



Title	地震計鉛直アレー記録の相分解法の改良
Author(s)	吉田, 邦一; YOSHIDA, Kunikazu
Citation	北海道大学地球物理学研究報告, 73, 175-183
Issue Date	2010-03-19
DOI	https://doi.org/10.14943/gbhu.73.175
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/44472
Type	departmental bulletin paper
File Information	73_16_p175-183.pdf



地震計鉛直アレー記録の相分解法の改良

吉田 邦一

(財)地域地盤環境研究所

(2010年1月8日受理)

An Improvement to the Phase Decomposition Analysis of Seismic Vertical Array Records

Kunikazu YOSHIDA

Geo-Research Institute

(Received January 8, 2010)

I modify a vertical array analysis method that decomposes complex seismograms into body and surface wave time histories that have been proposed by Yoshida and Sasatani (2008). In the previous study, P, S and surface waves at the surface were decomposed by a least-squares method without any weighting. In the present study, the data are weighted by using the maximum amplitude of each spectrum of seismograms. I carried out a numerical test of this method with synthetic vertical array records consisting of vertically incident plane P and S waves and laterally incident plane Love and Rayleigh waves. P, S, Love, and Rayleigh waves were perfectly decomposed for synthetic records without noise. I applied this method to real vertical array records from the Ashigara valley, a moderate-sized sedimentary valley. The array records from an earthquake occurring at the depth of 123 km near the array (epicentral distance of about 31 km) I find small difference between the present weighted and the previous non-weighted estimations.

I. はじめに

地震記録には様々な種類の地震波が含まれるが、それぞれを同定することは記録を解釈する上で重要である。吉田 (2004) や Yoshida and Sasatani (2008) は、地表・地中合わせて3点以上からなる地震計鉛直アレー記録から実体波と表面波を分離する相分解法 (Phase decomposition method) を提案し、足柄平野の地震動記録に対して適用を試みた。さらに、吉田 (2004) はこの手法を応用した地表・地中の2点の記録から実体波と仮定した1種類の表面波に分離する方法を適用して、札幌のボアホール観測点での地震動記録より、盆地生成表面波を同定した。

この Yoshida and Sasatani (2008) の方法では、鉛直アレー記録から各相に分解する過程で最小二乗法を用いる際、すべてのデータを同じ重みで用いていた。この最小二乗法にデータの重み付けを導入することで、ノイズに対しより安定した解析が可能となることが期待される。これにより、特に Love 波と Rayleigh 波の分解が困難になる場合が軽減されることが期待される。

本報告では、まず Yoshida and Sasatani (2008) の方法を解説する。次に、相分解法で用いる最小二乗法にデータの重み付けを導入する。最後に、実際の鉛直アレー観測記録への適用結果を示す。

II. 解 析 法

1. 相分解法の解説

この節では、Yoshida and Sasatani (2008) の手法の要点をまとめる。まず、1次元水平多層構造中の N 個の地震計からなる鉛直アレー観測点を考える。この観測点に鉛直下方より平面 P 波と S 波、側方より Love 波と Rayleigh 波が入射する状況を仮定する。比較的軟らかい地盤、例えば第四紀の堆積層などに設置された観測点であれば、この仮定は現実的なことが期待される。このとき、地表で観測される地動は、それぞれの種類の波（相）の足し合わせで表される。すなわち、地表での水平 x, y 成分の地動 $u_1(t), v_1(t)$ のフーリエ変換 $\hat{u}_1(\omega), \hat{v}_1(\omega)$ (t は時間, ω は角周波数) は、それぞれ

$$\hat{u}_1(\omega) = \hat{S}_x(\omega) + \hat{L}_x(\omega) + \hat{R}_x(\omega) \quad (1)$$

$$\hat{v}_1(\omega) = \hat{S}_y(\omega) + \hat{L}_y(\omega) + \hat{R}_y(\omega) \quad (2)$$

鉛直 z 成分の地動 $w_1(t)$ のフーリエ変換 $\hat{w}_1(\omega)$ は

$$\hat{w}_1(\omega) = \hat{P}(\omega) + \hat{R}_z(\omega) \quad (3)$$

と表される。ここで、 $\hat{S}_x(\omega), \hat{S}_y(\omega), \hat{L}_x(\omega), \hat{L}_y(\omega), \hat{R}_x(\omega), \hat{R}_y(\omega)$ はそれぞれ地表における S, Love, Rayleigh 波の x および y 成分のフーリエ変換を、 $\hat{P}(\omega)$ と $\hat{R}_z(\omega)$ はそれぞれ地表での P 波と Rayleigh 波の上下動成分のフーリエ変換を表す。

1次元水平多層構造中のこれら4種の相（波の種類） j に対し、地表 $z = 0$ から深さ z_i の地震計 i への伝達関数 $a_{ij}(\omega)$ が定義できる。この伝達関数 $a_{ij}(\omega)$ は複素スペクトル比で表され、PS 検層などの既知の速度構造モデルから Haskell matrix 法などを用いて計算できる。本研究では、実体波には Propagator matrix 法 (Aki and Richards, 1980, 2002) を、表面波には Compound matrix 法 (齋藤, 1979; 齋藤・梶沢, 1993) を用いて計算した。

深さ $z = z_i$ の地中での地動 $u_i(t), v_i(t), w_i(t)$ のフーリエ変換は、伝達関数を用いるとそれぞれ

$$\hat{u}_1(\omega) = a_{i1}\hat{S}_x(\omega) + a_{i2}\hat{L}_x(\omega) + a_{i3}\hat{R}_x(\omega) \quad (4)$$

$$\hat{v}_1(\omega) = a_{i1}\hat{S}_y(\omega) + a_{i2}\hat{L}_y(\omega) + a_{i3}\hat{R}_y(\omega) \quad (5)$$

$$\hat{w}_1(\omega) = b_{i1}\hat{P}(\omega) + b_{i2}\hat{R}_z(\omega) \quad (6)$$

と表される．ここで， a_{i1} ， a_{i2} ， a_{i3} はそれぞれ S 波，Love 波，Rayleigh 波の水平成分に対する地表と深さ z_i の間の伝達関数， b_{i1} ， b_{i2} はそれぞれ P 波と Rayleigh 波の上下動成分に対する伝達関数をあらわす．地表での地動に対しては， $a_{1j} = b_{1j} = 1$ とおくことで，式(1)–(3)を式(4)–(6)と同じ形式で書ける．

式(1)–(6)を行列の形式でまとめると，

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{x} \quad (7)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{y} \quad (8)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{B}\mathbf{z} \quad (9)$$

となる．ここで， $\mathbf{u} = [\hat{u}_1(\omega), \hat{u}_2(\omega), \dots, \hat{u}_N(\omega)]^T$ ， $\mathbf{v} = [\hat{v}_1(\omega), \hat{v}_2(\omega), \dots, \hat{v}_N(\omega)]^T$ ， $\mathbf{w} = [\hat{w}_1(\omega), \hat{w}_2(\omega), \dots, \hat{w}_N(\omega)]^T$ は観測されたアレー記録のフーリエ変換からなるベクトル (array data vector)， $\mathbf{x} = [\hat{S}_x(\omega), \hat{L}_x(\omega), \hat{R}_x(\omega)]^T$ ， $\mathbf{y} = [\hat{S}_y(\omega), \hat{L}_y(\omega), \hat{R}_y(\omega)]^T$ ， $\mathbf{z} = [\hat{P}(\omega), \hat{R}_z(\omega)]^T$ は地表での P, S, Love, Rayleigh 波のフーリエ変換からなるベクトル (wave model vector) で， T は行列の転置を表す． \mathbf{A} ， \mathbf{B} は伝達関数の行列で，それぞれ $\mathbf{A} = a_{ij}$ ， $\mathbf{B} = b_{ij}$ である．

式(7)–(9)の array data vector (\mathbf{u} ， \mathbf{v} ， \mathbf{w}) と伝達関数行列 (\mathbf{A} ， \mathbf{B}) は既知であるので，wave model vector (\mathbf{x} ， \mathbf{y} ， \mathbf{z}) は，その要素数から水平動で 3，上下動で 2 つ以上の深度の異なる記録があれば，線形最小二乗法で周波数ごとに推定できる．この wave model vector を，Yoshida and Sasatani (2008) では正規方程式

$$\mathbf{A}^* \mathbf{u} = \mathbf{A}^* \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (10)$$

$$\mathbf{A}^* \mathbf{v} = \mathbf{A}^* \mathbf{A} \mathbf{y} \quad (11)$$

$$\mathbf{B}^* \mathbf{w} = \mathbf{B}^* \mathbf{B} \mathbf{z} \quad (12)$$

により推定した．ここで， \mathbf{A}^* は \mathbf{A} の随伴行列 (転置行列の複素共役) を表す．最後にそれぞれの周波数ごとに求めた wave model vector から逆フーリエ変換により各相の時刻歴波形が得られる．

この方法で実際の観測記録を解析すると，Love 波と Rayleigh 波の推定結果が妥当でないことが多い．これは Love 波と Rayleigh 波の伝達関数がどちらも実数のみからなり，一般に値の差も小さいため，伝達関数が複素数からなる S 波と異なり分解能が劣るためである．そこで，S 波と表面波の分解法について考える．Love 波と Rayleigh 波の和 (表面波項; surface wave term) $\hat{F}(\omega)$ とそれらの差 (differential term) $\hat{G}(\omega)$ をそれぞれ

$$\widehat{F}(\omega) = \widehat{L}(\omega) + \widehat{R}(\omega) \quad (13)$$

$$\widehat{G}(\omega) = \widehat{L}(\omega) - \widehat{R}(\omega) \quad (14)$$

と定義する．式(7), (8)を

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{x} \quad (15)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}\mathbf{T}^{-1}\mathbf{T}\mathbf{y} \quad (16)$$

と変形する．ここで、 $\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ である．これを用いて、wave model vector を

$$\mathbf{x}' = \mathbf{T}\mathbf{x} = \left[\widehat{S}_x(\omega), \widehat{F}_x(\omega), \widehat{G}_x(\omega) \right]^T \quad (17)$$

$$\mathbf{y}' = \mathbf{T}\mathbf{y} = \left[\widehat{S}_y(\omega), \widehat{F}_y(\omega), \widehat{G}_y(\omega) \right]^T \quad (18)$$

に、伝達関数行列を

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A}\mathbf{T}^{-1} \quad (19)$$

に置き直すと、式(7)と(8)は

$$\mathbf{u} = \mathbf{A}'\mathbf{x}' \quad (20)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{A}'\mathbf{y}' \quad (21)$$

となり、 \mathbf{x}' , \mathbf{y}' は式(10)–(12)と同様に線形最小二乗法で推定できる．Love 波と Rayleigh 波は、求めた $\widehat{F}(\omega)$ と $\widehat{G}(\omega)$ から式(13), (14)を用いて逆に求められる．

2. 重みの導入

前節で説明した Yoshida and Sasatani (2008) の解析において、観測方程式から正規方程式を作る際にデータの値をそのまま用いていた．このため、振幅が大きな地表付近の記録の影響が大きくなり、推定結果に偏りが生じる可能性がある．そこで、逆解析に重みを導入する．重み付けの導入により、解析精度の向上が図られる可能性がある．重みには地震計 i の記録のスペクトルの絶対振幅 $|\widehat{u}_i(\omega)|$ (x 成分の場合) の逆数を用いる．ただし、そのままでは 0 での割り算が発生する可能性があるため、非常に小さな値 ε を加えた重み行列

$$\mathbf{W} = w_{ii} = 1/(|\widehat{u}_i| + \varepsilon) \quad (22)$$

(x 成分．他の成分では $|\widehat{u}_i|$ を置き換える) を用いる．

前節の式(10)–(12)の代わりに、重みつき最小二乗法の正規方程式

$$\mathbf{A}^* \mathbf{W} \mathbf{u} = \mathbf{A}^* \mathbf{W} \mathbf{A} \mathbf{x} \quad (23)$$

$$\mathbf{A}^* \mathbf{W} \mathbf{v} = \mathbf{A}^* \mathbf{W} \mathbf{A} \mathbf{y} \quad (24)$$

$$\mathbf{B}^* \mathbf{W} \mathbf{w} = \mathbf{B}^* \mathbf{W} \mathbf{B} \mathbf{z} \quad (25)$$

を用いて wave model vector を推定する。これにより推定結果が偏るのを防ぐ。

III. 解析例

前章の重み付きの新しい方法をデータに適用して、その有効性を検討する。まず、合成波形の分解を試みる。合成波形は、Yoshida and Sasatani (2008) (以下、前報) と同様に、1次元水平多層構造に鉛直下方からパルス幅1秒の三角波パルスのP波およびS波が入射したときの応答と、側方から伝播するLove波およびRayleigh波が入射したときの波形をそれぞれ理論的に計算し足し合わせ、いくつかの深さでの波形を合成した。合成した波形に対し、本研究で重み付けを導入した相分解法を用いて、相ごとの波形を推定した。地震計配置は足柄平野に設置されたCTS鉛直アレー観測点 (Fig. 1) を想定して設定した。速度構造には、CTS観測点でPS検層などから推定されたものを設定した (Fig. 2)。この条件で合成波形を分解したところ、元の各相の波形を完全に再現できた (Fig. 3)。

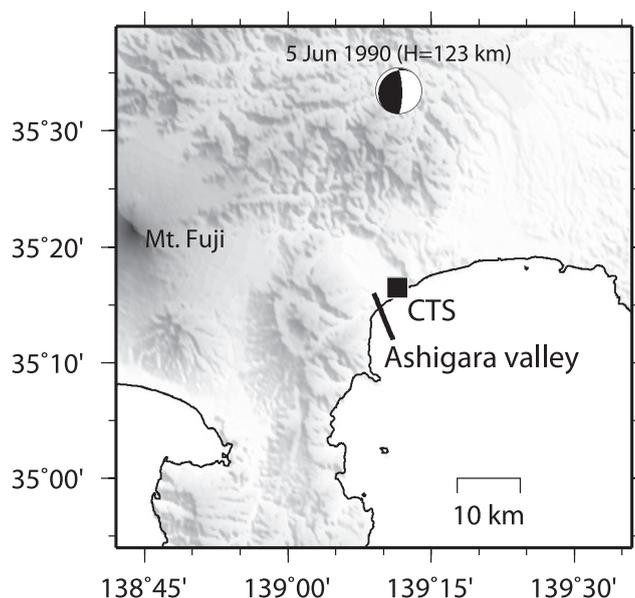


Fig. 1. Map with the epicentres and focal mechanisms of a intermediate-depth event and the location of the Ashigara valley. The solid square indicates the CTS vertical array site.

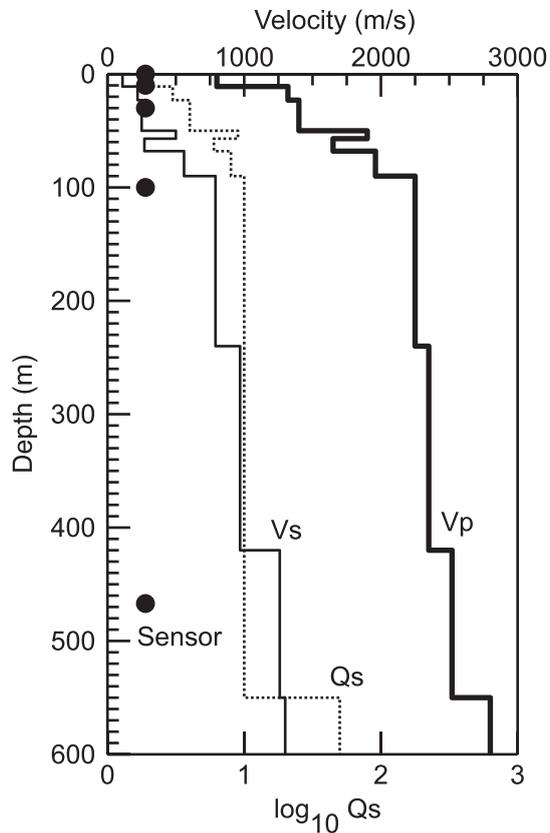


Fig. 2. Array layout and underground velocity structure of the CTS vertical array seismic station in the Ashigara valley.

次に、実際のデータへ本研究の相分解法の適用を試みる。ここでは、Fig. 1 に示した神奈川県北西部（1990年6月5日、M5.5）のやや深発地震のCTSでの記録を用いる。これは前報で解析したものと同じ地震であり、構造モデルも同一である。

本研究による重み付き最小二乗法による解析結果をFig. 4に示す。また、比較のため、重みを均一、すなわち重み付け無しによる解析結果をFig. 5に示す。解析結果のS波と表面波（surface）の波形を比較すると、重み付けの有無に関わらずほとんど同じである。一方、伝達関数の検討から最も推定精度が悪い differential term の波形は僅かではあるが異なっており、重み付けの影響が表れている。

推定された相ごとの波形の地中での記録についての安定性を見るため、神奈川県北西部の地震のEW成分について、重み付き解析による地中での分解波形をFig. 6に示す。地中においても安定して分解波形が得られ、特に20秒付近に明瞭に見られる表面波（点線）が深さとともに急速に減衰している様子が確かめられる。

結局、今回の結果では、重み付けの有無が結果に与える影響は、differential term にわずかな

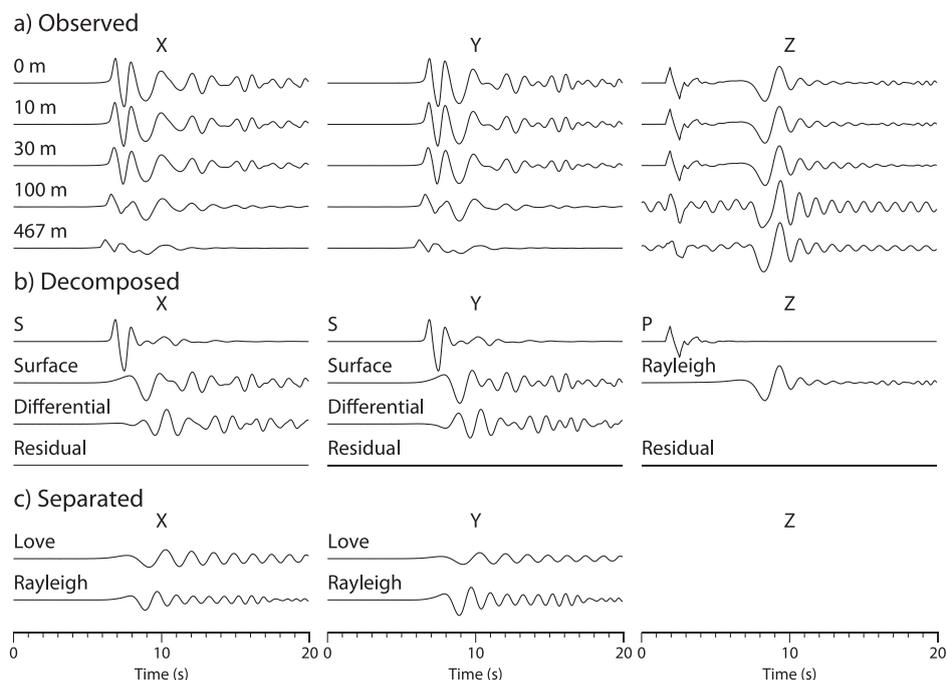


Fig. 3. (a) Three-component vertical array seismograms used in a synthetic test. These are synthetic seismograms with no noise. (b) Results of the decomposed waves by vertical array analysis. The decomposed body (P and S) waves are shown in the top, the decomposed surface wave terms of the x and y components and the decomposed Rayleigh waves of the z component in the second, the differential terms in the third and the residuals in the bottom. Note that the residuals are zero in this noiseless test. (c) The separated Love and Rayleigh waves.

差が見られた程度で、小さいものであった。ただし、地震計の配置や速度構造などによっては伝達関数行列が変化し、誤差伝播の様子が変化することから、重み付けが結果に与える影響が変化すると考えられるので、今回の結果だけから重み付けの効果の大きさを結論付けられない。重み付けの効果は観測点ごとに検討する必要がある。

IV. ま と め

本報告では、Yoshida and Sasatani (2008) の相分解法に改良を加え、解析精度の向上を試みた。相分解法では、鉛直アレー地震動記録を各相に分解する過程で、線形最小二乗法を用いるが、その際に観測波形の振幅に応じた重みを導入した。ノイズを含まない合成波形の解析では、元の各相の波形を完全に再現できた。実際の地震動鉛直アレー記録を解析し、本研究で導入した重み付けの影響を調べたところ、今回用いたアレーの記録では、重み付けの導入による結果の変化はごく僅かであった。ただし、他の観測点では地震計の配置や速度構造などの条件が異なるため、重み付けの影響は異なる可能性がある。

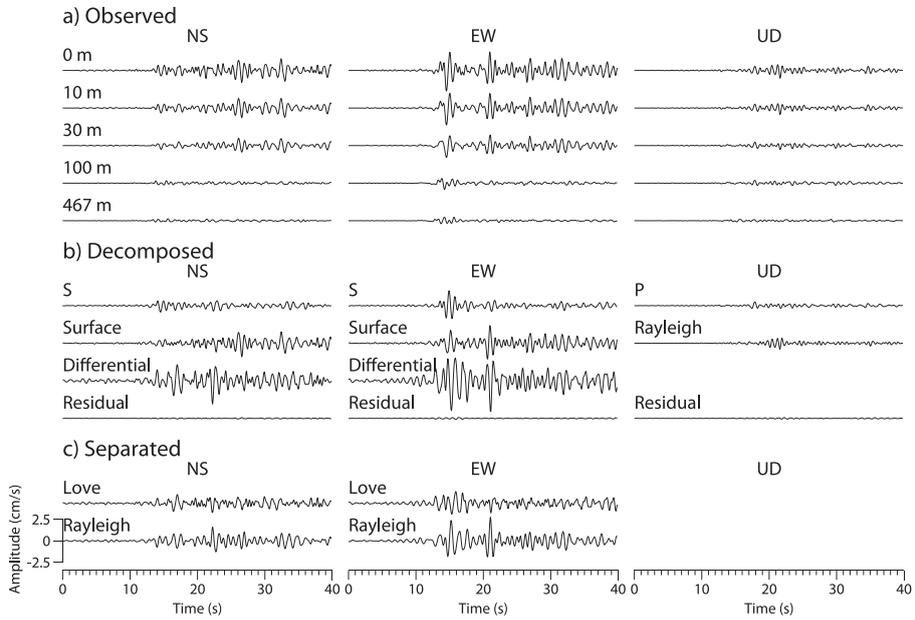


Fig. 4. Same as Fig. 3 except for vertical array records at CTS from the NW Kanagawa earthquake (5 June 1990). These are band-pass filtered velocity seismograms with the band from 0.4 to 2.0 Hz.

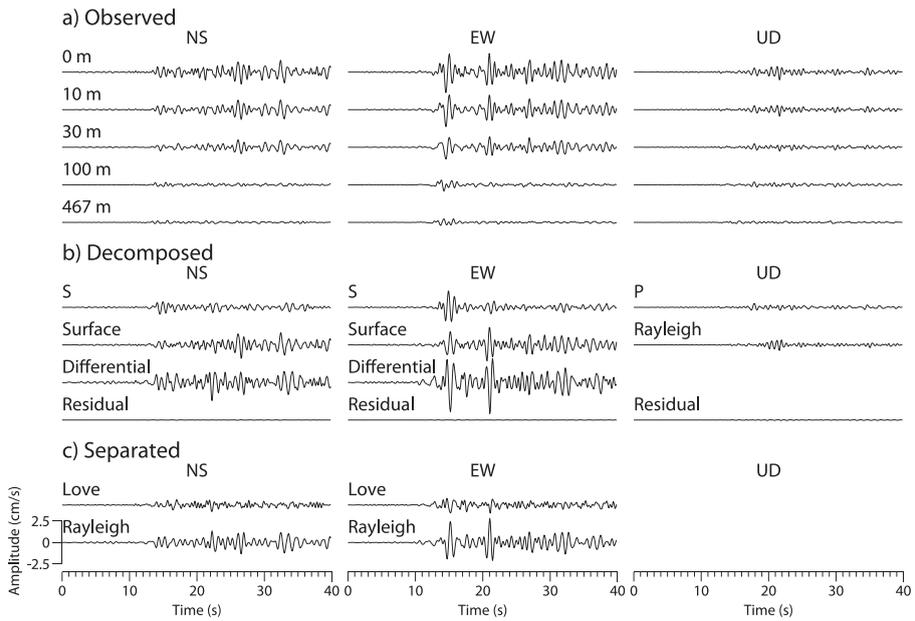


Fig. 5. Same as Fig.4 except for the analysis without any weights.

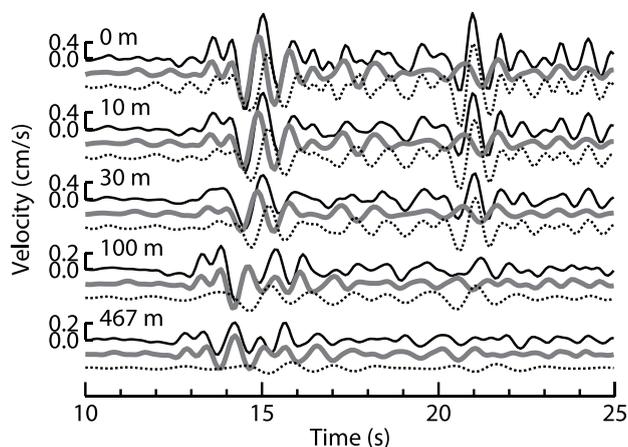


Fig. 6. The decomposed waveforms of sensors at various depths for NW Kanagawa earthquake (EW component; see Fig. 4). The solid line shows the observed record, the body wave for the gray line, and the dotted line shows the surface wave.

謝辞 本研究は笹谷努先生と竹中博士氏との議論が出发点となっています。足柄平野の観測データは工藤一嘉教授および坂上実氏に提供していただきました。伝達関数の計算には齊藤正徳氏の DISPER 80 第 2 版を利用しました。記して感謝します。

文 献

- Aki, K. and P. G. Richards, 1980. *Quantitative Seismology. Theory and methods*, San Francisco, W. H. Freeman and Company.
- Aki, K. and P. G. Richards, 2002. *Quantitative Seismology, Sausalito*, University Science Books.
- 齊藤正徳, 1979. 成層構造に対する反射率, 表面波分散曲線の計算 I. 液体中の音波, 弾性体中の SH 波, 物理探鉱, **32**, 15-26.
- 齊藤正徳・柁沢宏之, 1993. 成層構造に対する反射率, 表面波分散曲線の計算 II. レーリー波の計算, 物理探査, **46**, 283-298.
- 吉田邦一, 2004. 堆積盆地の地震応答に関する研究—石狩平野北部地域を例として—, 博士論文, 北海道大学大学院.
- Yoshida, K. and T. Sasatani, 2008. Seismic vertical array analysis for phase decomposition, *Geophys. Jour. Inter.*, **174**, 707-718.