HOKKAIDO UNIVERSITY

| | |
|---|---|
| Title | 不完全合成円板の静的および座屈の系統的解析に関する研究 |
| Author(s) | 佐藤, 浩一 |
| Citation | 北海道大學工學部研究報告, 163, 1-9 |
| Issue Date | 1993-03-15 |
| Doc URL | https://hdl.handle.net/2115/42357 |
| Type | departmental bulletin paper |
| File Information | 163_1-10.pdf |

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第163号（平成5年）

Bulletin of the Faculty of Engineering
Hokkaido University No. 163 (1993)

# 不完全合成円板の静的および座屈の系統的解析に関する研究

佐藤　浩一

（平成4年10月29日受理）

# Study on Static and Buckling Systematic Analyses of Partial Composite Circular Plates

Koichi SATO

(Received October 29, 1992)

**Abstract**

This paper offers one of the practical methods designed to enable static and buckling systematic analyses of partial (incomplete) composite circular plates consisting of two layers of isotropic materials. The paper also analyzes the relationship of lateral deflections and critical loads among complete composite circular plates, partial composite circular plates and individual circular plates that do not interact with regard to simply supported circular plates subjected to rotationally symmetric distributed load. The paper also submits non-dimensional parameters that represent the essential features of the lateral deflection and critical load characteristics of simply supported partial composite circular plates suitable for most design purposes. $\alpha = 1$ signifies complete composite circular plates. $0 < \alpha < 1$ signifies partial composite circular plates. $\alpha = 0$ signifies individual circular plates that do not interact. Lateral deflections and critical loads can be derived by the use of non-dimensional parameters without too much difficulty.

## 1．まえがき

橋梁における複合構造物の一つに鋼桁とコンクリート床版とを頭つきスタッドジベルで完全に剛に一体として結合した合成桁（完全合成桁）があるが，実際の合成桁は完全合成桁と重ね梁の中間の挙動を示す不完全合成桁である。これらについては多くの研究がなされている[1)-12)]。

一方，ＣＳ橋[13)]のように鋼板とコンクリート床版とを頭つきスタッドジベルで一体として結合した合成板においても上述の不完全合成桁と同じように不完全合成板となり，完全合成板と重ね板との中間の挙動を示すはずである。頭つきスタッドジベルの変形を考慮したいわゆる不完全合成板の面外荷重による解析理論として文献[14)]があるが，この理論では鋼板厚はコンクリート板厚に比較して非常に薄いとし，合成断面の換算断面諸元の算定においてある部分で鋼板厚を零としている。文献[16),17),20),22)]は鋼板厚をも考慮した解析理論を誘導し，文献[14)]を包含していることを示し，数

土木工学科　橋梁学講座

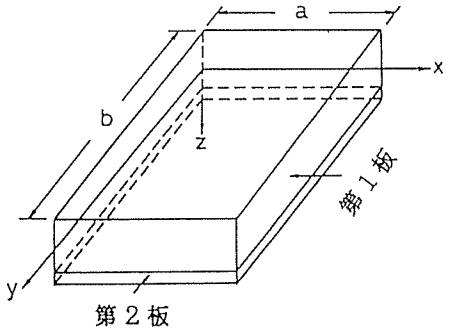
値解析し，文献[14]との差異を比較検討している。また，有限要素法を用いて不完全合成板の解析をし，文献[20]の数値計算と比較している研究[27]も報告されているが，計算量はかなりのものと思われる。

本論文では，鋼板とコンクリート床版からなる合成板に限定せず，等方性材料であるが，弾性係数，ポアソン比，板厚等の異なる二枚の円板を接着剤で合成した合成円板（二層板）を考える。合成桁において離散的に配置された頭つきスタッドジベルの変形を考慮する場合はこの離散的配置をならして同じ強さの連続的配置に置換して解析しているので[6]，頭つきスタッドジベルの代わりに連続的配置の接着剤を用いることができるものと考える。従って，接着が完全に剛であるならば，完全合成円板と考えることができる。このような円板の静的および座屈に関する研究は既になされている[18),25)]。ただし，合成円板の換算板剛性が求まっているとする。ここでは接着は完全に剛でなく接着剤の変形を考慮した場合の合成円板について考える（以下，不完全合成円板という）。このような考えに基づいた不完全合成板の解析例として長方形板の座屈解析がなされているが[24),29)]，不完全合成円板の静的解析および座屈解析についての研究はなされていないようである。

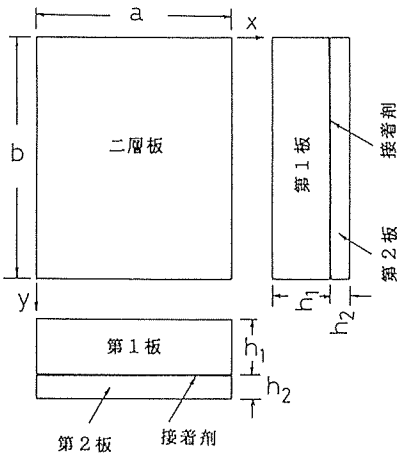
そこで，本論文は不完全合成円板の静的解析理論および座屈解析理論を示し，全周辺単純支持の不完全合成円板の静的解析および座屈解析を行うものである。具体的には，不完全合成円板の静的解析および座屈解析ごとに無次元量として $\alpha,\beta,\gamma$ なるパラメータを示し，これらのパラメータは両解析において同一になることを示すものであり，系統的に解析するものである。また，数値解析により不完全合成円板の静的および座屈特性を示す。即ち，無次元量の $\alpha=1$ の場合が完全合成円板であり，$0<\alpha<1$ の場合が不完全合成円板であり，$\alpha=0$ の場合が重ね円板であることを示すものである。数値解析にはパソコンを用いるまでもなく，電卓で十分である。

## 2．本論文で用いる主な記号

図－1，2は本解析で用いる第一板と第二板とが接着剤で合成された長方形板（合成二層板）を示している。また，本論文で用いる主な記号は次の通りである。




図－1　合成二層板の座標




図－2　合成二層板

$A_1, A_2$：第一板と第二板の単位幅あたりの断面積；$A_v=A_2+A_1/\bar{n}$：第二板に換算した単位幅あたりの合成断面積；$D_v=\bar{E}_2 I_v$：完全合成板の単位幅あたりの換算板剛性；$E_1, E_2$：第一板と第二板のヤング率；$\bar{E}_1, \bar{E}_2$：$E_1/(1-\nu_1^2), E_2/(1-\nu_2^2)$；$h_1, h_2$：第一板と第二板の板厚；$I_1$：第一板のその重心$C$に関する単位幅あたりの断面二次モーメント；$I_2$：第二板のその重心$S$に関する単位幅あたりの断面二次モーメント；$I_v=I_2+I_1/\bar{n}+A_v s_1 s_2$：第二板に換算した合成断面の単位幅あたりの断面二次モーメント；$K$：単位長さあたりの接着剤のばね定数（$K=0$の場合は重ね板，$0<K<\infty$の場合は不完全合成板，$K=\infty$の場合は完全合成板）；$\bar{n}=\bar{E}_2/\bar{E}_1$[14]；$M_{vx}(x,y), M_{vy}(x,y)$：完全合成板の単位幅あたりの$x, y$方向の曲げモーメント；$p_z(x,y)$：荷重強度；$s$：第一板の重心$C$と第二板の重心$S$との距離；$s_1=A_2/A_v \times s$：合成断面の中立軸Vと第一板の重心$C$との距離；$s_2=A_1/(\bar{n}A_v)\times s$：合成断面の中立軸Vと第二板の重心$S$との距離；$w_v(x,y)$，$w_{ve}(x,y)$：完全合成板のたわみ，不完全合成板のたわみ；$\alpha, \beta, \gamma$：無次元量パラメータ；$\nu, \nu_1, \nu_2$：二層板（合成板）のポアソン比，第一板と第二板のポアソン比。なお，詳細な記号の説明は文献[24]を参照されたし。

## 3．不完全合成板の面外荷重による解析理論（偏微分方程式）

本解析理論では次の5つの仮定を用いる。

(1) 第一板と第二板の応力とひずみ関係は線形である。

(2) 接着剤に作用する力と変位は線形である。

(3) 接着剤は均等に塗布されているものとする。

(4) 第一板と第二板のz方向の変位は同じである。

(5) 接着剤の厚さは無視する。

ここでは，文献[7]にある不完全合成桁の場合の誘導方法を不完全合成板に適用していくものである。詳細は省略するが，誘導などは文献[20),22),23),24)]などを参照されたし。以降，重要な式のみを簡単に示す。完全合成板のたわみを$w_v(x,y)$とし，完全合成板の換算板剛性を$D_v$とすれば[18),19)]，

$$\nabla^2\nabla^2 w_v(x,y)=\frac{p_z(x,y)}{D_v} \tag{1}$$

ここで

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2} \tag{2}$$

式(2)は直交座標における Laplace 演算子である。

接着剤のばね定数$K$は Newmark[2]による押し抜きせん断試験により求めるものとし

$$x^2=K\frac{\bar{n}I_v}{\bar{n}I_2+I_1}\frac{\bar{n}}{\bar{E}_2 A_1}\frac{s}{s_1} \tag{3}$$

とおく[20),22)]。この$x$は本論文の目的である静的および座屈の系統的解析における重要なパラメータの一つである。不完全合成板（接着剤の弾性変形を考慮した場合の合成板）のたわみ$w_{ve}(x,y)$で整理すれば，

$$D_v\nabla^4 w_{ve}(x,y)-D_v x^2\nabla^2 w_{ve}(x,y)=-x^2 D_v\nabla^2 w_v(x,y)+\frac{\bar{n}I_v}{\bar{n}I_2+I_1}p_z(x,y) \tag{4}$$

となる。また，式(4)に$\nabla^2$を施せば

$$D_v\nabla^6 w_{ve}(x,y) - D_v x^2\nabla^4 w_{ve}(x,y) = -x^2 p_z(x,y) + \frac{\bar{n}I_v}{\bar{n}I_2 + I_1}\nabla^2 p_z(x,y) \tag{5}$$

となる。式(4)あるいは式(5)が不完全合成板のたわみに関する偏微分方程式である。ここで，完全合成桁の場合の文献[7]の考え方を適用する。完全合成板の場合のたわみが $w_v(x,y)$ であり，接着剤の変形を考慮した場合のたわみが $w_{ve}(x,y)$ であり，$w_{ve}(x,y)$ と $w_v(x,y)$ との差を $w_e(x,y)$ とすれば，$w_v(x,y)$ に関しては式(1)，即ち，式(7)が成立する。また，$w_e(x,y)$ に関しては式(4)と式(1)との差より，

$$D_v\nabla^4 w_e(x,y) - D_v x^2\nabla^2 w_e(x,y) = \frac{A_1 s_1 s}{\bar{n}I_2 + I_1} p_z(x,y) \tag{6}$$

となる。結局，式(4)は次の2個の偏微分方程式になる。

$$\begin{cases} \nabla^4 w_v(x,y) = \dfrac{p_z(x,y)}{D_v} & (7) \\ \nabla^4 w_e(x,y) - x^2\nabla^2 w_e(v,y) = \dfrac{p_z(x,y)}{D_e} & (8) \end{cases}$$

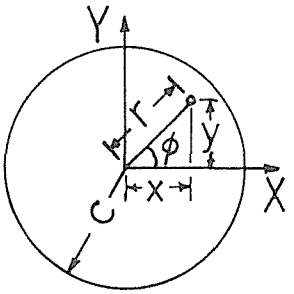
ただし，

$$\begin{aligned} &D_v = \bar{E}_2 I_v,\quad D_e = D_v\frac{\bar{n}I_2 + I_1}{A_1 s_1 s}, \\ &\bar{E}_2 = E_2/(1-\nu_2^2),\quad \bar{E}_1 = E_1/(1-\nu_1^2),\quad \bar{n} = \bar{E}_2/\bar{E}_1, \\ &I_v = I_2 + I_1/\bar{n} + A_2 s_2 s = I_2 + I_1/\bar{n} + A_1 s_1 s/\bar{n} = I_2 + I_1/\bar{n} + A_v s_1 s_2 \end{aligned} \tag{9}$$

式(9)の $D_v$ は文献[15]の p.5 および文献[19]の p.391 にある二層板の場合の $D_v$ と一致することを確認してある。式(8)は面外荷重($p_z(x,y)$)が作用する他に面内荷重(引張力)に相当する $D_e\cdot x^2$ が合成断面の中立面に作用する平板に対する基礎偏微分方程式と同形である。

## 4．不完全合成円板の面外荷重による解析理論（常微分方程式）

平板のたわみ問題は一般的には2個の独立変数 $x$ と $y$ に関する二次元問題であるが，円板に軸対称荷重が作用し，また円板の支持方法も軸対称である場合には，1個の独立変数 $r$ に関する一次元問題となり，桁の場合と同様に簡単に解ける。円板を解析する場合，式(1)の支配方程式を図－3に示すように極座標で表示すれば，便利である。式(1)から式(8)までの Laplace 演算子 $\nabla^2$ を Laplace 演算子 $\nabla_r{}^2$ に，直交座標$(x,y)$を極座標$(r,\phi)$に変換すればよい。軸対称の場合は$(\phi=0)$とすればよい。従って，式(2)の Laplace 演算子は



図－3 極座標

$$\nabla_r{}^2 = \frac{d^2}{dr^2} + \frac{1}{r}\frac{d}{dr} \tag{10}$$

となる[18),19)]。ここで，式(10)は極座標における Laplace 演算子である。
また，式(7),(8)を極座標$(r)$で表示すれば

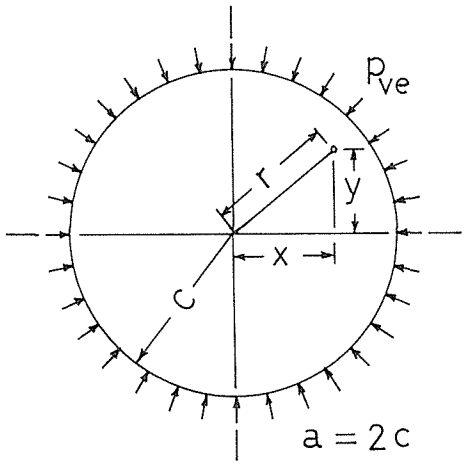
$$\begin{cases} \nabla_r{}^2 w_v(r) = \dfrac{p_z(r)}{D_v} & (11) \\ \nabla_r{}^4 w_e(r) - x^2\nabla_r{}^2 w_e(r) = \dfrac{p_z(r)}{D_e} & (12) \end{cases}$$

となる。式(11),(12)が不完全合成円板のたわみに関する常微分方程式である。式(12)は面外荷重

($p_z(r)$) が作用する他に面内荷重(引張力)に相当する $H(=D_e\cdot x^2)$ が合成断面の中立面に作用する円板の基礎常微分方程式と同形である。

## 5．不完全合成円板の座屈に関する常微分方程式

前節までの荷重は静的な面外荷重である。ここでは合成円板の中立面に作用する面内荷重の圧縮力による座屈について考察する。完全合成円板のたわみに関する式(11)は板剛性($D_v$)で面外荷重($p_z(x,y)$)が作用する円板の曲げに関する常微分方程式である。同様に，式(12)は板剛性($D_e$)で面外荷重($p_z(x,y)$)が作用する他に引張力に相当する $H(=D_e\cdot x^2)$ が中立面に作用する円板の常微分方程式である。図－4に示すような合成二層円板の中立面に作用する面内荷重の圧縮力 ($p_{ve}$) による座屈について考察する。式(11)，(12)は次のような常微分方程式になる。




図－4　面内荷重 $p_{ve}$ が作用する全周辺単純支持合成円板

$$\nabla_r{}^4 w_v(r) = \frac{1}{D_v}\left[p_z(r) - p_v\nabla_r{}^2 w_v(r)\right] \tag{13}$$

$$\nabla_r{}^4 w_e(r) = \frac{1}{D_e}\left[p_z(r) - (p_e - H)\nabla_r{}^2 w_e(r)\right] \tag{14}$$

## 6．全周辺単純支持の不完全合成円板の静的解析と座屈解析の無次元量パラメータ $\alpha_{11}, \beta_{11}, \gamma_{11}$

次のような2ケースの無次元量パラメータ $\alpha_{11}, \beta_{11}, \gamma_{11}$ を求める。

### 6.1　円板の場合の静的解析における $\alpha_{11}, \beta_{11}, \gamma_{11}$　(ケース1)

円板の境界条件が全周辺単純支持で，面外荷重 $p_z(r)=p_z$(等分布満載荷重)のみによる場合の円板中央点のたわみ $w_{0v}(0)$ は式(13)を解けば，次式のように簡単に求まる[18),25)]。

$$w_{0v}(0) = \frac{p_z\cdot c^4}{64D_v}\frac{5+\nu}{1+\nu} \tag{15}$$

同様にして，面外荷重 $p_z(r)=p_z$(等分布満載荷重)のみによる場合の円板中央点のたわみは $w_{0e}(0)$ は式(14)を解けば，次式のように簡単に求まる[18),25)]。

$$w_{0e}(0) = \frac{p_z\cdot c^4}{64D_e}\frac{5+\nu}{1+\nu} \tag{16}$$

次に，これらの解，即ち，式(15)，(16)を用いれば，式(13)，(14)の解 $w_v(0)$，$w_e(0)$ は次式のように簡単に求まる[18),25)]。ここで，$c$ は円板の半径である。

$$w_v(0) = \frac{w_{0v}(0)}{1 - \dfrac{p_v\cdot c^2}{4.20D_v}} \tag{17}$$

$$w_e(0)=\frac{w_{0e}(0)}{1-\dfrac{(p_e-H)\cdot c^2}{4.20D_e}} \tag{18}$$

式(17),(18)において，$p_v=0$, $p_e=0$ とおけば，静的解析の場合のたわみ曲面が求まる。また，次のような比をとり，式(9)を代入する。また，$H=D_e\cdot\varkappa^2$ を代入する。

$$\gamma_{11}=\frac{w_e(0)}{w_v(0)}=\frac{D_v}{D_e}\cdot\frac{1}{1+\dfrac{\varkappa^2\cdot c^2}{4.20}}=\frac{D_v}{D_e}\cdot\beta_{11}=\frac{A_1s_1s}{\bar{n}I_2+I_1}\cdot\beta_{11} \tag{19}$$

ここで

$$\beta_{11}=\frac{1}{1+\dfrac{\varkappa^2\cdot c^2}{4.20}}=1-\alpha_{11} \tag{20}$$

不完全合成円板の変形は，$w_v$ と $w_e$ との代数和で計算される[7]。従って，たわみ $w_{ve}$ は式(19)を代入すれば

$$w_{ve}=w_v+w_e=w_v\cdot(1+w_e/w_v)=w_v\cdot(1+\gamma_{11}) \tag{21}$$

で求まる。この $\gamma_{11}$ が不完全合成円板と考えた場合の増加分であり，完全合成円板を基準にしている。また，$w_v$ は完全合成円板の換算板剛性 $D_v$ に反比例するのは明らかである。

### 6.2 円板の場合の座屈解析における $\alpha_{11},\beta_{11},\gamma_{11}$ （ケース2）

式(17),(18)において，分母を零とする $p_v$ と $p_e$ の限界値が座屈荷重である。これらを求めると

$$p_v=\frac{4.20D_v}{c^2} \tag{22}$$

$$p_e=\frac{4.20D_e}{c^2}+\varkappa^2\cdot D_e \tag{23}$$

次のような比をとり，式(9)を代入すれば，直径 $a=2c$ として

$$\gamma_{11}=\frac{(p_v)_{cr}}{(p_e)_{cr}}=\frac{D_v}{D_e}\cdot\beta_{11}=\frac{A_1s_1s}{\bar{n}I_2+I_1}\cdot\beta_{11} \tag{24}$$

ここで，

$$\beta_{11}=\frac{1}{1+\dfrac{\varkappa^2\cdot a^2}{16.80}}=1-\alpha_{11} \tag{25}$$

ここで，式(24),(25)と式(19),(20)を比較してみれば，同一であることがわかる。

$(p_v)_{cr}$ あるいは $(p_e)_{cr}$ は単位幅あたりの座屈荷重であり，$D_v$ あるいは $D_e$ は単位幅あたりの板剛性である。座屈荷重は $D_v$ あるいは $D_e$ に比例することは明らかである。

不完全合成円板の座屈荷重 $(p_{ve})_{cr}$ は次式で求まる。

$$\frac{1}{(p_{ve})_{cr}}=\frac{1}{(p_v)_{cr}}+\frac{1}{(p_e)_{cr}}=\frac{1}{(p_v)_{cr}}\left[1+\frac{(p_v)_{cr}}{(p_e)_{cr}}\right] \tag{26}$$

式(24)の $\gamma_{11}$ を式(26)の $(p_{ve})_{cr}$ に代入すれば，

$$\frac{1}{(p_{ve})_{cr}}=\frac{1}{(p_v)_{cr}}(1+\gamma_{11})=\frac{1}{(p_v)_{cr}}\left(1+\beta_{11}\cdot\frac{I_{12v}}{I_{12}}\right)$$

$$=\frac{1}{(p_v)_{cr}}\frac{(I_{12}+\beta_{11}\cdot I_{12v})}{I_{12}} \tag{27}$$

ここで，

$$I_v = I_{12} + I_{12v}\ ;\ I_{12} = I_2 + \frac{I_1}{\bar{n}}\ ;\ I_{12v} = \frac{A_1 s_1 s}{\bar{n}} \tag{28}$$

式(26)における $p_v$ および $p_{ve}$ の "$v$" および "$ve$" はそれぞれ完全合成円板および不完全合成円板を意味している。

以上より，不完全合成円板の静的解析および座屈解析は同一の無次元量パラメータ $\alpha_{11}, \beta_{11}, \gamma_{11}$ を用いて次のようにすればよい。式(20),(25)の $\beta_{11}$ に $D_v/D_e$ を乗ずれば $\gamma_{11}$ が求まる。次に，完全合成円板におけるたわみ $w_v$ および座屈荷重 $(p_v)_{cr}$ を求めておく。これらの値は完全合成円板の換算板剛性 $D_v$ を式(9)で求めておきさえすれば，公式集[5]，設計便覧[25]やその他の参考書(例えば文献[18),21)])などを利用すれば簡単に求めることができる。次に，$(1+\gamma_{11})$ を計算する。従って，不完全合成円板のたわみ $w_{ve}$ は式(21)より次式で求まる。

$$w_{ve} = w_v \cdot (1 + \gamma_{11}) \tag{29}$$

また，不完全合成円板の座屈荷重 $(p_{ve})_{cr}$ は式(27)より次式で求まる。

$$(p_{ve})_{cr} = (p_v)_{cr}/(1 + \gamma_{11}) \tag{30}$$

## 7．全周辺単純支持の不完全合成円板の静的および座屈特性

合成円板は式(20),(25)で定義される $\alpha_{11}$ の値によって，大きく次の3つに分類される。

1)　$\beta_{11} = 0$，即ち，$\alpha_{11} = 1$，$\gamma_{11} = 0$，の場合は完全合成円板。

2)　$0 < \beta_{11} < 1$，即ち，$\alpha_{11} = 1 - \beta_{11}$，$\gamma_{11} = \dfrac{A_1 s_1 s}{\bar{n} I_2 + I_1}\beta_{11}$，の場合は不完全合成円板。

3)　$\beta_{11} = 1$，即ち，$\alpha_{11} = 0$，$\gamma_{11} = \dfrac{A_1 s_1 s}{\bar{n} I_2 + I_1}$，の場合は重ね円板。

次に示す手順で簡単に解析できる。その手順を数値計算例によって説明しよう。材料は特に指定しない。不完全合成円板の一般的な諸元は次のようであるとする（図－1，2，3参照）。

円板の直径 $a = 2c = 3$ m，$E_1 = 3.0\times10^6$ ton/m$^2$，$E_2 = 2.1\times10^7$ ton/m$^2$，$I_{12} = 1.42859\times10^{-6}$ m$^4$/m，$I_{12v} = 2.49396\times10^{-6}$ m$^4$/m，$K = 8660$ ton/m/m，$h_1 = 0.05$ m，$h_2 = 0.006$ m，$\bar{n} = 7.385$，$\nu = 0.3$(仮定)，$\nu_2 = 0.3$，$\nu_1 = 0.2$，$s = 0.028$ m，$s_1 = 0.013155$ m，$s_2 = 0.014845$ m，$A_1 = 0.05$ m$^2$/m，$A_2 = 0.006$ m$^2$/m，$A_v = 0.0127708$ m$^2$/m，$I_v = 3.92255\times10^{-6}$ m$^4$/m，$D_v = 90.5205$ ton·m$^2$/m。

これらの諸元を用いれば，完全合成円板の場合は式(3)を用いて，$\kappa = 5.69$/m，$\kappa a = 17.07$ と求まり，式(20)あるいは式(25)を用いて，$\alpha_{11} = 0.9455$，$\beta_{11} = 0.0545$，$\gamma_{11} = 0.0951$，および $(1+\gamma_{11}) = 1.0951$ と求まる。完全合成円板の中央点のたわみは $p_z = 10$ ton/m/m として文献[5]より 3.5626 cm と求まる。従って，不完全合成円板の中央点のたわみは $3.5626\times1.0951 = 3.9014$ cm と求まる。完全合成円板の座屈荷重は文献[18]より 168.97 ton/m と求まる。従って，不完全合成円板の座屈荷重は $168.97/1.0951 = 154.30$ ton/m と求まる。

以上の数値計算例からもわかるように，電卓と公式集があれば簡単に計算できる本提案の方法は実用上のたわみおよび座屈荷重を求める場合に非常に便利であり，静的解析および座屈解析を系統的にできることを示している。

## 8. あとがき

本研究で得られた結論は次の通りである。

（1） 本論文は不完全合成円板（接着剤の弾性変形を考慮した合成二層板）の静的解析および座屈解析を系統的に行う手法を示したものである。

（2） 本論文は全周辺単純支持の合成円板の静的解析および座屈解析を系統的にうために $\alpha_{11}$, $\beta_{11}$, $\gamma_{11}$ なる無次元量を導入し，完全合成円板，不完全合成円板，重ね円板のたわみおよび座屈荷重の相互関係を明らかにした。

$\beta_{11}=0$，即ち，$\alpha_{11}=1$，$\gamma_{11}=0$，の場合は完全合成円板である。

$0<\beta_{11}<1$，即ち，$\alpha_{11}=1-\beta_{11}$，$\gamma_{11}=\dfrac{A_1 s_1 s}{\bar{n}I_2+I_1}\beta_{11}$，の場合は不完全合成円板。

$\beta_{11}=1$，即ち，$\alpha_{11}=0$，$\gamma_{11}=\dfrac{A_1 s_1 s}{\bar{n}I_2+I_1}$，の場合は重ね円板。

ここで，$\alpha_{11}$ は合成円板の合成度を意味し，$\beta_{11}=1-\alpha_{11}$ を意味し，$\gamma_{11}$ は完全合成円板を基準にした場合の増加分を意味している。

（3） 上述の $\alpha_{11}, \beta_{11}, \gamma_{11}$ なる無次元量を用いれば，円板の合成度は次式で示すような簡単な代数式で表示できることが判明した。

$$\alpha_{11}=\frac{1}{1+\dfrac{\text{定数}}{\chi^2\cdot a^2}}=1-\beta_{11}$$

ただし，円板の場合の定数は 16.80 である。長方形板，正方形板，桁などの場合の定数は別の機会に発表する。定数が小さい方が合成度が大きいことがわかる。

（4） 不完全合成円板のたわみおよび座屈荷重は式(29)および式(30)で求めることができるので，計算は電卓と公式集[5]あるいは設計便覧[25]などがあれば十分可能である。

## 謝　　辞

本論文の作成にあたり，北海道大学 渡辺 昇 名誉教授から御指導と有益な助言を頂いたことに対し心より感謝の意を表します。

## 参考文献

1）土木学会編：鋼・コンクリート合成構造の設計ガイドライン，1989.
2）Newmark, N.M., Siess, C.P., and Viest, I.M.： Tests and Analysis of Composite Beams with Incomplete Interaction, Proc. of the Society for Experimental Analysis, Vol.9, No.1, pp.75－93, 1951.
3）山本 稔：不完全合成桁の曲げ理論，土木学会論文集，No.67, pp.1－10, 1960 年 3 月.
4）橘 善雄，足立義雄：不完全合成桁について，土木学会論文集，No.112, pp.11－19, 1964 年 12 月.
5）構造力学公式集，土木学会編，1986.
6）A.ハウラネック/O.シュタインハルト：鋼橋の理論と計算（橘 善雄，小松定夫共訳），山海堂，1965.
7）島田静雄，熊沢周明：合成桁の理論と設計，山海堂，1973.
8）浜田純夫，有住康則： 不完全連続合成桁の有限要素解析，土木学会論文報告集，第 265 号，pp.1－9, 1977 年 9 月.
9）小松定夫，佐々木孝： 不完全合成桁の理論と近似計算法について，土木学会論文報告集，第 329 号，pp.27－37, 1983 年 1 月.
10）中井 博編：プレキャスト床版合成桁橋の設計・施工，森北出版，1988.

11）佐藤浩一，渡辺　昇：差分方程式の剛性マトリックス解析法について，土木学会北海道支部論文報告集，第44号，pp.87－92，1988.
12）井上稔康，佐藤浩一，渡辺　昇：不完全合成桁の差分剛性マトリックス解析法について，構造工学論文集 Vol. 36 A，pp.1223－1236，1990.
13）渡辺　昇，井上稔康：ＣＳ橋の開発的研究－鉛直突起板の設計について，鋼パネル板のリブの設計について－，土木学会北海道支部論文報告集，第43号，pp.31－36，pp.37－42，1987.
14）J.L.Clarke and C.T.Morley：Steel－Concrete Composite Plates with Flexible Shear Connectors, Proc. Inst. Civ.Engrs, Vol.53, Part 2, pp.557－568, Dec.,1972.
15）K.S.Pister and S.B.Dong： Elastic Bending of Layered Plates, J. Engrg. Mech., ASCE, 85(4), pp. 1－10, 1959.
16）佐藤浩一，渡辺　昇，井上稔康：不完全合成桁と合成板の解析理論の相似性について，土木学会北海道支部論文報告集，第45号，pp.55－60，1989.
17）佐藤浩一，渡辺　昇，井上稔康：不完全合成板の解析理論の比較について，土木学会第44回年次学術講演会講演概要集，pp.288－289，1989.
18）S.P.Timoshenko and S.Woinowsky－Krieger ： Theory of Plates and Shells, 2 nd ed., McGraw－Hill Book Company Inc., New York, 1970.
19）Rudolph Szilard：Theory and Analysis of Plates, Prentice－Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.
20）井上稔康，佐藤浩一，渡辺　昇：不完全合成板の解析について，構造工学論文集 Vol.36 A，pp.1245－1258，1990.
21）S.P.Timoshenko and J.M.Gere：Theory of Elastic Stability, 2 nd ed., McGraw－Hill Book Company Inc., New York, 1961.
22）Koichi SATO ： Composite Plates of Concrete Slabs and Steel Plates, J. Engrg. Mech., ASCE, 117(12), pp.2788－2803, 1991.
23）Koichi SATO：Elastic Buckling of Incomplete Composite Plates, J. Engrg. Mech., ASCE, 118(1), pp.1－19, 1992.
24）佐藤浩一：接着剤の弾性変形を考慮した等方性二層板の弾性座屈荷重について，構造工学論文集　Vol.38 A，pp.1309－1320，1992.
25）関谷　壮，浜田　実，角　誠之助編：平板構造強度設計便覧，朝倉書店，1982.
26）佐藤浩一：不完全合成板の簡易計算法について，土木学会第47回年次学術講演会講演概要集，pp.332－333，1992.
27）山口憩也，浜田純夫，高海克彦：不完全合成板の有限要素解析，土木学会第47回年次学術講演会講演概要集，pp.330－331，1992.
28）中井　博，杉山　功，広瀬鉄夫，山本晃久：トラス型ジベルを用いた合成床版の耐荷力試験，土木学会第45回年次学術講演会講演概要集，pp.576－577，1990.
29）佐藤浩一：等方性不完全二層板の座屈荷重について，北海道大学工学部研究報告，第158号，pp.13－25，1992.