HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	くり返し温度変化を受ける壁の弾塑性解析に関する研究
Author(s)	麻里, 哲広; 小幡, 守; 串山, 繁
Citation	北海道大學工學部研究報告, 169, 1-12
Issue Date	1994-06-28
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/42425
Type	departmental bulletin paper
File Information	169_1-12.pdf

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

北海道大学工学部研究報告
第169号（平成6年）

Bulletin of the Faculty of Engineering
Hokkaido University No. 169 (1994)

くり返し温度変化を受ける壁の弾塑性解析に関する研究

麻里　哲広[1)]　小幡　守[1)]　串山　繁[2)]

（平成5年12月24日受理）

Studies on the Elasto-plastic Analysis of Reinforced Concrete Walls Subjected to Cyclic Temperature Changes

Tetsuhiro ASARI[1)], Mamoru OBATA[1)], and Shigeru KUSHIYAMA[2)]

(Received December 24, 1993)

Abstract

This paper describes an analytical method which is applicable to two dimensional stress fields. The method is applied to cyclic thermal stress analysis of reinforced concrete walls. Effects of reinforcement ratio and boundary condition of the wall to the analytical results are discussed. The conclusion are as follows.

1) The wall in an outer span has higher probability of cracking caused by temperature change than the wall in inner spans. At the cracked portion of the wall, some of steel reinforcing bars yielded regardless of the amount of reinforcement ratio.
2) The wall in the center span has many cracks when the temperature decreases, but has no cracks when the temperature increases. When the wall reinforcement ratio is 0.5 % or more, the cracks are minute and not visible, because the stress of the reinforcement is below yield level.

1. はじめに

本報告は，2次元応力状態の鉄筋コンクリート壁が，くり返し温度変化を受ける場合の弾塑性解析法及び解析結果について述べたものである。

1970年代初めにO.C. Zienkiewiczの著書[1)]が我が国に紹介された後，有限要素法は広く用いられるようになり，今では構造物の設計にも応用されている。

この有限要素法によって，コンクリート部材にひびわれが生じた後の挙動等を明らかにしようとの試みも，初期の頃から行われてきたが，その多くは極めて簡単な応力－ひずみ関係の仮定のもとでの解析であって，解析法と結びついた多軸応力下のコンクリートの応力－ひずみ関係，鉄筋とコンクリートの付着力－すべり関係の本格的研究は，ここ十数年来のことであり，実験的研究をもとにした解析モデルが発表されている。このモデルは大別して二つに分けられる。多軸応力状態について得られるそれぞれの主方向において，1軸応力状態の応力－ひずみ関係が成立す

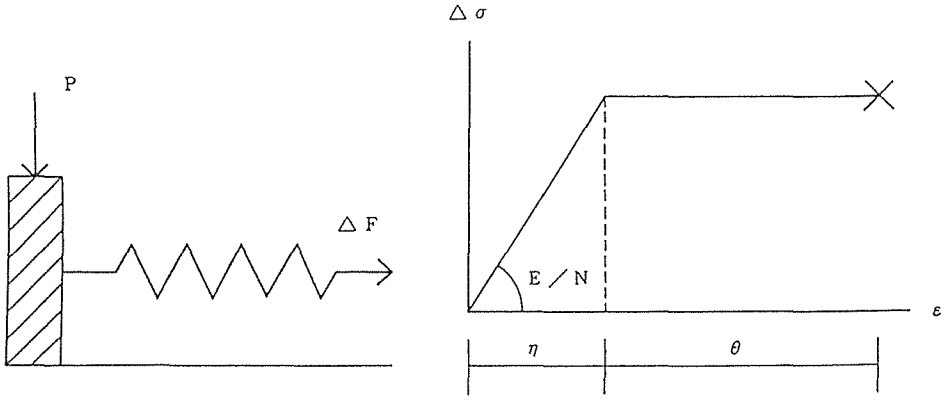
[1)]建築工学科　建築構造学第一講座
[2)]北海学園大学　工学部

るとする方法[2]と，鋼或いは岩石の破壊理論をコンクリートに適用しようとする方法[3]である。前者は多軸応力下の実験がなされていなかった比較的古い時期から用いられてきた方法であり，今後は後者の方法が主になると予想されるが，著者らは以前から前者の方法による解析を試み，くり返し荷重を受ける場合の2次元弾塑性解析を可能とする解析法の検討を進めてきた。単調載荷の多軸応力状態の解析法に残された問題が多く，くり返し荷重時のそれには更に多くの問題点が残されているが，これまでに得られた結果をとりまとめて以下に記すことにする。

2．2次元弾塑性解析法について

解析法は，A. Fafitis，S.P. Shahが自らの実験結果をもとに提案した方法[4]を発展させたものである。

Fafitis, ShahはN個の図－1に示す要素よりなるコンクリートモデルについて，N個の要素のうちのm番目の降伏ひずみη_m及び降伏後の応力低下率λ_mが下式で表されるとした。



図－1　コンクリート単位要素

$$\left.\begin{aligned}\eta_m&=\frac{1}{b}\log(1-m/N)\\ \lambda_m&=\exp(a\cdot\Delta\varepsilon_m)\end{aligned}\right\}\qquad(1)$$

ただし，$\Delta\varepsilon_m=\varepsilon-\eta_m$，$a$，$b$はコンクリートの1軸圧縮又は引張試験結果をもとに求められる係数。

そして応力は，

$$\left.\begin{aligned}&|\varepsilon|<|\eta_m|\text{の場合}\quad \Delta\sigma_m=E_0/N\cdot\varepsilon=E\cdot\varepsilon\\ &|\varepsilon|>|\eta_m|\text{の場合}\quad \Delta\sigma_m=E\cdot\eta_m\cdot\lambda_m\end{aligned}\right\}\qquad(2)$$

以上のようにして個々の要素の応力が得られると，ある点の応力は，

$$\sigma=\sum\Delta\sigma_m\qquad(3)$$

によって求められる。1軸単調載荷の場合については，$N=\infty$として閉じた積分により応力－ひずみ関係が得られるが，2軸くり返し荷重の場合は，積分が困難になるので，有限個のNを用い，

数値積分によって計算を進めることにした。

以上の方法は，比較的単純な応力－ひずみ関係の集合によって，コンクリートの非線形性状を表せる点で優れている。A. Fafitis, S.P. Shahはこの方法による１軸応力解析結果が実験値に良く対応し，２軸応力状態，そしてくり返し荷重の場合にも適用出来るとしている。しかし，著者らが検討した結果，

ａ）材料係数a，bの求め方が明確でない。

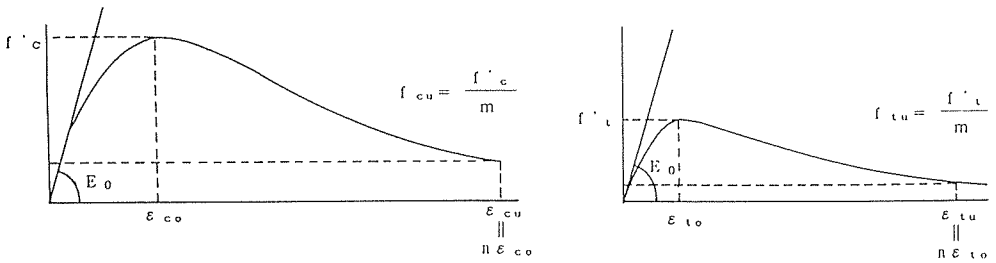
ｂ）２軸応力についての計算法を１軸応力の計算に用いると，１軸用の式による結果と異なる結果が得られる。

ｃ）くり返し荷重時の計算法は，主方向の変化が小さいか，又は１（引張）方向が２（圧縮）方向，そして２方向が１方向に交互に変わる場合を除き，主方向が任意の方向に変わる場合の計算が出来ない。

等の点が明らかになった。以上の諸点に対し著者らは以下のような方法を採ることにした。

2－1．材料係数a，bの求め方について。

２次元応力状態の解析結果が，実験結果に近似するようにa，bを定めるのではなく，基礎データである１軸圧縮及び引張試験結果に基づきa，bを求めるべきであると考え，検討を加えた結果，次により，a，b及び初期ヤング係数E_0を求めることにした。



図－２

・圧縮側：図－２の圧縮強度f'_c，そのときのひずみε_{c0}，破壊時の応力f_{cu}，そのときのひずみε_{cu}を与え，１軸の応力－ひずみ関係式によってa，b，E_0を求める。

・引張側：圧縮側について求めたE_0，引張強度f'_t，破壊応力f_{tu}，そのときのひずみと引張強度時のひずみε_{t0}の比を与えて，引張側のa，b及びε_{t0}を求める。

なお，実験データとしてE_0が示されている場合は，引張側と同様にしてε_{c0}を求めることにした。一般にf_{cu}，ε_{cu}，f_{tu}，ε_{t0}とε_{tu}の比が示されていることは稀で，著者らはE.P. Collinsの実験結果とも比較し，$f_{cu}/f'_c=1/5$，$\varepsilon_{cu}/\varepsilon_{c0}=4$，$f_{tu}/f'_t=1/2$，$\varepsilon_{tu}/\varepsilon_{to}=10$と仮定して$a$，$b$を求めた。

2－2．２軸応力状態の計算法について

１，２軸応力状態の計算を同一の計算式によって行うため，主方向について下式で得られる有効ひずみと主応力との間に前記の（１）～（３）式が成立するものとした。

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1^*&=\frac{1}{1-\nu^2}(\varepsilon_1+\nu\varepsilon_2)\\ \varepsilon_2^*&=\frac{1}{1-\nu^2}(\nu\varepsilon_1+\varepsilon_2)\end{aligned}\right\}\qquad(4)$$

ただし，ε_i^*：i 方向有効ひずみ，ε_i：i 方向ひずみ，ν：ポアソン比

なおポアソン比は，応力又はひずみの大きさによって変化することが知られているが，本報告では一定値とした。

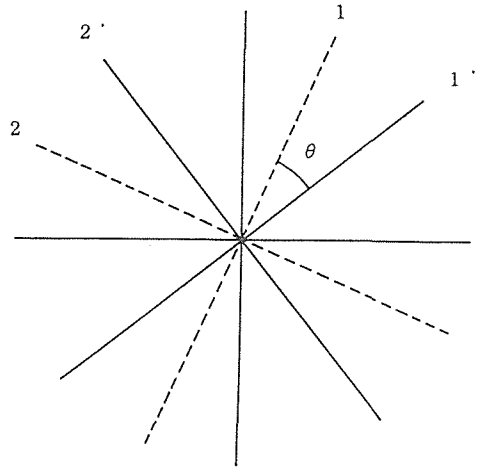
既に述べたように有効ひずみを用いる計算法は，古くから使われているもので，破壊理論式と組み合わせる等，ポアソン比の扱いと共に今後の検討課題であると考えている。

2－3．くり返し荷重時の計算法について

主ひずみ方向において，（1）～（4）の応力－ひずみ関係が成立すると仮定すると，主方向1'，2'の応力，ひずみと任意の1，2方向のそれとの間では，周知の下式が成立しなければならない。

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1&=\sigma_1'\cos^2\theta+\sigma_2'\sin^2\theta\\ \sigma_2&=\sigma_1'\sin^2\theta+\sigma_2'\cos^2\theta\\ \tau_{12}&=(\sigma_1'-\sigma_2')\cos\theta\sin\theta\end{aligned}\right\}\quad(5)$$

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon_1&=\varepsilon_1'\cos^2\theta+\varepsilon_2'\sin^2\theta\\ \varepsilon_2&=\varepsilon_1'\sin^2\theta+\varepsilon_2'\cos^2\theta\\ \gamma_{12}&=2(\varepsilon_1'-\varepsilon_2')\cos\theta\sin\theta\end{aligned}\right\}\quad(6)$$



図－3

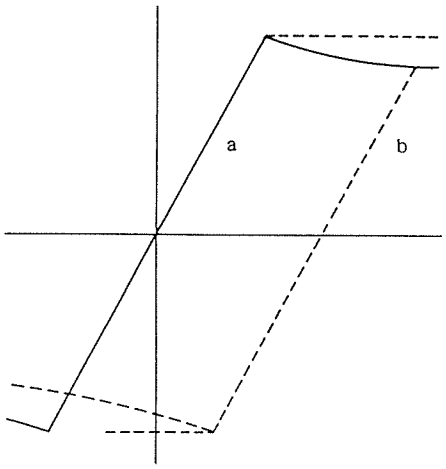
ただし，σ'_1：i 方向主応力，ε'_i：i 方向主ひずみ，σ_i：主方向 i 'と θ の角度をなす任意方向の応力，ε_i：同じくひずみ。

任意方向と主方向の N 個のうちの m 番目の要素の間でも，上記の関係が成立すると考えると，

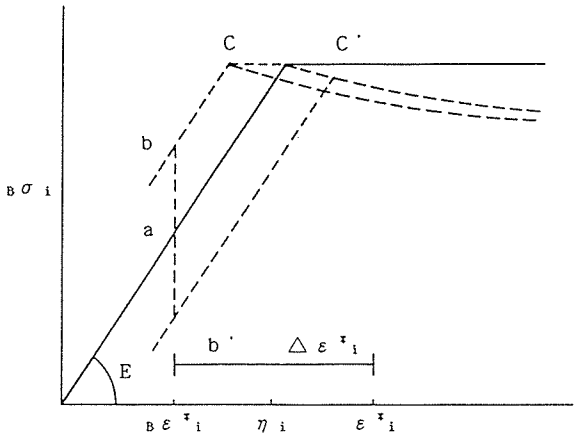
$$\left.\begin{aligned}\Delta\sigma_{m1}&=E(\eta_{m1}'\lambda_{m1}'\cos^2\theta+\eta_{m2}'\lambda_{m2}'\sin^2\theta)\\ \Delta\sigma_{m2}&=E(\eta_{m1}'\lambda_{m1}'\sin^2\theta+\eta_{m2}'\lambda_{m2}'\cos^2\theta)\\ \Delta\tau_{m12}&=E(\eta_{m1}'\lambda_{m1}'-\eta_{m2}'\lambda_{m2}')\cos\theta\cdot\sin\theta\end{aligned}\right\}\quad(7)$$

上式において $|\varepsilon_i'^*|<|\eta_{mi}'|$ の場合は $\eta_{mi}'=\varepsilon_i'^*$，$\lambda_{mi}'=1$ とする。なお以下では簡単のため，Δ，m，E を省略して記述することにする。

荷重変化後の主ひずみ方向を全ひずみについて求めた結果，1，2方向が新主方向になったとすると，新主方向では（1）～（3）の関係が成立するようになる。荷重ごとに主方向を求め（1）～（3）によって応力を求めると，くり返し荷重計算は図－4（a）の単調載荷計算を行うのと等しくなるので，残留ひずみを考慮した図－4（b）の計算を行うためには，前荷重段階での新主方向の応力とひずみの関係を知る必要がある。このひずみ，応力等は，（6），（7）式から求められるが，これらを ${}_B\sigma_i$，${}_B\varepsilon_i$ のように表して，模式的に図示すると図－5のようになる。前主方向1'，2'方向のひずみが降伏ひずみよりも小さいときは，${}_B\varepsilon_i$ に対応する応力 ${}_B\sigma_i$ は，a点の値となるが，1'，2'方向のひずみのいずれか又は両方が降伏ひずみを越えているときは，図－5のb又はb'の値になる。本報告ではこれらの応力を初期応力と同様にとり扱う一方，残留ひずみに関係する降伏後の応力低下率について，前主方向と新主方向との間に（5），（6）と同様の下式の関係が



図－4



図－5

成立すると仮定する。

$$\left.\begin{aligned} {}_B\lambda_1 &= \lambda_1'\cos^2\theta + \lambda_2'\sin^2\theta \\ {}_B\lambda_2 &= \lambda_1'\sin^2\theta + \lambda_2'\cos^2\theta \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

以上より，$\Delta\varepsilon_i^* = \varepsilon_i^* - {}_B\varepsilon_i^*$のひずみ増分が新主方向ひずみ方向に起こったとすると，

$$\left.\begin{aligned} &\left|\frac{\sigma_i}{{}_BE} + \Delta\varepsilon_i^*\right| > \left|\eta_i\right| \text{の場合：} \Delta\sigma_i = E\cdot\Delta\varepsilon_i^*\cdot{}_B\lambda_i \\ &\left|\frac{\sigma_i}{{}_BE} + \Delta\varepsilon_i^*\right| > \left|\eta_i\right| \text{の場合：} \Delta\sigma_i = E\cdot\eta_i\cdot{}_B\lambda_i\cdot\Delta\lambda_i \end{aligned}\right\} \quad (9)$$

ただし，$\Delta\lambda_i = \exp\{a({}_B\sigma_i/E + \Delta\varepsilon_i^* - \eta_i)\}$で求められる$\lambda_i$の増分。

$\sigma_i = {}_B\sigma_i + \Delta\sigma_i$，${}_B\lambda_i^*\,\Delta\lambda_i = \lambda_i$と置き換えて，以下同様の計算を続ける。応力が減少する場合も同様である。ひび割れは主ひずみが引張破壊時のひずみを越えたときに生じるとした。

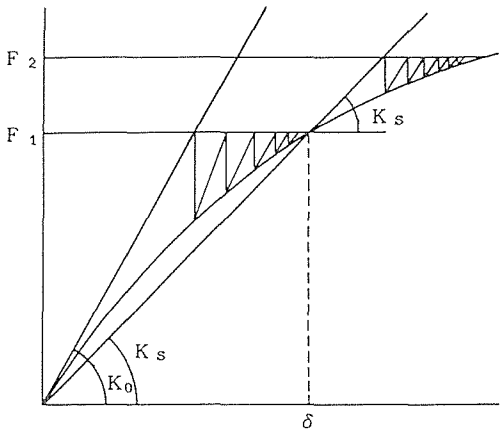
2－4．数値計算について

・全体をN等分し，その1区分を4等分割してSimpsonの数値積分式の改良式を用いて計算した。この場合分割数Nが結果に影響するが，本報の計算法を有限要素法と組み合わせて用いるとき，例えばNを増すと有限要素分割を少なくしなければならず，後者による計算精度の低下が起こる。本報ではN＝20，25，50と変えて検討し，Nによって値が変わるがその差はさほど大きくないので，上記の理由を考慮して$N=20$として計算した。

・以上の弾塑性計算法を有限要素で分割した構造物の各要素の応力-ひずみ関係に適用した。使用した有限要素は最も簡単な要素内で応力とひずみが同一の3角形要素である。この分割方式も解析結果に影響することは良く知られているが，本報告ではこの点に関する検討を行わず，従来の本研究室の解析例を参照し，computer容量に応じた最大分割数を採ることにした。

・有限要素法による非線形解析のための数値計算法として幾つかの方法があるが，本報告では初期剛性K_0を用いるquasi-Newton-Raphson法によった。この場合収束の判定基準と収束速さの問題がある。前者については，節点変位の前回計算値と今回計算値の差を求め，この差の全節点についての自乗平均値が，1×10^{-5}以下になった時をもって収束したとした。この値は小さすぎると

考えるが，荷重ステップごとに誤差が累積する性質があることを考慮して採用した。なお，くり返し回数が20回を越えた場合，$10^{-5}\times 10^{**}((\text{くり返し回数}-20)/10)$として，収束判定基準を緩和した。収束速さの問題は，かねて幾人かの研究者が検討を加えている。著者らも初期剛性K_0を用いた場合，図－6に示す前荷重段階の荷重－変位関係から得られるK_sを用いた場合，そしてCrisfield[5]の収束加速法を用いた場合等について検討した。次節で解析した壁の温度応力解析の場合，本報告で与えた温度変化の範囲では，K_s使用の効果は余り認められなかった。ただし，別に行った梁の単調載荷計算によると，塑性の影響が大きくなるに従い，収束までのくり返し計算回数は急増した。このような場合にK_sを使うと効果が現れると考えるが，この点については今後の検討課題としたい。またCrisfieldの収束加速法によって計算すると，くり返し計算回数は減少するが，1回の計算の中で荷重増分についての変位計算を3回行うため，収束までに加速しない場合と大差ない計算時間となった。この点についても若干の検討を行い，条件によってはよい結果を得たが今後更に検討を続けたい。



図－6

2－5．鉄筋の応力－ひずみ関係について

鉄筋の引張並びに圧縮応力－ひずみ関係は，図－7のトリリニア型を仮定したが，予備計算の結果，ひずみ硬化の計算結果に及ぼす影響が小さかったので，次節の計算はすべて$\alpha=0$のバイリニア型について行った。

配筋は，要素内に鉄筋比に応じて均等配筋されているとし，鉄筋とコンクリートの間にはスリップは起こらないとした。また鉄筋は軸方向力のみを負担し，せん断応力は負担しないとした。

なおCollinsの実験結果[6)7)]を参照して，ひび割れ発生後もコンクリートにはひび割れがない場合と同様の計算で得られる引張応力が生じ，ひび割れ部では鉄筋がその引張応力の合力を負担するとした。即ち図－8において，σ_1を引張主応力とすると，ひび割れ部に働くσ_1の合力のX及びY方向成分は，

$$\left.\begin{aligned}\sigma_1\cdot\Delta\cdot D\cdot\cos\beta&=\sigma_1\cdot\Delta x\cdot D\\ \sigma_1\cdot\Delta\cdot D\cdot\sin\beta&=\sigma_1\cdot\Delta y\cdot D\end{aligned}\right\}\quad(10)$$

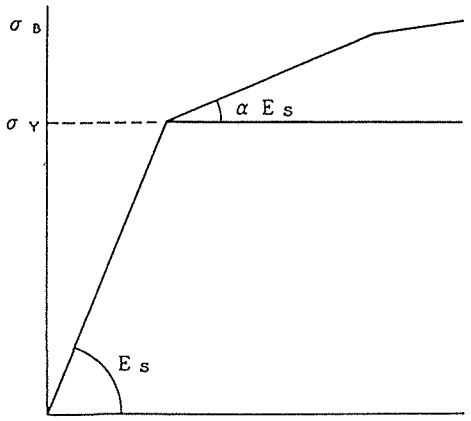
D：壁厚

故に，X，Y方向の鉄筋比が夫々ρ_x，ρ_yのとき，ひび割れ部の鉄筋応力の増分は，

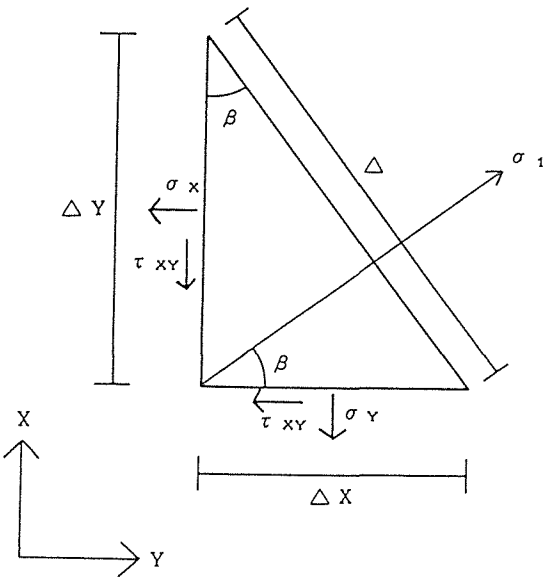
$$\left.\begin{aligned}\Delta\sigma_{sx}&=\sigma_1/\rho_x\\ \Delta\sigma_{sy}&=\sigma_1/\rho_y\end{aligned}\right\}\quad(11)$$

コンクリートの応力計算に用いたひずみと同じε_x，ε_yが，ひび割れ部以外の鉄筋にも生じているので，これによる応力$\sigma_{sx}=E_s\varepsilon_x$，$\sigma_{sy}=E_s\varepsilon_y$に上記の値を加えてひび割れ部の応力が求められる。このひび割れ部の鉄筋も図－7の応力－ひずみ関係を持ち，降伏ひずみを越えたときには，残留ひずみを考慮して計算した。

以上に概要を記した解析法に従い，計算プログラムを作成した。



図－7

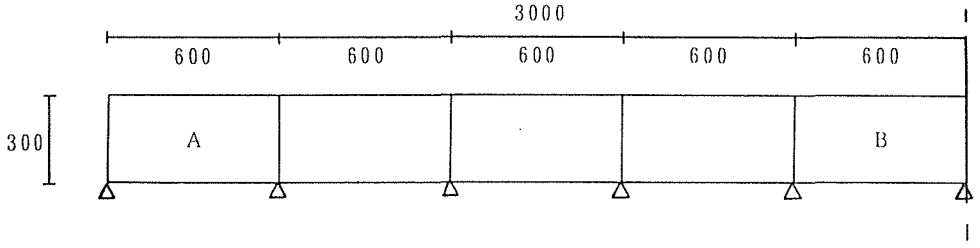


図－8

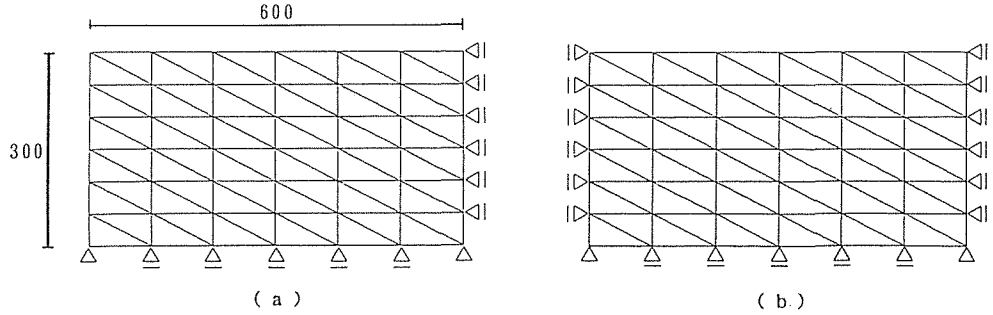
3．解析結果及び考察

3－1．解析モデルと解析条件について

解析に先立ち図－9について，X方向5分割，Y方向1分割して予備計算を行った。その結果，図－9のA部分は図－10（a）に，図－9のB部分は図－10（b）に置き換えて解析すれば近似



図－9



図－10

表－1

コンクリート	一軸圧縮強度	$f'_c = 21.1$(MPa)
	一軸引張強度	$f'_t = 1.9$(MPa)
鉄　筋	降伏応力度	${}_s\sigma_y = 440$(MPa)
	初期ヤング係数	$E_s = 200000$(MPa)
	鉄筋比	$\rho_x = \rho_y = 0.25,\ 0.50,\ 0.75\%$

した結果が得られることが明らかになった。その結果をもとに，解析モデルは，スパン長600 cm，階高300 cmの鉄筋コンクリート壁板を，図－10に示す二通りの境界条件のもとで，X方向6，Y方向6に均等分割して解いた。計算を行う際のコンクリートおよび鉄筋の材料定数は表－1の通りである。

計算は，温度きざみ10℃で0℃から－40℃まで下げ，反転後＋40℃まで上げ更に0℃に戻る温度変化を与え，夫々の境界条件で鉄筋比を変化させて計算した。

3－2．境界条件（a）の場合について

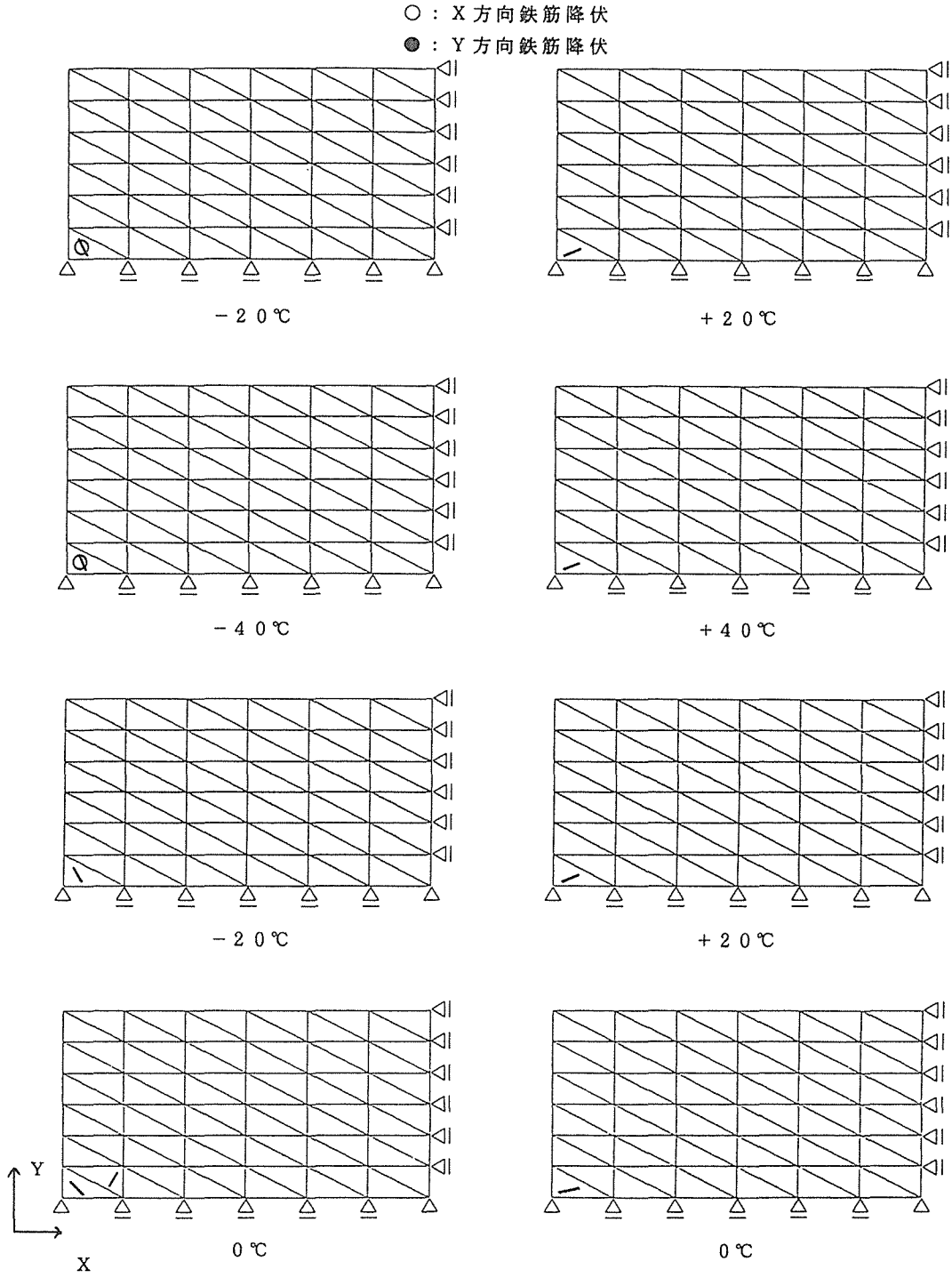
図－11は，鉄筋比を0.5%とした場合のひび割れと鉄筋の降伏状況を温度20℃ごとに示したものである。同図で省略した部分も含め記すと次のようである。ひび割れは壁脚部の左側端部要素に温度－10℃までに生じ，ついで－10℃～－20℃間で同要素内のX方向鉄筋が引張降伏した。その後－40℃まで状況は変わらない。温度反転後，鉄筋は弾性挙動を示し，その後0℃で先にひび割れを生じた要素に隣接した要素にひび割れが生じた。ただし，このひび割れは＋10℃になったとき閉じたと計算され，その後の温度ではひび割れは最初のものを除き生じなかった。また，鉄筋の降伏も起こらなかった。

鉄筋比を0.75%とした場合は，ひび割れの発生状況は鉄筋比0.5%の場合と全く同じであった。なお鉄筋の降伏は，温度－30℃～－40℃間で鉄筋比0.5%の時と同一のX方向鉄筋に起こったが，温度反転後，弾性状態に戻った。

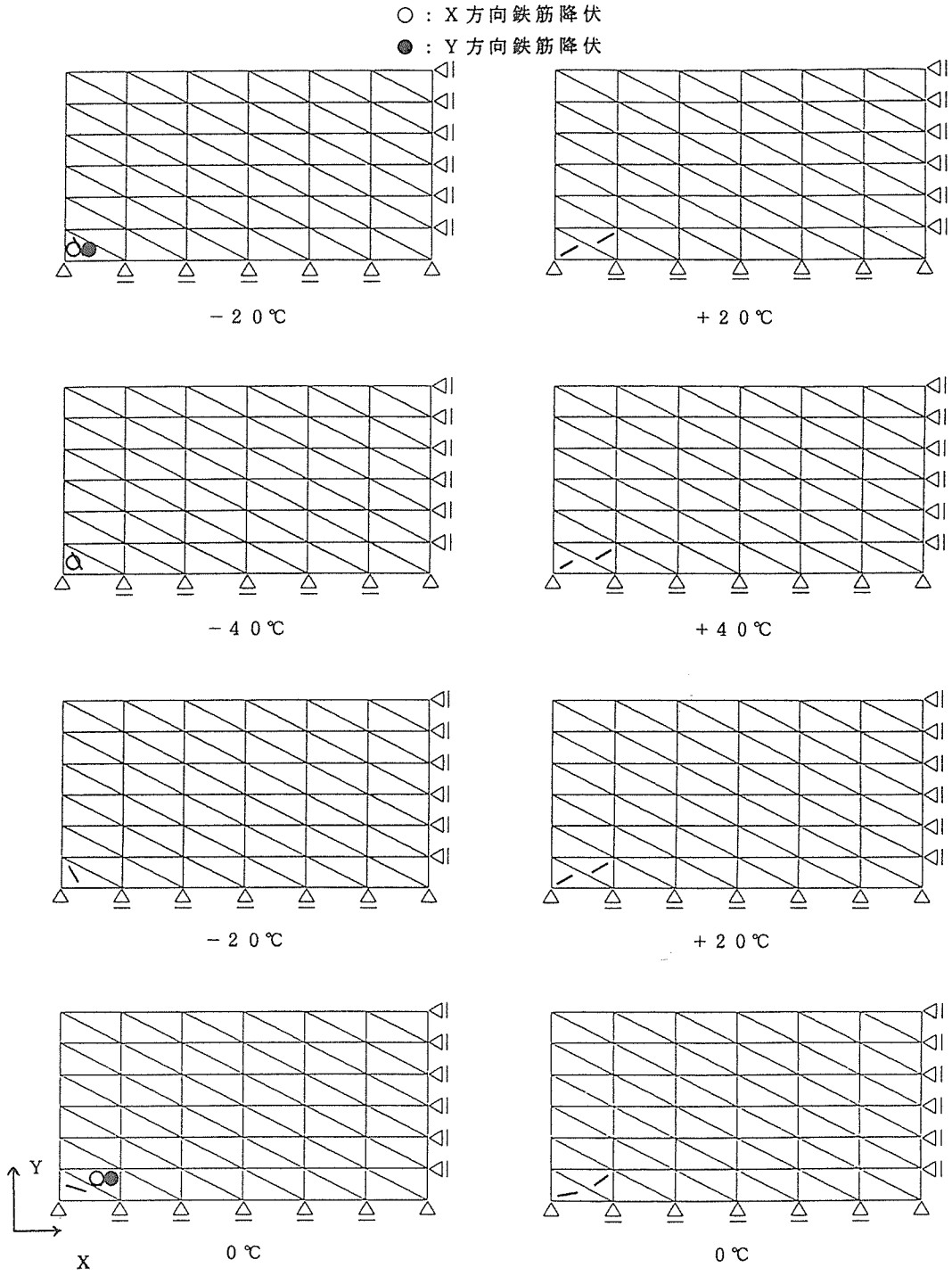
図－12は，鉄筋比0.25%とした場合の図－11と同様の図である。先ず，壁脚部の左側端部要素に温度0℃～－10℃までにひび割れが生じ，同要素のX及びY方向鉄筋が引張降伏した。その後－30℃まで状況は変わらないが，－30℃～－40℃間で，先に降伏していたY方向鉄筋が弾性状態に戻る。温度反転後は，X方向鉄筋も弾性状態に戻り，－10℃まで状況は変わらないが，－10℃～0℃間で先にひび割れた要素に隣接する要素にひび割れが生じ，その要素のX及びY方向鉄筋が降伏した。その後0℃～＋10℃間でX方向鉄筋が弾性状態に戻り，＋10℃～＋20℃間でY方向鉄筋も弾性状態に戻る。以後，ひび割れ要素の増減はなく鉄筋の降伏もみられなかった。

3－3．境界条件（b）の場合について

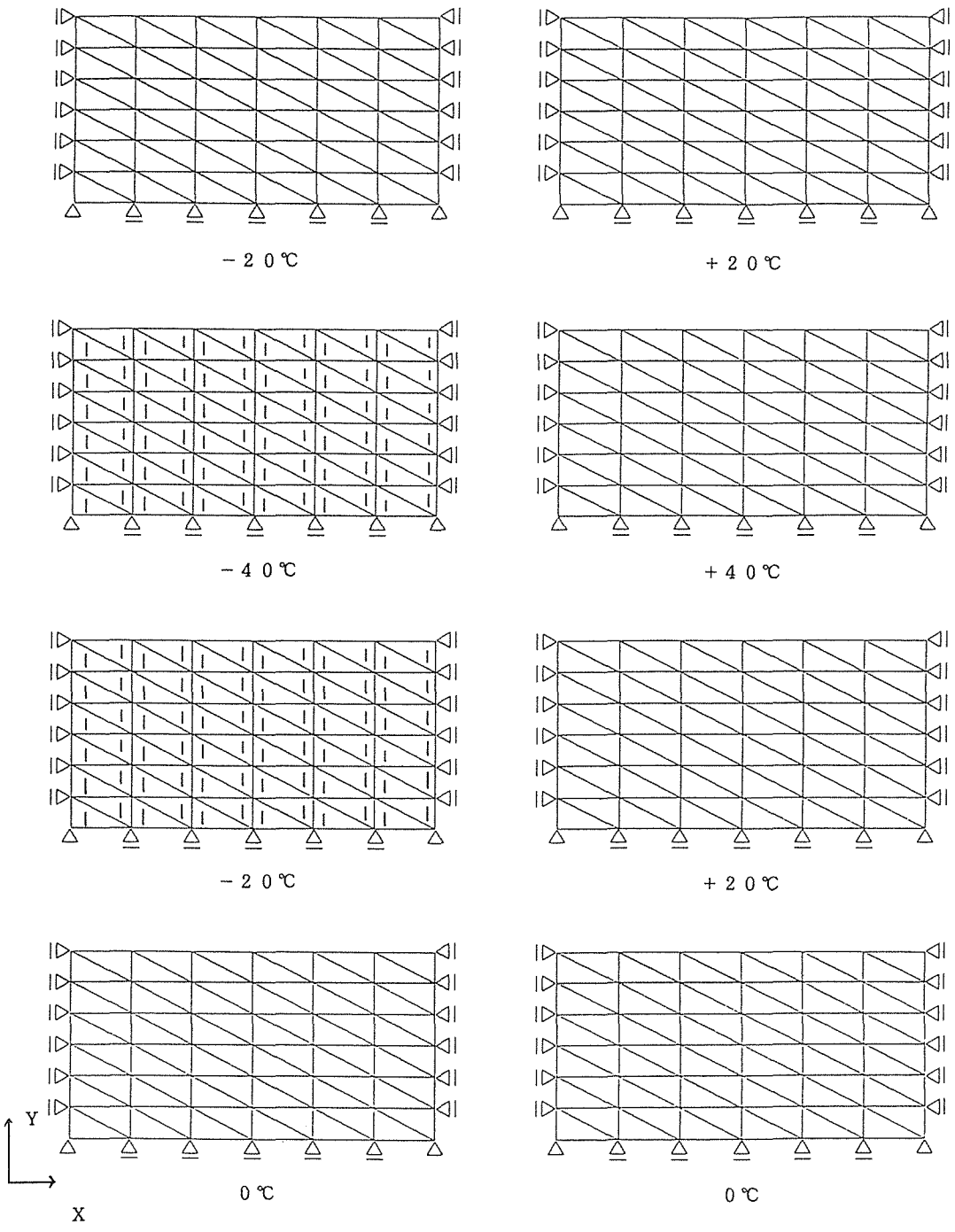
図－13は，鉄筋比を0.5%とした場合のひび割れと鉄筋の降伏状況を温度20℃ごとに示したものである。同図で省略した部分も含め記すと次のようである。温度－20℃～－30℃間で全要素にひび割れが生じた。その後－10℃まで状況は変わらないが，－10℃～0℃間で全てのひび割れは閉じ，以後どの要素にもひび割れは生じなかった。鉄筋の降伏は，XおよびY方向共にどの温度に



図－11　（鉄筋比0.5%）



図－12　（鉄筋比0.75%）



図－13　（鉄筋比0.5%）

おいても起こらなかった。鉄筋比0.75%の場合の計算結果は，ひび割れ発生状況及び鉄筋の降伏については鉄筋比0.5%の場合と全く同じであった。

鉄筋比0.25%とした場合は，ひび割れ発生状況については鉄筋比0.5%，0.75%の場合と全く同様であった。ただし，−20℃～−30℃間で全てのX方向鉄筋がひび割れ部で引張降伏した。その後，−40℃～−30℃間で先ほど降伏した全ての鉄筋は弾性状態に戻った。

4. ま と め

くり返し荷重を受ける場合の2次元弾塑性解析を可能とする解析法を提案し，くり返し温度変化を受ける鉄筋コンクリート壁についての解析を行い，境界条件および鉄筋比の違いによる影響を検討した。なお，鉄筋コンクリート部材を有限要素法によって解析した場合，実際にみられるひび割れよりも多数のひび割れが生ずると計算されることが知られている。著者らは，計算で得られるひび割れは目視し得ないものも含まれているためと考え，例えば鉄筋が降伏した場合のひび割れと，その他を区別した方がよいのではないかと考えている。また，鉄筋がくり返し降伏する場合は交番塑性破壊が生じる恐れがあるので避ける必要がある。

以上の観点を考慮しながら解析結果をまとめると以下のようである。

1）多スパンの連続壁において，温度変化により最もひび割れが生じやすいのは，外端部1スパン壁の外端脚部である。また，この箇所では温度によっては鉄筋比にかかわらず，ひび割れ部での鉄筋の降伏が起こる。よって鉄筋に交番塑性破壊が起こる可能性がある。

2）同様の連続壁の内，中央部1スパンの壁では温度が下降するときにひび割れがを多数生じるが，鉄筋比が0.5%以上においては鉄筋の降伏は起こらない。

謝　　辞

本研究は，当研究室におけるここ数年の一連の研究を纏めたものであり，多数の学生及び院生の協力を得た。修士論文において本研究に携わったのは，合志敏明氏(現東洋エンジニアリング)，斉藤仁氏（同ＮＴＴ），加藤芳明氏（同大成建設），牟田口真樹氏（同日建設計）の諸氏である。ここに記して感謝の言葉に代える次第です。

参考文献

1）O.C. Zienkiewicz : "The Finite Element Method", 1977.

2）例えば V. Cervenka : "Constitutive Model for Cracked Reinforced Concrete", ACI Journal, pp. 877−882, 1985. 11−12.

3）例えば D.J. Han, W.F. Chen : "Strain-Space Plasticity Formulation for Hardening-Softening Materials

4）A. Fafitis, S.P. Shah : "Constitutive Model for Biaxial Cyclic Loading of Concrete", Journal of Engineering Mechanics, ASCE, vol. 112, No. 8, pp. 760−775, 1986. 8.

5）M.A. Crisfield : NEW SOLUTION PROCEDURES FOR LINEAR AND NON-LINEAR FINITE ELEMENT ANALYSIS", THE MATHEMATICS OF FINITE ELEMENTS AND APPLICATIONS V, MAFELAP 1984, J.R. WHITEMAN, pp. 49−81.

6）M.P. Collins, F.J. Vecchio : "The Modified Compression-Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected to Shear", ACI Journal, pp. 219−231, 1986. 3−4.

7）F.J. Vecchio, M.P. Collins : "The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Streses", Publication No. 82−03, Department of Civil Engineering, University of Tronto, 1982. 3.