



Title	いわゆるP値の概念は可笑しい
Author(s)	園, 信太郎; Sono, Shintaro
Citation	経済學研究, 60(1), 33-34
Issue Date	2010-06-10
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/43299
Type	departmental bulletin paper
File Information	ES60-1_002.pdf



いわゆる P 値の概念は可笑しい

園 信太郎

1. はじめに

ここでは、有意性検定の発生以来認識されてきたであろう事柄を取って述べることにする。残念ながら最寄りの多くの教科書にはこれを見出すことができない。

問題の本質を明確にするために話を単純化する。正規母集団の平均 θ は未知固定で、しかもそれは θ_0 か θ_1 かのいずれか一方であると、後者は前者よりも大とする。また検定に利用する統計量は標本平均 \bar{X} とする。データの平均は \bar{x} とし、 \bar{X} のいわゆる実現値であると見なされる。母分散は既知であり 1 とする。いわゆる帰無仮説を $H_0: \theta = \theta_0$ 、対立仮説を $H_1: \theta = \theta_1$ 、とする。

2. いわゆる P 値

この P 値とは、事後的有意水準 $P(\bar{X} \geq \bar{x} | H_0)$ のことであり P と表記する。データの平均が増大するに従って P は減少する。この P を「決定者」が「十分に小である」と見なす場合には、 H_0 は棄却され H_1 が採択され、一方その「決定者」が、「この P は比較的小とは言い難い」と見なす場合には、彼は H_0 の棄却を「留保」して、 H_1 の採択は見送られる。つまりデータの平均が θ_0 から θ_1 側へと偏るに従って、帰無仮説に対する不信感が増大するものとして、この不信感の程度を、 P の「小ささ」で捉えようとするのである。しかしこの事後的有意水準は、「不信感の程度」を適正に反映しているのだろうか。

3. 実現しなかった「より不利な」値たちの合併

今「あなた」が仮説 H_0 を弁護する立場にあるとする。データの平均が θ_0 から正の方向に乖離するにつれて、そのデータは H_0 にとって「より不利」であることを(譲歩して)認めるものとする。しかし P とは、 H_0 の下での、観察「まえ」の標本平均がデータの平均「以上」となる「確率」である。そこでは、データの平均のみでなく、それを超える値までもが「まとめて」合併されている。しかも、この「超える値たち」とは、実際に得られた値よりも、 H_0 にとって「より不利な」値たちの総体である。つまり「あなた」の H_0 に対しては、「実際には得られなかった(自身にとってより不利な)値たちの総体」に基づいて、判決が下されることとなるのである。当然弁護者である「あなた」は、このような規準を容受する訳には行かないはずである。 P は明らかに H_0 にとって一方的に不利な規準であり、このことを「あなた」は、「決定者」に対して強く抗弁する(少なくとも学問的な)権利を持つ。

データの平均は \bar{X} の実現値と見なされており、この(観察「まえ」の)標本平均は、標本の大きさを n とすると、帰無仮説の下で、平均 θ_0 分散 $1/n$ の正規分布に従う。この正規分布の密度関数を ϕ_0 とすると、「決定者」の規準には、積分値 P ではなく値 $\phi_0(\bar{x})$ のみが(その一部として)組み込まれるはずなのである。

P は帰無仮説に対する「不信感の程度」を適正に反映しているとは言い難く、その採用はコモン・センスに反している。

4. サヴェジ氏のある講義

この講義とはサヴェジ氏 (Leonard Jimmie Savage, 1917.11.20 - 1971.11.1) が、1959 年の夏にロンドンを訪れた際に、the Joint Statistics Seminar of Birkbeck and Imperial Colleges において行ったものであり、しかも Birkbeck College において、7 月 27 日、28 日の両日に、サヴェジ氏の言い分に関する討論が、有力な統計家達が参加して為されているのである。この講義の表題は“Subjective Probability and Statistical Practice”であり、1962 年に公刊された *The Foundations of Statistical Inference: A Discussion* という好冊子の冒頭に収録されている。またこの冊子には、62 頁から 67 頁にかけて、及び 97 頁から 103 頁にかけて、それぞれサヴェジ氏による、始め及び終わりのスピーチが収められている。

サヴェジ氏はこの講義において、彼の「基礎論」の思想を踏まえつつも、より実践的な議論を展開している。とくに 29 頁から 33 頁にかけて有意性検定の問題点を例示しており、主観確率に基づく議論が、事後的有意水準によるものよりも適正であることを示唆している。読者には例えば 32 頁の式 (4) に着眼してもらいたい。そこでは、「実現した」値に対応する(帰無仮説の下での)密度関数の値が、(決定のための)規準に明白に組み込まれている。

主観確率に基づく統計学は、コモン・センスの延長である。

参考文献

Savage, Leonard Jimmie, *The Foundations of Statistics, Second Revised Edition*, Dover Publications, New York, 1972. 第一版は、John Wiley & Sons, New York, より 1954 年に出ている。この「基礎論」への一つの「読み」として、園 (2001) がある。またサヴェジ氏の思索への一つの「読み」として、園 (2007) がある。

Savage, Leonard Jimmie, et al., *The Foundations of Statistical Inference: A Discussion*, John Wiley & Sons, New York, 1962. この好冊子の 9 頁から 35 頁にかけて、サヴェジ氏自身による講義, “Subjective Probability and Statistical Practice,” が収められている。また、62 頁から 67 頁にかけて、及び 97 頁から 103 頁にかけて、それぞれサヴェジ氏による、始め及び終わりのスピーチがある。いずれも含蓄があり、必読の文章である。

園信太郎, 『サヴェジ基礎論覚書』, 岩波出版サービスセンター, 東京, 2001 年 12 月 20 日。

園信太郎, 『サヴェジ氏の思索』, 岩波出版サービスセンター, 東京, 2007 年 8 月 31 日。

2010 年 2 月 1 日 (月)