HOKKAIDO UNIVERSITY

| | |
|---|---|
| Title | 半径方向の剛性変化に注目した岩石の構成方程式 |
| Author(s) | 藤井, 義明; 石島, 洋二 |
| Citation | 資源と素材, 114(3), 169-174<br>https://doi.org/10.2473/shigentosozai.114.169 |
| Issue Date | 1998 |
| Doc URL | https://hdl.handle.net/2115/47401 |
| Type | journal article |
| File Information | MMIJ,114(3),169-174.pdf |

Hokkaido University Collection of Scholarly and Academic Papers : HUSCAP

資源と素材（Shigen-to-Sozai）
Vol. 114 p. 169－174 (1998)

論文

# 半径方向の剛性変化に注目した岩石の構成方程式*

藤井義明[1] 石島洋二[2]

# Constitutive Equations for Rocks, Based on Radial Stiffness Decrease

by Yoshiaki FUJII[1] and Yoji ISHIJIMA[1]

1. Division of Structural and Geotechnical Engineering, Graduate School of Engineering, Hokkaido University, Kita-ku, Sapporo 060-8628

A linear equation between axial strain, circumferential strain and axial stress was found while performing compression tests on several kinds of rock. This equation means that in such laboratory tests the trace of axial strain, circumferential strain and axial stress is located on a plane in the three-dimensional space defined by these quantities. New constitutive equations were derived combining the above-mentioned equation with another equation which derived assuming that the stiffness in the radial direction decreases with radial expansion.

Using the set of the newly-deduced constitutive equations, the effect of confining pressure on strength and strain-softening behavior including Class II can be simulated. Numerical results also show the decrease in radial stiffness due to crack existence.

**KEY WORDS**: Rock, Constitutive Equations, Radial Direction, Stiffness

## 1. 緒　　言

地下空洞の設計・施工における数値応力解析の重要性はいうまでもないが，数値応力解析の結果の正確さは用いる構成方程式に大きく依存する。岩盤を対象とした解析においては弾性，弾塑性等の仮定がよく用いられるが，これらはいずれも実際の岩石が示すひずみ軟化挙動や最大荷重点前から現れる非線型挙動等を忠実に再現しうるものではない。

このような観点から，本文4・2に示すように，よりよい構成方程式を開発するための多数の試みがなされており，本研究もそれらと同様の目的で行ったものである。

本研究では，まず，岩石の圧縮試験における軸ひずみ・周ひずみ・軸応力の関係について，これらを座標軸とする3次元座標系を用いて検討した。その結果，これらの物理量が，同座標空間内の平面上で軌跡を描くことを見いだした。

次に，この知見，ならびに供試体の半径方向の伸びに伴い同方向の剛性が低下するという仮定に基づいて岩石の新しい構成方程式を導出した。得られた構成方程式は簡単な形式で記述され，封圧による強度増加やクラスIIを含むひずみ軟化挙動を表現可能である。

## 2. 軸ひずみ・周ひずみ・軸応力の関係

### 2・1 単軸圧縮試験

単軸圧縮試験に用いた供試体は奔別川河床から採取した奔別砂岩（PS），三美炭鉱の露天鉱から採取した美唄砂岩（BS），茨城県笠間市産の稲田花崗岩（IG）である。これらのブロックから直径30 mm，長さ60 mmの円柱形供試体を作製した。

整形後の供試体は80 ℃の温度で24時間乾燥後，実験室内に2週間以上放置し，そのまま（奔別砂岩，美唄砂岩），あるいは，20時間水道水中に浸し表面をウェスで拭った後（稲田花崗岩），クロスヘッドの変位速度を一定（5 μm/s）とした単軸圧縮試験（以下では定ひずみ速度試験と呼ぶ）に供した。載荷にはInstron社製材料試験機（5586型，最大荷重300 kN，機械式）を用い，同社製カンチレバー式伸び計，ならびにチェーン式周方向伸び計を用いてひずみを計測した。

単軸圧縮試験における軸ひずみ－周ひずみ－軸応力曲線をFig. 1～3に示す。3者はこれらを座標軸とする3次元空間内で曲線の軌跡を描く（同図(a)）が，座標軸をある角度回転させると載荷の初期段階を除いてほぼ直線にみえる（同図(b)）。すなわち，3者の軌跡は，ほぼ同空間内に位置するある平面上にある。

そこで，軸応力$\sigma_A$，軸ひずみ$\varepsilon_A$，周ひずみ$\varepsilon_C$の間に以下の線形関係が成り立つことを仮定した。

$$\sigma_A = A(\varepsilon_A - \varepsilon_0) + 2B\varepsilon_C \quad \cdots\cdots (1)$$

ここで$A$，$B$，$\varepsilon_0$は各供試体に固有の定数である。

岩石の単軸圧縮試験で得られた軸応力・軸ひずみ・周ひずみ（Fig. 4）から各供試体について最小二乗法を用いて(1)式の定数を求めた結果，Table 1のようになった。計算は，最初は全データについて行い，近似（次で示す）の程度がよければ計算を終了し（奔別砂岩，美唄砂岩），そうでなければ，最大荷重点以降のデータを除外して再計算を行った（稲田花崗岩）。これらの定数は，ひずみ速度，含水等の実験条件に依存すると予想される。

次に，近似の程度を確認するために，Table 1の定数と実測された軸・周ひずみの組を(1)式に代入し，軸応力を評価した。実

＊ 1997年9月9日受付 1998年2月5日受理
1．正会員 工博 北海道大学大学院助教授 工学研究科社会基盤工学専攻
2．正会員 工博 北海道大学大学院教授 工学研究科社会基盤工学専攻
〔著者連絡先〕 FAX 011－706－6299（北大・社会基盤）
E-mail: fujii@rock. eng. hokudai. ac. jp
キーワード：岩石，構成方程式，半径方向，剛性

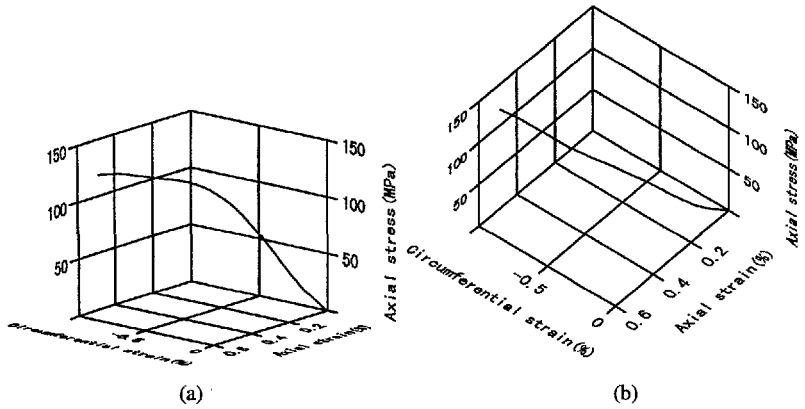



Fig. 1 Three-dimensional plot of strains and axial stress for PS0-5 under uniaxial compression ; after rotating the coordinate system, the originally curvilinear trace (a) looks like a straight-line (b), except for the initial loading stage.

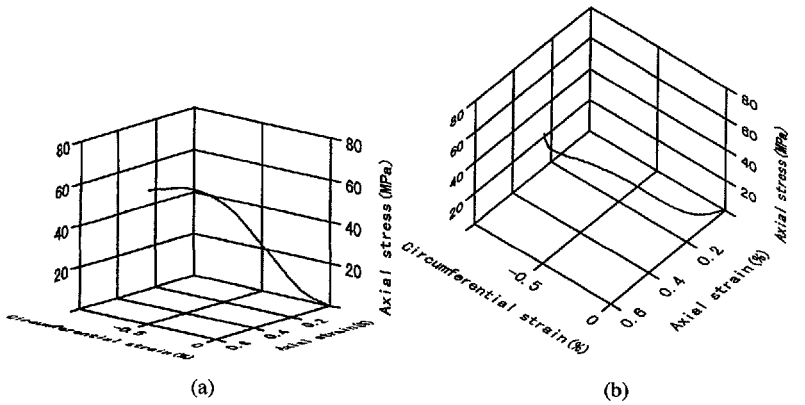



Fig. 2 Three-dimensional plot of strains and axial stress for BS13WE4 ; linearity is not good for this rock.

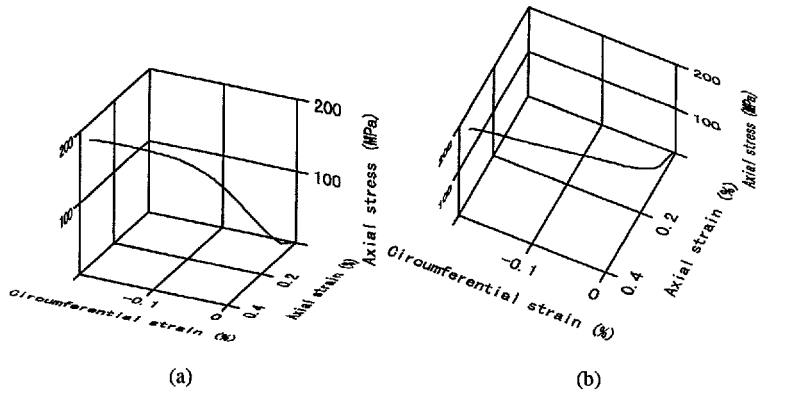



Fig. 3 Three-dimensional plot of strains and axial stress for IG2UW#2.

際に計測された軸応力と(1)式によって評価された軸応力をひずみの関数として Fig. 4 に示す。両者は軸応力が小さい領域を除けばよく一致しており，(1)式で表される線形関係がほぼ成立することを示している。

### 2・2 クリープ試験

応力一定のクリープ試験でも(1)式が成り立つとすれば，同式から，

$$\partial\varepsilon_C/\partial\varepsilon_A = -A/(2B) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (2)$$

が導かれる。ここでさらに，定数 $A$，$B$ に対するひずみ速度の影響が小さいと仮定すれば，クリープ制御の間，軸ひずみ一周ひずみ線図の傾きが一定となることが予想される。そこで，上砂川炭鉱寒沢露天鉱から採取した中粒砂岩を用い，クリープ試験を行った。直径 30 mm，長さ 60 mm の供試体を水道水中に 24 時間浸し，ウェスで表面の水滴を拭った後直ちに試験に供した。クロスヘッドの変位速度を一定（5 $\mu$m/s）とした軸圧の載荷中に周ひずみが，$-0.2\times10^{-2}\sim-0.5\times10^{-2}$ に達した時点でクリープ制御に切り替えた。荷重とひずみは，10 Hz，12 bit でサンプリングし，周ひずみに $40\times10^{-6}$ 以上の差異が現れたときのみハードディスクに記録した。

軸ひずみ一周ひずみ線図の例を Fig. 5 に示す。同線図は全体的に上に凸なようにみえるが，クリープ制御開始点を境に同線図の傾きが異なること，また，少なくとも，同点から周ひずみ速度の大きさが最小になる点（周ひずみ速度最小点，Fig. 6 参照）までは同線図の傾きがほぼ一定であることがわかる。すなわち，クリープ試験においても，上で述べた範囲内において(1)式がほぼ成り立つ。

なお，クリープ試験において，(1)周ひずみ速度最小点以前で再載荷した場合には荷重が増加し，最大荷重点における荷重と周ひずみの値が定ひずみ速度試験における値とほぼ同じであること，(2)同点以降で再載荷した場合には，荷重が増加しないかわずかに増加するに過ぎないこと，が観察されている（藤井ら，1997）。これらから筆者らは，クリープ試験における周ひずみ速度最小点と定ひずみ速度試験における最大荷重点とが密接な関係を有すると考えている。

### 2・3 考察

(1) 見掛けの弾性定数　(1)式は Hooke

Table 1 Peak strength $\sigma_{AP}$, tangent Young's modulus $E$, Poisson's ratio $\nu$, critical tensile strain $\varepsilon_{TC}$ (circumferential strain at peak load), and the constants $A$, $B$ and $\varepsilon_0$ in Eq.(1) for uniaxial compression tests ; the apparent elastic moduli $E'$ and $\nu'$ are also shown ; 'PS', 'BS' and 'IG2' denote Pombetsu Sandstone, Bibai Sandstone and Inada Granite#2, respectively.

| Specimen | $\sigma_{AP}$ (MPa) | $E$ (GPa) | $\nu$ | $\varepsilon_{TC}$ ($\times10^{-2}$) | $A$ (GPa) | $B$ (GPa) | $\varepsilon_0$ ($\times10^{-2}$) | $E'$ (GPa) | $\nu'$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| PS0-5 | 130.4 | 30.0 | 0.29 | -0.41 | 28.8 | 0.8 | 0.029 | 28.7 | 0.03 |
| BS13WE4 | 64.3 | 17.2 | 0.48 | -0.36 | 16 | 0.6 | 0.074 | 16.2 | 0.04 |
| IG2UW#2 | 185.8 | 69.4 | 0.25 | -0.19 | 64 | 5.4 | 0.048 | 63.4 | 0.08 |

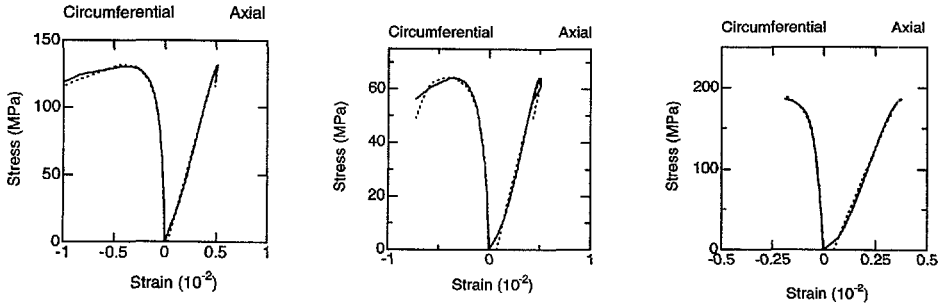



Fig. 4 Uniaxial compression stress-strain curves ; solid and dotted lines denote measured value and approximation by Eq.(1), respectively.

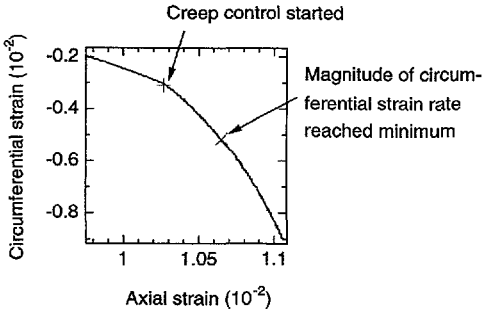



Fig. 5 Magnified plots of axial strain-circumferential strain curve for Kamisunagawa Sandstone under uniaxial creep loading.

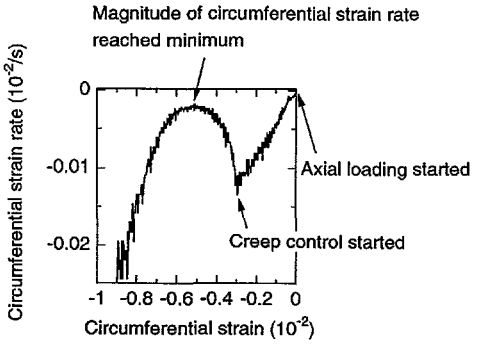



Fig. 6 Circumferential strain vs. circumferential strain rate for Kamisunagawa Sandstone under uniaxial creep loading.

の法則と類似している。そこで，$A$ を $\lambda+2\mu$，$B$ を $\lambda$ とみなし（$\lambda$，$\mu$ はラメの定数），ラメの定数に対応するヤング率・ポアソン比をそれぞれ見掛けのヤング率 $E'$・見掛けのポアソン比 $\nu'$ と名付け，これらの値を求めてみた。評価された見掛けのヤング率 $E'$ は 50 % 接線ヤング率 $E$ とほぼ等しく，見掛けのポアソン比 $\nu'$ は 50 % 接線ポアソン比 $\nu$ より小さい（Table 1）。

**(2) 圧縮下における岩石の最大荷重点の解釈**　Table 1 において定数 $A$，$B$ はいずれも正である。これと(1)式から，岩石の圧縮試験における最大荷重点について以下のように解釈することができる。

すなわち，載荷の初期段階で既存のマイクロクラックがおおむね閉鎖した後は，供試体が軸方向に縮むにつれ軸応力が一定の割合 $A$ で増加する。ところが，供試体の周方向の伸びに伴って軸応力は一定の割合 $2B$ で減少する。荷重が最大値に近付くと，載荷方向にほぼ平行なマイクロクラックが成長し，供試体の周方向の伸びが大きくなる。供試体の軸方向の縮みに伴う軸応力の増加量と，供試体の周方向の伸びに伴う軸応力の減少量が等しくなったときに最大荷重点が現れる。

## 3．新しい構成方程式

### 3・1　構成方程式の構築

従来から軸ひずみと軸応力の関係を示す構成方程式が導かれている（例えば大久保，1992）。これと(1)式を組み合わせれば，軸ひずみ・周ひずみ・軸応力・封圧のうちのいずれか 2 つの値を与えたときの他の 2 者の値を評価することができる。

大久保の研究では，軸ひずみと軸応力の関係において，軸応力の増加に伴って軸方向のコンプライアンスが増加すると仮定されている。しかしながら，圧縮に伴って成長するクラックは，載荷軸に平行なものが多いことが知られている（例えば，Hallbauer et al.，1973）。そこで，ここでは，半径方向の伸びに伴って同方向の剛性が低下するという仮定の下に構成方程式を構築する。

まず，簡単のために(1)式中の定数 $\varepsilon_0$ を省略して次式を得る。

$$\sigma_A = A\varepsilon_A + 2B\varepsilon_C \quad \cdots\cdots (3)$$

次に，(3)式から類推して，封圧 $\sigma_C$ に関して，

$$\sigma_C = A'\varepsilon_C + 2B'\varepsilon_A + B''\varepsilon_C \quad \cdots\cdots (4)$$

なる式を仮定する。ここで $A'$ は半径方向の剛性である。簡単のために

$$B' = B'' \quad \cdots\cdots (5)$$

とすれば，

$$\sigma_C = (A'+B')\varepsilon_C + B'\varepsilon_A \quad \cdots\cdots (6)$$

が導かれる。(3)，(6)式から，周ひずみと封圧を与えたときの軸応力と軸ひずみが以下の式で評価される。

$$\sigma_A = \{(2BB'-AA'-AB')/B'\}\varepsilon_C + (A/B')\sigma_C \quad \cdots\cdots (7)$$

$$\varepsilon_A = (\sigma_A - 2B\varepsilon_C)/A \quad \cdots\cdots (8)$$

同様に，軸ひずみと封圧を与えたときの軸応力と周ひずみは以下のように評価できる。

$$\sigma_A = \{(AA'+AB'-2BB')/(A'+B')\}\varepsilon_A + \{2B/(A'+B')\}\sigma_C \quad \cdots\cdots (9)$$

$$\varepsilon_C = (\sigma_C - B'\varepsilon_A)/(A'+B') \quad \cdots\cdots (10)$$

前述のように最大荷重点付近で載荷軸方向に平行なクラックが多数生じれば，半径方向の剛性 $A'$ は徐々に値を減ずると予想される。また，通常，岩石の圧縮試験における応力－ひずみ線図は，載荷初期で下に凸な曲線であるが，ある荷重に達するとそれ以降しばらくほぼ直線的な軌跡を描く。これを考慮して，$A'$ は周ひずみが $+\infty$（無限大の圧縮）のとき $A$ と等しくなると仮定する。さらに，岩石の三軸圧縮試験では，通常，残留強度がみられる。一定値の残留強度を実現するには，周ひずみが $-\infty$（無限大の

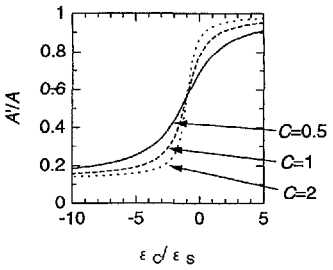



Fig. 7 Relationship between $A'$ and $C$ for the case where $A = 20$ (GPa) and $B = B' = 5$ (GPa).

伸び）になったとき(7)，(9)式の右辺第1項が0になる必要がある。このような仮定を満たす関数の一つとして次式を用いた。

$$A' = \{(A^2-2BB'+AB')/(A\pi)\}[\tan^{-1}\{C(\varepsilon_C/\varepsilon_S+1)\}+\pi/2]+(2BB'-AB')/A \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

ここで$C$は定数である。$A'$は$\varepsilon_C$が伸び（マイナス）側に増加するに従って減少するが，減少の割合は$\varepsilon_C/\varepsilon_S = -1$で最も大きく，$C$が大きいほど大きくなる（Fig. 7）。$A'$は周ひずみが0でも$A$よりはやや小さい。したがって，本来は，(3)式の$A$についても$A' = f(\varepsilon_A)$を用いるべきであるが，計算が複雑になるため，ここでは，これをしない。

### 3・2 計算例

(7)，(8)，(11)式を用いて計算した応力－ひずみ線図の例をFig. 8に示す。Fig. 8(a)には封圧の影響を示した。なお，図中の応力・ひずみはいずれも封圧の載荷前を基準とした値であり，計算は周ひずみが$0 \sim -1 \times 10^{-2}$の範囲のみ行った。同線図に認められる以下の諸点は実際の岩石の挙動と類似している。

(i) 封圧の増加とともに強度が増加する。

(ii) 封圧の増加とともに限界圧縮ひずみ（最大荷重点における軸ひずみ）が増加する。

(iii) 封圧が増加しても限界引張ひずみ（最大荷重点における周ひずみ）の値に変化はない。

3つめに挙げた点は，筆者らが花崗岩，砂岩，安山岩について三軸圧縮試験を行い見出した知見である（Fujii et al., 1997）。実際の岩石でみられる，封圧増加とともに強度増加の割合が減少する現象は認められず，実際と異なる点として挙げられる。

各定数は以下に述べる値や線図の形状に影響していることがFig. 8よりわかる。

(i) $A$ (Fig. 8(b))：ヤング率，強度，限界圧縮ひずみ

(ii) $B$ (Fig. 8(c))：応力－軸ひずみ線図の最大荷重点付近の形状

(iii) $B'$ (Fig. 8(d))：ヤング率，強度，限界圧縮ひずみ

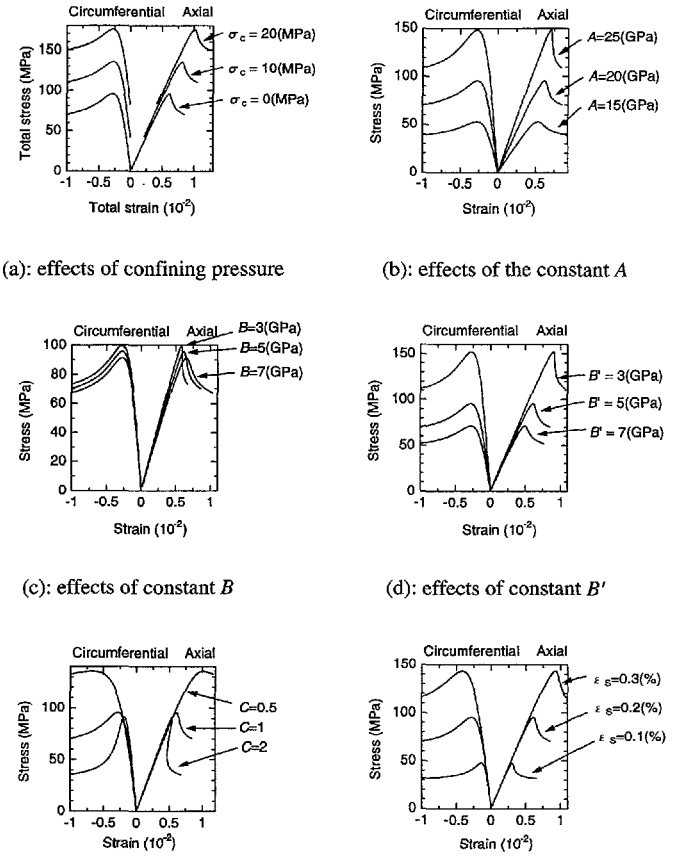
(iv) $C$ (Fig. 8(e))：強度，応力－軸・周ひずみ線図の最大荷重点付近の形状，限界圧縮ひずみ，限界引張ひずみ

(v) $\varepsilon_S$ (Fig. 8(f))：強度，限界圧縮ひずみ，限界引張ひずみ

以上より，諸定数を適切に選択すれば，岩石の応力－ひずみ線図を良好に近似することが可能と思われる。

### 3・3 実験結果の近似

実際の岩石の変形挙動を本構成式で近似してみる。封圧$\sigma_C$は実験条件で決まる（本実験では$\sigma_C = 0$）。強度，限界引張ひずみ$\varepsilon_{TC}$，および，(1)式の定数$A$，$B$については，実測された応力－ひずみ線図から評価される。ここでは，以下の手順に従って$B'$，$C$，$\varepsilon_S$を調整し，強度，限界引張ひずみ，応力－ひずみ線図全体の形状を再現する。




(a): effects of confining pressure　(b): effects of the constant $A$

(c): effects of constant $B$　(d): effects of constant $B'$

Fig. 8 Stress-strain curves obtained from proposed constitutive equations ; the curves for $A = 20$ (GPa), $B = 5$ (GPa), $B' = 5$ (GPa), $C = 1$, $\varepsilon_S = 0.2 \times 10^{-2}$ and $\sigma_C = 0$ are set as a standard ; "total stress" and "total strain" in (a) mean that they are not deferential ones but are zero-balanced before applying the confining pressure.

(i) $C$を適当な値に仮定し，限界引張ひずみが再現されるように以下に述べる方法によって基準ひずみ$\varepsilon_S$を評価する。すなわち，最大荷重点においては，軸応力－ひずみ線図の傾きが0になる。したがって，(7)式に示される軸応力を周ひずみ（軸ひずみでも同様であるが，後の計算が簡単になるので周ひずみを選んだ）で偏微分した微係数は0となる。偏微分を実行すると以下の式が得られる。

$$0 = \tan[-\pi/2-(\varepsilon_C/\varepsilon_S)C/\{1+C^2(\varepsilon_C/\varepsilon_S+1)^2\}] -C(\varepsilon_C/\varepsilon_S)-C \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

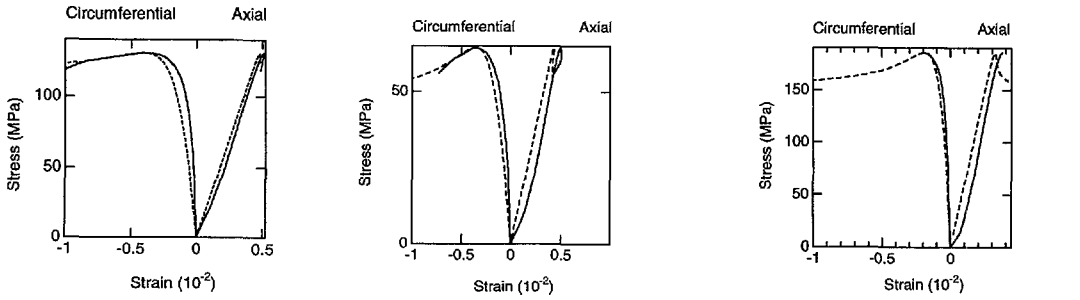
(12)式に$\varepsilon_C = \varepsilon_{TC}$を代入すれば，$\varepsilon_S$は数値的反復法により評価できる。

(ii) 強度が再現されるように$B'$を求める。$B'$は(7)式に(11)式を代入し，最大荷重点の値として，$\sigma_A$に$\sigma_{AP}$，$\varepsilon_C$に$\varepsilon_{TC}$を代入することにより次式のように表される。

$$B' = A^2\varepsilon_{TC}\{\tan^{-1}(C\varepsilon_{TC}/\varepsilon_S+C)+\pi/2\} /[(2B-A)\varepsilon_{TC}\{\tan^{-1}(C\varepsilon_{TC}/\varepsilon_S+C)+\pi/2\}-\sigma_{AP}] \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (13)$$

(iii) $A$, $B$, $B'$, $C$, $\varepsilon_S$, $\sigma_C$ ($= 0$) を(7)～(8)式に代入し応力－ひずみ線図を求める。

(iv) 実測と予測の応力－ひずみ線図を比較し，差異があれば新しい$C$を仮定し，手順(i)～(iii)によって諸定数を決める。これ




(a): PS0-5, $B'$ = 43 (GPa), $C$ = 0.5　(b): BS13WE4, $B'$ = 5.2 (GPa), $C$ = 0.8　(c): IG2UW#2, $B'$ = 12.7 (GPa), $C$ = 0.6

Fig. 9　Approximations of uniaxial compression stress-strain curves obtained by using the proposed constitutive equations ; solid and dotted lines denote measured value and approximation, respectively.

を繰り返して実測値を良好に近似できる $C$ を選択する。

Fig. 9 に示した近似は本方法で得たものであるが，実測とよく一致している。応力－軸ひずみ線図について認められる差異の大部分は $\varepsilon_0$ を省略したことに起因すると思われる。

## 4．考　　察

### 4・1　クラックを含む板の剛性の評価に基づく $A$，$A'$，$B$，$B'$ の仮定に関する検討

載荷に伴い，載荷軸に平行なクラックが1つ生じたことを想定して，寸法が縦 20，横 10 で，中心に長さ 6 の閉鎖しない1つのクラックを含む平面ひずみ状態下の有限板を考える（Fig. 10）。ポアソン比を 0.20 と仮定し，クラックに平行な方向に応力 $\sigma_1$ を載荷したときの軸・横ひずみの平均値 $\varepsilon_{A1}$，$\varepsilon_{C1}$ と，クラックに垂直な方向に応力 $\sigma_2$ を載荷したときの軸・横ひずみの平均値 $\varepsilon_{A2}$，$\varepsilon_{C2}$ を求める。このとき，板の外側境界については物体力要素（Nishitani, 1994），クラックについては変位くい違い要素（Crouch and Fairhurst, 1973）でモデル化した。次に，本構成方程式における定数 $A$，$B$，$A'$，$B'$ を以下の式から評価した。

$$\sigma_1 = A\varepsilon_{A1} + B\varepsilon_{C1} \quad \cdots\cdots (14)$$

$$0 = A'\varepsilon_{C1} + B'\varepsilon_{A1} \quad \cdots\cdots (15)$$

$$0 = A\varepsilon_{C2} + B\varepsilon_{A2} \quad \cdots\cdots (16)$$

$$\sigma_2 = A'\varepsilon_{A2} + B'\varepsilon_{C2} \quad \cdots\cdots (17)$$

計算の結果，$A = 1.01(\lambda + 2\mu)$，$B = 0.69\lambda$，$A' = 0.66(\lambda + 2\mu)$，$B' = 0.68\lambda$ が得られた。クラックがない場合には，$A = A' = \lambda + 2\mu$，$B = B' = \lambda$ となる。すなわち，4つの定数のうち，$A$ は載荷軸に平行なクラックに影響されないが，その他の定数はほぼ同じ割合で減少することがわかった。したがって，本文3．で述べた，$A$ を定数とし，$A'$ を載荷に伴い減少するとした仮定は妥当と判断できる。一方，$B$，$B'$ については，実験結果に基づき定数と仮定したが，上述のようにクラックの発生により減少する可能性がある。したがって，この仮定の妥当性についてはさらに検討の必要があると考えられる。

### 4・2　従来の構成方程式との比較

従来提案されている岩石の構成方程式を以下のように分類することができる：

(i)（主に，軸ひずみと軸応力の関係について）実験結果を良好に近似し得る関数を用いるもの（例えば大久保，1992）

(ii) 線形弾性体中に1つ（例えば，児玉ら，1994），あるいは，複数（例えば，Kemeny, 1991）のクラックを含む構造体の荷重－変位に関する解から導かれるもの

(iii) その他の仮定に基づく理論的なもの（例えば Gates, 1988 a，b）。

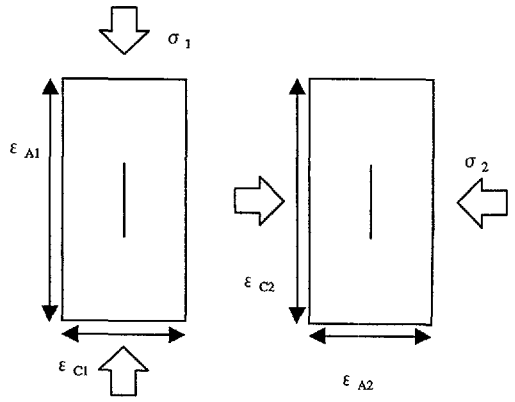



Fig. 10　Model used to determine the change in stiffness due to existence of a crack.

(i)の大久保の構成方程式については既に述べた。(ii)の線形破壊力学に基づく構成方程式では，単一の傾斜クラックからウィングクラックが成長するモデルを仮定すると最大荷重点以降の挙動を再現することができない（例えば，児玉ら，1994）。モードⅡのクラック成長を仮定すればこの限りではない（佐藤・木下，1976）が，この仮定は観察（例えば Hallbauer et al., 1973）に反する。複数のクラックの干渉を考慮すれば，クラスⅡ挙動のみを再現することができる（Kemeny, 1991）。

同じ岩石でも寸法や形状によりクラスⅠとクラスⅡのどちらの変形挙動も示し得るという報告もあるが（Labuz and Biolzi, 1991），構成方程式としては当面これらの多様な変形挙動を表現できた方がよいと思われる。このためには例えば Li（1995）のように，破壊後領域で現れる巨視的破断面を表現するために，それ以前とは全く異なる方程式を新たに導入するか，あるいは，里（1992）のように確率関数を導入する必要がある。

Gates（1988 a）は，微少なばねのネットワークとして岩石をモデル化した。ばねについて，伸びひずみがある値 $\varepsilon_S'$ に達すると剛性を失い，伸びひずみが減少しても剛性は回復しない，と仮定すると，最大強度点以降の応力とひずみの関係は以下のように評価される。

$$s_A = 5(1-u_o^3)e_A + \{15-15u_o-5(1-u_o^3)\}e_C - 2s_C \quad \cdots\cdots (18)$$

$$e_A = \{2s_C(1-u_o^2)+8-15u_o+10u_o^3-3u_o^5\} / (2-10u_o^2+10u_o^3-2u_o^5) \quad \cdots\cdots (19)$$

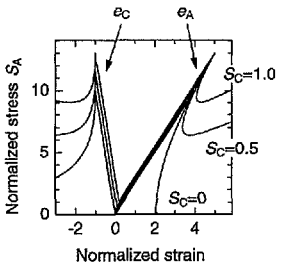



Fig. 11 Stress-strain curves obtained using the constitutive equations proposed by Gates (1988 b) ; stress and strains are assumed to be zero-balanced before applying the confining pressure.

$$e_C = -(1+e_A u_o^2)/(1-u_o^2) \quad \cdots\cdots (20)$$

ここで,

$$s_A = \sigma_A/(\lambda\varepsilon_S') \quad \cdots\cdots (21)$$

$$s_C = \sigma_C/(\lambda\varepsilon_S') \quad \cdots\cdots (22)$$

$$e_A = \varepsilon_A/\varepsilon_S' \quad \cdots\cdots (23)$$

$$e_C = \varepsilon_C/\varepsilon_S' \quad \cdots\cdots (24)$$

$$u_o = \cos\theta_o \quad \cdots\cdots (25)$$

である。$\theta_o$は載荷軸からの角度で，これ以上の角度を有するばねは降伏する。

(18)式は応力とひずみに関する一次式である点で(1)式と類似しているが，係数が定数でない点と，封圧が含まれている点が異なる。これらの式を用い，$\theta_o$を0から$\pi/2$の範囲で代入すれば，Fig. 11のように，最大荷重点までは完全弾性で，その後クラスⅡ挙動を示すような応力－ひずみ線図が評価される。限界圧縮ひずみは封圧とともに大きくなるが，限界引張ひずみは$-\varepsilon_S'$と等しく，本研究で提案した式と同様，封圧に依存しない。Gates (1990) は，この構成方程式を用いて評価した有孔板の応力が，Coulombの破壊規準に基づいて評価されたもの（例えば，Goodman, 1980のChap. 7）よりも，実測との一致がよいことを示した。この構成方程式では，破壊後の軸応力は最小値をとった後増加に転じ，図には示さなかったが，軸ひずみが十分大きくなると最大強度を超えてしまう。また，上記の線形破壊力学に基づく構成方程式と同様に，最大荷重点付近の形状を自在に変化させることはできないので，最大荷重点前から現れる非線型挙動やクラスⅠ挙動を再現するためには，ばねの長さや降伏ひずみ$\varepsilon_S'$を確率関数に基づいて分布させる必要がある。

本研究で提案した構成式は，多分に経験的であり，その意味で(i)の範ちゅうに属する。しかし，載荷に伴い半径方向の剛性が減少するという仮定を用いているので，完全に経験的とはいえない。また，(ii)，(iii)とは異なり，最大荷重点付近の応力－ひずみ線図の形状は確率関数を導入せずとも調整可能である。しかしながら，非可逆的仮定がされていないので除荷時の挙動が実際と異なるという欠点を有する。さらに，現時点では，諸定数の力学的意味が明らかにされていない。

## 5．結　　言

岩石の圧縮試験時の軸応力をひずみで表現し得る一次式を見いだした。また，本式から予想されるクリープ変形挙動についても，周ひずみ速度最小点までの範囲内であれば実測と一致することを確認した。

得られた一次式を基に半径方向の伸びひずみによる同方向の剛性の低下を仮定して構成方程式を導いた。この構成方程式は，いくつかの欠点を有するものの，封圧による最大軸応力の増加，クラスⅡを含むひずみ軟化挙動を再現することができ，実験結果の近似の程度も良好である。

今後，諸定数の力学的意義や環境依存性，また，$A'$の関数形についてさらに検討することにしたい。

**謝辞**　一部の供試体を提供頂いた山口大学工学部大西康智氏，ならびに，北海道大学工学部菅原隆之氏に謝意を表す。

## 引　用　文　献

Crouch, S. L. and Fairhurst, C. (1973) : The Mechanics of Coal Mine Bumps and the Interaction between Coal Pillars, Mine Roof and Floor, U. S. B. M. Contract Report, H0101778

Fujii, Y., Kiyama, T. and Ishijima, Y. (1997) : 'Condition Insensitive Damage Indicator' for Brittle Rock, Int. J. Rock Mech. & Min. Sci., Vol. 34, Nos. 3−4, Paper No. 086

藤井義明・木山　保・大森瑞穂・石島洋二 (1997)：岩石のクリープ試験における周ひずみの挙動に関する研究，資源と素材，Vol. 113, p. 162−168

Gates, D. J. (1988 a) : A Microscopic Model for Stress-Strain Relations in Rock-Part Ⅰ. Equilibrium Equations, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 25, No. 6, p. 393−401

Gates, D. J. (1988 b) : A Microscopic Model for Stress-Strain Relations in Rock-Part Ⅱ. Triaxial Compressive Stress, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 25, No. 6, p. 403−410

Gates, D. J. (1990) : Stress Softening Around Cavities in Rock-Like Materials, Mechanics of Materials, Vol. 8, p. 309−331

Goodman, R. E. (1980) : Introduction to Rock Mechanics, John Wiley and Sons, New York

Hallbauer, D. K., Wagner, H. and Cook, N. G. W. (1973) : Some Observations Concerning the Microscopic and Mechanical Behaviour of Quartzite Specimens in Stiff, Triaxial Compression Tests, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 10, p. 713−726

Kemeny, J. M. (1991) : A Model for Non-Linear Rock Deformation under Compression due to Sub-Critical Crack Growth, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 28, No. 6, p. 459−467

児玉淳一・石塚与志雄・安部　透・石島洋二 (1994)：微視構造モデルによる花崗岩の強度特性の時間依存性に関する理論的検討，資源と素材，Vol. 110, p. 195−200

Labuz, J. F. and Biolzi, L. (1991) : Class Ⅰ and Class Ⅱ Stability ; A Demonstration of Size Effect, Int. J. Rock Mech. Min. Sci. & Geomech. Abstr., Vol. 28, Nos. 2/3, p. 199−205

Li, C. (1995) : Micromechanics Modelling for Stress-Strain Behavior of Brittle Rocks, Int. J. Numerical and Analytical Methods in Geomech., Vol. 19, p. 331−344

Nishitani, H. (1994) : Computational and Experimental Fracture Mechanics, Computational Mechanics Publications, Berlin

大久保誠介 (1992)：コンプライアンス可変型構成方程式の解析的検討，資源と素材，Vol. 108, p. 601−606

佐藤一彦・木下重教 (1976)：圧縮変形におけるグリフィス軌跡，日本鉱業会誌，Vol. 92, No. 1060, p. 409−414

里　優 (1992)：乾燥した岩石のダイラタンシーに関する理論的研究，材料，Vol. 41, No. 466, p. 1068−1074