



Title	非線形時系列データ解析 : 6. 周期関数のMEMスペクトル
Author(s)	田中, 幸雄; Tanaka, Yukio; 大友, 詔雄 他
Citation	北海道大學工学部研究報告, 163, 47-52
Issue Date	1993-03-15
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/42358
Type	departmental bulletin paper
File Information	163_47-52.pdf



非線形時系列データ解析
—— 6. 周期関数の MEM スペクトル ——

田中 幸雄*) 大友 詔雄**) 寺地 三朗***)
(平成 4 年 10 月 1 日受理)

Nonlinear Time Series Analysis
—— 6. On the MEM Spectrum for Cyclic Functions ——

Yukio TANAKA, *) Norio OHTOMO**) and Saburo TERACHI***)
(Received October 1, 1992)

Abstract

MEM power spectral density (MEM-PSD) was calculated for two artificial data by the use of MemCalc system which is a computer program developed by one of the authors (Y. Tanaka). The first data (case I) is made up of three cosine functions with frequencies of 2 Hz, 5 Hz and 10 Hz, respectively, and the other (case II) of nine cosine functions with frequencies of 2 Hz, 3 Hz, 4 Hz, ..., 10 Hz, respectively. Each data has no erratic component.

The obtained MEM-PSD was composed of three peaks (case I) or nine peaks (case II) regarded as δ functions. Each peak frequency accurately corresponds to the frequency of the cosine function within ± 0.007 Hz. Around each peak, the MEM-PSD was integrated. The integrated values are between 0.496 and 0.510, which are in excellent agreement with the theoretical value 0.50 for one-sided spectrum of a cosine function.

1. はじめに

今日、観測された時系列データに対してスペクトル解析の方法を適用することは、その周期的挙動を明らかにし、また、時系列データを発生したシステムそのものの構造に関する知見を得るための常套手段として広く行われている。^{1,2)} このスペクトル解析法としては、著者らが系統的に報告している最大エントロピー法 (MEM)²⁻⁵⁾ とともに、一般には高速フーリエ変換 (FFT) による方法が行われている。

しかしながら、本シリーズでも触れているように、FFT は本来、有限離散データのフーリエ成分を高速に求めるためのアルゴリズムであって、スペクトル推定法そのものではない。このことは、例えば、周期性の強い時系列データを解析する場合に、FFT による方法が破綻することに典

*) (有) 諏訪トラスト

**) 北海道大学工学部原子工学科

***) 北海道工業大学経営工学科

型的である。(このため、FFT ではそのようなデータを解析する際にはプリホワイトニング (pre-whitening)、復色 (recoloring) などの手続きが必要となる。⁶⁾)

一方、MEM にはこのような制約は原理的に存在しない。⁷⁾ 本論文の目的はこのことを周期性の強いデータの解析をとおして確認し、あわせて著者らが用いている解析システムの性能を検証することにある。

2. 方 法

時系列データ $x(t)$ とそのスペクトル $P(f)$ は、次のもっとも原義的な関係式で対応づけられる。¹⁾

$$\overline{x(t)^2} = \int_0^{\infty} P(f) df \quad (1)$$

ここに t は観測時刻、 $x(t)$ は時刻 t における観測値、 $\overline{x(t)^2}$ は $x(t)$ の 2 乗の時間平均、 f は周波数、 $P(f)$ は one-sided spectrum である。

$x(t)$ が n 個の余弦関数の重畳として、

$$x(t) = \sum_{i=1}^n A_i \cos\left(\frac{2\pi}{T_i}(t - \phi_i)\right) \quad (2)$$

で記述されるとき、そのスペクトルは、

$$P(f) = \sum_{i=1}^n \frac{A_i^2}{2} \delta\left(f - \frac{1}{T_i}\right) \quad (3)$$

となる。ここに ϕ_i は i 番目の余弦関数の頂位位相、 $\delta(f)$ は δ 関数である。以上より、例えば振幅 1、周期 T 、任意の頂位位相をもつ余弦関数で記述される時系列データのスペクトルは周波数 $1/T$ に中心をもつ δ 関数 (に 0.5 を掛けた関数) となり、その積分値は厳密に 0.50 となる。

さて、周期性の強いデータを解析して得られる MEM スペクトルの挙動を確認し、用いたデータ処理システムの性能を検証するために、本論文では以下の手順により検討を進めた。

(1) 人工時系列データの発生

(2)式で記述される振幅 1 の時系列データを発生した。発生条件は表 1 に示される。

(2) MEM スペクトルの算出

MemCalc システムにより、(1) で発生した人工データを解析して MEM スペクトルを得た。

(3) スペクトル積分強度の算出

MEM スペクトルを各ピークを含む小区間毎に積分し、この値を理論値 (0.50) と比較した。

なお、MEM スペクトルとその積分強度の算出には (有) 諏訪トラスト製の MemCalc version 2 の β 版 (評価バージョン) を用いた。これは、version 1 のスペクトルピーク位置 (周波数) と高さ (スペクトル密度) の高精度算出機能を更に向上させた事に加え、スペクトル形状が鋭く変化する場合にその形状を自動的に追跡する機能などが付加されている。⁸⁾

3. 結 果

3.1 Case I

表 1 の Case I の条件に従って発生した人工データが図 1 (a) に示される。データは MemCalc システムの人工時系列データ発生機能を用いて 2 秒間にわたりサンプリング間隔 5 msec で発生

表1 振幅1の余弦関数の重量からなる人工データ(式(2)参照)を2通り発生した, それぞれの発生条件をCase IとCase IIに示す.

	Case I	Case II
余弦関数の個数	3	9
余弦関数の周期値の逆数(周波数)	2Hz 5Hz 10Hz	2Hz 3Hz 4Hz……10Hz
各余弦関数の頂位位相	0.1×周期値	0.1×周期値
サンプリング間隔	5 msec	5 msec
発生期間	2 sec	10 sec

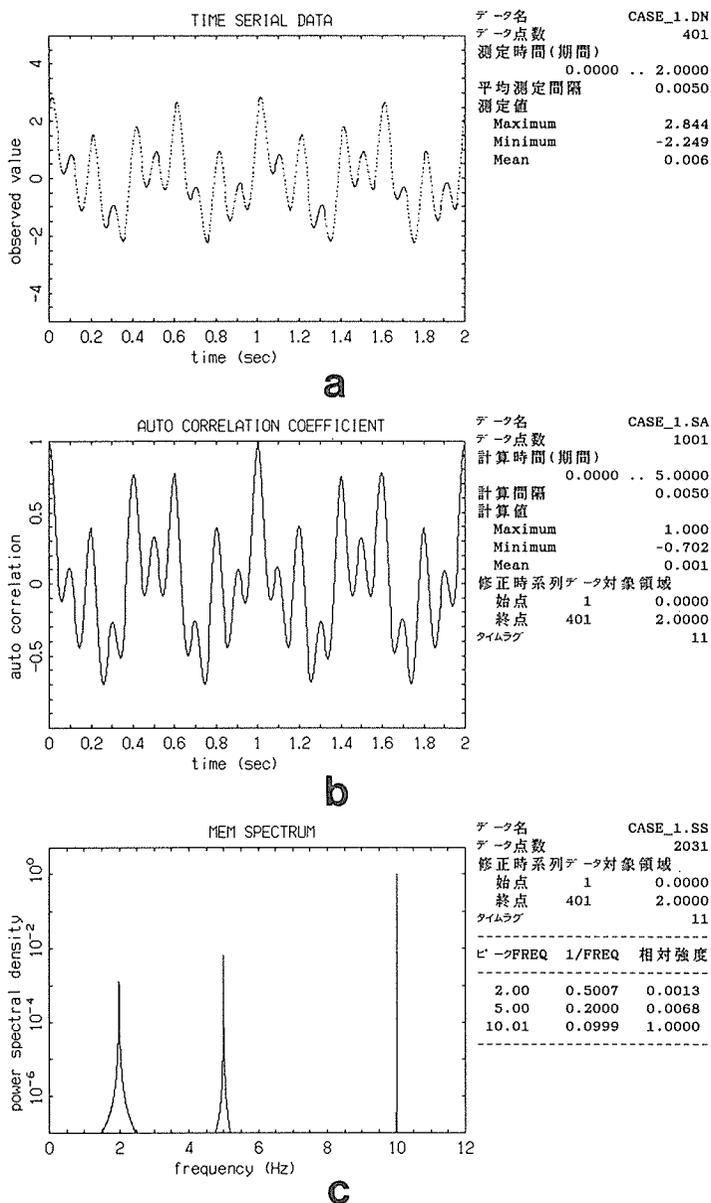


図-1 (a) Case Iの人工データ. (b) Burgのアルゴリズムによる自己相関関数. (c) MEM スペクトル.

された。データ点数は 401 点である。

同図 (b) には Burg のアルゴリズムに従って算出された自己相関関数が示される。ラグ値は 11 である。図より、自己相関は減衰しておらず、原データの特徴をよく反映している。

同図 (c) に MEM スペクトルが示される。図は、最大ピークの高さを 1 に規格化してあり、また、縦軸は対数表示されている。2 Hz, 5 Hz, 10 Hz に極めて鋭いピークが現れている。その上で、2 Hz のピークについては、その裾がやや広がっているが、これは原データが短く、2 Hz のモードが原データ中にわずかに 4 周期しか含まれていないことの結果と考えられる。

表 2 に Case I の MEM スペクトルのそれぞれのピーク近傍での積分値が関連する諸量とともに示されている。各積分区間の境界は隣接するピークの間 (唯一) 存在するスペクトル密度の極小値の周波数とした。

表 2 Case I のデータを解析して得た MEM スペクトルのピーク周波数, ピーク周波数の逆数, ピーク値, および各ピーク近傍での積分値.

ピーク周波数	1/ピーク周波数	ピーク値	積分値
1.997	0.5007	38.5	0.5092
5.001	0.2000	193.9	0.5067
10.007	0.0999	28686.7	0.5100

表中でピーク位置の周波数は 1.997 Hz, 5.001 Hz, 10.007 Hz であり、対応する設定値 (表 1) と 0.007 Hz 以内の誤差で一致している。また、各スペクトルピークの高さ (図 1 (c)) は 38.5 ~ 28686.7 とそれぞれ大きく異なるにもかかわらず、そのピーク近傍の積分値は 0.507 ~ 0.510 の範囲にあり、互いによく一致するとともに、理論値の 0.50 に極めて近い値となっている。

3.2 Case II

つぎに表 1 の Case II に従って、別途に用意されたプログラムにより発生された人工データが図 2(a) に示される。データはサンプリング間隔 5 msec で 10 秒間にわたり発生された。

同図 (b) に Burg のアルゴリズムによる自己相関関数が示されている。ラグ値は 58 である。また、同図 (c) にはその MEM スペクトルが示される。図 2(c) は、最大ピーク値を 1 として規格化されている。また図の縦軸は図 1 の対応する図と同様に対数表示されている。図より、2 Hz, 3 Hz, 4 Hz, ……、10 Hz の周波数位置に極めて鋭いピークが立ち上がっていることが特徴的である。

表 3 には、こうして求めた MEM スペクトルの各ピーク近傍での積分値が示されている。各積分区間の境界は Case I と同様にとられた。

表 3 Case II のデータを解析して得た MEM スペクトルのピーク周波数, ピーク周波数の逆数, ピーク値, および各ピーク近傍での積分値.

ピーク周波数	1/ピーク周波数	ピーク値	積分値
1.999	0.5004	119.39	0.5056
3.001	0.3332	16.04	0.5024
4.005	0.2497	7.59	0.5000
5.007	0.1997	7.82	0.4975
6.007	0.1665	15.13	0.4958
7.005	0.1427	52.44	0.4993
8.004	0.1249	313.48	0.5005
9.004	0.1111	2863.03	0.5014
10.004	0.1000	142.45	0.5101

表より、全てのピーク位置の周波数について、0.004 Hz 以内で対応する設定値と良く一致している。また、スペクトルピークの高さ (スペクトル密度) は各ピーク毎に 7.6 ~ 2863.0 と大きく異なるものの、表よりその積分値は 0.496 ~ 0.510 であり、理論値の 0.50 に極めて近い値となっている。

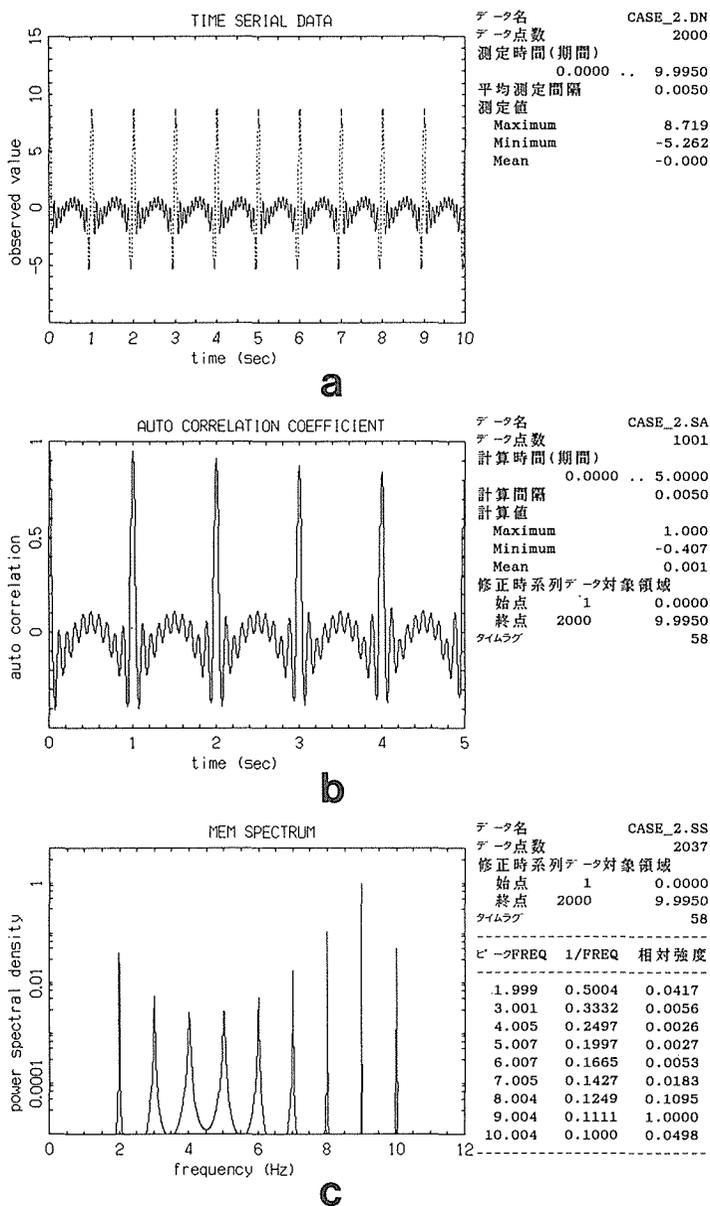


図-2 (a) Case II の人工データ。 (b) Burg のアルゴリズムによる自己相関関数。 (c) MEM スペクトル。

4. 結 言

3 個、および 9 個の余弦関数の重畳からなる 2 とおりの人工データ (case I, II) が MemCalc システムを用いて解析され、Burg のアルゴリズムに従って自己相関関数、MEM スペクトルが得られた。各データのスペクトルは、それぞれ原データを構成する余弦関数の周期値に対応する周波数位置に実質的に δ 関数と見なされる鋭いピークを示した。

Case I, Case II のそれぞれのスペクトルピークをそのピーク周波数の近傍で積分した結果、全
ての場合において理論値の 0.50 に極めて近い区分的積分値を得た。

FFT において、周期性の強いデータのスペクトルを得ることが困難であることを考えるとき、
以上は MEM のスペクトル解析法としての優位性の結果であると同時に、解析に用いたシステム
(MemCalc システム) の精度が極めて高いことを示すものである。

参考文献

- 1) 日野幹雄著：スペクトル解析，朝倉書店（1977）。
- 2) 三宅浩次監修，高橋延昭，神山昭男，大友詔雄編：生物リズムの構造，富士書院（1992）。
- 3) 大友詔雄，寺地三朗，田中幸雄：非線形時系列データ解析 1。解析法と基礎理論，北海道大学工学部研究報告，
第 158 号（1992） p.43。
- 4) 田中幸雄，大友詔雄，寺地三朗：非線形時系列データ解析 2。汎用時系列データ解析システム“MemCalc”の構
成，北海道大学工学部研究報告，第 160 号（1992） p.11。
- 5) 大友詔雄，寺地三朗，岩佐浩克，田中幸雄：非線形時系列データ解析 3。“MemCalc”を用いた理工学分野の時
系列データ解析，北海道大学工学部研究報告，第 160 号（1992） p.25。
- 6) 前掲書 1)， p.141。
- 7) BURG J.P.： Maximum entropy spectral analysis. Proceedings of the 37 th Meeting of the Society of
Exploration Geophysicists, 1967. In Modern Spectrum Analysis, ed by CHILDER D.G., IEEE Press,
New York (1978) p.34. *ibid*： A new analysis technique for time series data. NATO Advanced Study
Institute on Signal Processing with Emphasis on Underwater Acoustics, August 12-23, (1968). In
Modern Spectrum Analysis, ed by CHILDER D.G., IEEE Press, New York (1978) p.42.
- 8) MemCalc ver. 2 は ver. 1 に対して，高精度演算の追及や大規模データの自動解析への対応など数百ヵ所に
わたる改良が施されているが，特に鋭く変化するスペクトルの形状を自動的に追跡する機能は本例のような解
析には不可欠の機能である。また，同様の機能を FFT において実現することは困難である。