



HOKKAIDO UNIVERSITY

Title	2011年度 カオス・フラクタル 講義ノート
Author(s)	井上, 純一
Description	http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/index.html http://chaosweb.complex.eng.hokudai.ac.jp/~j_inoue/ChaosFractal2011/ChaosFractal2011.html
Issue Date	2011
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/46977
Rights(URL)	https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/2.1/jp/
Type	learning object
File Information	CF2011_SLIDE13.pdf, 第13回講義スライド



カオス・フラクタル

最終回 (関連研究の紹介)

平成23年7月26日

情報科学研究科 井上純一

群れにおける時空間パターンと 個体間相互作用に関する数値実験

巻口誉宗 井上純一

北海道大学
大学院情報科学研究科





この研究の目的

実データの知見を用いた「人工的群れアルゴリズム」を構築することで群れの形成原理を探る

特に**個体間相互作用**とそれによって生成される**群れ時空間パターン**の間の関係を明らかにしたい

相互作用の決定を**最適化問題**として定式化それを進化計算によって解く



アウトライン

- 1) ここで扱う「群れ」とはどのようなものか？
- 2) 群れの**実データ解析**（伊グループのレビュー）
- 3) **異方性**とその強度指標
- 4) **BOIDS**とその最適化
- 5) 2つの近傍定義(**メトリック、トポロジカル**)
- 6) 修正BOIDSダイナミックス
- 7) 今後の課題(主に数理的興味から)とまとめ

ここで扱う群れの一例



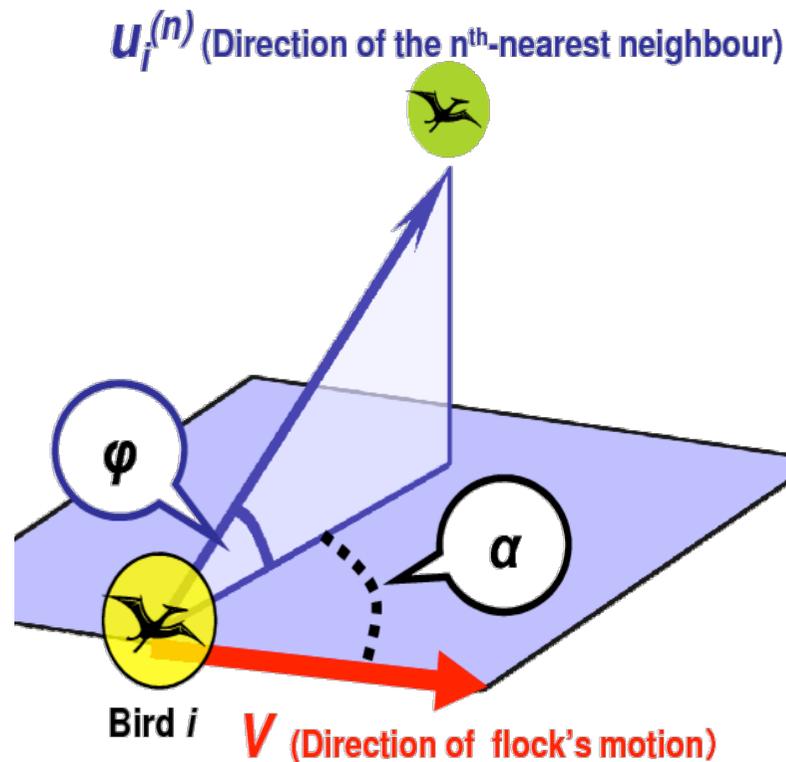
Sturnus vulgaris



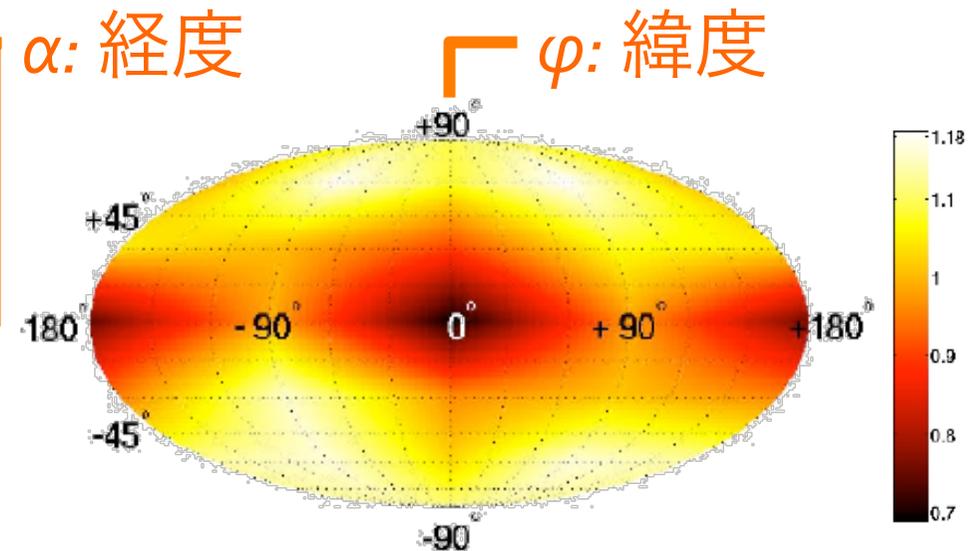
Body length: 20cm
Wing span: 40cm

群れの実データ解析

異方性の創発 (対称性の破れ)



(Ballerini *et al*, PNAS, 2008)



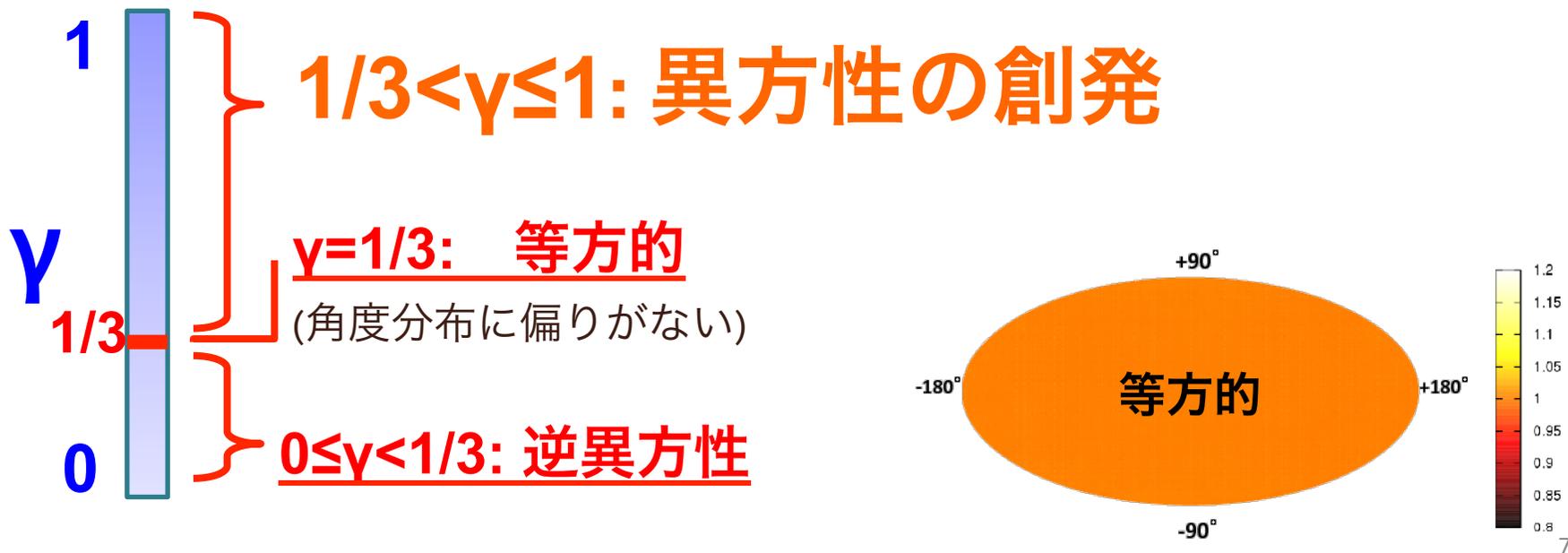
角度分布における偏りの出現

最近接個体への角度分布は群れの
進行方向に対して低くなっている

異方性の定量的評価指標

異方性の強さは γ -値
で測ることができる

(Ballerini *et al*, 2008)



γ-値の数学的定義

$$|u_i^{(n)}\rangle \equiv \mathbf{u}_i^{(n)} = (\mathbf{V}_{\overline{ij(n:i)}} - \mathbf{V}_i) / |\mathbf{V}_{\overline{ij(n:i)}} - \mathbf{V}_i|$$

$$\overline{j(n:i)} \equiv \operatorname{argmin}_{j \neq \overline{j(n-1:i)}, \dots, \overline{j(0:i)}} r_{ij}$$

射影行列

$$\mathbf{M}^{(n)} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (|u_i^{(n)}\rangle \langle u_i^{(n)}|)$$

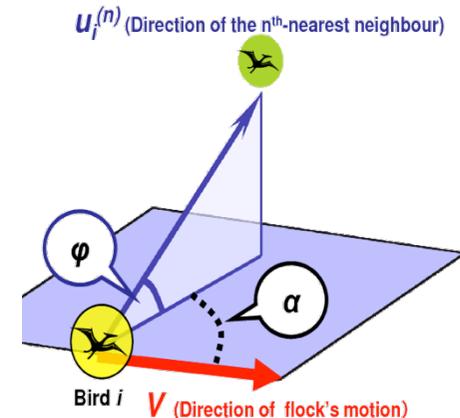
$$\gamma_t = |\langle W^{(n)} | V \rangle|^2$$

$|W^{(n)}\rangle$ 最小固有値

$$|V\rangle \equiv (1/N) \sum_{i=1}^N \mathbf{V}_i$$

群れの重心速度(進行方向)

$$\gamma = \mathbb{E}_t[\gamma_t] \equiv \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \gamma_t$$



等方的な場合

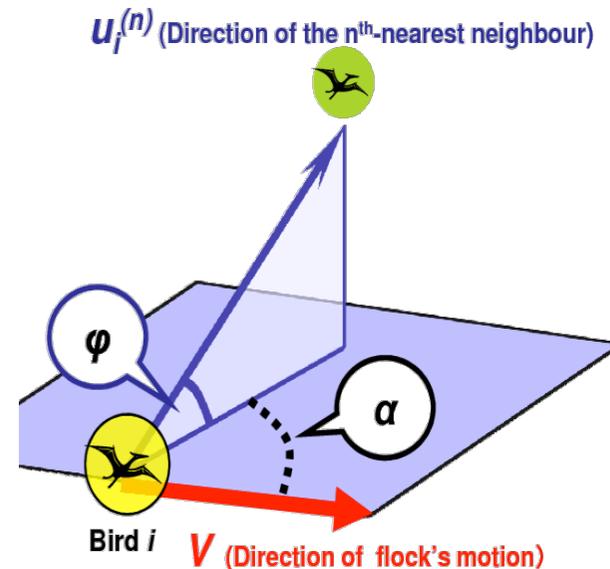
$$\rho(\phi, \alpha) = (4\pi)^{-1} = 1/\text{全立体角}$$

$$|\langle W^{(n)} | V \rangle|^2 = \cos^2 \phi \cos^2 \alpha$$

$$\gamma_{\text{uniform}} = \int_{\text{sphere}} \rho(\phi, \alpha) d\phi d\alpha |\langle W^{(n)} | V \rangle|^2 = \frac{1}{4\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 \alpha d\alpha \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos^3 \phi d\phi$$

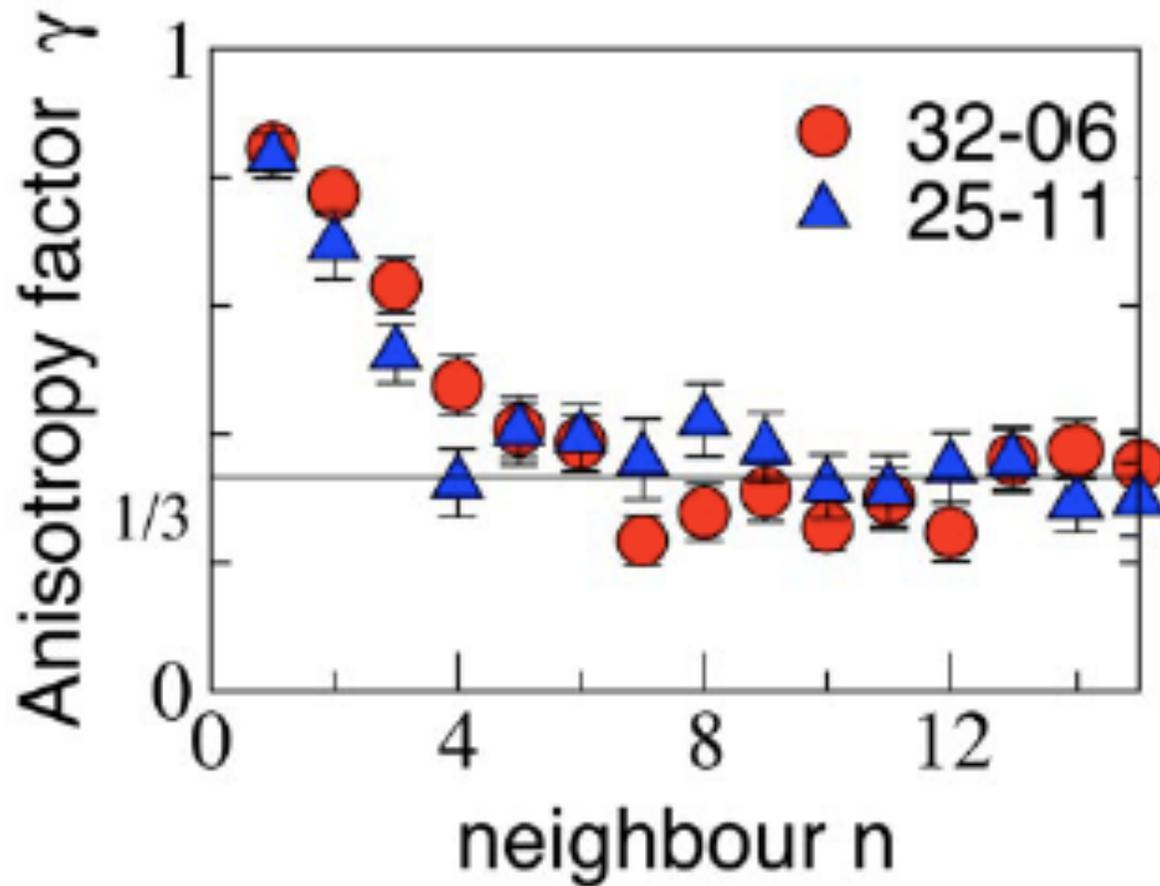
=1/3

この値からのズレが
異方性の度合いを示す



実測データでの解析結果

Ballerini *et.al.* , PNAS, vol. 105, 1232 (2008)





個体間相互作用と群れアルゴリズム

Boids (Reynolds, 1987)

3種の相互作用からなるマルチエージェントシステム
を用いて「群れ」が再現できる

3種類の相互作用:

Cohesion (C: 結合): 集団運動を保つ

Alignment (A: 整列): 各個体の速度を近傍個体にあわせる

Separation (S: 分離): 近傍個体との衝突を避ける

各個体の速度 : $V = (P_0 * C) + (P_1 * A) + (P_2 * S)$

$P_0 \sim P_2$: 結合重み

BOIDSのダイナミックス

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{V}_i(l+1) = \bar{V}_l^{(i)} \mathbf{e}_B^{(i)}(l) \\ \mathbf{X}_i(l+1) = \mathbf{X}_i(l) + \mathbf{V}_i(l+1) \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} \text{「BOIDS修正項」} \\ \text{「慣性項」} \end{array}$$

$$\mathbf{e}_B^{(i)}(l) = \frac{\frac{J_1 \mathbf{v}_C^{(i)}(l) + J_2 \mathbf{v}_A^{(i)}(l) + J_3 \mathbf{v}_S^{(i)}(l)}{|J_1 \mathbf{v}_C^{(i)}(l) + J_2 \mathbf{v}_A^{(i)}(l) + J_3 \mathbf{v}_S^{(i)}(l)|} + \eta \frac{\mathbf{V}_i(l)}{|\mathbf{V}_i(l)|}}{\left| \frac{J_1 \mathbf{v}_C^{(i)}(l) + J_2 \mathbf{v}_A^{(i)}(l) + J_3 \mathbf{v}_S^{(i)}(l)}{|J_1 \mathbf{v}_C^{(i)}(l) + J_2 \mathbf{v}_A^{(i)}(l) + J_3 \mathbf{v}_S^{(i)}(l)|} + \eta \frac{\mathbf{V}_i(l)}{|\mathbf{V}_i(l)|} \right|}$$

結合

$$\mathbf{v}_C^{(i)}(l) = \frac{\sum_{j=1}^N \Theta(R-r_{ij}) \mathbf{X}_j(l) - \mathbf{X}_i(l)}{\left| \frac{\sum_{j=1}^N \Theta(R-r_{ij}) \mathbf{X}_j(l) - \mathbf{X}_i(l)}{\sum_{j=1}^N \Theta(R-r_{ij})} \right|}$$

整列

$$\mathbf{v}_A^{(i)}(l) = \frac{\sum_{j=1}^N \Theta(R-r_{ij}) \mathbf{V}_j(l)}{\left| \sum_{j=1}^N \Theta(R-r_{ij}) \mathbf{V}_j(l) \right|}$$

分離

$$\mathbf{v}_S^{(i)}(l) = - \frac{\Theta(R_0 - r_{ij(1:i)}) (\mathbf{X}_{j(1:i)}(l) - \mathbf{X}_i(l))}{\left| \Theta(R_0 - r_{ij(1:i)}) (\mathbf{X}_{j(1:i)}(l) - \mathbf{X}_i(l)) \right|}$$

$$|\mathbf{V}_i(l+1)| = \bar{V}_l^{(i)} \equiv \frac{\sum_{j=1}^N \Theta(R-r_{ij}) |\mathbf{V}_j(l)|}{\sum_{j=1}^N \Theta(R-r_{ij})}$$

近傍で速度の大きさを揃える

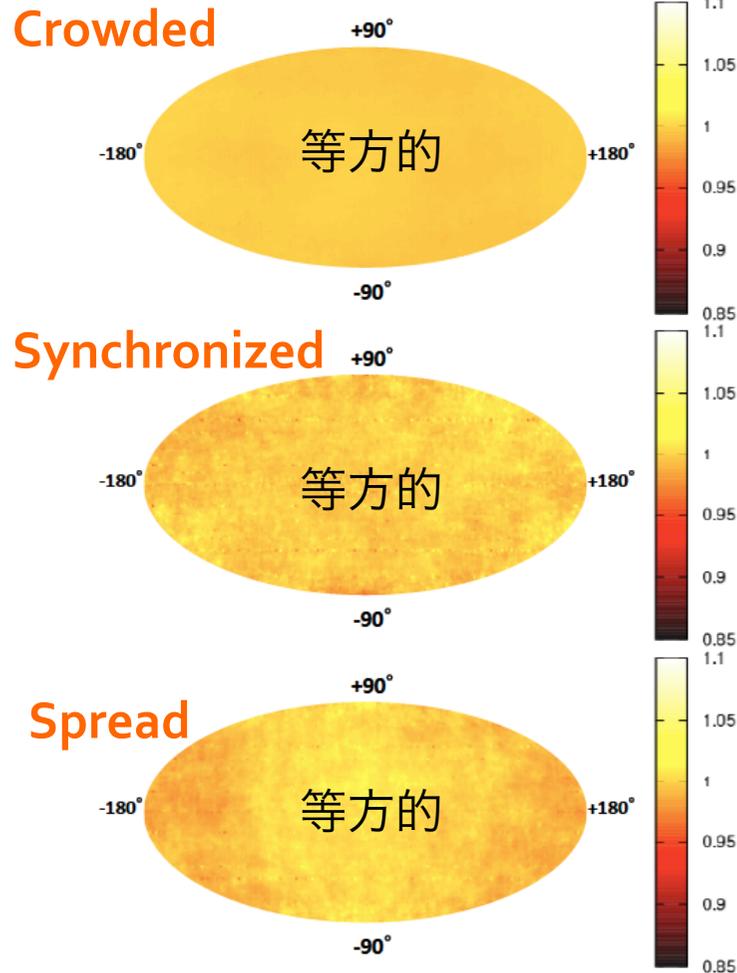
$$(J_1, J_2, J_3)$$

どのように決めるのか？

単一相互作用によるBOIDS

(J_1, J_2, J_3)

衝突回数

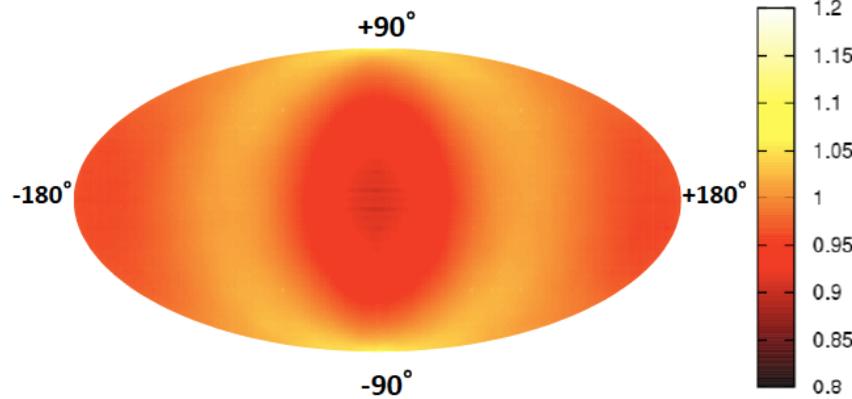


Behaviour	Weight vector J	γ -value [SD]	FC
<i>Crowded</i>	(1,0,0)	0.332 [0.0816]	100%
<i>Synchronized</i>	(0,1,0)	0.319 [0.292]	17.93%
<i>Spread</i>	(0,0,1)	0.347 [0.304]	0%

A set of scale-lengths in our BOIDS

Number of agents (N)	100
Body-Length (BL)	0.2 [m]
Wing-Span (WS)	0.4 [m]
Radius of Separation Range (R_0)	1.09 [m]
Radius of Visual Field (R)	$3 \times R_0$ [m]
Initial Speed Average (V')	10.10 [m/s]
Initial Density of the Aggregation (ρ)	0.13 [m ⁻³]

アドホックに決めた相互作用



$$(J_1, J_2, J_3) = (1, 5, 1.4)$$

= (結合, 整列, 分離)

$$(J_1, J_2) = (1, 5)$$

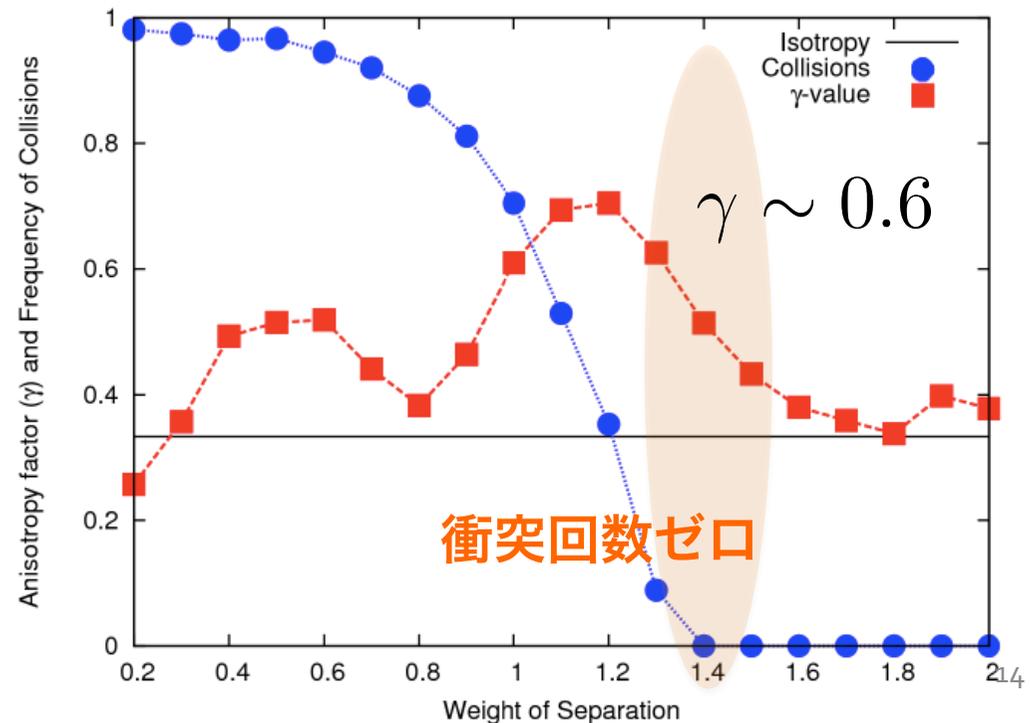
を固定

分離相互作用

$$J_3$$

を可変

感度分析を行う



最適化問題としての定式化

最近傍個体の γ -値をコスト関数とした**最適化問題**を考える

ただし、「**個体間の衝突無し**」「**複数群れへの分裂無し**」
の拘束条件下で定式化する

コスト関数

$$E(\mathbf{J}) = \gamma(\mathbf{J}) + \lambda_1 \mathcal{N}(\mathbf{J}) + \lambda_2 \mathcal{B}(\mathbf{J}), \quad \lambda_1, \lambda_2 \rightarrow \infty$$

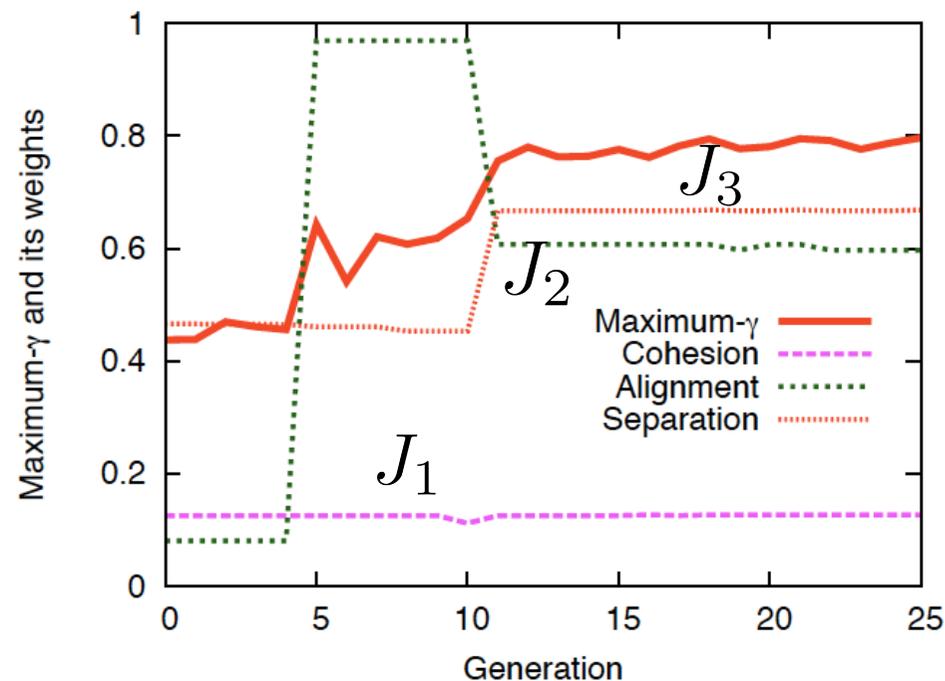
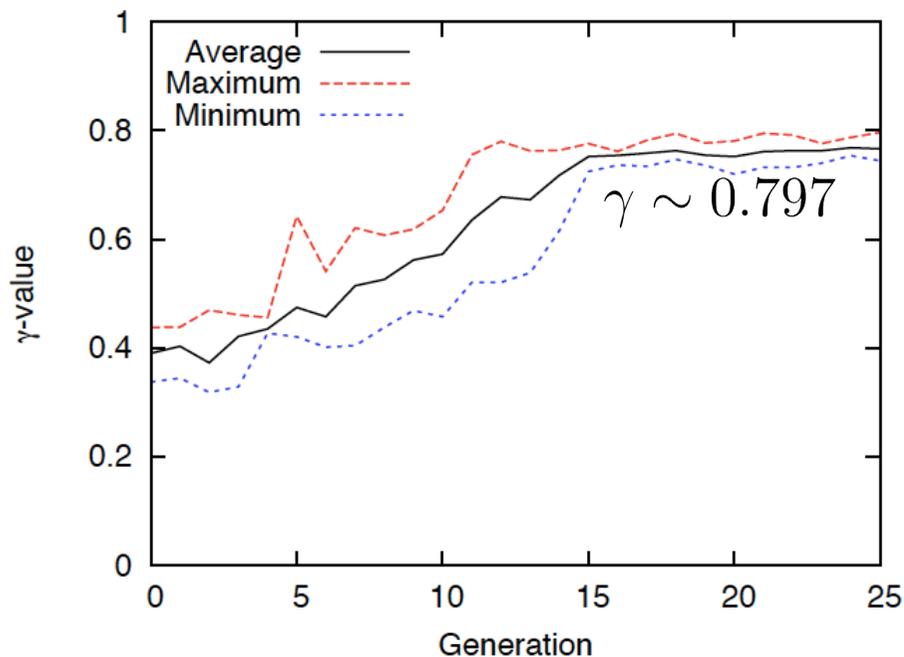
$\mathbf{J} = (J_1, J_2, J_3)$

ラグランジュ未定係数

$$\mathbf{J}_{\text{opt}} = \operatorname{argmax}_{\mathbf{J}} \lim_{\lambda_1, \lambda_2 \rightarrow \infty} E(\mathbf{J})$$

最適BOIDSの設計指針

GAのダイナミックス

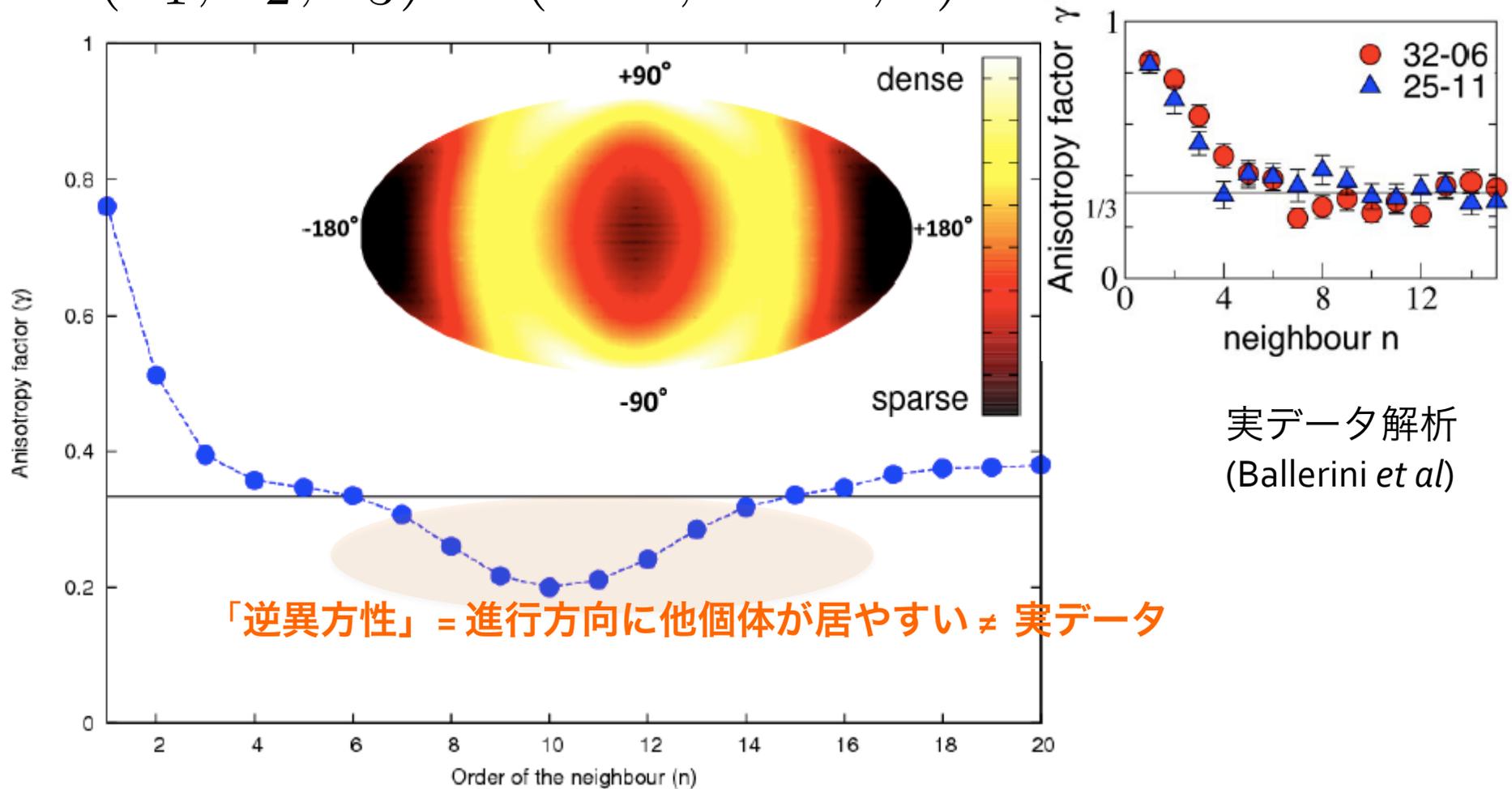


最適解は
分離 > 整列 > 結合 の順

$$(J_1, J_2, J_3) = (0.19, 0.895, 1)$$

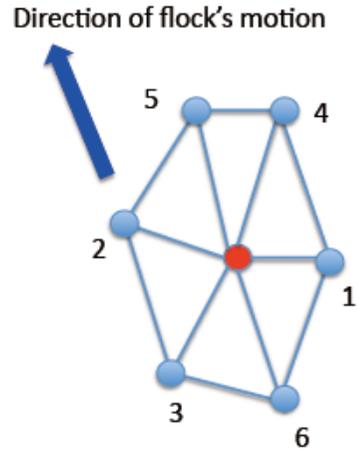
γ -値の振る舞い

$$(J_1, J_2, J_3) = (0.19, 0.895, 1)$$

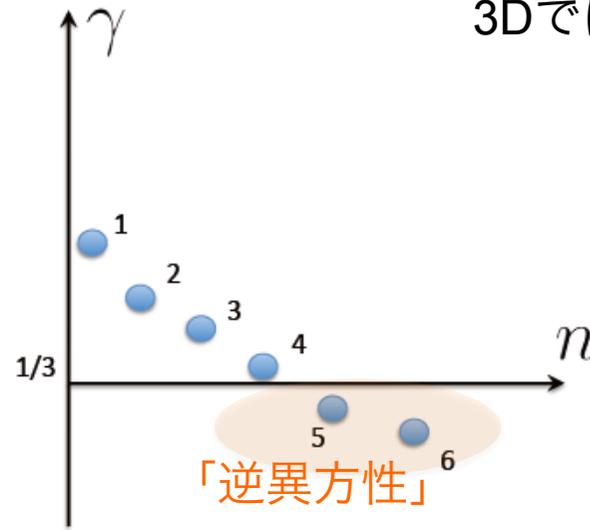


「逆異方性」から示唆される「構造」

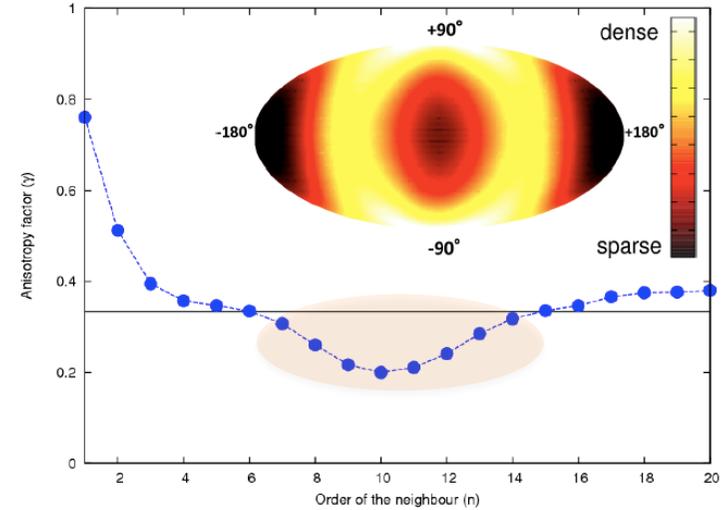
2D平面内で



局所的「結晶構造」



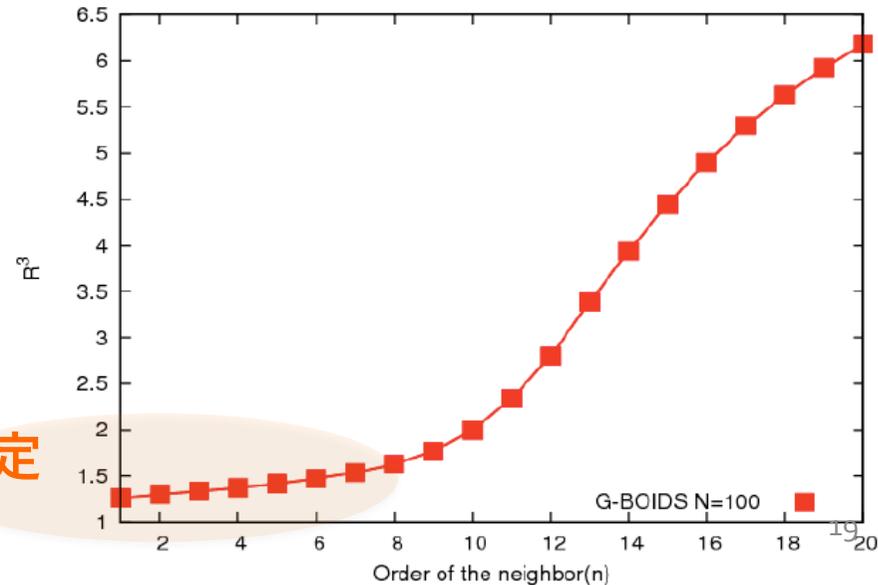
3Dでは



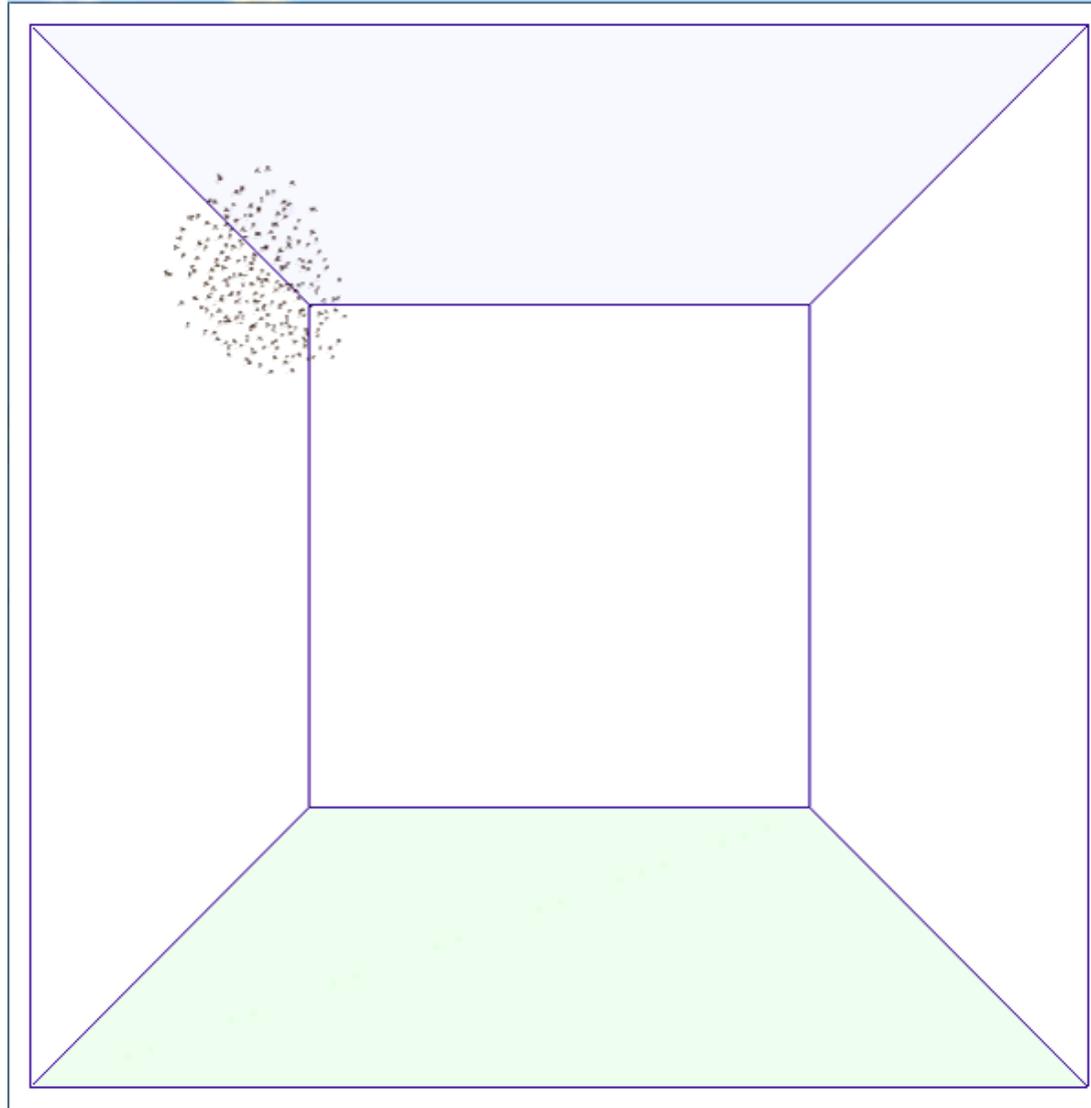
数値計算による直接的裏付け

n近傍個体までの平均距離の
3乗(体積)の振る舞い →

n=6までほぼ一定

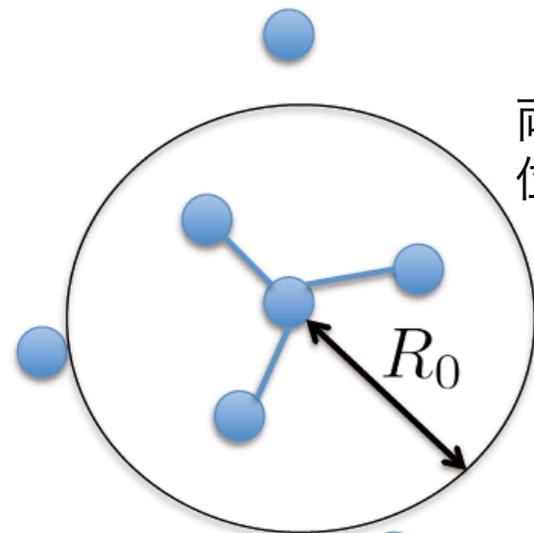


シミュレーション・デモ



BOIDSにおける近傍定義再考

メトリック・モデル

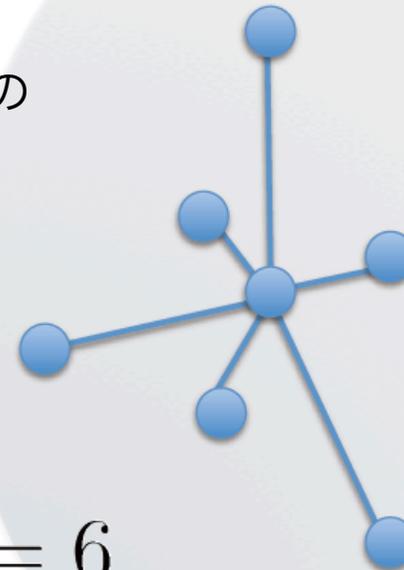


$$n_c = 3$$

$$\text{2体相関} \sim \exp(-r/R_0)$$

このモデルでBOIDSを構成して
「結晶構造」が現れた

トポロジカル・モデル



$$n_c = 6$$

$$\text{2体相関} \sim r^{-\alpha}$$

こちらのモデルでBOIDSを
再構成してみる

修正BOIDSダイナミックス

$$\mathbf{V}_i(l+1) = \overline{V}_l^{(i)} \mathbf{e}_{B'}^{(i)}(l)$$

$$\mathbf{X}_i(l+1) = \mathbf{X}_i(l) + \mathbf{V}_i(l+1)$$

$$\mathbf{e}_{B'}^{(i)}(l) = \frac{J_1 \mathbf{v}_{TC}^{(i)}(l) + J_2 \mathbf{v}_{TA}^{(i)}(l) + J_3 \mathbf{v}_{MS}^{(i)}(l) + J_4 \mathbf{v}_{GC}^{(i)}(l)}{|J_1 \mathbf{v}_{TC}^{(i)}(l) + J_2 \mathbf{v}_{TA}^{(i)}(l) + J_3 \mathbf{v}_{MS}^{(i)}(l) + J_4 \mathbf{v}_{GC}^{(i)}(l)|} + \eta \frac{\mathbf{V}_i(l)}{|\mathbf{V}_i(l)|}$$

$$\mathbf{v}_{TC}^{(i)}(l) = \frac{\sum_{j=1}^N \Theta(R_{n_c}^{(i)} - r_{ij}) \mathbf{X}_j(l)}{|\sum_{j=1}^N \Theta(R_{n_c}^{(i)} - r_{ij}) \mathbf{X}_j(l)|} - \mathbf{X}_i(l)$$

Cavagna (2010)らの実データ解析より

$$R_n^{(i)} = |r_0^{(i)}| n^{1/3}$$

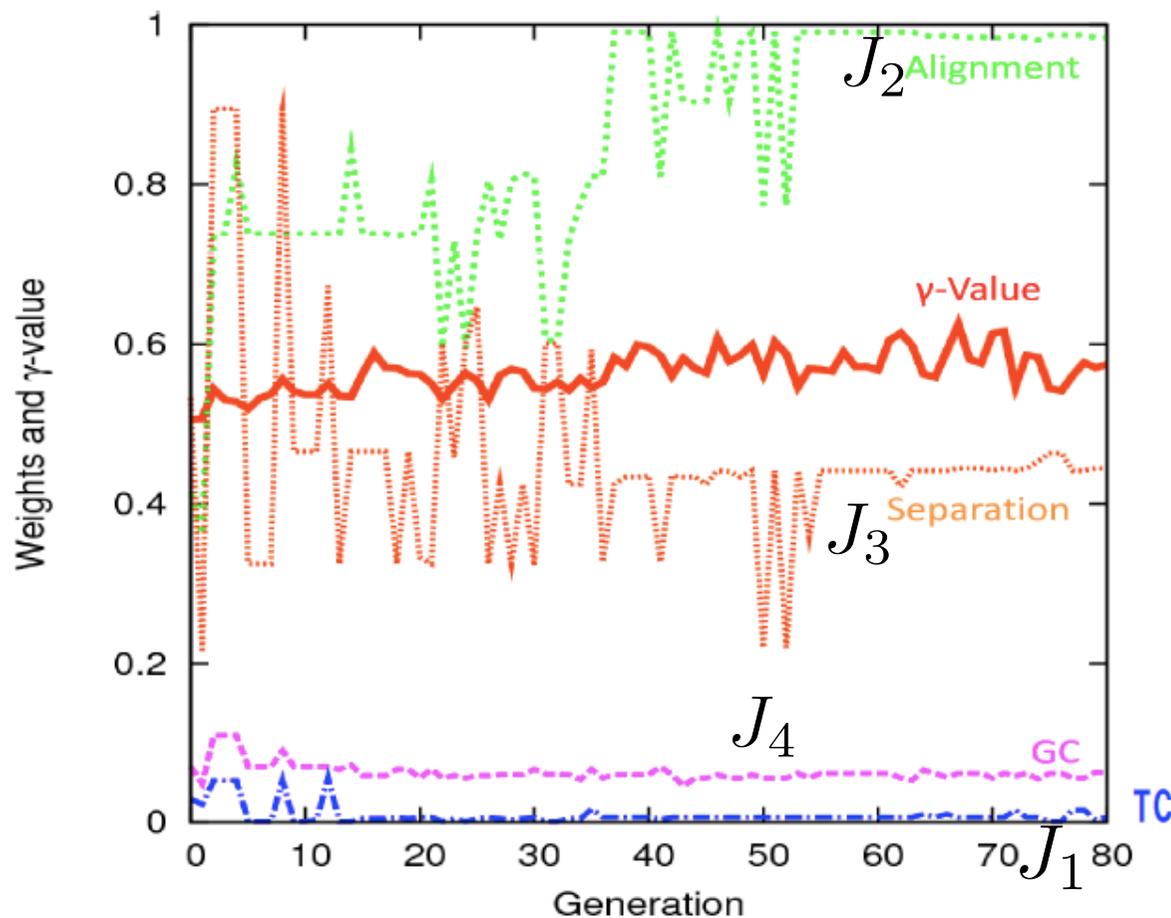
$$\mathbf{v}_A^{(i)}(l) = \frac{\sum_{j=1}^N \Theta(R_{n_c}^{(i)} - r_{ij}) \mathbf{V}_j(l)}{|\sum_{j=1}^N \Theta(R_{n_c}^{(i)} - r_{ij}) \mathbf{V}_j(l)|}$$

$$\mathbf{v}_{GC}^{(i)}(l) = \frac{\sum_{j=1}^N \mathbf{X}_j(l)}{|\sum_{j=1}^N \mathbf{X}_j(l)|} - \mathbf{X}_i(l)$$

個体 i の第 n 近傍個体
 $j(n:i) \equiv \operatorname{argmin}_{j \neq j(n-1:i), \dots, j(0:i)} r_{ij}$

$$\mathbf{v}_{MS}^{(i)}(l) = - \frac{\sum_{n=1}^{n_c} \Theta(R_n^{(i)} - r_{ij(n:i)}) (\mathbf{X}_{j(n:i)}(l) - \mathbf{X}_i(l))}{|\sum_{n=1}^{n_c} \Theta(R_n^{(i)} - r_{ij(n:i)}) (\mathbf{X}_{j(n:i)}(l) - \mathbf{X}_i(l))|}$$

GAダイナミックス



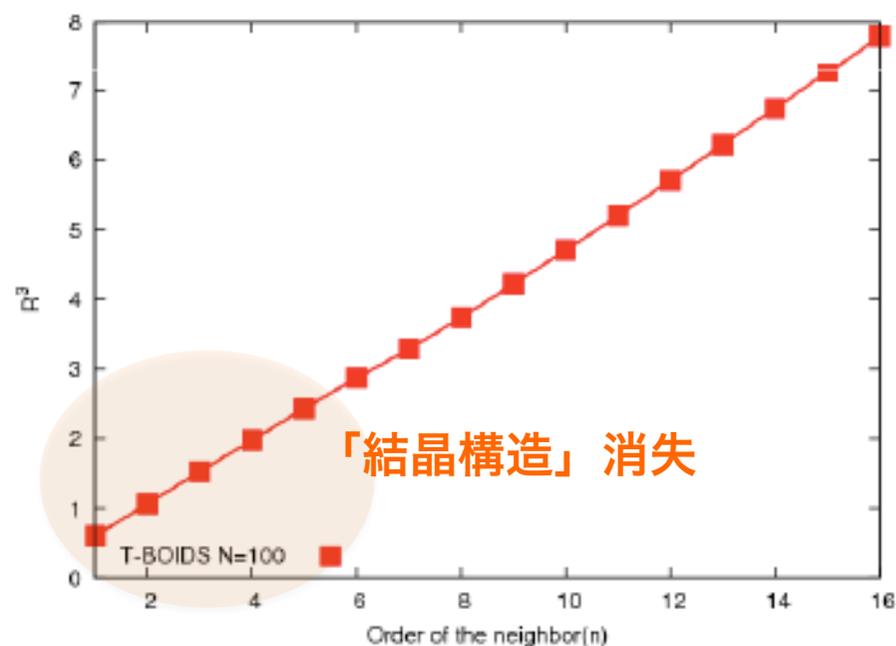
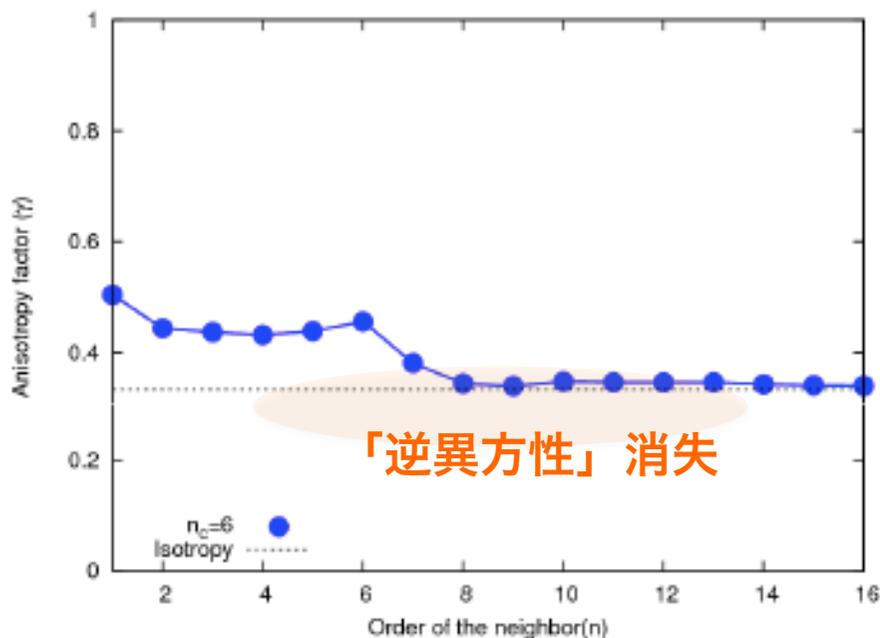
A set of scale-lengths in the topological model	
Number of agents (N)	100
Body-Length (BL)	0.2 [m]
Wing-Span (WS)	0.4 [m]
Radius of Separation Range (R_0)	0.73 [m]
Initial Speed Average V'	11.10 [m/s]
Initial Density of the Aggregation (ρ)	0.54 [m ⁻³]

Cf. メトリック・モデル

$$J_3 > J_2 > J_1$$

$$J_2 > J_3 > J_4 > J_1$$

γ -値とn近傍個体までの体積

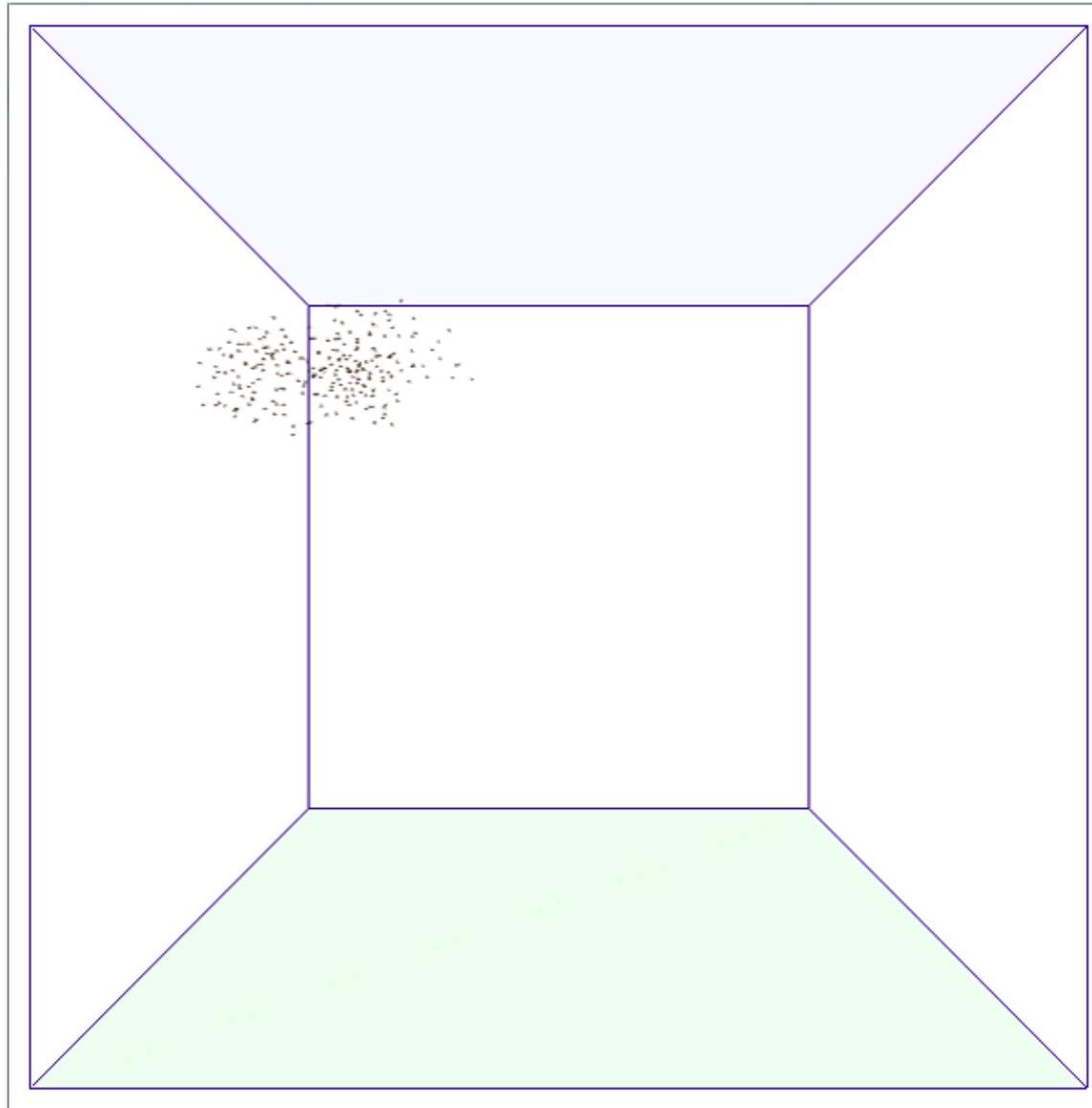


結晶構造を持たず
「気体」のような振る舞い



デモをご覧ください

シミュレーション・デモ



今後の課題1: 相互作用の非一様性

各個体に与えたBOIDS相互作用は一様

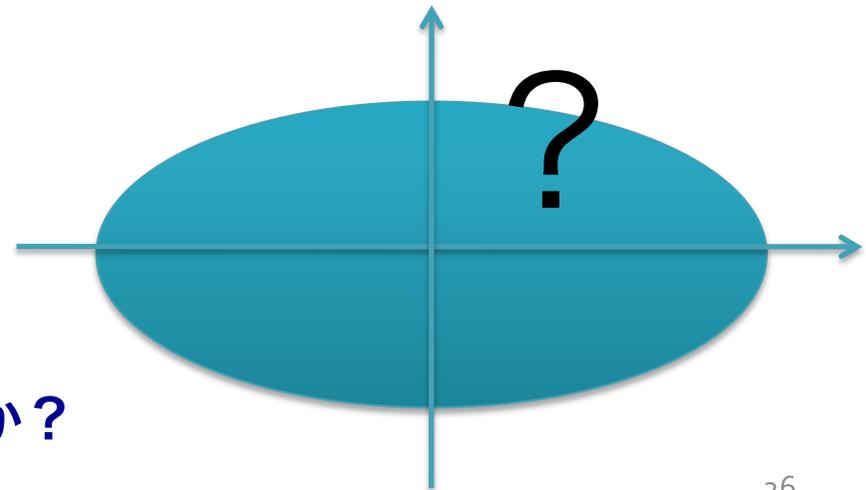
$$(J_1, J_2, J_3)$$

$$\longrightarrow (J_1^{(ij)}, J_2^{(ij)}, J_3^{(ij)})$$

非一様なものとして決定する

スピン配列が与えられた場合に
スピングラス的相互作用を推定するような「逆問題」

$$J_1(\phi, \alpha)$$



相互作用空間でも
対称性は破れているか？

今後の課題2: γ -値の理論的上限

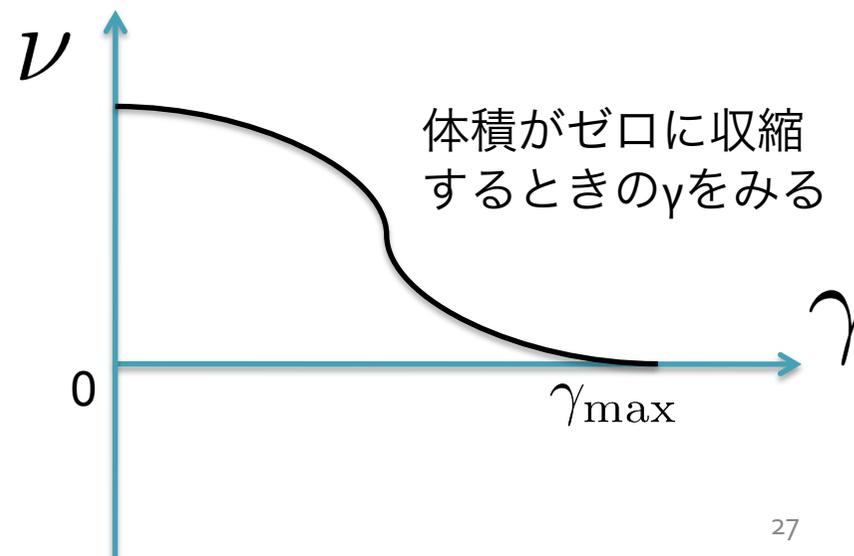
「 γ -値一定」「衝突ゼロ」「分裂ゼロ」のもとでの
「ミクロカノニカル集合」の「体積」

$$\nu(\gamma) = \frac{\int_0^\infty d\mathbf{J} \Theta(|\mathbf{J}| - j) \delta(N_c) \delta(N_b) \delta(\gamma(\mathbf{J}) - \gamma)}{\int_0^\infty d\mathbf{J} \Theta(|\mathbf{J}| - j)}$$

上限値は選んだ拘束条件による

$$\gamma_{\max} = \text{実測値}$$

となる拘束条件(の組)は？



今後の課題3: 群れの実測



@小樽水族館

時間と労力を惜しまなければ・・・

他の数理モデル

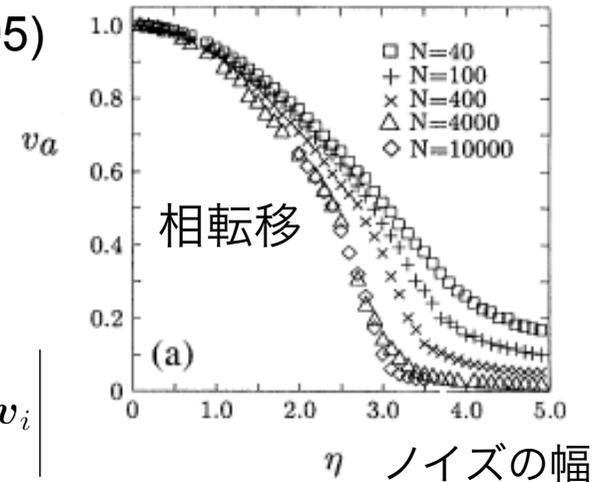
Vicsek et.al. (1995)

PRL **75**,1227 (1995)

$$\begin{cases} \mathbf{x}_i(t+1) = \mathbf{x}_i(t) + \mathbf{v}_i(t)\Delta t \\ \theta(t+1) = \langle \theta(t) \rangle_r + \Delta\theta \end{cases}$$

ノイズ
視野半径 r 内の
他個体の平均

$$v_a = \frac{1}{Nv} \left| \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_i \right|$$



Olfati-Saber (2006)

IEEE Trans. Auto. Cont. **51**, 401 (2006)

$$\begin{cases} \dot{q} = p \\ \dot{p} = -\nabla V(q) - \hat{L}(q)p + f_\gamma(p, q, q_r, p_r) \end{cases}$$

「格子構造」をとらせる
ポテンシャル
→ 実測データの知見と異なる

特定個体によるナビゲーション

まとめ

実データに基づき、 γ -値をコスト関数とする最適化問題を解くことで**BOIDSを系統的にデザインする方法を提案し**、実データをある程度までは再現できた

しかし、実データとのギャップは依然として存在し、群れの形成原理を完全に解明するために取り組むべき課題はまだ多い

本講演に関するプレプリント

arXiv:1011.0362

(Physica Aに投稿中)