



Title	高次モード陸棚波の励起
Author(s)	磯田, 豊; Isoya, Yutaka; 磯貝, 安洋 他
Citation	北海道大学水産科学研究彙報, 60(2/3), 39-49
Issue Date	2010-12
Doc URL	<a href="https://hdl.handle.net/2115/44759">https://hdl.handle.net/2115/44759</a>
Type	departmental bulletin paper
File Information	39-49.pdf



## 高次モード陸棚波の励起

磯田 豊・磯貝 安洋

(2010年5月19日受付, 2010年5月25日受理)

### Generation of Higher Mode Shelf Waves

Yutaka ISODA and Yasuhiro ISOGAI

#### Abstract

Shelf waves have many modal-dependent structures in their cross-shelf dimension. The current fluctuations on the shelf areas in the world oceans were frequently dominated by the second or third mode. Theoretical studies show that all mode waves excited within the wind forcing area starts propagating after the sudden onset of forcing. Thus, the generation of higher-mode waves can be predicted theoretically, but intuitive understanding for its physical mechanism is not easy. This study suggests that modal-dependent structures are temporally formed as regarded as the scattering process of vortex eddies. The scattering gives repeated rise to an eddy with positive/negative vorticity generated by a former-formed eddy with opposite-sign vorticity, according to the conservation of potential vorticity.

**Key words** : shelf waves, higher-mode, vortex eddies, conservation of potential vorticity, scattering process

#### はじめに

陸棚幅  $L_s$  と海岸線に沿った方向の波の空間スケール (波数  $k \neq 0$ ) が有限である場合, 陸棚波は可符番無限個のモード波として存在する。なお, 陸棚幅  $L_s$  が有限でも, 無限空間 (波数  $k=0$ ) の強制力で励起される陸棚波を想定した場合には, モード波は存在しない (付録 A)。モード波が励起されるためには有限の空間スケール, すなわち, 強制力 (風や流入流出など) の端または陸棚地形の端の存在が必須である。

Hsieh (1982) はオレゴン州沖陸棚で実施された Coastal Upwelling Experiment (CUE) 資料を用いて, 岸沖方向の流速構造の解析を行い, 高次モード (第2モード) 陸棚波の卓越を初めて指摘した。その後, オーストラリア東岸沖陸棚 (例えば, Church et al., 1986) やニュージーランド西岸沖陸棚 (例えば, Madeleine et al., 1991) でも, 同様な観測・解析によって, 第2モードの陸棚波の卓越が報告されている。日本では海岸線に沿った方向の流速観測から得られた位相伝播速度の解析から, 第2もしくは第3モードの陸棚波の卓越が示唆されている (例えば, Kubota et al., 1981; 磯田ほか, 1992)。これら高次モード波を励起する強

制力としては, 海岸線に平行な風応力の数日周期変動とする研究が多いが, もう一つの要因も考えられている。それは何らかの要因によって発生した低次モード波が不規則に変化する海岸線や海底地形の場所まで伝播し, その場所まで散乱 (Scattering) して高次モード波へエネルギーが分配されるというものである (例えば, Hsueh, 1980)。

高次モード波とは, 流速が零となる節が陸棚上でいくつも存在する波である。陸棚波は水柱の伸縮を復元力とした渦流の波なので, この波の高次モード波とは海底斜面を登る岸向き流 (水柱が縮み, 正の渦度を獲得した反時計回り渦流) と降る沖向き流 (水柱が伸び, 負の渦度を獲得した時計回り渦流) が岸沖方向に交互にいくつも並んだ波となる。高次モード波が卓越していることは観測事実であるが, どのようにして, 陸棚上の岸沖方向に並んだ正・負の渦度, または岸向き・沖向き流が同時に励起され, さらに卓越できるのだろうか。

この疑問に対する応用数学を用いた理論的な解答は, 非分散の風強制陸棚波を研究対象とした Isoda (1993) で与えられている。「有限の風強制領域において, 陸棚波の全てのモード波が同時に励起され, 各モード波の振幅は次第に増加する。低次モード波ほど単位時間内の振幅増加率は大

きいものの、伝播速度（正しくは群速度）が速いために、十分発達する前に風強制域から脱してしまう。一方、高次モード波の振幅増加率は小さいが、伝播速度が遅いため、比較的長く風強制域に留まり続けることができ、有意に振幅が増加できる。それゆえ、風強制領域内で観測を行ったとき、風強制周期が長くなればなるほど、高次モード波の卓越はあり得る。」という解答である。この理論的な解答は、全てのモード波が独立して存在（線形重ね合わせ）していることを認め、各モードへの風応力エネルギーの分配率と分散関係から、モード波毎の時間発達を議論した結果である。すなわち、「独立して存在する高次モード波の振幅値がどのように時間発達するのか」の解答であり、「岸沖方向にはほぼ一様な風強制から、岸沖方向に流速場の節がいくつもある高次モード波がどのように励起されるのか」という物理機構に関する解答にはなっていない。

本稿では単層の数値モデルを用いて、海岸線に平行な風強制もしくは海岸側及び上流側からの流入流出を強制した場合の計算を行った。そして、陸棚波のモード解でモード分解した結果と比較しながらも、本計算結果を一連の物理現象という視点から改めて解釈するという立場をとる。結果としては、上述の理論的な解答とも矛盾することなく、「高次モード波がどのように励起されるのか」の物理機構に焦点的を当てた解答を与えるを試みる。

### 数値モデル

用いた数値モデルは線形化した単層 POM (Princeton Ocean Model; Blumberg and Meller, 1987) であり、水平粘性と海底摩擦の影響は考慮しない。基本のモデル地形は幅 200 km ( $y$  軸方向)、長さ 3,000 km ( $x$  軸方向) の細長い水路地形とし、水路幅の半分 ( $0 \text{ km} < y < 100 \text{ km} = L_s$  の範囲) を指数関数で表現した陸棚地形  $H(y)$  を設定した (Fig. 1)。すなわち、

$$H(y) = h_0 \exp(\lambda y) \quad (1)$$

ここで、 $h_0 = 50 \text{ m}$ 、 $y > 100 \text{ km}$  の沖合水深を  $H = 2,000 \text{ m}$  一定に設定したので、地形パラメータは  $\lambda = 3.69 \times 10^{-5} \text{ m}^{-1}$  となる。水路左端は閉境界とし、そこから右側へ 900 km の地

点に  $x$  軸の原点をとり、灰色領域で示した  $0 \text{ km} < x < 100 \text{ km} = L_w$  の有限区間を強制領域とした。水路右端は開境界とし、モデル内で発生した擾乱を抜くために放射条件を設定した。格子間隔は  $x$  軸方向に  $\Delta x = 10 \text{ km}$ 、高次モード波を表現するために  $y$  軸方向は  $\Delta y = 2 \text{ km}$  の細かい格子とし、計算時間間隔は  $\Delta t = 2.0 \text{ s}$  とした。

### 風強制と流入流出強制

風強制を想定した場合、単層モデルでは表層エクマン境界層は陽に表現できない。ところが、単層モデルの風強制により生成される渦度（風応力の地形回転成分）は、無限小厚の表層エクマン境界層を仮定したとき、この境界層内のエクマン吹送流が岸境界を介して内部領域に繋がり、海底斜面を登り降りする水柱から生成される渦度に置き換えて解釈することができる（磯田・佐藤, 2007）。すなわち、単層の風強制モデル結果と風応力から見積もられるエクマン輸送量を岸境界からの流入流出量として与えたモデル結果が物理的には同じ意味となる。

本節ではこれを確かめるために、海岸線に平行な風応力が  $x$  軸の正方向に強制領域内で連吹しているケースを考える。風応力  $X$  は強制領域 ( $0 \text{ km} < x < 100 \text{ km} = L_w$ ) の左右両端で正弦波的に小さくように下記の関数で与えた。

$$X(x) = X_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L_w}\right) \quad (2)$$

本モデル計算における風応力の最大振幅値は  $X_0 = 3.24 \times 10^{-2} \text{ kgm}^{-1}\text{s}^{-2} > 0$  とし、この値は風速値  $5.0 \text{ ms}^{-1}$  に対応する。この風応力を単層モデルに強制したケースを Case W とする。この風強制による表層エクマン輸送量  $Q$  は下記の式を用いて解析的に予測される。

$$Q(x) = \frac{X(x)}{f\rho} \quad (3)$$

ここで、 $f (= 10^{-4} \text{ s}^{-1} > 0)$  はコリオリパラメータ、 $\rho (= 10^3 \text{ kgm}^{-3})$  は海水密度である。よって、強制領域内で積算した岸向き全エクマン輸送量  $Q_0$  は

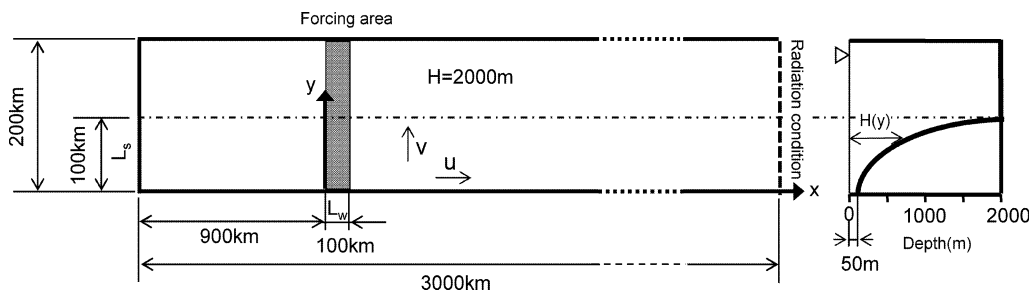


Fig. 1. Model domain for the channel in which the disturbance propagates; (a) plan view with wind-forcing region fixed at  $0 < x < L_w$  and (b) side view showing simple bottom topography in which the depth increases exponentially with positive distance  $y = 0$ .

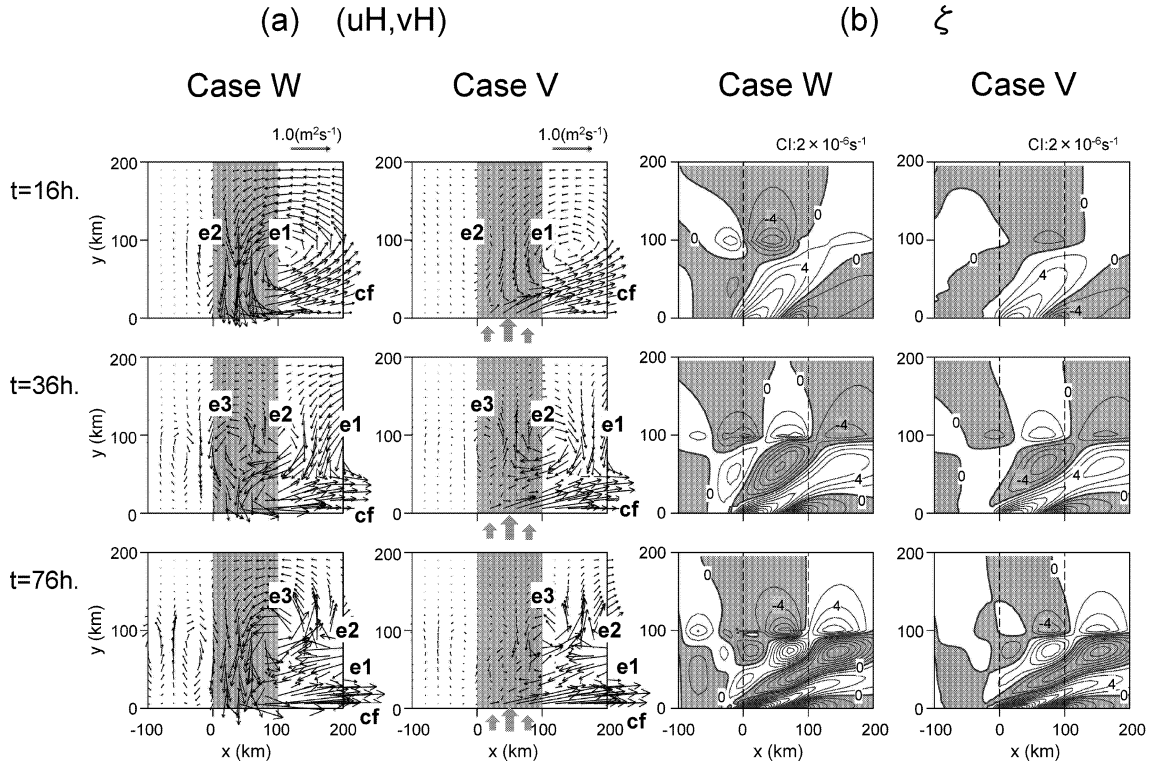


Fig. 2. The instantaneous fields for (a) volume transport vectors and (b) relative vorticity at times of 16, 36, 76 hour in the Cases of W and V. The symbols e1, e2, e3 and cf denote the locations of three vortex eddies and coastal current, respectively.

$$Q_0 = \int_0^{L_w} Q(x) dx = 2.05 \times 10^3 \text{ m}^3 \text{ s}^{-1} \quad (4)$$

となる。ここでは、(3)式の岸向き表層エクマン流が岸境界から内部領域への沖向き流出流になると考える。この場合、強制領域内の計算格子における流出流速値  $V_i$  (ここで、 $i=1\sim 10$ の10格子) に換算すると

$$V_i = \frac{Q(((i-1)+1/2)\Delta x)}{h_0 \Delta x} \quad (5)$$

となる。単層モデルの岸境界から、(5)式の流出流を強制したケースを Case V とする。

Fig. 2は強制開始後、 $t=16\text{ h.}$ ,  $36\text{ h.}$ ,  $76\text{ h.}$ の時刻における両ケースの計算結果を比較したもので、(a)は流量 ( $uH$ ,  $vH$ ) のベクトル表示、(b)は相対渦度  $\zeta$  (負領域を灰色表示) の各水平分布図である。時間の経過とともに発生する渦流を順に、渦流 e1, e2, e3 と名付け、各渦流の中心付近の沖合に記号で示した。各時刻における両ケースの渦流位置はほとんど同じであり、相対渦度  $\zeta$  の定性的な分布もほぼ同じであることがわかる。両ケースの違いは流量保存の違いから生じている。Case Vでは岸境界から流出量  $Q_0$  が供給され、この流出流は沿岸流 (coastal flow: cf で表示) に繋がっている。一方、Case Wは計算領域内で流量が保存されなければならないため、沿岸流 cf の流量は沖合の渦流から補われている。それゆえ、Case Wの渦流に伴う流速は

Case Vに比べて大きくなり、各渦流周辺の相対渦度  $\zeta$  も多少大きな値となる。

陸棚の沖合側に十分に広い海洋が存在しているのであれば、無限小厚の表層エクマン流を仮定し、内部領域の流れ場を正しく表現した Case Vの方が Case Wよりも現実的であろう。さらに、Case Vは風強制問題だけでなく、大型河川や海峡からの流出流問題にも拡張できるという利点があり、本稿では Case Vの計算結果を物理的解釈として使用する。

### 陸棚波のモード解

Case Vの計算結果を詳しくみる前に、陸棚波の理論的なモード解を示しておく。まず、計算に用いた指数関数地形に存在し得る陸棚波の第1~第4モードまでの分散関係を分散曲線図として Fig. 3(a)に示した (付録B)。この図の縦軸の周波数  $\omega$  はコリオリパラメータ  $f$  で規格化し、横軸の波数  $k$  は水路幅  $L_s$  で規格化している。また、各曲線の濃淡は下記の式から計算される単位時間当たりの渦度供給量  $Xb_n$  の相対的な大小関係を示す (付録C)。

$$Xb_n = \int_0^{L_s} \frac{X}{H^2} \frac{dH}{dy} F_n dy \quad (6)$$

ここで、(1)式の指数関数地形の場合には

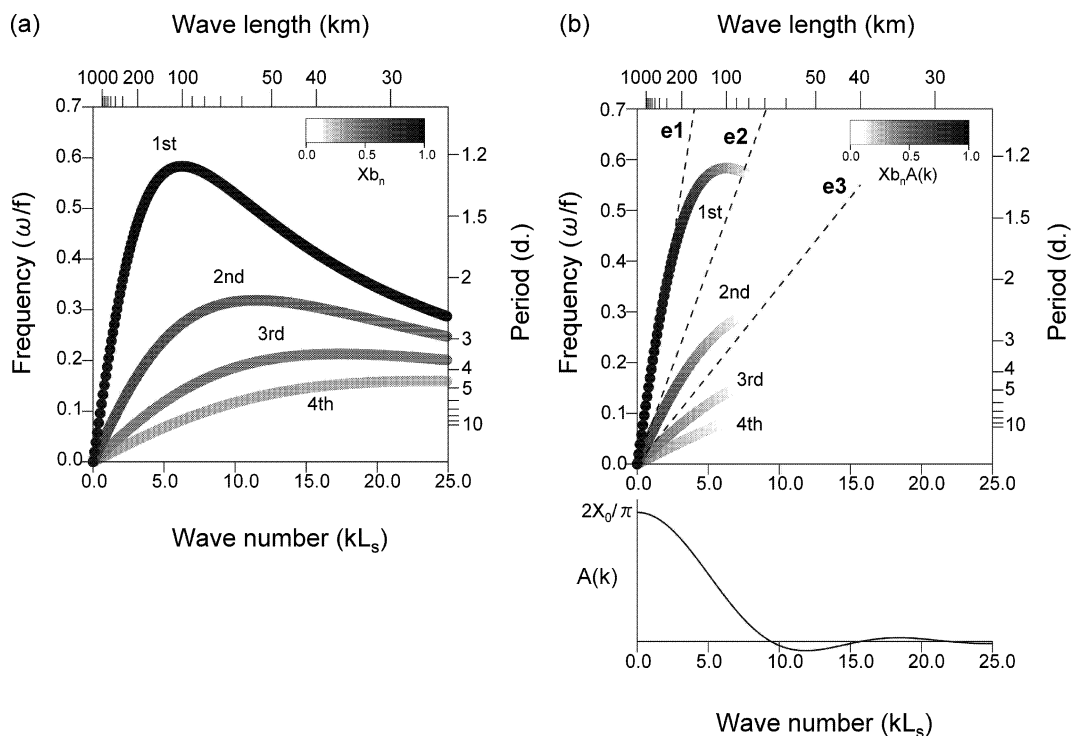


Fig. 3. (a) Dispersion curves for the lowest fourth modes of shelf waves. Gray scale of each curve line denotes the relative value of  $Xb_n$ . (b) Upper panel is the same as figure (a), but the representation by relative value of  $Xb_n A(k)$ . The inclines denoted by three dashed lines show the estimated propagation speed of vortex eddies of e1, e2 and e3, respectively. Lower panel is the amplitude function  $A(k)$  of wave packet for the disturbance with forcing scale of  $L_w=100$  km.

$$F_n(y) = A_n \exp(\lambda y) \sin \beta_n y \quad (7)$$

となり、これはモード  $n$  の岸沖分布関数である。 $Xb_n$  の相対的な比率は第1モードを1.0とすると、第2モードは0.51、第3モードは0.43、第4モードは0.28となる。これらの比率は、強制領域内における波の振幅増加率が低次モード波ほど大きいことを意味している。

モード  $n$  における海岸線に平行な流速成分を  $u_n$  とすると

$$Hu_n = -\frac{dF_n}{dy} \phi(x, t) \quad (8)$$

となる。Fig. 4の上段には流量  $Hu_n \sim -dF_n(y)/dy$  の岸沖分布、下段には流速成分  $u_n \sim -(dF_n(y)/dy)/H(y)$  の岸沖分布を第1~第3モードまで示し、各モードの分布は最大値で規格化している。 $\beta_n$  の値は付録Bの(b4)式から、ニュートン法を用いて  $\beta_1 = 2.48 \times 10^{-5}$ ,  $\beta_2 = 5.16 \times 10^{-5}$ ,  $\beta_3 = 8.08 \times 10^{-5}$  と計算される。Fig. 4に示された陸棚上 ( $0 < y < L_s$ ) の節の数はモード  $n$  で  $n-1$  個であることがわかる。

全ての波数の陸棚波が励起されるのであれば、Fig. 3(a)の分散曲線上の波が励起されると考えてもよい。しかし、現実的な強制領域は必ず有限範囲であり、励起される陸棚波の波数分布は制限される。(2)式で表現した本モデルの強制領域で励起される波の波数分布  $A(k)$  は、下記の式で計

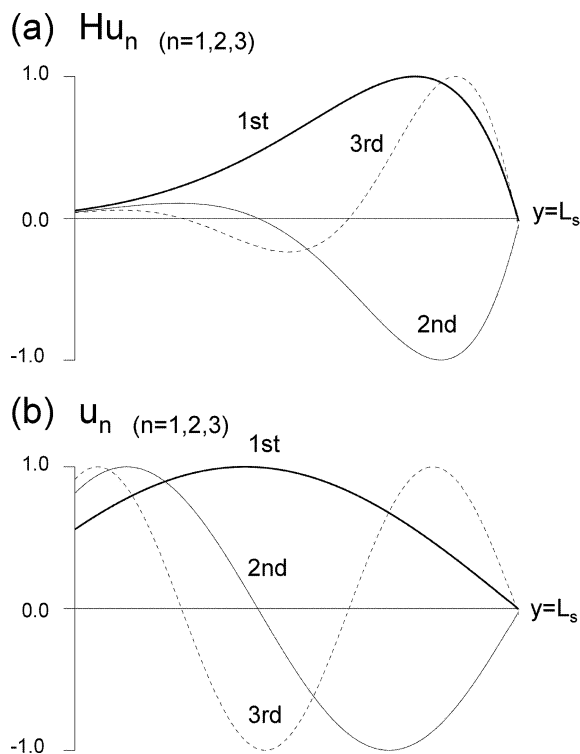


Fig. 4. The cross-shelf profiles of (a)  $Hu_n$  and (b)  $u_n$  for the lowest three modes ( $n=1, 2, 3$ ), determined by the eigen-value problem theoretically.

算される wave packet となる (磯田・佐藤, 2008)。

$$A(k) = X_0 \int_0^{L_w} \sin\left(\frac{\pi x}{L_w}\right) \exp(-ikx) dx \quad (9)$$

$L_w = 100$  km としたときの  $A(k)$  分布を Fig. 3 (b) の下段に示し、波数制限を加えた単位時間当たりの渦度供給量 ( $Xb_n A(k)$  値) の大きさを相対的な濃淡で表現し直した分散曲線図が Fig. 3 (b) の上段である。 $L_w = 100$  km という強制領域では、非分散に近い低波数の陸棚波が励起されることを意味する。

### Case V の計算結果

#### 時間の経過とともに発生する渦流の伝播

先に示した Fig. 2 をみると、時間の経過とともに渦流 e1 (反時計回り)、渦流 e2 (時計回り)、渦流 e3 (反時計回り)・・・が順々に発生し、これらは常に右側へ (浅瀬を右手にみながら) 移動し、発生した順に強制領域を抜けている。はじめに、これらの渦流の中心が強制領域から脱する時刻を見積もる。そのために、強制領域の右端 ( $x = 100$  m 地点) における岸沖断面の流量をモニターする。この岸沖断面を右向きに通過する積算流量は、連続の関係から強制領域内への流出量  $Q_0$  に等しい。また、渦流であれば右向き流量と左向き流量は等しく、ある渦流が存在する範囲の岸沖積算流量は常に零となる。そこで、Fig. 5 の模式図に示した手順で、閉じた渦流の循環流量と沿岸流の流量を計算する。この図は Case V の時刻  $t = 36$  h. の例であり、強制領域の右端断面で渦流が 2 個 (e1 と e2) 存在している。① 陸棚外 ( $200 \text{ km} > y > 100 \text{ km} = L_s$ ) における右向き流の積算流量  $V_2$  を見積もり、これが渦流 e2 の循環流量となる。② 陸棚縁  $L_s$  から岸側へ、逆符号の積算流量 ( $-V_2$ ) となる地点  $y_2$  を求める。この地点  $y_2$  から沖合側が時計回りの渦流 e2 の存在領域となる。③ 地点  $y_2$  から岸側へ左向き流の流量が零となる地点  $y_1$  までの積算流量  $-V_1$  を見積もり、これが渦流 e1 の循環流量となる。④ ② と同様に、逆符号の積算流量 ( $V_1$ ) となる地点  $y_0$  を求める。よって、 $y_0 < y < y_2$  の範囲が

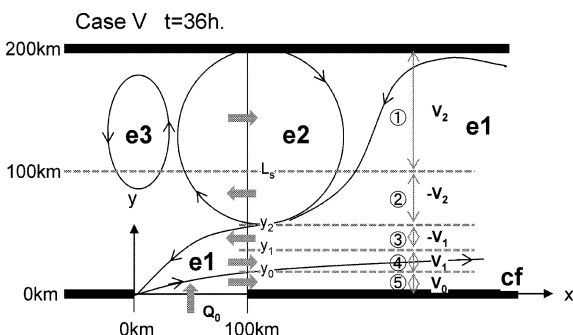


Fig. 5. Schematic picture for vortex eddies (e1, e2, e3) and coastal flow (cf) at the time of 36 hour of Case V in Fig. 2.

反時計回りの渦流 e1 の存在領域となる。⑤ 地点  $y_0$  から岸境界 ( $0 < y < y_0$ ) までは常に右向き流の沿岸流 cf となり、その積算流量  $V_0$  は強制領域内への流出量  $Q_0$  と等しくなることが期待される。

上述の手順に従って、渦流 e1~e3 の循環流量と沿岸流 cf の流量を 2 時間毎に計算した時系列図を Fig. 6 に示す。なお、これらの流量は流出流量  $Q_0$  の値で規格化してある。計算初期は重力波の発生によると思われる変動が大きく、沿岸流 cf の流量 ( $V_0$ ) にはばらつきがみられるものの、時間が経過するに従って、沿岸流 cf の流量 ( $V_0$ ) は流出量  $Q_0$  にほぼ等しくなる。各渦流の中心が強制領域の右端を通過するとき、それらの循環流量は極大値をとることがわかる。その時刻は、渦流 e1 が  $t = 16$  h. のころ、渦流 e2 が  $t = 36$  h. のころ、渦流 e3 が  $t = 76$  h. のころである。先に示した Fig. 2 の分布図は、これらの時刻のものである。

各渦流は強制領域内で発生し、いずれも右側に移動していることから、伝播速度を概算することができる。各渦流の発生時刻の特定は難しいため、「はじめに」で紹介した Isoda (1993) の解答に従い、ここでは時刻  $t = 0$  h. で同時に発生したと仮定してみる。この仮定のもと、強制領域区間  $L_w$  を上記の通過時刻で割ると、渦流 e1~e3 の伝播速度は、それぞれ、1.74, 0.77, 0.35  $\text{ms}^{-1}$  となる。これらの伝播速度を Fig. 3 (b) の分散曲線図に破線の傾きで表示した。渦流 e1~e3 の伝播速度は、それぞれ、第 1~第 3 モードの陸棚波の位相速度 (または、低波数領域の群速度) にほぼ対応しているようにみえる。周期変動しない一定の流出強制を行った本モデル計算において、渦流 e2・e3 に関係した高次 (第 2・3) モード波の励起が示唆される。

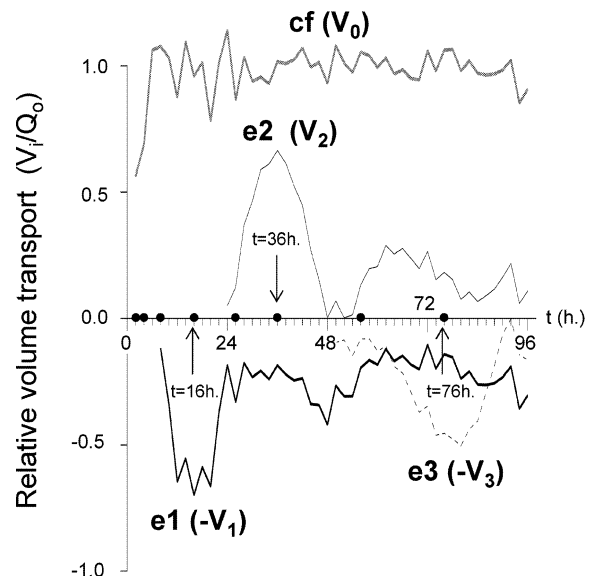


Fig. 6. Time series of relative volume transports of vortex eddies (e1, e2, e3) and coastal flow (cf) along the cross-section of right-hand side forcing boundary.

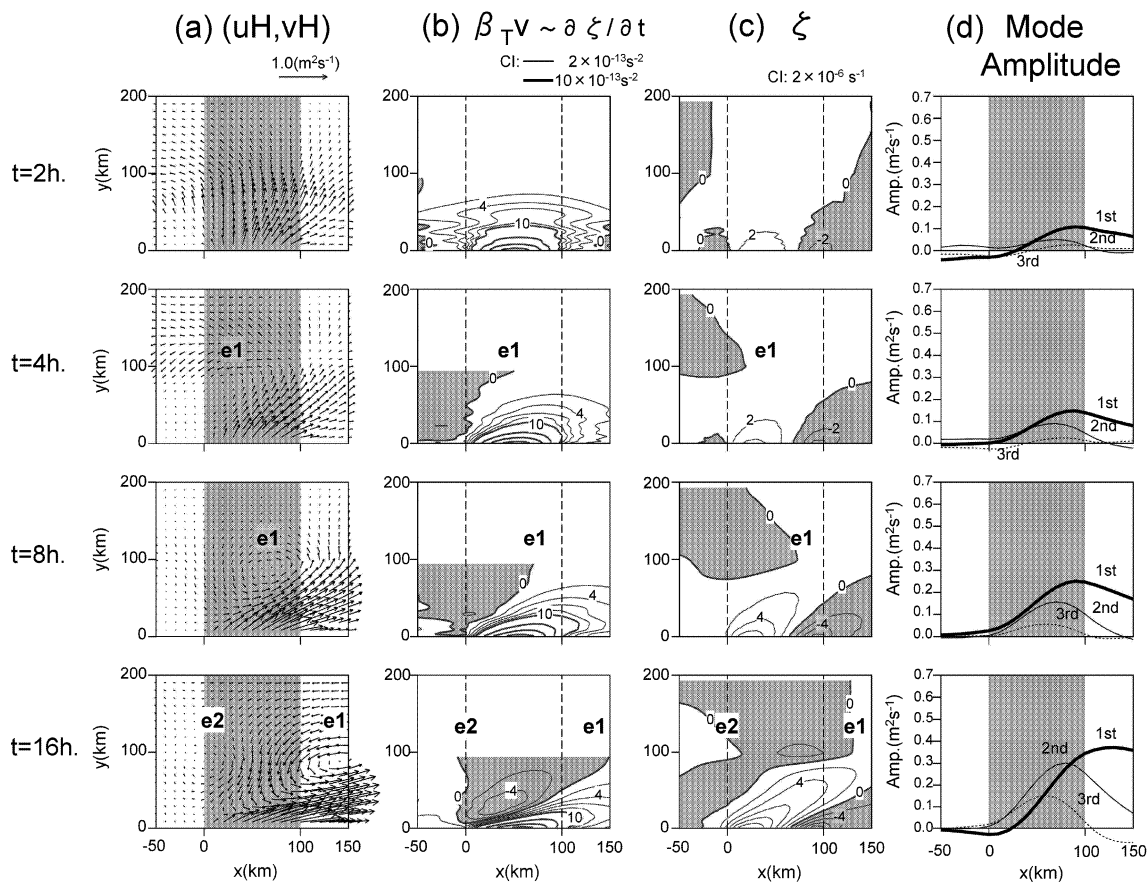
渦流 e1~e3の時間発達

Fig. 7は (a) 流量 ( $uH, vH$ ) のベクトル表示, (b) 相対渦度  $\zeta$  の生成項である地形性ベータ項  $\beta_T v$  (ここで,  $\beta_T = (f/H)(dH/dy)$  は地形性ベータ), (c) 相対渦度  $\zeta$  の各水平分布図, そして (d) 岸沖方向の流速成分  $u$  に Fig. 4 に示した各モード構造 ( $u_n$  と  $u_n H$ ) を最小自乗法で fitting させてモード分解した  $x$  軸方向の振幅分布図である。選んだ時刻は, Fig. 6 の流量時間変化図の時間軸上に黒丸印を付けた  $t=2$  h., 4 h., 8 h., 16 h. (渦流 e1 が強制領域を脱する時刻), 26 h., 36 h. (渦流 e2 が強制領域を脱する時刻), 56 h., 76 h. (渦流 e3 が強制領域を脱する時刻) である。Fig. 2 と同様に, 流量 ( $uH, vH$ ) のベクトル分布図から渦流 e1 ~e3 が認められる位置に各記号を示している。

はじめに, 理論的な解釈である (d) 図の第1~第3モード振幅の時間変化について, (a) 図の渦流 e1~e3 との関係踏まえながら記述する。 $t=2$  h.~8 h. の期間, どのモードの振幅も次第に増加するが, その増加率は低次モード波ほど大きい。このように, 振幅増加率の違いはあるが, 第1~3モードは同時に励起されたと解釈される。ところが, この期間, 強制領域内では渦流 e1 しか認められない。渦流 e1 が強制領域を脱する時刻  $t=16$  h. のころ, 第1モードの振幅が極大となり, その極大となる  $x$  地点は渦流 e1 の中心とほぼ同じ位置にある。このとき, 強制領域では第2モード

の振幅が第1モードの振幅を超え始めている。Isoda (1993) によれば, 振幅増加率の小さな第2モードであっても, 位相速度 (または群速度) が小さいため, 強制領域を脱した第1モードよりも大きな振幅まで成長できると解釈される。なお, 強制領域の左端付近で渦流 e2 が認められるが, その中心は第2モードの振幅が極大となる位置とは一致していない。ところが, 渦流 e1 の場合と同様, 渦流 e2 が強制領域を脱する時刻  $t=36$  h. のころに第2モードの振幅が極大となり, その極大  $x$  地点は渦流 e2 の中心とほぼ同じ位置になる。このとき, 強制領域では第3モードの振幅が第2モードの振幅を超え始め, 渦流 e3 が発生しているが, やはり, その中心は第3モードの振幅が極大となる  $x$  地点に一致していない。渦流 e1・e2 の場合と同様, 渦流 e3 が強制領域を脱する時刻  $t=76$  h. の中心位置は第3モードの振幅が極大となる  $x$  地点とほぼ同じになり, その振幅値は第1・2モードよりも大きくなっている。このように, モード波に分解した場合の陸棚波発達の記述は, 「はじめに」で紹介した Isoda (1993) の解答とも矛盾しない。

今度は, Fig. 7 (a)~(c) に示された時間変化を一連の物理現象という視点で記述する。岸境界からの流出は沖向きの強制流となる。それゆえ, 強制初期 ( $t=2$  h.) に陸棚上で強制される水柱は海底斜面を降り ( $\beta_T v > 0$ ), 陸棚上全体は正の渦度 ( $\zeta > 0$ ) を獲得する。このような渦度の生成は渦位保存則に従ったものであるが, 本計算は線形近似してい



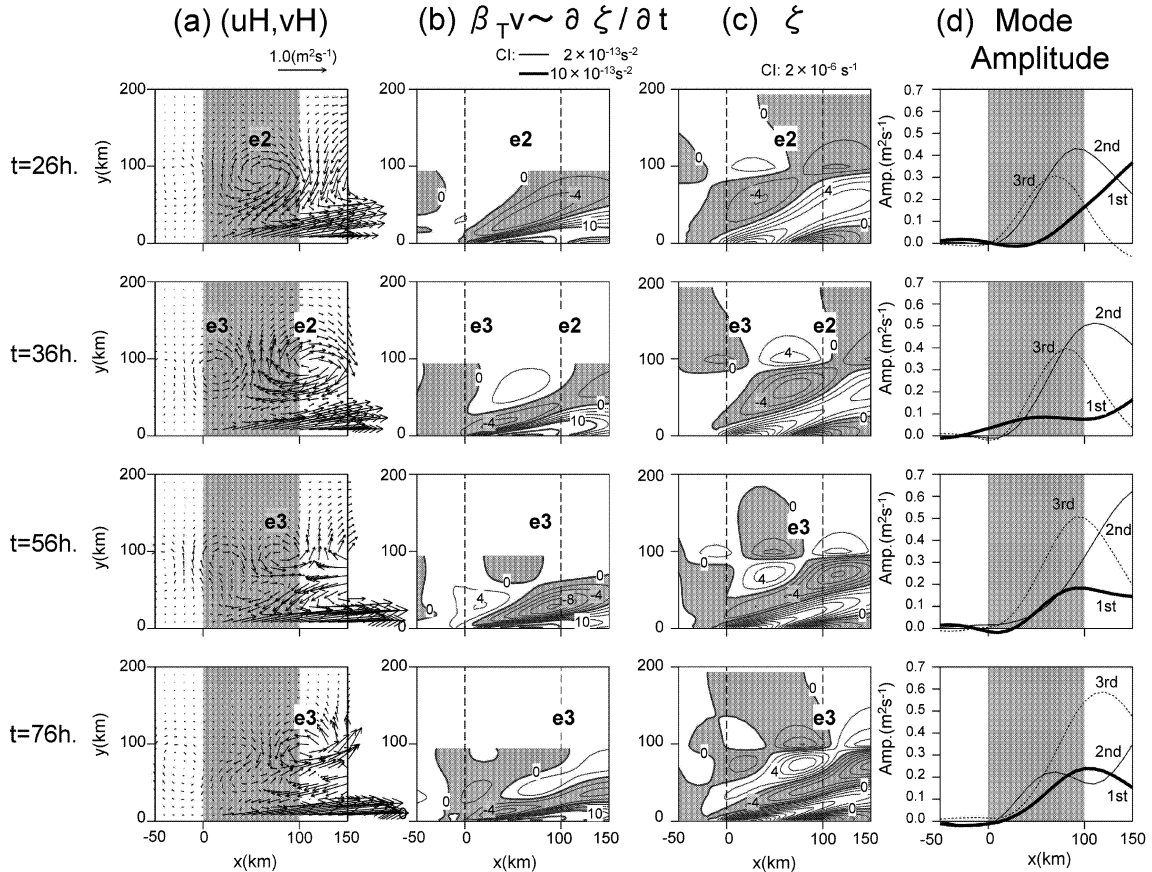


Fig. 7. A sequence of plots of (a) volume transport vectors, (b) vorticity generation term, (c) relative vorticity and (d) the instantaneous amplitude distribution ( $x$ -axis) for the lowest three modes at different times  $t$  during a constant outflow from the coastal boundary. The symbols e1, e2, e3 and e4 show the locations of four vortex eddies.

るので、正しくは、微小振幅が許される範囲の近似的な渦位保存則である(磯田ほか, 2005)。この正の渦度 ( $\xi > 0$ ) の供給は、反時計回りの渦流を生成するので、 $t=4$  h $\sim$ 8 h. 後における強制領域内の左側では強制流とは逆向きの岸向き流 ( $\beta_T v < 0$ ) となる渦流 e1 が励起される。なお、強制流とは逆向きの岸向き流の形成は、強制領域に端が存在するため可能となる。渦流 e1 の中心は陸棚縁 ( $y=L_s$ ) にあるため、陸棚上には流速値が零となる節がなく、モード分解した陸棚波の中では第 1 モード波に近い構造をもつ。渦流 e1 左側の岸向き流 ( $\beta_T v < 0$ ) は負の渦度、右側の沖向き流 ( $\beta_T v < 0$ ) は正の渦度を生成するので、正の渦度 ( $\xi > 0$ ) をもった渦流 e1 は次第に右側へ移動する。これは第 1 モード波の位相伝播に対応する。反時計回りの渦流 e1 は右側へ移動する一方、岸境界からの沖向き流出流は強制され続けている。そのため、正の渦度 ( $\xi > 0$ ) の領域は岸境界から右側沖合へ伸びる形となる。

時刻  $t=16$  h. のころ、渦流 e1 左側の岸向き流 ( $\beta_T v < 0$ ) から、渦位保存則より負の渦度 ( $\xi < 0$ ) が生成される。それゆえ、陸棚縁 ( $y=L_s$ ) に中心をもった渦流 e2 が発生し、渦流 e1 とは逆回転の時計回り渦流となる。負の渦度 ( $\xi < 0$ ) をもった渦流 e2 は時間の経過とともに ( $t=16$  h. $\sim$ 36 h.),

左側で沖向き流 ( $\beta_T v > 0$ ) が正の渦度、右側の岸向き流 ( $\beta_T v > 0$ ) が負の渦度を生成するので、渦流 e2 も次第に右側へ移動する。このときでも、岸境界から沖向き流出流が強制され続けているので、強制領域の岸境界から繋がった正の渦度 ( $\xi > 0$ ) の領域は岸側へ偏り、その沖合側には、渦流 e2 の移動による負の渦度 ( $\xi < 0$ ) の領域が右側沖合へ伸びる。このようにして、岸側に正の渦度 (沖向き流)、その沖合に負の渦度 (岸向き流) が同時に並んだ状態が作られる。強制領域内の流速場で見ると、陸棚上には右向き沿岸流、その沖合側に時計回り渦流となるので、陸棚上には流速が零となる節が 1 つできる。すなわち、モード分解した陸棚波の中では第 2 モードに近い岸沖構造をもつようになる。渦流 e1 が存在していたときよりも、右向き沿岸流の沖合幅はさらに狭くなるので、流出量  $Q_0$  の流量保存より、その流速値は次第に大きくなる。すなわち、モード分解の解釈からは、第 1 モードよりも卓越した第 2 モードの波が励起されていると理解される。

上述した渦流 e1 から渦流 e2 への変化と同様の機構で、渦流 e3 の時間発達も記述される。時刻  $t=36$  h. のころ、渦流 e2 左側の沖向き流 ( $\beta_T v > 0$ ) によって反時計回りの渦流 e3 が発生し、時刻  $t=76$  h. まで強制領域をゆっくりと右

側へ移動する。その結果、沿岸から沖合に向かって、正・負・正の渦度分布が形成され、陸棚上に節が2つある第3モードに近い岸沖構造となる。

理論的には可符番無限個のモード波が強制開始から同時に励起されると解釈されるが、一連の物理現象として見たとき、岸沖方向にいくつも並んだ正・負の渦度分布（岸向き・沖向き流分布）の形成には、強制開始から有限の時間経過が必要である。その時間経過に関与するのが、流出強制により発生した渦流が逆符号の渦度をもった渦流を次々に発生させ、それぞれが浅瀬を右手にみて伝播するという物理機構である。それゆえ、第  $n$  モード波の岸沖構造に近い渦度分布が形成されるためには、その一つ前の第  $n-1$  モード波の形成時間よりもさらに長い時間が必要である。これは長周期の強制ほど、高次モードの波が卓越できるという Isoda (1993) の解答と結果的には同じ意味となる。そこで、次節では、流入流出を周期強制した計算結果を示し、強制周期の違いによるモード卓越性を確認しておく。

### 流入流出強制の周期変動

渦流 e1~e3 が強制領域の右端付近に位置して極大の循環流量となる時刻は、それぞれ、 $t=16$  h, 36 h, 76 h. のこ

ろであった (Fig. 6)。この計算は一定の流出強制なので、流入流出の周期変動を想定すると、半周期分の計算結果とみることができる。そこで、上記の時刻の約2倍の時間を流入流出強制の一周期とする。Fig. 8 は流入流出の強制周期を  $T=1.4$  d. ( $2 \times 1.68$  h.), 3 d. ( $2 \times 36$  h.), 6 d. ( $2 \times 72$  h.) にした3ケースの計算例であり、時刻  $t=3T/2$  (一周期半後の位相) のときの (a) 流量 ( $uH, vH$ ) のベクトル表示と (b) 相対渦度  $\zeta$  の水平分布図, (c) モード分解した振幅分布図を示す。渦流 e1~e3 の卓越が想定されるように選択した各周期変動は、それぞれ、第1~3モード波の卓越に対応している。確かに、強制周期が長くなるほど、高次モード波が励起されているようにみえる。

### 海岸線に沿った方向の陸棚地形変化による散乱現象

低次モードの陸棚波が不規則に変化する海岸線や海底地形の場所で散乱して、高次モード波を励起するという物理現象は、前節までに記述した岸境界からの流出強制と基本的には同じ問題である。なぜなら、どちらも水深が変化する方向へ水柱を強制移動させて渦流（渦度）を生成する問題設定となるためである。一方は岸境界から深い沖合へ

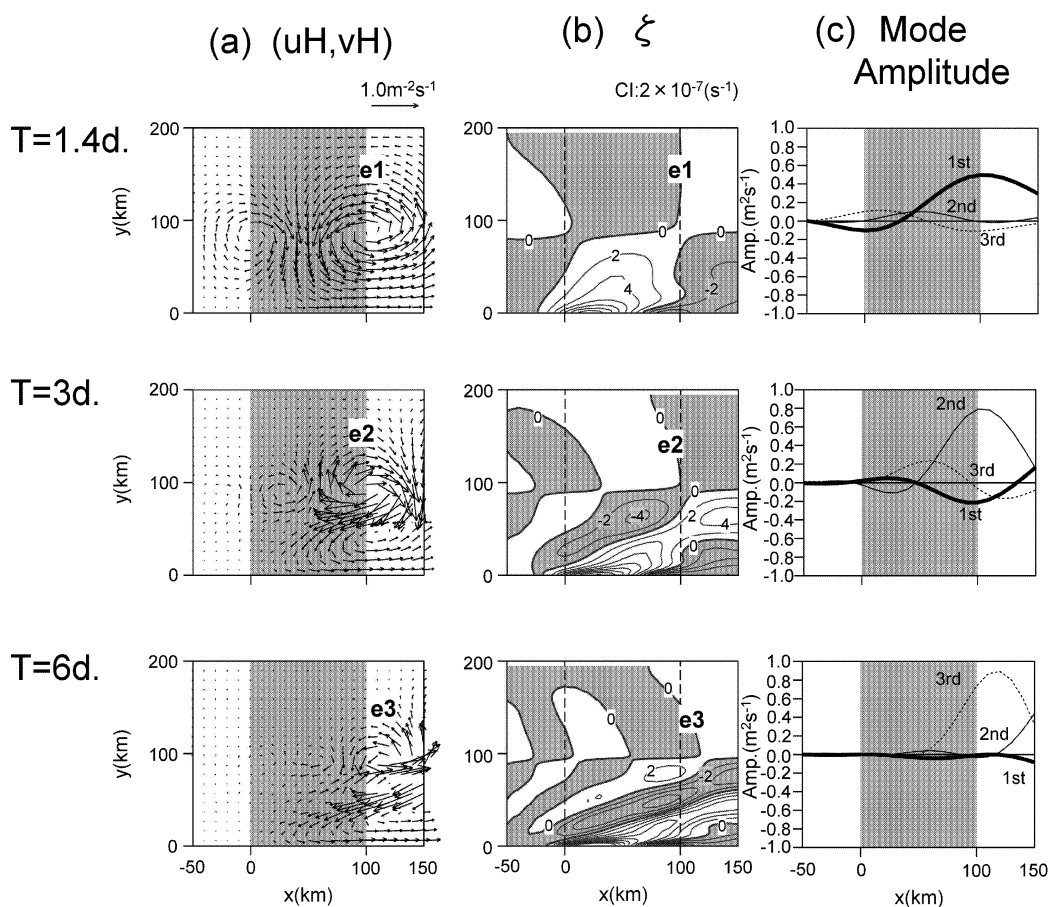


Fig. 8. The instantaneous fields for (a) volume transport vectors, (b) relative vorticity and (c) the instantaneous amplitude distribution ( $x$ -axis) for the lowest three modes at the phase of  $1(1/2)T$  of the periodical in-outflow forcing of  $T=1.4, 3$  and  $6$  day.

向かって水柱が押し引きされて渦流を生成，他方は陸棚に捕捉された水平流が局所的な地形変化する場所で，深みあるいは浅瀬へ水柱が押し引きされて渦流を生成するだけの違いである。ただし，海底地形の相似形を保ったままで局所的に地形変化する特別な地形の場合（これを shelf-similarity という），線形論のテラープラウドマンの定理に従った等水深線に沿った水平流となるため，散乱現象は起こらない (Hsueh, 1980)。

ここでは，shelf-similarity ではない陸棚地形変化を設定し，第 1 モード波を水平的に強制した計算結果の一例を示し，高次モード波が発生する様子を示す。基本となる陸棚地形は  $x < 0$  km の領域で (1) 式のままとし， $0 \text{ km} < x < 50 \text{ km} = L_w$  の範囲で次に示す局所的な地形変化を与えた。

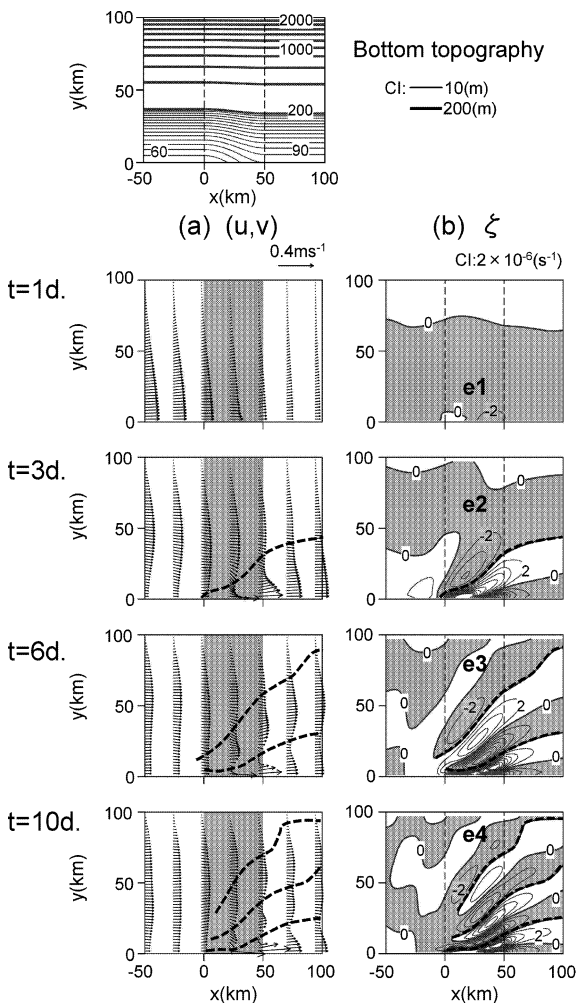


Fig. 9. A sequence of plots of (a) current velocity vectors and (b) relative vorticity at different times  $t$  during a constant outflow of a mode 1 incident wave over the shelf area. Thick dashed lines roughly corresponds the local minimum of rightward current. The symbols e1, e2, e3 and e4 denote the four vortex eddies, which can be inferred from the vorticity distributions. The topography is shown at the upper panel.

$$H(y) = h_0 \exp(\lambda y) + h_1 \exp(-py) \left\{ 1 + \sin\left(\frac{x}{L_w} - \frac{1}{2}\right)\pi \right\} \quad (10)$$

$h_1 = 30 \text{ m}$ ,  $p = 0.02 \text{ km}^{-1}$  としたときの陸棚地形変化を Fig. 8 の上段に示す。Fig. 4 (b) に示した第 1 モード波の  $u$  の流速分布（最大値は  $0.1 \text{ ms}^{-1}$ ）を左側の指数関数地形上で流出強制として与えるため，左側境界は開境界に変更した。また，なめらかに変化する陸棚地形を表現するため，本節の計算では  $\Delta x = 2 \text{ km}$ ,  $\Delta y = 2 \text{ km}$  の細かい正方形格子に変更している。

Fig. 9 は流出強制後，時刻  $t = 1 \text{ d}$ ,  $3 \text{ d}$ ,  $6 \text{ d}$ ,  $10 \text{ d}$  における (a)  $(u, v)$  の流速ベクトルと (b) 相対渦度  $\zeta$  の水平分布図である。岸側から沖合に向かって，渦度  $\zeta$  が正から負に変わる境界線を太破線で強調し，この境界は右向き流速が極小となる位置に対応する。本節の計算では右向き流を強制し続けているので，閉じた渦流としては表現されない。しかしながら，時間経過とともに正負の相対渦度  $\zeta$  が岸沖方向に並ぶ分布から，岸境界からの流出強制の記述と同様 (Fig. 7 (c))，渦流 e1 から渦流 e4 までの発生を推測することができる。すなわち，初期強制で励起された  $n$  番目の渦流は，時間の経過とともに，逆符号の渦度をもった  $n+1$  番目の渦流を次々に励起させ，高次モード波に似た岸沖構造を形成している。流出強制した第 1 モード波を流入流出流で周期変動させた場合（ここでは示さない），長周期強制ほど高次モード波が励起されているように見え，これは岸境界からの流入流出周期強制の結果と定性的には全く同じである。

## おわりに

ある陸棚地形に捕捉された有限波長の渦流波の理論解は，陸棚波として可符番無限個のモード解となる。それゆえ，岸沖方向の流速場にくつも節をもった高次モード波は存在し得るのか，と問われれば「存在は可能である」となる。では，その高次モード波はどのように励起されるのか，という物理機構に関する疑問に本稿ではこだわった。

本稿の解答は，「水深が変化する方向へ水柱を強制し続ければ，水柱の伸縮（渦位保存則）により，まず始めに，陸棚上に大きな渦流が一つ形成される。この 1 番目の渦流は逆符号の渦度をもった 2 番目の渦流を励起する。そして， $n$  番目の渦流も逆符号の  $n+1$  番目の渦流を次々に励起し，各渦流は形成された後，個々に，北半球では浅瀬を右手にみて位相伝播する。それゆえ，時間が経過するに従い（または，長周期の強制であれば），岸沖方向には正負の渦度が交互にくつも並んだ高次モード波に似た岸沖構造が形成される。」となる。言い換えれば，第  $n$  モード波に対応した  $n$  番目の渦流が励起されなければ，次の第  $n+1$  モード波に対応した  $n+1$  番目の渦流は励起されない。前節（海岸線に沿った方向の陸棚地形変化による散乱現象）では，流出強制した第 1 モード波の水平流が陸棚地形変化する場所で

高次モード波を発生させている様子を示した。これを散乱現象と呼ぶのであれば、風強制陸棚波の高次モード波の励起も同様な散乱現象として理解することができる。

本稿の解答は理論的に求められる高次モード波の解を用いた記述ではないので、厳密な意味で「高次モード波はどのように励起されるのか」の解答にはなっていない。我々が視覚的に認識できる渦流の数から高次モード波の励起・卓越を示唆した解答にしかすぎない。しかし、強制開始直後に全てのモード波が同時に励起されるという理論的な解答は正しくとも、直感的には理解し難いものである。高次モード波が励起される物理機構の本質は、一種の散乱現象、すなわち、時間の経過とともに次々に発生する渦流にあると考える。

付 録 A

海底地形  $H(y)$  が変化する沖方向に  $y$  軸、海岸線に沿って  $x$  軸を設定した単層モデルを考える。海岸線に平行な風応力成分を  $X_0$  (時空間的に一定) としたとき、波数  $k=0$  (すなわち、 $\partial/\partial x=0$ ) の風強制陸棚波の線形渦度方程式 (相対渦度は  $\zeta$ ) は、磯田・佐藤 (2007) により、下記のようになる。

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} = \frac{dH}{dy} \frac{X_0}{H^2} \quad (a1)$$

この式にはコリオリパラメータ  $f$  が入った項がないため、非回転系の問題と同じになり、浅い水深ほど風応力による渦度供給が大きいことを意味する。(a1) 式に変数分離した流量流線関数  $\psi(y, t) = F(y)\phi(t)$  を代入すると、 $\zeta = \nabla^2 \psi$  より

$$\frac{d}{dy} \left( \frac{1}{H} \frac{dF}{dy} \right) \frac{d\phi}{dt} = \frac{dH}{dy} \frac{X_0}{H^2} \quad (a2)$$

となる。この (a1) 式は、分離定数  $c$  を用いると、

$$\frac{d\phi}{dt} = c \quad (a3)$$

$$\frac{d^2 F}{dy^2} - \frac{1}{H} \frac{dH}{dy} \frac{dF}{dy} - \frac{dH}{dy} \frac{X_0}{cH} = 0 \quad (a4)$$

の振幅方程式と岸沖構造方程式の二つに分けることができる。まず、時刻  $t=0$  で  $\phi=0$  より、(a3) 式から

$$\phi(t) = ct \quad (a5)$$

陸棚地形の一例として、

$$H(y) = h_0 \exp(\lambda y) \quad (a6)$$

の指数関数を考えた場合、(a4) 式は

$$\frac{d^2 F}{dy^2} - \lambda \frac{dF}{dy} - \frac{\lambda X_0}{c} = 0 \quad (a7)$$

となる。ここでは、(a7) 式を用いて相対渦度  $\zeta$  の岸沖分布を求める。まず、

$$\frac{dF}{dy} = p - \frac{X_0}{c} \quad (a8)$$

とおいて、(a7) 式に代入して整理すると、

$$\frac{dp}{dy} = \lambda p \quad (a9)$$

となる。この方程式の解は  $p = b \cdot \exp(\lambda y)$  となるので、(a8) 式は

$$\frac{dF}{dy} = b \cdot \exp(\lambda y) - \frac{X_0}{c} \quad (a10)$$

に書き換えられる。境界条件として、 $y = L_s$  (沖合いの陸棚端) で  $dF/dy = 0$  (岸に平行な流れ成分が零) を与え、係数  $b$  を求めると、 $b = (X_0/c) \exp(-\lambda L_s)$  となる。よって、

$$\frac{dF}{dy} = \frac{X_0}{c} (\exp(\lambda(y - L_s)) - 1) \quad (a11)$$

相対渦度  $\zeta$  の式の形は

$$\zeta(y, t) = \frac{d}{dy} \left( \frac{1}{H} \frac{dF}{dy} \right) \phi(t) \quad (a12)$$

となるので、この式に (a5)・(a6)・(a11) 式を代入して整理すると

$$\zeta(y, t) = \frac{X_0 \lambda t}{h_0} \exp(-\lambda y) \quad (a13)$$

が得られる。相対渦度  $\zeta$  の岸沖分布は沿岸 ( $y=0$ ) で最大で沖に向かって指数関数的に減少し、 $\zeta$  の振幅増加率は沿岸側ほど大きい。このように、波数  $k=0$  を仮定するとモード解 (波) は出てこないが、時間の経過とともに岸側の相対渦度  $\zeta$  が沖合側よりも増加し、本稿で記述される高次モード波の卓越に似た現象はみられる。

付 録 B

陸棚幅  $L_s$  (~100 km) は外部変形半径  $L_R$  (水深 1,000 m では約 1,000 km) よりも十分に小さいため、非発散の近似が適用でき、流量流線関数  $\psi$  が導入できる。 $\psi$  で表現した線形の渦度方程式は

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{1}{H} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right) \right] - \frac{f}{H^2} \frac{dH}{dy} \frac{\partial \psi}{\partial x} = 0 \quad (b1)$$

となる。周波数  $\omega$ 、波数  $k$  の陸棚波 (自由波) が  $x$  軸正の方向に伝播すると仮定し、

$$\psi = F(y) \exp(i(kx - \omega t)) \quad (b2)$$

を (b1) 式に代入し、さらに、(1) 式の指数関数地形を考慮して整理すると

$$\frac{d^2 F}{dy^2} - \lambda \frac{dF}{dy} + (-k^2 + \frac{\lambda k f}{\omega}) F = 0 \quad (b3)$$

となる。ここで、 $y=0$  (岸境界) で  $F=0$  (岸境界に直交方向の流れが零)、 $y=L_s$  (沖合いの陸棚端) で  $dF/dy=0$  (岸

に平行な流れ成分が零)の境界条件をもとに、(b3)式を解くと

$$\tan(\beta L_s) = -\frac{\beta}{k + \lambda/2} \quad (\text{b4})$$

の関係式を得る。与えられた波数  $k$  に対して (b4) 式を満足する  $\beta$  は可符番無限個求まり、それぞれ次の範囲にある。

$$\left(n - \frac{1}{2}\right)\pi \leq \beta_n L_s \leq n\pi \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (\text{b5})$$

よって、 $F(y)$  のモード  $n$  における解は次の形となる。

$$F_n(y) = A_n \exp(\lambda y) \sin \beta_n y \quad (\text{b6})$$

この解 (b6) を (b3) 式に代入して整理すると、モード  $n$  における次の分散関係式を得る。

$$\frac{\omega_n}{f} = \frac{\lambda k}{k^2 + \beta_n^2 + \lambda^2/4} \quad (\text{b7})$$

## 付 録 C

(b1) 式の左辺の偏微分型を微分作用素  $L_1$  の記号で表現して、 $L_1 \psi$  と置く。(b1) 式の右辺に風強制項  $X(x, t)$  (風応力トルクの形) を加えると

$$L_1 \psi = \frac{X}{H^2} \frac{dH}{dy} \quad (\text{c1})$$

となる。ここで、流量流線関数  $\psi$  はモードの重ね合わせなので、

$$\psi = \sum_n \phi_n(x, t) F_n(y) \quad (\text{c2})$$

で表現される。ここで、 $\phi_n(x, t)$  は海岸線に沿った方向の振幅関数である。

次に、 $\int_0^{L_s} (c1) F_n dy$  の内積を計算すると、モード  $n$  における振幅  $\phi_n$  の発達方程式は

$$L_2 \phi_n = X b_n \quad (\text{c3})$$

で表現される。ここで用いた微分作用素  $L_2$  の意味は

$$L_2 = \frac{\partial}{\partial t} \left( a1_n \frac{\partial^2}{\partial x^2} + a2_n \right) - a3_n \frac{\partial}{\partial x} \quad (\text{c4})$$

であり、 $a1_n \sim a3_n$  と  $b_n$  の各係数は、それぞれ

$$a1_n = \int_0^{L_s} \frac{F_n^2}{H} dy \quad (\text{c5})$$

$$a2_n = \int_0^{L_s} \left( \frac{1}{H} \frac{d^2 F_n}{dy^2} F_n - \frac{1}{H^2} \frac{dH}{dy} \frac{dF_n}{dy} F_n \right) dy \quad (\text{c6})$$

$$a3_n = \int_0^{L_s} \frac{f}{H^2} \frac{dH}{dy} F_n^2 dy \quad (\text{c7})$$

$$b_n = \int_0^{L_s} \frac{1}{H^2} \frac{dH}{dy} F_n dy \quad (\text{c8})$$

で計算される。(c3) 式を解析的に解くことは容易ではないが、非分散の近似が可能ならば、 $a1_n = 0$ 、分離係数  $c_n$  を一定とすることができ、(c3) 式は次式で示される 1 階の波動方程式まで容易に変形することができる。

$$\frac{1}{c_n} \frac{\partial \phi_n}{\partial t} + \frac{\partial \phi_n}{\partial x} = -\frac{b_n}{f} X \quad (\text{c9})$$

この (c9) 式は Gill and Schumann (1974) で提示された振幅方程式と同じである。分散波の (c3) 式と非分散波の (c9) 式の比較から、分散性の有無にかかわらず、 $b_n$  値は風応力  $X$  からモード  $n$  への単位時間当たりの渦度供給量の分配率を示していることがわかる。

## 参 考 文 献

- Blumberg, A.F. and Meller, G.L. (1987) A description of a three-dimensional coastal Ocean circulation model. In: Heaper, N.S. (Ed.). Three Dimensional Coastal Ocean Models. American Geophysical Union, Washington, DC, 1-16.
- Church, J.A., White, N.J., Clarke, A.J., Freeland, H.J. and Smith, R.L. (1986) Coastal-trapped waves on the East Australian continental shelf, Part II. Modal verification. *J. Phy. Oceanogr.*, **16**, 1945-1957.
- Gill, A.E. and Schumann, E.H. (1974) The generation of long shelf waves by the wind. *J. Phys. Oceanogr.*, **4**, 83-90.
- Hsieh, W.W. (1982) On the detection of continental shelf waves. *J. Phy. Oceanogr.*, **12**, 414-427.
- Hsueh, Y. (1980) Scattering of continental shelf waves by longshore variations in bottom topography. *J. Phy. Oceanogr.*, **85**, 1147-1150.
- 磯田 豊・村山達朗・玉井孝昭 (1992) 気象擾乱によって起こされた山陰沖陸棚上の流動・水温変動. 沿岸海洋研究ノート, **29**, 197-205.
- Isoda, Y. (1993) Generation mechanism of higher mode nondispersive shelf waves by wind forcing. *J. Oceanogr.*, **49**, 535-549.
- 磯田 豊・矢部いつか・黒田 寛 (2005) 回転系における線形渦度方程式の適用範囲. 沿岸海洋研究, **43**, 61-67.
- 磯田 豊・佐藤千鶴 (2007) 非成層期における沿岸海域の吹送流—海底摩擦を考慮しない水路モデル—. 沿岸海洋研究, **44**, 211-220.
- 磯田 豊・佐藤千鶴 (2008) 周期的な風強制による陸棚波の励起. 沿岸海洋研究, **46**, 37-46.
- Kubota, M., Nakata, K. and Nakamura, Y. (1981) Continental shelf wave off the Fukushima coast, Part I. Observation. *J. Oceanogr. Soc. Japan*, **37**, 267-278.
- Madeleine, L.C., Middleton, J.H. and Stanton, B.R. (1991) Coastal-trapped waves on the west coast of south island, New Zealand. *J. Phy. Oceanogr.*, **21**, 541-557.