



Title	全体論における数学観 : 数学的对象の存在とその正当化
Author(s)	斉藤, 健; Saito, Ken
Citation	哲学, 37, 21-38
Issue Date	2001-07-15
Doc URL	https://hdl.handle.net/2115/48016
Type	departmental bulletin paper
File Information	37_21-38.pdf



全体論における数学観

——数学的对象の存在とその正当化——

齊藤 健

本稿の目的は、数学的对象の存在とその正当化に関する全体論 (holism) の議論を検討し、全体論的な数学の哲学における可能な路線を明確化することである。まず第1節では、経験主義の色彩が濃い知識の全体論が提起されると言われる、数学的对象の存在を正当化するいわゆる「不可欠性論証 (indispensability argument)」の骨組みを紹介する。そして第2節では、数学的存在とその正当化の仕方の観点から、マディらが分類したよりもきめ細かく立場を整理して、实在論とも唯名論とも異なるいわば「擬似实在論」という立場を定立する。クワインの著作において、彼が、後に規定する「弱い实在論」者であると解釈できる箇所と、擬似实在論者として解釈できる箇所があるので、混乱を避けるために、クワインがとりうる可能な立場をそれぞれ「クワインI」と「クワインII」に分類する。その分類に沿った仕方において、不可欠性論証および数学的对象の存在とその正当化について全体論がとりうる最も妥当な路線を事柄に即したかたちで探る。そのために第3節では、「存在」に関するクワインの立場を明確化する。次いで第4節では、クワインIとは異なり、「擬似实在論者」としてのクワインIIが、主としてマディによる反論を回避できることを示す。本稿を通して、数学的对象の存在とその正当化に関して、全体論の維持可能な路線が示される。

1. 全体論・自然主義・不可欠性論証

ここでの全体論は認識論的なものであって、知識の確証／反証の場面において、どんな言明も経験によって別個に確証／反証されるのではなく、その言明が含まれる信念体系全体の様々な考量に従って確証／反証がなされると説く立場をいう。まず物理理論に関してデュエムがそれを提唱し (Duhem, pp.303-4)、知識・信念体系一般に適用したのがクワインであった⁽¹⁾。

こうして還元主義と基礎づけ主義を脱した全体論は、認識論の自然化に向かう。クワインの自然主義とは、「第一哲学⁽²⁾の目標を放棄すること」(Quine[1981], p.72)であり、認識を心理学や生理学といった自然科学で説明しようとするばかりでなく、認識論と自然科学には相互的包摂関係が成り立っている (Quine[1969], p.83) と主張する立場である。

全体論ではしばしば次のような議論がなされる。①我々は我々のもつ最良の自然科学の理論を真であると考えている。②こうした自然科学の理論はその不可欠な部分として数学を用いている。③その数学理論は数学的対象に関する存在言明を含む。④それら数学的存在言明は①②により正当化され、真である⁽³⁾と見なされる。⑤従って、その言明の存在量化の値として、我々は数学的対象の存在に関与することになる。こうした形の議論は、「不可欠性論証」と呼ばれ⁽⁴⁾、数学的対象の存在性を正当化する議論であると言われる⁽⁵⁾。

クワインによると、「解釈された通常の科学的言説は、リングや他の物体に対してと同じくらい抜きがたく、国家、種、数、関数、集合といった抽象的対象に関与している。こうした事物はすべて、世界についての我々の体系全体において変項の値として姿を現す。数と関数は、仮説的な素粒子とまさに同じくらい真正に物理理論に寄与しているのである」(Quine[1981], pp.149-50)。この立場は、「理論は、その理論の中でなされる肯定文が真であるために、その理論の束縛変項が指示できなくてはならない存在者かつそれだけに関与している」(Quine[1953], pp.13-4) という、「所与の理論や形式がどのような存在論に関与しているかを決定する

ための、より明示的な基準」としての、存在論的関与 (ontological commitment) の基準に関するテーゼという形⁽⁶⁾で明確に表現された⁽⁷⁾。

2. 立場の整理

この不可欠性論証に対して幾つかの反論と擁護がなされてきたが、その可否を論じる前に、我々は無用な混乱を避けるため、数学の哲学において考えられる幾つかの立場を分類・整理すべきである。本稿ではマディの分類とは部分的には異なる分類を提出する。後者の分類の方が、彼女の分類と較べて、この主題に関するクワインにおける立場の相違、つまり後に規定する、「弱い実在論者」としての「クワイン I」と「擬似実在論者」としての「クワイン II」との相違を的確に表現できるという利点があるからである。

まず、数学の哲学における形而上学的立場を分類する。数のタームに対応する何らかの数学的対象⁽⁸⁾が我々の認識から独立して存在する、もしくは数学的言明に対応する何らかの数学的事実が我々の認識から独立して成立するという立場を「実在論 (realism)」とする。抽象的存在としてのそのようないかなる数学的対象も存在しないし、そうした数学的事実も成立しないという立場を「唯名論 (nominalism)」とする⁽⁹⁾。前者のうち、我々の理論もしくは信念から独立して数学的対象が(応用的数学であれ非応用的数学であれ、あらゆる数学的対象が)存在するという立場を「強い実在論 (strong realism)」とし、応用可能な数学における存在のみを認める制限された実在論を「弱い実在論 (weak realism)」と名づける⁽¹⁰⁾。さらに実在論と唯名論のいわば狭間に位置する立場として、我々の理論や信念に依存してはじめて数学的対象が存在すると主張できるとする立場を「擬似実在論 (quasi-realism)」と呼ぶことにしたい。

次に、数学的対象の存在に関する正当化の観点から立場を分類する。不可欠性論証には以下で述べるように「単純」と「複合」の二種類が考えられる。そうした論証を必要とするのは何らかの実在論および擬似実在論である。認識主体が正

当化しようがしまいが数学的対象は独立して実在⁽¹¹⁾しているのであり、数学的対象の存在はすべて他の経験(科学)から独立に純粋に数学だけを用いて発見されるという立場を「分離論(separatism)」と名づける。ここでは分離論を採用する強い実在論が「プラトニズム(Platonism)」に相当する。そして「中実在論(medium-realism)」⁽¹²⁾を、以下で定義する複合不可欠論を採用する強い実在論として定義したい。数学的対象の存在は少なくとも部分的には他の経験(科学)から正当化されるという立場を「不可欠論(indispensabilism)」と呼ぶ。後者のうち、存在論的身分があるのは、経験(科学)によって直接的であれ間接的であれ正当化されるものに限られるという立場を「単純(simple)不可欠論」とし、数学に内在的な証明的方法によって非応用的数学の存在論的身分をも何らかの仕方で確保しようとする不可欠論を「複合(complex)不可欠論」と呼ぶことにする。この立場はマディのいう「修正(modified)不可欠論」と同義と言ってよい。単純不可欠論者は非応用的数学を「数学的ゲーム」として見なし、その存在論的身分をもたないものとする。複合不可欠論によると、「正しさ(correctness)」という数学的規範に従ってより適切な数学理論が追究される。もし複合不可欠論者がその理論を手にする最良のものとして選択するなら、非応用的数学の存在言明における量化の値としての数学的対象にも存在論的に関与することになる。

よって我々は、(a)プラトニズム、(b)中実在論、(c)弱い実在論、(d)擬似実在論、(e)唯名論、という立場に分類することができる。(a)は分離論を、(b)は複合不可欠論を、(c)は単純不可欠論を、(d)は複合不可欠論を、それぞれ採用する。(e)は不可欠論を採用しない。

まず、それぞれの立場の違いを鮮明にするために、応用的数学と非応用的数学の二つの場合に対する態度の違いを見ることにする。

よく応用される算術的言明「 $2 + 3 = 5$ 」について考えよう。(a)プラトニストは、我々の経験や信念に関わりなくそれに対応する事実が成立していて、2や3といった数学的対象が我々の認識から独立に存在(実在)すると考える。(b)中実在論者は、その言明は応用を通して十分に正当化されているので、それは真であ

り、そうした数学的対象は我々の理論から独立に実在すると見なす。(c)弱い実在論者も応用数学の場合は中実在論者と同じ態度をとる。(d)擬似実在論者によれば、もし我々が通常の算術理論を採用しているならば、その言明は真であり、算術的対象は存在すると主張できる。だが、その言明に対応する事実が我々の理論から独立に成り立っているとか、算術的対象が我々の認識から独立に実在するなどとは言うことはできない。(e)唯名論者によれば、その言明が成立しているという事柄に関する事実 (a fact of the matter) は存在しない。それは我々の規約にすぎないと論じる道もあるし、そうした数学的定式は現象を扱うのに我々にとって有用な道具であっても構わないという態度をとる道もある。もちろん彼によれば、算術的対象は存在しない。

次に非応用的数学の代表例として、高次の集合論を考えたい。標準的集合論とされるZFCの諸公理はあらゆる集合論上の問題を決定するには不十分であることが知られている。最も有名な独立言明はカントルの連続体仮説であろう。こうした言明の地位に関する重大な基礎論的論争がある。ここで、 X という言明は、クラスや巨大基数に関する何らかの公理によって X もしくは X の否定が証明されるものとし、それが数学の多くの分野において使用され、例えば物理学においても比較的応用される事柄を表現している言明とする。MC (可測基数の存在) と $V=L$ (ゲーデルの「構成可能性公理」) はZFCからみると独立言明であるが、いま「ZFC + MC $\vdash X$ 」かつ「ZFC + $V=L \vdash \neg X$ 」が成り立っていると想定する。そこでMCと $V=L$ のいずれの公理を選ぶかという問題が生じてくる。

このような場合に上記のそれぞれの立場を選ぶことでいかなる方法論的帰結の違いが出てくるのだろうか。(a)プラトニストは、純粋に数学的方法で得られた(あるいは仮に得られないとしても)存在言明が関与する数学的対象をすべて実在するものとする。可換法則を満たすアーベル群であれ、非可換群としての非アーベル群であれ、整合的な理論における対象は実在すると考える。(b)中実在論者は、それらがZFCから独立しているにも関わらず、その事柄に関する事実が存在し、これらの言明が真か偽のいずれかであり、どちらか決定することはさら

なる理論化の仕事であると考え、我々の問いには決定的回答が存在すると想定する。中実在論に従えば、かの集合論学者は自分の主題についての完全な理論の探求に際して、Xであるか否かを決着するために「真なる」付加的公理を探し出そうと試みる。(c)弱い実在論者は、我々は非応用的数学には存在論的に関与しないので、到達不能基数の議論を数学的ゲームとしか見ない。(d)擬似実在論によれば、かの集合論学者は「数学的正しさ」についての適切な規範⁽¹³⁾を使用してZFCを拡張し、その問題を決定しようとする。(e)唯名論によれば、その主題に何らかの関心をもち続ける集合論学者は遠慮なく、自分が選ぶZFCの(相対的に無矛盾な)拡張は何であれ採用するし、あるいはそのような拡張の間を思いのままに縦横に移動しさえする。

ところで、以下の議論に供するために、マディによる立場の分類も確認しておきたい。数学的言明の真偽を決定する「事柄に関する事実」が存在するという主張を彼女は「事実説 (*fact*)」と呼ぶ。修正不可欠論を採用する「事実説」を彼女は「強い事実説」と呼び、これは中実在論に相当する。数学的実在論を支持する不可欠性論証を利用する者は何らかの形の「事実説」を採用することになる、とマディは主張する。「しかし、我々の独立性問題そして(修正[不可欠]論者にとっては)その探究を合法だと見なすことは、無条件には受け容れられない。それは現在の科学の経験的事実に依存するからである。結果として得られる数学的信念は同様にア・ポステリオリで可謬的なのである」(Maddy,p.285)。

「事実説」とは異なった立場に立ち、集合論とは即ちZFCのことであり、その公理から独立した言明は内在的真理値をもたないのであり、これらの問いを決着するZFCの拡張についての研究はすべて同等に合法的である、と主張する者もいるであろう。この見解を「無事実説 (*no-fact*)」とマディは呼ぶ。修正不可欠論者にとって、「事実説」としての「中実在論」と「無事実説」の間の選択は物理学(おそらく残りの科学も)の発展に依存している。「無事実説」の一つの立場として、予め成立する事実がないとしても、集合論の公理を拡張する過程(存在論的決定が数学で現れる場面)は恣意的でない原則(つまり「正しさ」という数学的規範)に

よって支配されていると説明する立場がある。これは「擬似实在論」に相当する立場であり、マディはこれを「話の初め無事実説 (*beginning of the story no-fact*)」と名づける。「事実がない」という認識が、「数学的正しさ」という規範に沿った数学研究の扉を開くからである。

もし数学基礎論上の探究により、扱っている問題が公理系から独立であると示され、その問題に関する数学的事実がないことが合意されるならば、ZFCを拡張するすべての（相対的に無矛盾な）集合論は同等に合法的であり、主観的好みを離れて選択すべき根拠がないとする立場がさらに考えられる。これは「唯名論」に相当する立場であって、マディは「話の終わり無事実説 (*end of the story no-fact*)」と呼ぶ。「発見すべき事実がない」という認識が真摯な探究を終わらせるからである。そこでこの立場は、独立性問題を決着するための集合論上の新たな公理を探究することを意味の乏しいものにする。

3. クワインの立場

第4節の議論に備えて、クワインが「存在」に関してどういう立場をとっているのかを明確にする必要がある。彼は主著『ことばと対象』でこう述べている：「我々が存在 (existence) と認めるものはすべて、理論構築の過程を記述する立脚点からは措定物 (a posit) であり、構築されてしまった理論の立脚点からは、同時にリアル (real) である」(Quine[1960],p.22)。この箇所から、彼は諸々の理論から独立した实在を認めないのだから、プラトニズムというよりはむしろ、理論内在的な立場をとる「擬似实在論」に近い考えをもっていることが分る。存在論的関与の基準は、あくまでも自分の依って立つ理論の枠内において適用されるのであって、理論から独立した対象の存在を正当化するものではないし、「何があるか」を判定するというよりも、むしろ当該の理論が「何があると言っているのか」を判定する基準なのである (Quine[1953],pp.15-6)。言い換えると、クワインは、認識から独立した「实在」を理論が写し取るという考えをとらない。

クワインの「存在」に対する考えをより明確にするために以下の箇所を引用したい：

我々は、自分の概念図式、自分の哲学を、その支持に依拠しながらも、少しずつ改良していくことができるが、我々は、概念図式から身を離して、概念化されていない実在と概念図式を客観的に比較することができない。よって、実在の鏡としてのある概念図式の絶対的正しさを探究することは、無意味であると思う。概念図式の根本的変化を評価するための我々の基準は、実在との対応という実在論的基準ではなく、プラグマティックな基準でなければならない。概念は言語であり、概念と言語の目的は、コミュニケーションと予測における効率性である。これが、言語、科学、哲学の究極的な任務であって、この任務との関係で、概念図式は最終的に評価されねばならない。(ibid.,p.79)

以上の引用は、クワインが、第2節の分類において、何らかの実在論者であるというよりはむしろ擬似実在論者であることを支持する。

ところでクワインは、組織化するシステムとしての図式と、組織化を待つ何ものかの二元論といういわゆる「経験主義の第三のドグマ」を、真理ではなく、証拠の理論に関係するものであると考え、「経験の総体」や「感官面刺激」という対象を「正当化された信念」との関係において、経験主義の繫留地点として容認する(Quine[1981],ch.4)。そこで、この「何ものか」が我々の理論から独立した「実在」に相当するのではないかと反論されるかもしれない。だがここでの「何ものか」はあくまで経験的にアプローチできるものであって、我々の行動の場面で現れる刺激と反応の関係を担う「何ものか」でしかない。つまり我々には到達不可能な「実在」の世界を前提する必要はない。従ってクワインは、理論の背後にある、我々の認識から切り離された到達不可能な「実在」を認める必要はない。よって、存在者が我々の認識から独立しているという意味で、実在論者のないわば「強い存在概念」をクワインが採用するとは思えない。こう考えてもよいならば、彼の立場はやはり「実在論」とは異なると言える。しかも、彼の立場は「唯名論」とも異なる。「唯名

論」は抽象的対象の存在を認めず、無限の存在や、クラスへの量化による当該の対象の存在への関与を認めない立場である。それ故、これらの立場とクワインの考えは十分に区別されるべき理由をもって私は考える。

4. マディの反論をめぐって

マディは「不可欠性と実践」という論文で不可欠性論証はうまくいかないと批判した。その批判とは、全体論は、数学的対象の存在を保証するためには不可欠性論証を持ち出さざるをえないが、いわゆる「自然主義」を認めるならば、数学と科学の実践の妥当性をうまく説明することができない、というものである。彼女の主要な反論には「科学的実践からの反論」と「数学的実践からの反論」の二つがあるが、私はその論文における論点に焦点を当てて、マディの反論は部分的には有効だが、クワイン的全体論を反駁するまでには至らないことを示したい。つまり、弱い実在論者としてのクワインIは「反論」を免れないが、擬似実在論者としてのクワインIIは「反論」を回避できることを示したい。

4. 1 マディの「自然主義」理解

クワイン的自然主義を採用するならば、あらゆる知識の基礎づけを独占する特権的認識論を放棄して、我々が現在手にしている最良の科学理論の中から始めるアプローチが勧められる。そこで自律した活動としての科学的実践のあり方を重視することになる。マディによると、数学の哲学もこの観点から吟味されるべきである。

コリヴァンによると、マディとクワインの自然主義概念には二つの違いがある(Colyvan, §.3)。マディが、クワインの自然主義を経験科学ばかりではなく、数学にも拡張しようとする点の一つ。二つ目は、哲学者は論争が生じたときには科学者にいつも譲らなければならないと彼女がみなす点である。だがクワインの自然

主義は、哲学が特権的地位をもたないということを含意するものの、科学者が代わって特権的身分をもつということを経ずしも含意していない。クワインのいう自然主義は、哲学と科学は連続しているのだから基本的にはどちらも同等なのであって、論争が生じた際には方法論やその存在論的帰結に関して哲学者はときには科学者に助言する、ということを経めるものである。つまり、マディは、自然主義を古典数学の實踐を認めるまでに拡張するという第一の点でクワインの自然主義から常に逸脱しているのだが、「哲学は譲らなければならない」定式を含意するように自然主義を拡張するという第二の点でもときとして逸脱しているのである。我々は、このマディによる「自然主義」の拡大解釈が彼女の「反論」を補強していることを後に確認する。

4. 2 「科学的実践からの反論」をめぐって

マディによる第一の「科学的実践からの反論」は、科学上の理論化に対する不可欠性が真理を必ずしも含意しないし、数学化される基本的科学さえも「理想化」される、言い換えると、文字通りには真ではないという点からなされる。

マディによると、ある理論がよく確証されたことで、その構成要素が不可欠であると判定されるにもかかわらず、その構成要素についての存在言明に関して科学者が様々な態度をとりうる⁽¹⁴⁾。そして、我々が自然主義の原則に忠実であるならば、科学理論は、真である（もしくは実在する対象を含む）部分と単に有用なだけの（あるいは虚構的对象を含む）部分に区分される。もしある数学的言明が後者に属するならば、真である保証はない。つまり単に有用な部分に属する数学には証拠による確証が及ばない。科学理論は、例えば古典力学でエネルギーを連続量で扱う場合に見られるように、文字通りには真ではない数学的定式を不可欠な部分として含むことは普通である。それなしでは当該の理論は立ち行かないからである。だからといってそうした偽なる仮説（例えば水の波動の理論において「無限の水深」を仮定するような場合も考えられる）に現れる対象の実在性を支持

するのはおかしなことである。以上がマディによる反論の骨子である。

それに対してコリヴァンはおおよそ、科学者の合意が得られていない対象や、単に有用なだけで文字通りには真ではない理論に現れる虚構的对象は特に不可欠でもないし、そうした対象に対しては存在論的関与の基準を適用する必要はないから、それらが存在すると認めないことが可能であるので、不可欠性論証が掘り崩されることはない、と再反論した (Colyvan, pp.48-50)。だが彼の再反論は不十分であって、クワインIを擁護できないように思われる。クワインIは、虚構だと判定するために必要な、我々の認識能力から独立した「实在」の存在を想定しなければならないが、存在論的関与の基準をいつ、何に対して使用してよいか、あるいはどの対象が虚構であり、どの対象が我々の認識から独立に存在するという意味で「实在する」かについての判定の恣意性を免れないからである。クワインIIに対しても彼の擁護は十分でない。というのも、クワインを擬似实在論者と見なすならば、虚構だと判定すべき基準としての「实在」の存在を想定できないから、我々の最良理論で正当化を受けるすべての存在言明は真であり、当該の対象はみな存在していると思なざるをえないし、また、別の観点から見ればそれらは等しく虚構であり措定物であると言わざるをえないからである。よって、もしある対象が虚構であって、またある対象が真正なる存在者であると判定できるとするならば、コリヴァンは何らかの「強い存在概念」を密輸入しているのではないかという疑念が拭えない。

しかしながら我々は「強い存在概念」を使う必要はない。我々が古典力学は文字通りには真ではなく、現代物理学が真であると見なしているのは、現代物理学の方が、「实在」のより近い有様を描写しているからというよりも、むしろ現象をより十全に救うことができるからに他ならないと言えるからである。要するに、現代物理学の方が古典力学よりも、広汎な現象を精確に予測できるという理由で、より妥当なのであって、真であると見なされるにすぎないと考えられる。ここでは特に「強い存在概念」に訴えてはいない。このような考えが適切ならば、コリヴァンの再反論を整合的に利用することで、マディの反論を回避できるはず

である。そして数学的対象の存在を合法的に主張しながらも、クワイン的擬似実在論を擁護できるように思われる。

4. 3 「数学的実践からの反論」をめぐる

次に、不可欠性論証に対するマディの第二の反論である「数学的実践からの反論」を取りあげよう。この反論は、不可欠性論証が数学の実状をうまく説明できないし、不可欠性論証による数学的実在論は、現在受容されている数学的実践と整合的ではない、というものである。不可欠論者は「事実説」（即ち「実在論」）をとる。そうすると公理の採否は、ア・ポステリオリで可謬な物理学的探究の進展に依存することになる。だがこれは、数学の実状、言い換えるとマディの意味する「自然主義」に反する。というのも独立性問題に由来する集合論の公理系の拡張問題は、数学者たちの実践からみて、物理学的事実には依存しないからである。これが彼女の論旨である。

マディは、第1節における①～⑤の形の論証を「単純な不可欠性論証」と名づける⁽¹⁵⁾。「単純な論証」によると、応用される限りでの数学の部分だけが存在論的に正当化される。しかし少なくとも現在まで応用の場面に現れない幾つかの数学的対象の存在は容認できるとクワインが主張する箇所⁽¹⁶⁾をマディは引き合いに出す (Maddy, p.278)。さらに彼女はこう引用する：

私が非可算無限を認めるのは、より歓迎すべき事柄に最も単純で既知の体系化を施すことによって非可算無限が私に押しつけられるからにすぎない。このような要求より多い大きさ、例えば \aleph_ω 即ち到達不能[基]数を私はただ数学的気晴らし (mathematical recreation) としてみるのであって、それらは存在論的権利をもたないのである。(Quine[1986a],p.400;

Maddy,p.278)

つまり、非応用的数学のある部分が数学の体系を単純に記述するために必要だという限りで、その部分における数学的対象の存在を容認できるが、 \aleph_0 よりも大

きい)到達不能基数のような必要以上に大きい数は存在論的権利のない数学的想像物にすぎないということである。単純な不可欠性論証によってその存在を支持もしくは正当化できる範囲は、科学に実際に使われている数学的対象と、もう少し越えたものにだけ拡張される、と上の引用部分をマディは捉える。そして彼女は、この単純不可欠論は非数学的(つまり「自然主義的」ではない、言い換えると哲学的な)根拠から現在受容されている数学的実践の一部を拒絶するから、彼女の言う「クワイン的自然主義」に反すると見なす。ここで注目すべきなのは、彼女がクワインを「単純な論者」換言すると「弱い実在論者」だと見なしていることである。マディの指摘通り、このクワインIは不整合であるように思われる。なぜなら、彼は弱い実在論者として、我々の認識から独立した実在に関与しているし、自然主義を数学にまで拡張することによって、そのように「実在する」数学的存在者が、物理学をはじめとする経験科学の進展によって、文字通り増減することを許すからである。

さらに、弱い実在論者の困難は、経験科学に現れない非応用的数学の存在論的身分を説明できないということだけではなくて、応用的数学の方法論的実状を誤って描写している点にもある、とマディは考える。数学者が諸定理を信じるのは、それらが応用に際して有用であるからなのではなく、それらの定理が適切な公理から証明可能である場合に限られるからである。応用的数学を経験科学による正当化にのみ依存させ、高次集合論のかなりの部分を数学的気晴らしにすぎないと述べるクワインIはこの点でも有利とは言えない。

次に、非応用的数学の実例である公理的集合論の独立性問題を持ち出してクワインを批判するマディの反論を見ることにする。まず不可欠性論証を用いる者は「事実説」即ち「実在論」をとるというマディの前提を想起されたい。もし「強い事実説(中実在論)」と「話の初め無事実説(擬似実在論)」との間でどちらを選択すべきかという決定が、物理学の進展に依存しているならば、集合論学者たちは、例えば量子重力をめぐる論争の結果を熱心に待っていないてはならないことになる(Maddy, pp.285-6)。換言すると、不可欠性論証によれば、例えばもし

「時空は連続でない」という合意が物理学者たちによってなされることになると、ある濃度以上を扱う集合論はそのことによって不要になってしまう。だがこれは実際には成り立たない。数学者の実践に反するからである。(ここでマディは拡大解釈された「自然主義」を使っている。) 集合論学者は基礎的な物理学上の発展にいつも留意しているわけではないからである。さらにマディは、たとえ量子重力が時空についての以前とは異なる新たな説明を要求する結果になったとしても、独立性問題についての集合論的探求が大きく影響を被るとは考えない。それは数学の内部の考察から判定されるのである。そのような場合、集合論学者たちは依然として数学的連続体に関する問題を未解決にしておきたいであろう。つまり、「集合論の基礎における方法の合法的選択は、不可欠性理論が要求する仕方では物理学的事実依存しているようには思われたいのである」(ibid.,p.289)。

この反論は中実在論に向けられている。マディはクワインを「事実説」即ち「実在論」に立っていると考えていた。先に見たように、単純不可欠論をとる弱い実在論は、「科学的実践からの反論」と「数学的実践からの反論」を通して、克服しがたい難点を孕んでいるということが明らかになった。単純不可欠論より強力であると彼女が見なす修正(複合)不可欠論をとる中実在論もまた、数学的実践の優位性を含意し、哲学者からの批判を許さないという意味の「自然主義」に反するから認められない、と彼女は論じたのだ。

だが、コリヴァンは単純不可欠論でマディの批判をかわせると考えていた(Colyvan, pp.56,58)。この点からみて、彼はマディの反論の枠に基づいて、クワインを、弱い実在論者としてのクワインIないしは中実在論者と捉えていたと思われる。しかしクワインIはマディによる二つの反論をかわせなかった。しかも第3節で確認したように、あらゆる数学的対象が我々の認識から独立に存在していると主張する中実在論者としてクワインを解釈するには無理がある。よってコリヴァンの擁護は不十分だと言える。

マディの反論も不十分である。クワインIと異なりクワインIIは「科学的実践からの反論」を回避できるし、クワインを中実在論者と捉えることは的外れなの

で、「数学的実践からの反論」は効かないからである。しかも彼女の反論は、クワインが本来「自然主義」で意味していたこととは異なり、哲学的批判を許さないのと同時に数学的実践に優位を与える解釈をとる「自然主義」を採用することではじめて成り立っていたからである。

クワインの主張は、数学的実践も場合によっては経験（科学）などに由来するプラグマティックな考量によって見直しを迫られうるということだった。そこでプラグマティックな観点が重要になる。レスニクは、どんな場合でもプラグマティックな考量による経験からの確証／反証が常にはたらいっていると見なす「厳格な (strict) 全体論」よりも、場合によっては経験からの考量から切り離されうる、証明的活動としての数学の自律性を確保する「自由な (liberal) 全体論」⁽¹⁷⁾を優れていると見なす (Resnik[1998],pp.242-3)。この点で彼は、複合不可欠論者としてのクワインを擁護する。しかし彼の是認する立場が中実在論なのか擬似実在論なのかは必ずしも明確とは言えない。我々から独立した抽象的対象の科学として数学を捉える数学的実在論を主張する点で、彼を中実在論者とも解釈しうるし、存在論的相対性を認める点で、擬似実在論者とも解釈しうるからである (Resnik[1997])。だがレスニク自身の立場がどうあれ、彼によるクワイン的立場の擁護は、クワインを擬似実在論者としてのクワインIIと解するときにはじめて有効になる。さらに、以下の節を参照しよう：

さてでは、数学のなかでも決して応用されないためにいかなる経験的意味も与えられていない部分はどうなるのか。集合論のあの高度な領域はどうなるのか。我々はそれらを有意義と考える。なぜなら、それらは、数学の応用された部分を生み出したのと同じ文法と語彙で表されているからである。……二値論理的なアプローチでは、たしかにその部分は、調査はできないが、真ないし偽なるものとして性格づけられる。

けれども、その部分はまったく調査できないというのではない。集合論の主要な公理は、その対象領域の応用可能な部分ですでに使用されている一般法則である。さらに主要な公理からは独立している連続体仮説や選択

公理のような文も、科学理論一般の形成に寄与する単純性や経済性や自然さの考量にやはり従属しうるのだ。このような考量が、ゲーデルの構成可能性公理「 $V=L$ 」を支持している。この公理は、高度な集合論がさらに根拠なく飛翔することに歯止めをかけている。(Quine[1992],pp.94-5)

応用的数学と同じ文法と語彙で表現される非応用的数学を有意味だと見なす点で、この晩年に書かれた引用文中でのクワインはやはりクワインIを越えていると言えよう。従って、我々はクワインをクワインIIと解するべきである。以上の論点を総合してみると、擬似实在論こそ、全体論が生き残る最善の道であるように思われる。

参考文献

- Colyvan, Mark., 'In Defence of Indispensability,' *Philosophia Mathematica*(3), vol.6, pp.39-62., 1998.
- Duhem, Pierre., *La Théorie Physique: son objet—sa structure.*(2^e éd., 1914)., Vrin, 1993.
- Field, Hartry., *Science without Numbers*, Princeton University Press, 1980.
- Maddy, Penelope., 'Indispensability and Practice,' *Journal of Philosophy*, 89, pp.275-90., 1992.
- Putnam, Hilary., *Mathematics, Matter and Method*, Cambridge University Press, 1975.
- Quine, W.V.O., [1953]: *From a Logical Point of View*, Harvard University Press.
- [1960]: *Word and Object*, MIT Press.
- [1969]: *Ontological Relativity and Other Essays*, Columbia University Press.
- [1975]: 'On Empirically Equivalent Systems of the World,' *Erkenntnis* 9, pp.313-28.
- [1981]: *Theories and Things*, Harvard University Press.
- [1984]: 'Review of Charles Parsons *Mathematics in Philosophy*,' *Journal of Philosophy*, 81, pp.783-94.
- [1986]: "Reply to Charles Parsons," *The Philosophy of Quine*, Hahn & Schilpp, eds., La Salle, IL: Open Court, pp.396-403.
- [1992]: *Pursuit of Truth*, rev. ed., Harvard University Press.
- Resnik, Michael., [1997]: *Mathematics as a Science of Patterns*, Clarendon Press.
- [1998]: 'Holistic Mathematics,' *Philosophy of Mathematics Today*, Oxford University Press, pp.227-46.

注

- (1) 「外的世界についての我々の言明は、個別にはなく、一つの団体として感覚的経験の裁きに直面するのである」(Quine[1953],p.41)。そして彼は分析/総合の区別を破棄し、全体論的知識観を披瀝する (ibid.,§.6)。
- (2) アリストテレスの意味での形而上学ないしは存在論としての「第一哲学」というよりも、認識論の基礎づけを担うものとして諸学の基礎にある哲学という意味である。
- (3) ここでは、単に「証明可能」と述べる以上のことを要求する。さもないと、数学は定理を証明する自律的学問として経験科学からの正当化は不要になってしまう。
- (4) 不可欠性論証は論者によって多少異なる仕方ですら定義されている。本稿での定義は、それらに共通する要点を最大公約数的に抽出し、よりきめ細かく定義化したものである。
- (5) 「不可欠性論証」を明確に定義したのはパトナムが最初であろう(Putnam,p.347)。
- (6) 「なにがあるのかについて」論文における「あるということは変項の値であるということである」(Quine[1953],p.15) という簡略化された定義が人口に膾炙している。
- (7) 抽象的対象にまつわる存在論的議論はQuine[1960]第7章に詳しい。典型的には、「数を対象として認める理由は、科学を体系化し促進させることに数が効果的であるからに他ならない。クラスを認める理由も、ほぼ同じである」(ibid., p.237) という箇所が挙げられる。さらにクワインは、存在論として必要なのは基本的にはクラスだけであると主張している (ibid., p.267)。
- (8) 本稿では数学的対象を具体的個物としてではなく、抽象的対象としてみなす。
- (9) 物理主義のかつ道具主義的な唯名論的数学論としてフィールドの立場が挙げられる。彼は実数ではなく空間点を量化することで、抽象的対象への存在論的関与を避けようとする。
- (10) この分類は多分に主観的なものであり、固定されたものではありえない。他の分け方も十分に可能である。だが本稿では、「応用可能性」という概念が重要なのであって、その分類の流動性のために論旨が直接影響を受けることはないため、本文のように線引きをしたい。
- (11) 本稿で何の断りもなく「実在」という語が出現するときには、それを「我々の信念体系から独立に存在する対象」という意味で用いることにしたい。
- (12) この'medium'には、「中くらい」の多さの対象の存在を正当化し、認めることと、不可欠性論証によって「仲介」される実在論という意味が込められている。
- (13) 数学理論が実在を写し取るという意味で「正しい」というわけではなく、この「適切な規範」は数学理論内における経済性・効率性や優美性といったプラグマティックな考量に関係するであろう。
- (14) マディは、19世紀後半から20世紀初頭にかけて原子の存在について科学者の態度が一樣ではなかったことを例に挙げ、この例がクワインの自然主義にとって問題となると考

え、ある対象が不可欠であっても存在するとは必ずしも言えないという反論を補強するものと見なす。

- (15) 彼女も不可欠性論証を定式化している (Maddy, p.278) が、我々は、彼女の定式よりきめ細かい①～⑤の形の不可欠性論証によって置き換えて考えることができる。
- (16) 「…それらが単純化を完成させることになるようなものである限り。しかしそれ以上のもは未解釈の体系とむしろ同等なのである」(Quine[1984],p.788)。
- (17) クワイン自身も全体論的考量が常に信念体系全体へ及ぼされるとは考えない (Quine[1975], pp.314-5) ので、「自由な全体論」の立場をとるはずである。

*LaserHebrew font used to print this work are available from Linguist's Software, Inc., PO Box 580, Edmonds, WA 98020-0580 USA; tel. 425-775-1130