること、即ち、“1/f like-スペクトル”となっていることである。

河川の流量データ: 図-2(c)に示される河川の流量のPSDの卓越ピークは2つ観測され、それぞれ368.2日(相対強度0.753)と175.9日(相対強度1)の周期をもつ比較的急峻なピークである。次いで71.8日(相対強度0.087)の周期のピークが観測される。その他、118.6日、92.2日、55.0日、47.3日の周期のピークが見られるが、いずれも相対強度は1~2%である。また、高周波数側では無数のピークが観測される。

図-2(c')に示される自己相関関数の変動パターンには、2つの孤立した卓越ピークの影響が反映していることが良くわかる。

PSDの強度は、太陽黒点数の場合と同様に、高周波数領域(≥ 0.03 [1/day])では、周波数



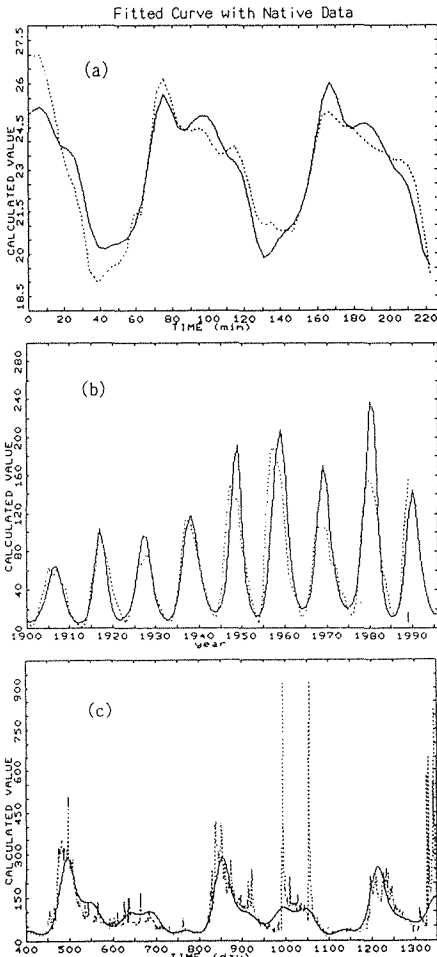
- (a), (a') 化学反応過程の温度
- (b), (b') 太陽黒点数
- (c), (c') 河川の流量
- (d), (d') MHDプラズマ乱流の密度ゆらぎ
- (e), (e') 白色雑音

図-2. MEM-SPD(a)~(e)と自己相関関数(a')~(e')

の“ -2 乗”で通減しているが、周波数の全領域にわたっては“ -1 乗”で通減している、即ち、“ $1/f$ like-スペクトル”となっている。

乱流状態のプラズマの密度ゆらぎ：MHDチャンネル内を超高速(250m/sec)で流れるプラズマ状態の燃焼ガスの流れは、磁場が印加されていなければ、有名なKolmogoroffの乱流となる⁸⁾⁹⁾。この乱流の密度ゆらぎのPSD(図-2(d))の特徴は、孤立した卓越ピークは観測されず、波数(k)空間でのPSDが、 k の“ $-5/3$ 乗”で通減することである。

このため、図-2(d)に示される自己相関関数には顕著な振動は現れず、微妙な振動を含みつつ



大きく減衰するパターンとなっている。

白色雑音：相関関数が δ 関数である定常マルコフ過程を白色雑音という。このため、白色雑音のPSDは周波数によらない一定強度になる。即ち、白色雑音はすべての周波数成分を平等な強さで含む。図-2(e)のPSDは明らかに全ての周波数について一定強度をとっている。また、図-2(e')の自己相関関数は、相関時間6secあたりの負側へ切り込んだ谷を除けば、全体としてはほぼ δ 関数に近いパターンを示している。

5. 最適あてはめ曲線

MemCalcを用いて計算された最適あてはめ曲線が、図-3に示されている(点線：原時系列データ、実線：最適あてはめ曲線)。(a)は化学反応過程の温度変動、(b)は太陽黒点数、(c)は河川の流量データについての結果である。プラズマの密度ゆらぎと白色雑音については、基底変動部分はなく、ランダムに激しく変動するゆらぎ成分が主体であるため、最適あてはめ曲線は意味をなさない。

- (a) 化学反応過程の温度
- (b) 太陽黒点数
- (c) 河川の流量

図-3. 時系列データ(破線)と最適あてはめ曲線(実線)

化学反応過程の温度変動：図-3(a)は、周期値88.67分、45.51分、31.16分、22.97分、15.43分の5つの周期値を用いて計算された最適あてはめ曲線である。非常に特異なパターンにもかかわらず、原時系列データは、5つの周期モードをもつ周期関数の重畳によって基本的に再現されていると見てよい。5つの周期成分の寄与については後述される。

太陽黒点数：図-3(b)は、周期値137.3年、19.2年、10.5年、8.0年、6.5年の5つの周期値を用いて計算された最適あてはめ曲線である。一見単一の周期性の高いパターンに見えるが、以上の5つの周期値のうち、最初から3~5個の周期値を用いなければ最適あてはめ曲線は得られない。

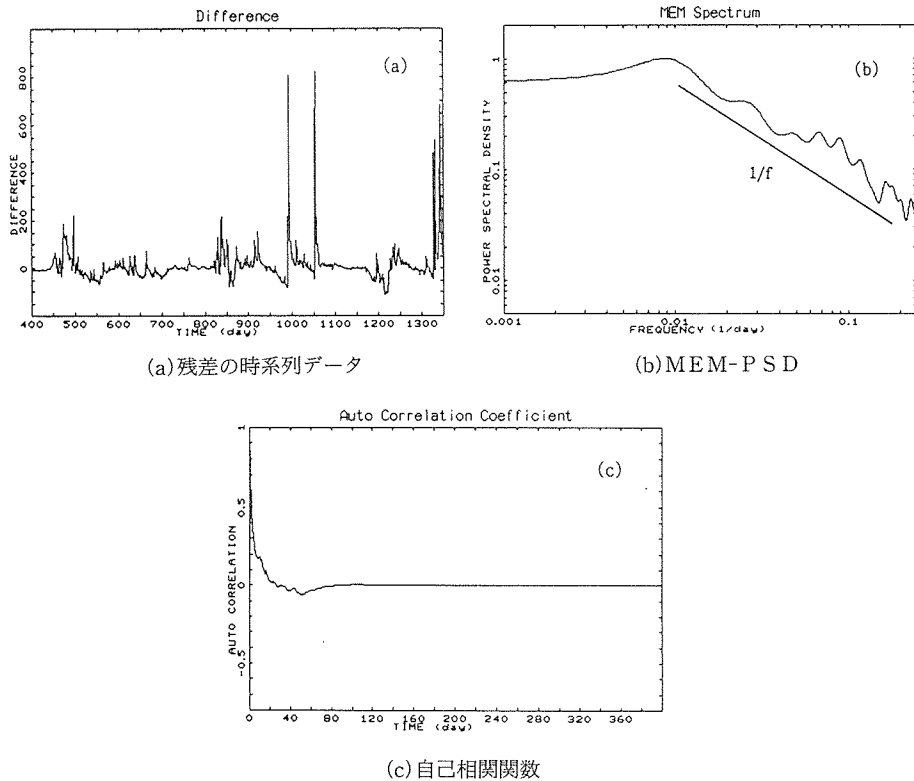


図-4. 河川流量の残差の時系列データの解析

5つの周期成分の寄与については後述される。

河川の流量データ：図-3(c)は、周期値368.2日、175.9日、118.6日、92.2日、71.8日の5つの周期値を用いて計算された最適あてはめ曲線である。河川流量の基底変動パターンは、非常に複雑な周期構造をもっているにもかかわらず、原時系列データの基底変動については基本的に再現されていると見てよい。

6. 残差の時系列データの解析

原時系列データ(図-3の点線)とその最適あてはめ曲線(図-3の実線)との差として得られる残差の時系列データを、再びMemCalcを用いて解析することによって、更に意味のある結果を引き出すことができる。図-4は、河川流量データについての結果である。(a)が残差の時系列データ、(b)がそのPSD、(c)が自己相関関数である。

残差の時系列データは、原時系列データに含まれていた基底変動部分が取り除かれた、非周期的なゆらぎ成分である。従って、この残差の時系列データを解析することによって、不規則に増減を繰り返す河川流量のゆらぎ特性に関する知見が得られるはずである。

残差の時系列データのPSD((b)図)は0.01(1/day)以上の周波数領域で、周波数の“ -1 乗”で逓減している、即ち、“ $1/f$ -スペクトル”となっている。これは次のように解釈できる。原時系列データのPSDでは、周期性の(特別な強い相関をもつ)基底変動部分の影響によって、高周波数領域における“ -2 乗”依存性を含みつつ、周波数の全領域で周波数の“ -1 乗”で逓減する、即ち、“ $1/f$ like-スペクトル”となっていた(図-2(c))。それに対して、基底変動の影響を取り

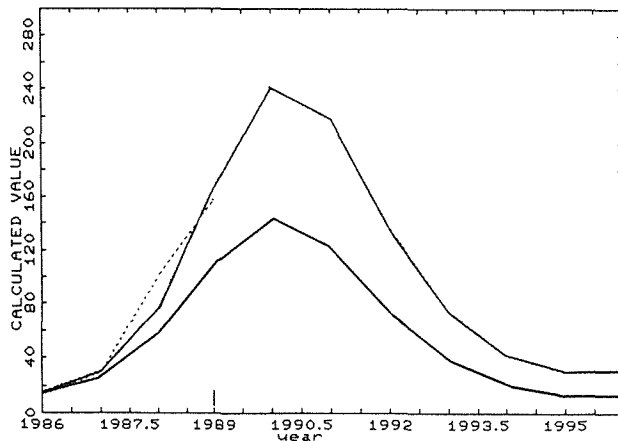


図-5. 太陽黒点数の予測解析の結果

除いたゆらぎ成分に対するPSDでは、相関はより弱められ、この場合は間歇性カオスのスペクトルである“ $1/f$ -スペクトル”が観測されることになった。こうして、河川流量の不規則変動は間歇性カオスを示し、河川流量のゆらぎについては白色雑音とするこれまでの流量モデルについては再検討を必要とすると思われる。この意味は極めて重要である。

7. 予測解析

第1報で、MemCalcシステムが、予測解析のための強力な手段となることを指摘し、具体的事例として、流行性耳下腺炎患者数の予測解析結果を報告した¹⁾。ここでは、太陽黒点数の変動(図-1(b))の予測解析への応用例を紹介する。

図-5は、図-1(b)に示した1900年から1989年までの年毎の時系列データを解析対象とし、1990年から1996年までの6年間の太陽黒点数の変動予測を行った結果である。これには予測上限と下限を示す曲線が描かれており、実際の変動はこの2曲線の間にある。この期間の太陽黒点数の変動については、89年から90年にかけて極大期になり、極大値はほぼ150(前世紀半ば以降の中で2、3位ぐらい)、その後漸減し、91年7月末で130程度であるということが知られている。予測結果はこの事実と合致する。

8. アトラクタ表示

カオス解析の分野で広く用いられている“アトラクタ”は、時系列データに秘められている内在的な固有の特性を可視化するのに役立つ。図-6は、本報で取り扱っている5種類の時系列データのアトラクタを描いたものである。それぞれ5通りの特徴的なアトラクタとなっている。“ $1/f$ スペクトル”をもたらす太陽黒点数の変動や河川流量データのアトラクタ(図-6(b),(c))は、リミットサイクルを伴うカオス的なアトラクタとなっている。また、プラズマ乱流のアトラクタ(図-6(b))も乱流現象に特有のアトラクタとなっている。白色雑音のアトラクタは、位相平面全域を無秩序に隙間なく塗りつぶすものになるはずである。我々が得た結果(図-6(c))は明らかにそうになっている。

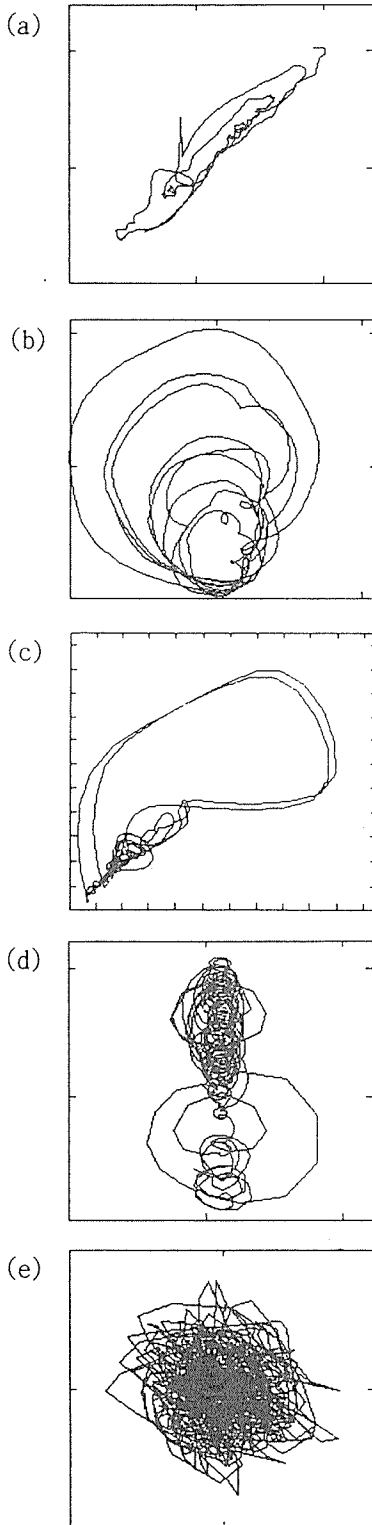
9. 議 論

9-1. PSDのラグ依存性

MEMスペクトル解析においては、最適な予測誤差フィルタ次数(ラグ, lag)の選定が、正確なスペクトル推定的前提条件である。これはまだ未解決の問題であるが、これに関して著者の一人寺地は、MemClacを用いて、河川流量データについて、MEM-PSDのラグ依存性を詳細に検討し重要な知見を得ている¹²⁾。

図-1(c)に示した十勝川の1000日間の日流量時系列データ(データ期間は図-1(c)とは多少異なる)について、1/2圧縮処理を行いデータ点数を500点とした修正時系列データに対して、ラグ値を6~330まで変えて得られたPSDが図-7(a)に示されている。小さなラグ値では滑らかなPSD曲線であるが、ラグ値の増大に伴い明確なピークが現れ、更にラグ値が大きくなるにつれそのピークが分岐し急峻化する。

このような激しいラグ依存性のため、MEM-PSDの頑健性に対して従来から強い疑問が呈されていた。しかし、図-7(a)の結果は、次の2点について、逆にMEM-PSDの頑健性を明らかにしている。第1は、PSDの傾きの周波数特性がラグ値に依存しないことである。即ち、全てのPSDの傾きは、ラグ値6の場合のPSD曲線と同じである。第2は、あるラグ値を越えるとピーク位置はほぼ一定になること、即ち、従来指摘されているようなピークシフトはラグ値の小さい範囲で見られることである。(a)図の場合について、2つの卓越ピークを含めた5つの主要ピークの位置のラグ依存性を(b)図にまとめてある。この結果から判るように、ラグ値が180を越えると5つのピーク位置は動かない。



- (a) 化学反応過程の温度
- (b) 太陽黒点数
- (c) 河川の流量
- (d) MHDプラズマ乱流の密度ゆらぎ
- (e) 白色雑音

図-6. 時系列データのアトラクタ

我々は、最適なラグ値の選定基準として、CCT法¹³⁾によるラグ値と $N/2$ (N :データ点数)の間に出現するFPEやAICあるいはCATの極小値を与えるラグ値を最適値としている^{2,8,11,注)} 図-7の場合、CCTは108であり、これと $N/2=250$ との間に出現するFPEなどの極小値は184であった。図-7(b)は我々の選定基準が妥当であることを示している。

注) CCT: Characteristic Correlation Time 特性相関時間

FPE: Final Prediction-Error 最終予測誤差

AIC: Akaike's Information Theoretical Criterion 赤池の情報量規準

CAT: Autoregressive Transfer Function Criterion 自己回帰変換関数規準

9-2 周期成分の寄与

図-3に示した最適あてはめ曲線は、5つの主要な周期モードを取り込んで求められたものである。5つの周期モードそれぞれの寄与をみるために、化学反応過程の温度変動と対数変換された太陽黒点数の変動の時系列データについて、長周期モードから順に取り込んであてはめ曲線を求めた結果が、図-8にまとめて示されている。

化学反応過程の温度変動(左)については、上から順に、1周期モード(88.67分)、2周期モード(88.67+45.51分)、3周期モード(88.67+45.51+31.16分)、4周期モード(88.67+45.51+31.16+22.97分)の結果である。各々の周期モードは、MEM-PSDのピーク位置から求めたものである。この4周期モードの結果を、更に15.43分の周期モードを取り込んだ5周期モードの結果(図-3(a))と比べると、両者にはほとんど差がない。従って、この場合は、4周期モードの結果を最適あてはめ曲線としても不都合ではない。

太陽黒点数の変動(右)については、上から順に、1周期モード(137.34年)、2周期モード(137.34+19.16年)、3周期モード(137.34+19.16+10.50年)、4周期モード(137.34+19.16+10.50+8.03年)の結果である。卓越周期モードである10.50年を取り込んだ段階で、ほぼ最適あてはめ曲線が実現されている。従来から明らかにされている11年周期モードの寄与は決定的である。

9-3 対数変換処理

時系列データの対数変換は、ARIMA(自己回帰和分移動平均 AutoRegressive Integrated Moving Average)モデルにおけるBox-Cox変換の一つに該当する。非定常時系列データの解析に利用される変換であり、太陽黒点数や河川流量などの時系列データの解析に有効である。¹²⁾ 対数変換された太陽黒点数の時系列データに対して、MemCalcシステムによる最適あてはめ曲線の計算結果は図-8(右)に示した通りである。

図-9には、対数変換された河川流量の時系列データについての結果がまとめて示されている。(a)図は対数変換時系列データ(図-9(b)の破線)に対する自己相関関数である。これと原時系列データ(図-1(c))に対する自己相関関数(図-2(c'))とを比べると、対数変換の自己相関関数への顕著な影響が良くわかる。これは対数変換によって、間歇的なバースト状のゆらぎ成分が丸められ、周期的基底変動成分が強められた結果であると考えられる。(b)図には、対数変換時系列データ(破線)に対する最適あてはめ曲線(実線)が示されている。複雑な変動パターンが良く再現されている。このように、対数変換処理は単なる数学的変換に過ぎないのであるが、時系列データの性質によっては高い有効性を発揮する。しかし、逆に残差の時系列データの白色化を強める傾向をもち、時系列データのゆらぎ成分が本来もっていた情報を喪失させる場合もある¹⁴⁾。

9-4 PSDの対数軸変換

太陽黒点数の変動の時系列データのMEM-PSDは、横軸、縦軸ともlinearスケールで描けば図-10(a)となるが、縦軸のみ対数スケールにすれば(b)図のようになる。また、横軸、縦軸とも対数スケールにすれば図-2(b)となる。このように、全く同じ内容のグラフでありながら、軸のスケールの取り方で読み取ることのできる情報にはかなりの違いが出る。図-10(a)からは、太陽

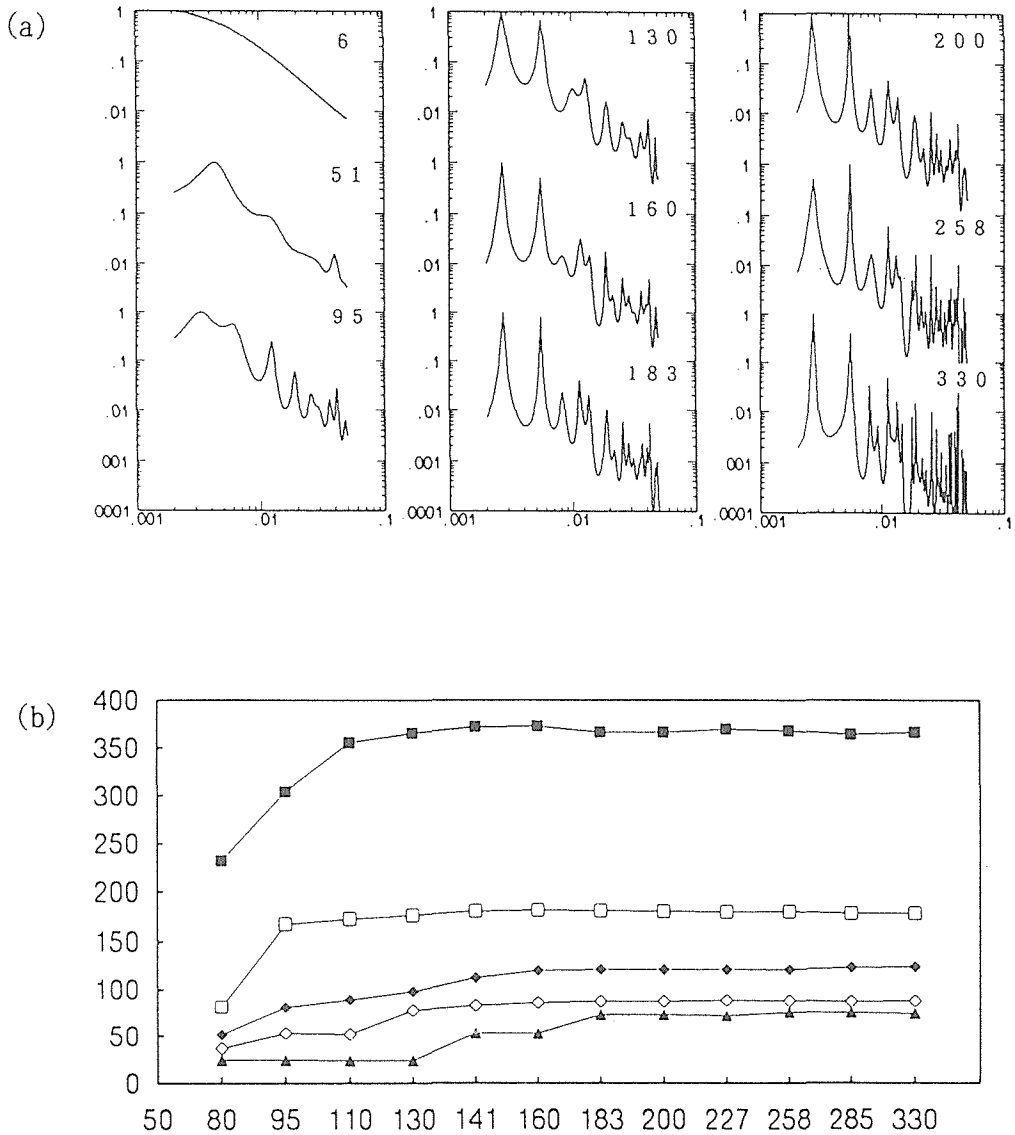
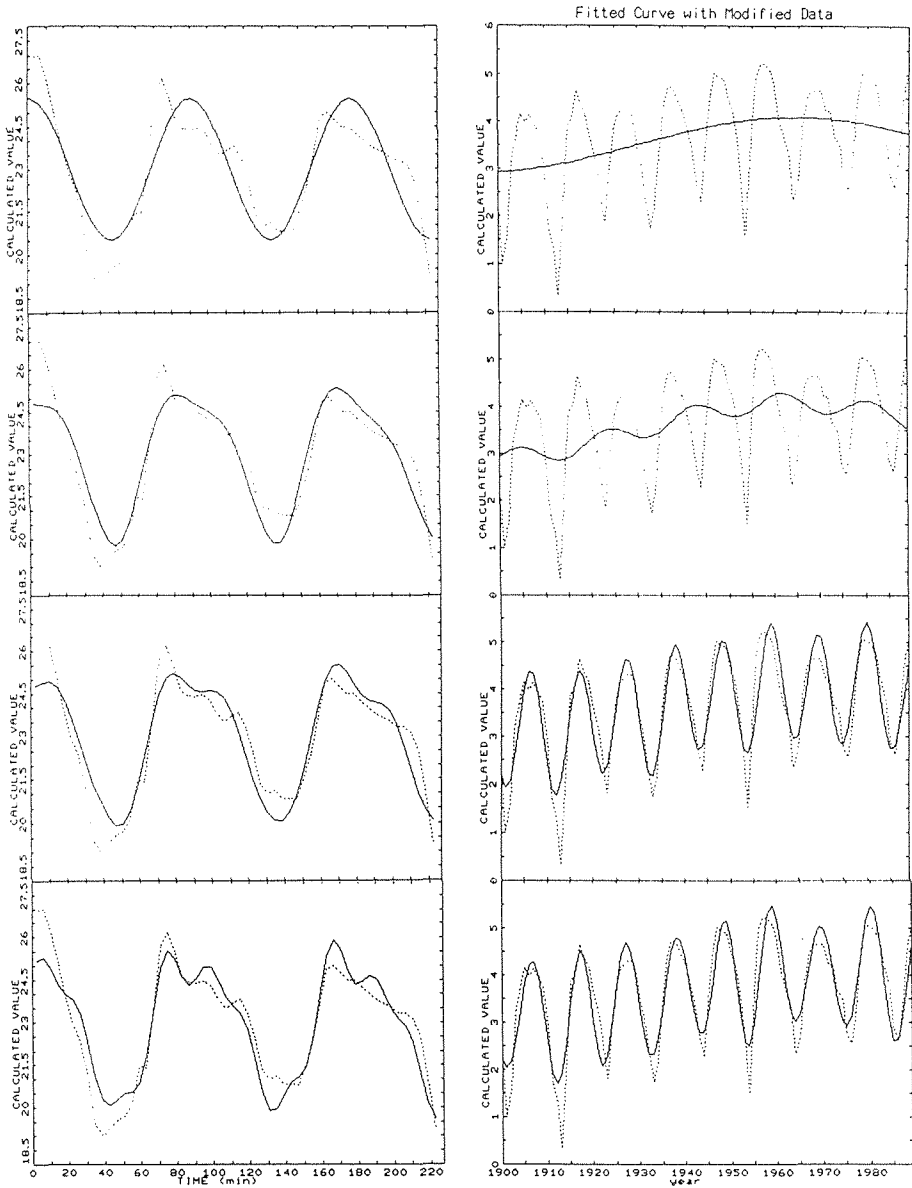


図-7. (a)MEM-PSDのラグ依存性と(b)代表的な周期のラグ依存性

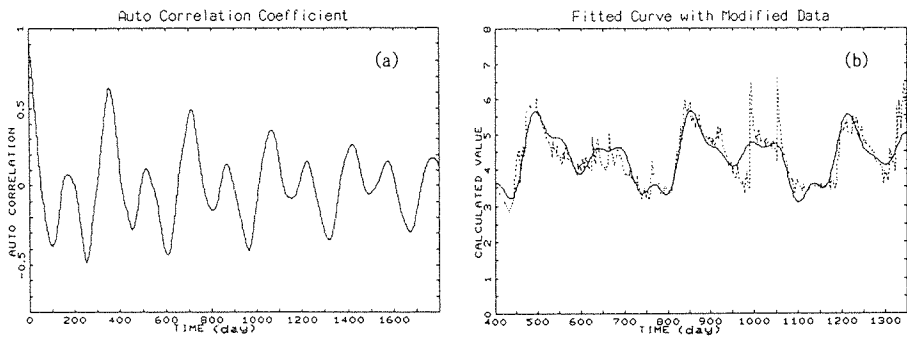
黒点数の変動の11年周期モードが主要な変動であることを読み取るには好都合である。図-10(b)は、11年周期を中心にして幾つかの周期モードが存在することを良く表示している。図-2(b)からは、PSDの傾きの周波数特性についての知見が容易に得られる。このようなわけで、軸のスケール変換はささいなことに思われるが、実際に容易に実行できるということは極めて重要なことである。MemCalcシステムは、こうした軸のスケール変換も簡単に自在にできるようになっている。



(左) 化学反応過程の温度

(右) 対数変換された太陽黒点数

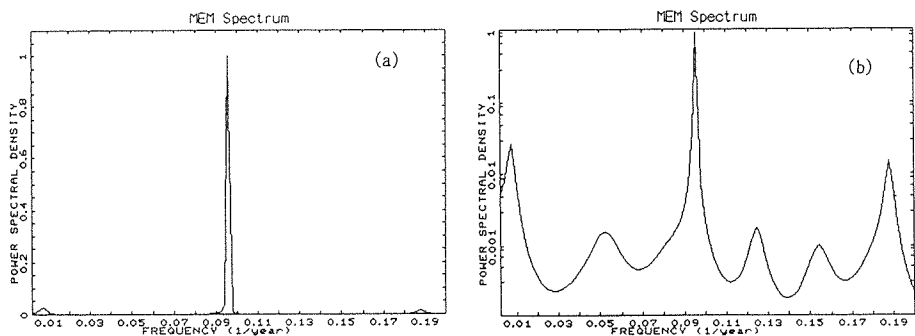
図-8. 最適あてはめ曲線に対する周期モードの寄与



(a) 対数変換処理された時系列データの自己相関関数

(b) 対数変換処理された時系列データへの最適あてはめ曲線

図-9. 対数変換処理の効果



(a) 両座標軸のlinearスケール表示

(b) 縦座標軸の対数スケール表示

図-10. PSD表示の違い

引用文献

- 1) 大友詔雄, 寺地三朗, 田中幸雄: 非線形時系列データ解析 1. 解析法と基礎理論, 北海道大学工学部研究報告, 第158号, (1992), 43. [第1報]
- 2) 田中幸雄, 大友詔雄, 寺地三朗: 非線形時系列データ解析 2. 汎用時系列データ解析システム "MemCalcの構成", 北海道大学工学部研究報告, 第160号, (1992), 11. [第2報]
- 3) 三宅浩次監修, 高橋延昭, 神山昭男, 大友詔雄編: 生物リズムの構造—MemCalcによる生物時系列データの解析—, (1992), 富士書院.
- 4) Box G.E.P. & Jenkins G.M.: Time Series Analysis—forecasting and control— (1976), Holden-Day.
- 5) 理科年表
- 6) 流量年表
- 7) 寺地三朗, 田中幸雄, 大友詔雄: 河川流量のMEMスペクトル解析, 「第23回確率システムシンポジウム」, システム制御情報学会 (1991).

- 8) Seidou T. & Ohtomo N. : Maximum Entropy Spectral Analysis of Time-Series Data from Combustion MHD Plasma. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 24, (1985), 1204. Seidou T. & Ohtomo N. : Maximum Entropy Spectral Analysis of Time-Series Data from Combustion MHD Plasma II. The Effect of An Externally-Applied Magnetic Field on The Plasma Turbulent Flow. *Jpn. J. Appl. Phys.*, 25, (1986), 248.
- 9) 大友詔雄, 清藤正, 田中幸雄 : 乱流のKolmogorovスペクトルについて—乱流の統計力学理論の展開—, 北海道大学工学部研究報告, 第139号, (1988), 69.
- 10) Priestley M.B. : *Spectral Analysis and Time Series*. (1981), Academic Press.
- 11) 田中幸雄 : 汎用時系列データ解析システム“MemCalc”とその応用, 生物リズムの構造—MemCalcによる生物時系列データの解析— (三宅浩次監修, 高橋延昭, 神山昭男, 大友詔雄編, 1992, 富士書院), 19.
- 12) 寺地三朗 : MEMスペクトルのラグ依存性, 生物リズムの構造—MemCalcによる生物時系列データの解析— (三宅浩次監修, 高橋延昭, 神山昭男, 大友詔雄編, 1992, 富士書院), 59.
- 13) Rovelli A. & Vulpiani A. : Characteristic Correlation Time as Estimate of Optimum Filter Length in Maximum Entropy Spectral Analysis. *Geophys. J. R. astr. Soc.*, 72, (1983), 293.
- 14) 大友詔雄, 田中幸雄, 神山昭男, 三宅浩次 : 感染症発生変動のカオス, 生物リズムの構造—MemCalcによる生物時系列データの解析— (三宅浩次監修, 高橋延昭, 神山昭男, 大友詔雄編, 1992, 富士書院), 271.